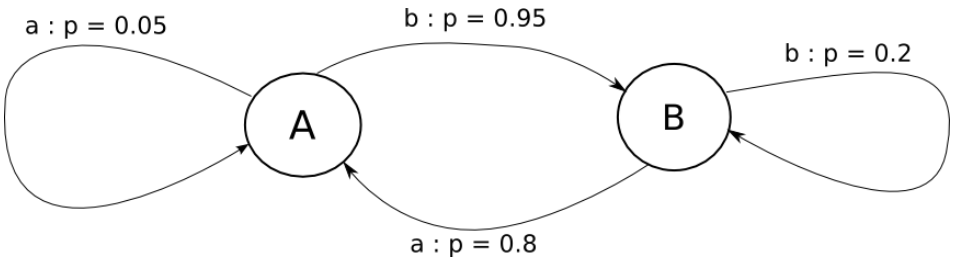
Université Nice Sophia Antipolis

Projet d'étude de fin de Licence

Simulations de modèles dynamiques de Microcrédits



2018
Laboratoire de Mathématiques J.A Dieudonné Université de Nice – Sophia Antipolis

Réalisé par :
CALVEZ Jeffrey
BA Sidy Alpha

Sous la direction de :
DIENER Francine
DHIB Nahla
LESSY Djaffar

Table des matières

Préambule.....**4**
Définitions de la microfinance et du microcrédit.....4

I-Premiers tests des modèles de Khodr.....**5**
1) Modèle individuel.....5
2) Modèle groupé.....9
3) Essais d'ajustement des modèle.....13
4) Comparaison des deux modèles.....16
II-Simulations des modèles de Khodr.....**18**
1) Modèle individuel.....18
2) Modèle groupé.....20
3) Choix du nombre de classe et Interprétation des trajectoires.....21
a) Choix du nombre de classe.....21
b) Prédictions de fortes probabilités.....30
III-Mise en place et tests de nouveaux modèles.....**33**
1) Modèle groupé avec bonus ou exclusion.....33
2) Modèle avec compteur utilisant deux taux.....36
a) Modèle individuel.....36
b) Modèle groupé.....37
3) Modèle sans compteur utilisant deux taux.....39
a) Modèle individuel.....39
b) Modèle groupé.....43
4) Modèle avec remboursement partiel.....47
a) Modèle individuel.....47
b) Modèle groupé.....50

Conclusion.....**54**

Bibliographie.....**55**
Codes Scilab.....**56**

REMERCIEMENTS

La réalisation de ce mémoire a été possible grâce au laboratoire Dieudonné qui nous a accueilli et de ce fait au concours de plusieurs personnes à qui nous voudrions témoigner toute notre reconnaissance.

Nous voudrions d'abord adresser toute notre gratitude à la tutrice de ce mémoire, Francine Diener, pour sa patience, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils qui ont contribué à guider et à alimenter notre réflexion. Sans elle ce travail n'aurait pu voir le jour.

Nous désirons également remercier nos co-encadreurs du Laboratoire Dieudonné qui sont les Nahla Dhib et Djaffar Lessi, thésards dans leurs domaines respectifs. Nahla a su nous conseiller dans l'évolution de notre pensée notamment sur la dimension économique de nos travaux et Djaffar Lessi a su nous faire profiter de son expertise notamment informatique en vérifiant nos codes.

Nous tenons également à remercier Mr Marc Diener, enseignant chercheur au laboratoire, et Mr Proter, professeur à Columbia et intervenant au colloque auquel nous avons assisté. Tout au long de notre projet, les travaux de Mr Diener sur le sujet qui nous concerne ont été l'origine de multiples apports. La présentation de Mr porter nous a également servi à voir le microcrédit dans une dimension plus large et plus approfondie à la fois.

C'est notre sincère gratitude que l'on souhaite adresser à ces quelques personnes qui ont su prendre de leur temps et partager leurs expertises pour nous épauler et nous conseiller, des personnes sans qui de tels travaux n'auraient pas été possibles.

PREAMBULE

Pour ce mémoire de fin de licence, nous nous intéressons aux différents modèles d'innovation du microcrédit. La microfinance représente un système de financement qui est destiné à des personnes physiques ou morales qui n'ont pu obtenir de soutien financier par les réseaux classiques. Le microcrédit, est une branche de la microfinance. Il prend son essor dans les années 70 avec Muhammad Yunus, économiste bangladeshi et Prix Nobel de la paix en 2006. Le principe est d'octroyer un crédit de faible montant, avec intérêts, accordé à des micro-entrepreneurs qui n'ont pas accès aux services financiers traditionnels. Ils sont dans un état dit d'exclusion. N'ayant pas accès aux services du système bancaire classique, créer ou développer une activité génératrice de revenus. Leur est difficile voire impossible. Pourtant comme le fait remarquer M. Yunus, « Un système qui exclut les deux tiers de la population mondiale ne peut être juste ! ». Ainsi le microcrédit est animé d'une vocation principalement sociale.

Les travaux sur lesquels notre étude se porte sont ceux de Tedeschi et Khodr. La première partie a pour but de successivement les définir et de les comprendre pour pouvoir ensuite les comparer. En effet, mener une analyse comparative des deux modèles permet de statuer sur les avantages qu'offrent un système de prêt groupé sur un système de prêt individuel en fonction d'un ajustement particulier des paramètres. Après mise en place des modèles, la deuxième partie consiste à mener une série de simulations de ceux-ci. Enfin la troisième partie consiste à développer de nouveaux modèles à partir de ceux étudiés précédemment. Ceux de Tedeschi et Khodr ont leur mode d'incitation au remboursement. Sur cette base nous renforçons les incitations grâce à des systèmes de Récompense supplémentaire notamment en octroyant des taux d'intérêts plus accommodants à partir d'une certaine fréquence de remboursement. En effet, la pérennité du modèle dépend pour une part importante de l'absence de défauts de payements qui peuvent être volontaires de la part des emprunteurs. C'est la mise sur pied de ce nouveau modèle qui achèvera notre travail d'innovation sur le microcrédit.

I-Premiers tests des modèles de Khodr

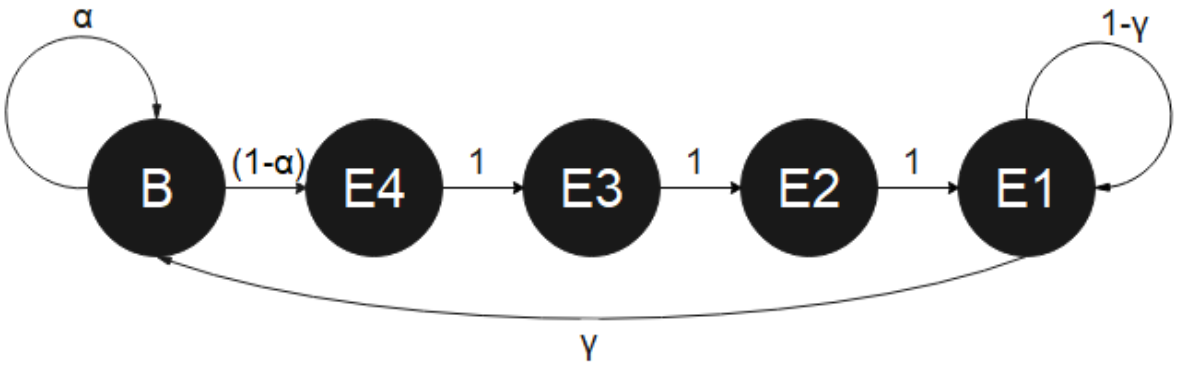
1) Modèle individuel

Code Scilab 1

Dans un premier temps, nous allons définir le modèle de prêts individuel étudié par Tedeschi et formalisé par Khodr. Chaque candidat à un prêt bancaire est unique responsable de son emprunt. L'objectif est d'éviter le défaut de paiement volontaire de la part de ce même emprunteur.

Dans le modèle de Tedeschi, chaque emprunteur a un projet qu'il souhaite mener à terme. Un financement de départ lui est alors nécessaire. On considère que chaque unité de capital empruntée et investie rapporte une somme w si le projet réussit. Le projet se déroule sur une période donnée à la fin de laquelle le remboursement doit être effectué. On suppose que le projet réussit avec une probabilité α et échoue avec une probabilité 1−α. Dans l'éventualité d'un succès, l'emprunteur doit à l'institut de Microfinance l'unité emprunté à laquelle il ajoute des intérêts notés r pour une période. En s'acquittant de cette dette il obtient la certitude immédiate d'obtenir un nouveau prêt. Si le projet entrepris pour une période donnée échoue notamment pour cause de facteurs externes, l'emprunteur ne doit rien à l'IMF. Néanmoins il se retrouve dans l'incapacité d'obtenir un nouveau prêt pendant un certain nombre de périodes qui ensemble représentent la phase d'exclusion. A la fin de sa période d'exclusion, il pourra de nouveau bénéficier d'un prêt mais cette fois avec une probabilité γ. En effet, le préteur est contraint par la taille de son portefeuille et le nombre de candidats à l'emprunt. Le demandeur alors en 1ère phase de post-exclusion a une probabilité (1−γ) de se voir refuser le prêt. Le cas échéant il réessaie lors la période suivante avec exactement la même probabilité de l'obtenir.

Ce modèle et ses règles peuvent être synthétisées par une chaine de Markov. Les différents états dans ce cas seraient comme suit : S= {B, ET, ET−1, ... , E1}, tel que B représente l'état du bénéficiaire d'un prêt, Ei avec i = 1,...,T l'état selon lequel il reste i périodes pour sortir de la phase d'exclusion. On schématise cette chaine de Markov de la manière suivante :



Lorsque l'individu est dans l'état B, il est bénéficiaire d'un prêt. Il le rembourse avec une probabilité α et reste dans B ou fait un défaut de paiement avec une probabilité 1-α et va en E4. Arrivé en E4 il débute sa phase d'exclusion et va avec une probabilité certaine en E3, puis E2, puis E1. E1 est la dernière période d'exclusion. De ce fait il retourne en B avec une probabilité γ ou stagne en E1 avec une probabilité (γ-1).

Les probabilités de passages d'un état à un autre sont représentées à l'aide de la matrice de passage suivante aux dimensions (T+1) x (T+1) :

$$P_1 = \begin{pmatrix} \alpha & 1-\alpha & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ \gamma & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1-\gamma \end{pmatrix}$$

Remarque : la pérennité du système nécessite certaines hypothèses :

- Hypothèse de participation « w > 1 + r », signifiant qu'un candidat n'est intéressé par un emprunt qu'à la condition que le gain qu'il lui permet d'obtenir soit supérieur à la somme totale à rembourser.
- Hypothèse de durabilité « α (1 + r) > 1 + z ». On appelle z le cout unitaire d'un prêt à la charge de l'IMF. En effet, il n'est souvent qu'un intermédiaire empruntant au système financier classique - à un taux z - la somme qu'il prête à son tour aux exclus de celui-ci. La somme qu'il obtient lors d'un remboursement avec une probabilité α doit au moins être égale à celle qu'il dépense auprès de ces propres créanciers.
- Hypothèse d'absence de défaut stratégique. « [w−(1 + r)] + δVs(B) > w + δVs(ET) ». Pour éviter un défaut stratégique, le gain obtenu par l'emprunteur lorsqu'il rembourse ses prêts doit être supérieur à la somme économisée s'il

effectue un ou plusieurs défauts de paiement. On appelle ainsi δ ∈ (0,1) le taux d'actualisation qui estime la valeur de la somme perçue par rapport au moment où elle est disponible et Vs(x) le revenu total espéré d'un emprunteur se trouvant à l'état x à la période s.

Revenu espéré par les deux partis

L'emprunteur :

Un emprunteur qui a une probabilité α de réussir son entreprise et donc de gagner la somme de ω à laquelle il doit ôter la somme due au préteur. Au bout d'une période, il gagne donc :

$$\alpha\,[\omega-(1+r)]$$

On peut alors en déduire que l'on obtient le revenu net disponible à la fin d'une période de remboursement comme suit :

$$f(x,y)=\begin{cases} w-(1+r) & \text{if } (x,y)=(B,B) \\ 0 & \text{if not} \end{cases}$$

Pour claque trajectoires (X0, X1,...) d'une chaine de Markov, on définit le revenu total actualisé à l'instant s par :

$$F(X_s, X_{s+1}, ...) := \Sigma_{t=1}^{\infty}\delta^{t-s-1} f(X_{t-1}, X_t)$$

On définit enfin le revenu total espéré au temps s, comme fonction de l'état x ∈ E, Vs : E →R, par :

$$V_s(x)=\mathbb{E}[F(X_s, X_{s+1}, ...) \mid X_s = x].$$

D'où Le revenu total espéré d'un individu étant à l'état x au temps s, donné par :

$$V_s(x)=\begin{cases} \alpha[w-(1+r)]\frac{1}{1-(\alpha\delta+(1-\alpha)\delta^T\Sigma)} & x=B \\ \alpha[w-(1+r)]\frac{\delta^{i-1}\Sigma}{1-(\alpha\delta+(1-\alpha)\delta^T\Sigma)} & x=E^i\ ,\ i=1,\ldots,T \end{cases}$$

Avec $\Sigma=\frac{\gamma\delta}{1-\delta(1-\gamma)}$

Modéliser par le moyen d'une chaine de Markov permet entre autres d'étudier la distribution stationnaire des emprunteurs au sein des différents états. En considérant une distribution initiale $\pi_0=(\pi_0^0,\ldots,\pi_0^T)$ de la population selon les différents états, on a :

$$\lim_{t\to\infty}\pi_0(P_1)^t = \pi_*$$

Tel que :

$$\pi_*=\frac{1}{\frac{1}{(1-\alpha)}+\frac{1}{\gamma}+(T-1)}\left(\frac{1}{1-\alpha},1,1,\ldots,1,\frac{1}{\gamma}\right).$$

Dès lors que la matrice de transition P est primitive et stochastique. En mathématiques, une matrice stochastique (aussi appelée matrice de Markov) est une matrice carrée (finie ou infinie) dont chaque élément est un réel positif et dont la somme des éléments de chaque ligne vaut 1. Une matrice A = (ai, j) i, j=1,…,n ∈ Mn(R) est dite primitive si elle est positive et s'il existe p ∈N tel que A^p soit strictement positive.

Le préteur :

Gardons à l'esprit que l'institut de microfinance n'est souvent qu'un intermédiaire entre le système financier classique auquel il emprunte des fonds constituant son capital et les exclus de ce même système. Chaque unité empruntée par l'IMF doit être remboursé à un taux z, ainsi le gain de l'IMF à la fin d'une période est :

$$\alpha(1 + r) - (1 + z)$$

Et de la même manière que pour l'emprunteur, le revenu total espéré de l'IMF provenant de l'investissement d'un emprunteur étant à l'état x au temps s'est donné par :

Théorème :

Dans le modèle de prêt individuel défini par la chaine de Markov et à un instant s donné, le revenu total espéré de l'IMF provenant de l'investissement d'un emprunteur étant à l'état x au temps s'est donné par

$$V's = \begin{cases} \left(\alpha(1+r) - (1+z)\right)\dfrac{1}{1-(\alpha\delta + (1-\alpha)\delta^T\Sigma)} & si(s,y) = \left(B^i, B^0\right), \quad i = 1,2 \\ \left(\alpha(1+r) - (1+z)\right)\dfrac{\delta^{i-1}\Sigma}{1-(\alpha\delta + (1-\alpha)\delta^T\Sigma)} & si(x,y) = \left(B^i, B^1\right), \quad i = 0,1 \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Le modèle que nous venons de définir semble selon Khodr être trop vulnérable aux asymétries d'information. L'asymétrie d'information décrit une situation dans laquelle tous les participants à un marché ne disposent pas de la même information. C'est une imperfection du marché qui peut aboutir à une sélection adverse ou à un aléa moral. La sélection adverse est un problème ante contractuel. Le préteur ne sait distinguer les bons emprunteurs des mauvais. Les bons auront tendance à rembourser leur prêt tandis que les mauvais non. L'aléa moral est lui un problème post contractuel. Le préteur étant limité quant à l'information qu'il détient sur le comportement de l'emprunteur, celui-ci est tenté de feindre l'échec de son projet pour éviter le remboursement. Face à ses différents problèmes, le modèle simple peut s'avérer être obsolète, d'où la création du modèle groupé.

2) Modèle Groupé

Code Scilab 2

Après avoir défini le modèle individuel nous nous attaquons au modèle groupé. Il marche sur la même base de l'incitation dynamique : renouvellement automatique d'un prêt si remboursement il y a. Quelle est la différence avec le modèle simple ?

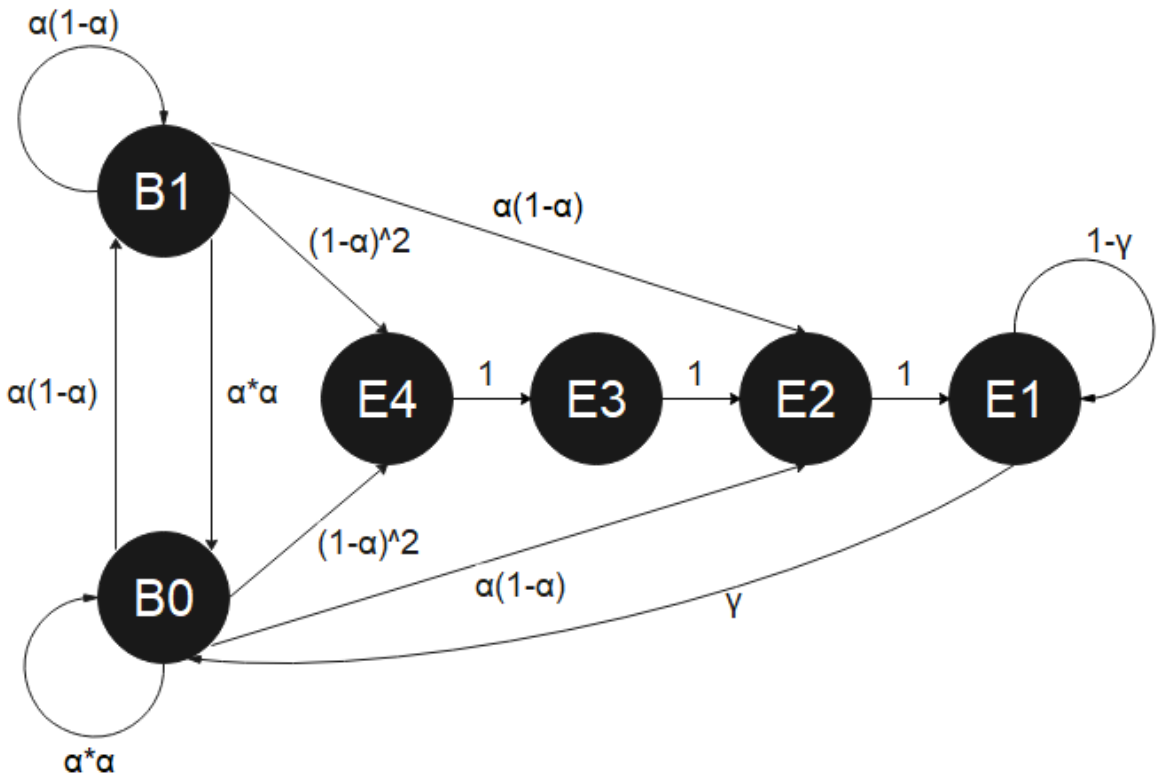
Le prêt n'est plus attribué à un individu mais à un groupe d'individu. Prenons le cas d'un binôme, si l'individu 1 ne rembourse pas son prêt et que l'individu 2 arrive à rembourser le sien, ce second doit rembourser la somme qu'il doit à l'IMF en plus d'un pourcentage q de la somme que l'emprunteur 1 n'a pas su rembourser. L'individu 1 entame alors une phase d'exclusion pour T1 périodes tandis que l'individu 2 migre vers l'Etat B1 où il constituera un nouveau groupe avec les mêmes modalités. Il y restera tant qu'il réussit à rembourser son prêt. Si les individus font tous deux un défaut de paiement, ils migrent en phase d'exclusion pour T périodes avec T supérieur à T1. La phase d'exclusion est effectivement moins longue lorsqu'une pénalité est assumée par un tiers pour le défaut de paiement de son homologue. Dans le cas où tous les deux remboursent leurs prêts, ils migrent vers l'état B1 ensemble. A la fin d'une phase d'exclusion comme pour le modèle individuel, un individu retourne vers l'état initial selon une certaine probabilité. Et on formalise cette dynamique grâce à une chaine de Markov aux états suivants :

$$H = \{B^0, B^1, E^T, E^{T-1}, \ldots, E^{T_1}, \ldots, E^1\}$$

Remarque : la pérennité du système nécessite certaines hypothèses dont le principe reste le même pour :

- Hypothèse de participation : « $w \geq 1 + r + q$ »
  le gain qu'il est possible d'obtenir grâce à l'emprunt doit pouvoir recouvrir la somme maximale qu'il pourrait avoir à rembourser - s'il rembourse son prêt et que son homologue fait un défaut de paiement.
- Hypothèse de durabilité « $\alpha (1 + r) + \alpha (1- \alpha) q \geq 1 + z$ ». On appelle z le cout unitaire d'un prêt à la charge de l'IMF. Résultant du fait que le remboursement espéré doive couvrir le cout du prêt.
- L'Hypothèse d'absence de défaut stratégique permet de statuer s'il est plus avantageux pour un individu de déclarer un défaut où de rembourser l'emprunt quand dans les cas suivants :
  -son homologue réussi son entreprise « $[w-(1 + r)] + \delta W_{s+1}(B^0) \geq w + \delta W_{s+1}(E^{T1})$ ».
  -Son homologue échoue : « $[w-(1 + r +q)] + \delta W_{s+1}(B^1) \geq w + \delta W_{s+1}(E^T)$ ».

On choisit ici T=4 et T_1= 2. Dès lors, on modélise cette dynamique à l'aide de la chaine de Markov suivante :



Elle fonctionne de cette manière :

Lorsqu'un groupe de deux individus sont à l'état B0, chacun a une probabilité α de réussir son projet et 1- α de le rater. Ils restent en B0 avec une probabilité α^2. Celui qui rembourse, lorsque son homologue fait un défaut de paiement, va seul en B1 où il a un nouveau partenaire, tandis que son homologue se rend seul en E2 pour sa phase d'exclusion. Il se rendent donc dans leur état respectif avec une probabilité α (1- α). S'ils sont deux à ne pas rembourser ils vont ensemble en E4 pour la phase d'exclusion commune avec une probabilité $(1- \alpha)^2$. De B1, Ils peuvent tous se rendre en B0 avec une probabilité α^2 si les 2 remboursent, ou en E4 avec une probabilité $(1- \alpha)^2$ si les deux font un défaut de paiement, ou ils se séparent avec une probabilité α(1- α) si l'un d'eux rembourse et que l'autre ne le fait pas. Celui qui rembourse reste en B1 celui qui ne rembourse pas va en E2. Il se rendent donc dans leur état respectif avec une probabilité α (1- α). Une phase d'exclusion entamée, qu'importe à quel niveau se finit en E1, où on retourne en B0 avec une probabilité γ ou on y reste avec une probabilité 1- γ.

Et les probabilités de changement d'Etats sont représentées dans la matrice de transition suivante :

$$P_2 = \begin{pmatrix} \alpha^2 & \alpha(1-\alpha) & (1-\alpha)^2 & 0 & 0 & 0\cdots 0 & \alpha(1-\alpha) & 0\cdots 0 & 0 \\ \alpha^2 & \alpha(1-\alpha) & (1-\alpha)^2 & 0 & 0 & 0\cdots 0 & \alpha(1-\alpha) & 0\cdots 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\cdots 0 & 0 & 0\cdots 0 & 0 \\ . & . & . & . & 1 & 0\cdots 0 & 0 & 0\cdots 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & & . & . & 0\cdots 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\cdots 0 & 0 & 0\cdots 0 & 1 \\ \gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\cdots 0 & 0 & 0\cdots 0 & 1-\gamma \end{pmatrix}$$

On peut déduire le revenu total espéré pour un participant, à partir de n'importe quel instant s. On se sert de la fonction g de E x E dans R, définie par :

$$g(x,y) = \begin{cases} \omega - (1+r) & si(s,y) = \left(B^i, B^0\right), \quad i = 1,2 \\ \omega - (1+r+q) & si(x,y) = \left(B^i, B^1\right), \quad i = 0,1 \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Qui de manière analogue au raisonnement appliqué dans le cas individuel entraine le théorème suivant :

Dans un modèle de prêt groupé défini par la chaine de Markov et sous les hypothèses présentées précédemment, le revenu total espéré d'un individu étant à l'état x au temps s, est donné par :

$$W_s(x) = \begin{cases} \alpha[w-(1+r)-(1-\alpha)q]\frac{1}{1-[\alpha\delta+(1-\alpha)(\alpha\delta^{T_1}+(1-\alpha)\delta^T)\Sigma]} & x \in \{B^0, B^1\} \\ \alpha[w-(1+r)-(1-\alpha)q]\frac{\delta^{i-1}\Sigma}{1-[\alpha\delta+(1-\alpha)(\alpha\delta^{T_1}+(1-\alpha)\delta^T)\Sigma]} & x = E^i,\ i = 1,\cdots,T \end{cases}$$

Considérons la distribution initiale de la population suivante :

$$\Pi_0 = (\Pi_0^0, \Pi_0^1, \cdots, \Pi_0^{T+1}),$$

Modéliser par le moyen d'une chaine de Markov permet entre autres d'étudier la distribution stationnaire des emprunteurs au sein des différents états, dès lors que la matrice de transition P est primitive et stochastique. On a alors : $\lim_{t\to\infty} \pi_0(P_1)^t = \pi_*$

Tel que :

$$\Pi_* = \frac{1}{\frac{1}{1-\alpha} + \frac{1}{\gamma} + (1-\alpha)(T-T_1) + (T_1-1)} \left(\frac{\alpha^2}{1-\alpha}, 1+\alpha, \underbrace{1-\alpha, 1-\alpha, \cdots, 1-\alpha}_{(T-T_1)}, \underbrace{1, 1, \cdots, 1}_{(T_1-1)}, \frac{1}{\gamma} \right)$$

Si ce modèle a été formalisé par Khodr c'est qu'il a une valeur ajoutée par rapport au modèle simple. Il est moins vulnérable face à l'aléa moral et la sélection adverse. Pour réduire la sélection adverse, on laisse la responsabilité aux emprunteurs de former eux-mêmes le groupe de candidats aux prêts. On considère qu'ils sont mieux informés que le préteur pour choisir qui est le plus susceptible de payer et les membres d'un même groupe ont donc la même probabilité de réussir leur projet. L'asymétrie d'information est supposée plus grande entre le préteur et les emprunteurs qu'au sein des emprunteurs. Chaque individu est de ce fait rendu responsable de l'emprunt de ses homologues au sein d'un même groupe. C'est ce qu'on appelle la responsabilité jointe. Pour ce qui est de l'aléa moral, dans un groupe où tout le monde est responsable de tout le monde, chaque membre est incité à contrôler le comportement des autres. Par rapport au préteur, il leur est plus facile de surveiller leurs homologues.

3) Essais d'ajustements des Modèles : sensibilité par rapport aux paramètres

Code Scilab 3

Dans cette partie, Il nous a paru intéressant de tester la sensibilité du modèle par rapport aux variations de ses différents paramètres. En effet, les modèles que nous avons dès lors introduits dépendent de nombreux paramètres. Plus il y'a de paramètres et plus les manipulations du modèle peuvent gagner en complexité. Voyons alors comment le modèle réagit face à l'élasticité de certains de ses paramètres.

Modèle individuel et groupé : variation de r et de T

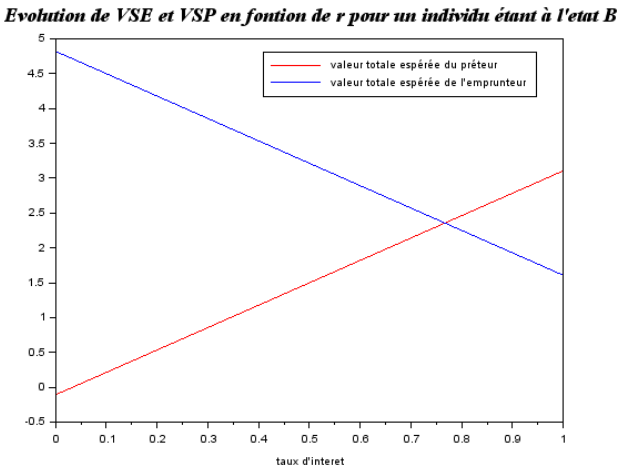
Nous nous plaçons tout d'abord du point de vue de l'emprunteur. En faisant varier le taux d'intérêt noté r ou encore le nombre de périodes d'exclusion noté T du modèle, on vérifie que le gain disponible pour l'emprunteur diminue. En effet, plus le taux d'intérêt est grand et plus grande est la somme dont l'emprunteur doit se séparer pour rembourser son prêt. A l'inverse, le gain du préteur est lui croissant. De même, plus la phase d'exclusion est grande, plus longtemps l'emprunteur reste dans l'incapacité de faire fructifier son activité grâce aux prêts de l'IMF, et il perd également de l'argent. Dans ce cas l'IMF n'étant pas remboursé, contrairement à la situation précédente il essuie des pertes à la même vitesse.

Toutefois, appliquer un taux d'intérêt plus élevé fait perdre moins vite de l'argent à un emprunteur que d'allonger la phase d'exclusion. Le gain disponible par un emprunteur décroit de manière progressive lorsqu'augmente le taux d'intérêt de l'MF et décroit de manière exponentielle lorsqu'est allongée la phase d'exclusion. On comprend assez aisément que l'on perd bien plus vite de l'argent lorsqu'on est privé d'un prêt plutôt que lorsque celui-ci nous est accordé avec un taux d'intérêt fort. Avec plus de périodes d'exclusion, le gain de l'emprunteur s'approche très vite de 0 avant d'adopter un comportement asymptotique à l'horizontal. L'asymptote n'est pas à 0 car pour entrer dans la phase d'exclusion il lui aura fallu être bénéficiaire au moins une fois, donc enregistré au moins une rentrée d'argent. En ce qui concerne l'emprunteur, avec une phase d'exclusion plus grande il donne moins souvent de prêts et perd l'opportunité d'investir son capital. Les pertes sont ici aussi exponentielles. Il est notable que ses dynamiques furent les mêmes qu'importe l'état de départ choisi.

A présent nous allons tenter de trouver un taux d'intérêt r qui maximise le gain pour l'emprunteur et le préteur. Le gain de l'emprunteur est une fonction décroissante de r tandis que le gain de l'IMF est lui une fonction croissante de r. Il est donc possible de trouver un taux

d'intérêt r pour lequel ses fonctions de gains partagent le même point. Ces fonctions de gains étant monotones, il ne serait plus possible à ce niveau de d'augmenter le gain d'un des deux partis sans diminuer celui de l'autre. Nous aurions alors trouvé un optimum de Pareto.

Un équilibre entre offre et demande : r=0.7666 fixant w=2.5 ; z=0.07;



Cela suggère que si chaque parti cherche à maximiser son gain, on arrive à un taux d'intérêt assez démesuré pour les valeurs w et z choisies. Pourtant le but du microcrédit est principalement social. En effet il semblerait que l'IMF doive renoncer à maximiser son gain au profit de celui des emprunteurs et appliquer alors un taux d'intérêt plus faible.

Remarque : avec des valeurs différentes pour w et z, l'optimum change du tout au tout. Et l'IMF pourrait avoir à renoncer à une part moins importante de son gain potentiel. Ici r et w ont été choisis comme tels pour maximiser la cohérence des simulations précédentes.

Bien entendu selon l'évolution des paramètres, cet optimum diffère. Lorsqu'on fait augmenter la probabilité pour un emprunteur de réussir son projet, on comprend que notre optimum diminue, l'IMF peut se permettre de réduire le cout de son prêt puisqu'il devrait être plus fréquemment remboursé. Toutefois, encore avec z. En effet plus l'emprunt de l'IMF est couteux, plus il le répercute sur le prêt qu'il octroie.

Enfin, pour mieux comprendre les différents choix de Khodr concernant la formalisation du modèle, nous nous sommes demandé quelles différences y avait-il de passer de E1 à B1 avec une probabilité gamma plutôt que d'E1 à B0 avec la même probabilité. C'est sur la matrice de transition que porte les modifications à apportées. La distribution stationnaire qui en découle est la suivante :
PI*= [62%, 15%, 0.7%, 0.7%, 13%]au lieu de PI*= [70%, 7%, 0.7%, 0.7%, 13%]
On remarque un déplacement d'environ 7% de B0 vers B1. Il est souhaitable pour le type de modèle choisi d'avoir le maximum d'individu possible en B0, car cela signifie que les emprunteurs remboursent. En ce qui concerne les valeurs inter temporelles, on se rend compte qu'en traçant les histogrammes les représentant on obtient une répartition

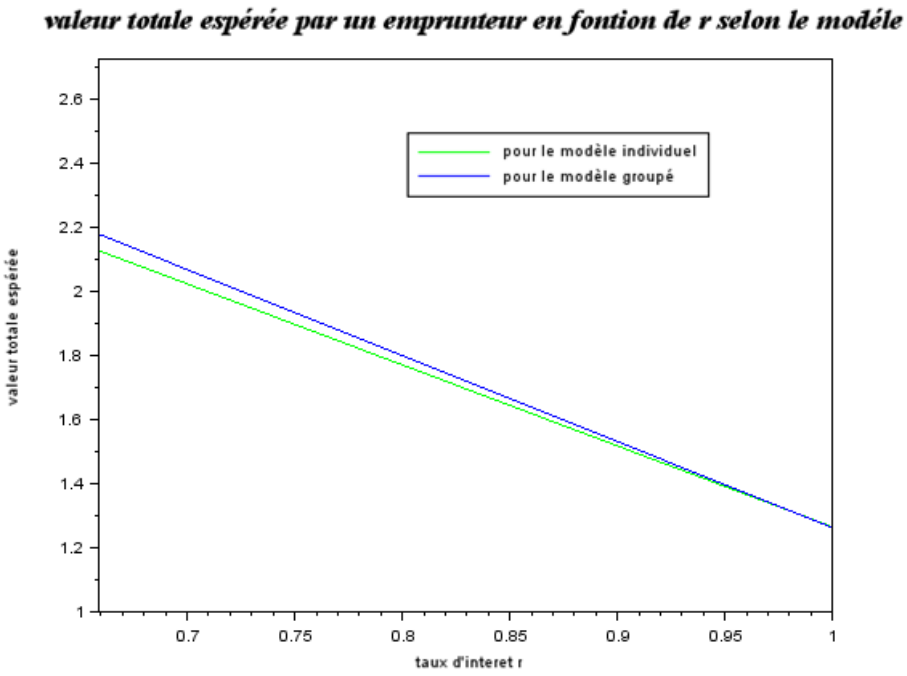
sensiblement similaire. Les moyennes de ses valeurs sont également proches 1,4851491 contre 1,5276066 avant notre modification. Il semblerait que la moyenne des gains soit légèrement inférieure. A la suite de ces observations, il ne nous a pas paru pertinent de modifier le modèle concernant la probabilité gamma de passage entre l'état E1 et l'état B0.

Mener ce genre d'expériences sur les modèles permit d'éliminer d'éventuelles pistes non pertinentes mais plus important encore, cela a accru notre connaissance du modèle lors de sa prise en main. Chose nécessaire pour pouvoir ensuite les comparer.

4) COMPARAISON DES DEUX MODELES

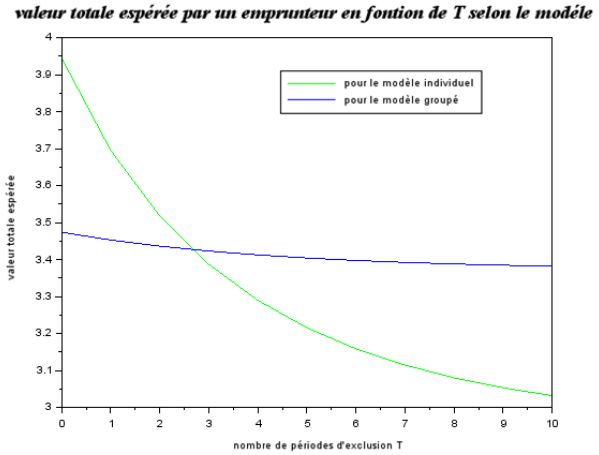
Code Scilab 4

Le microcrédit est avant tout destiné à aider les emprunteurs à développer leur activité. Obtenant un certain rendement à partir de l'investissement rendu possible grâce à l'IMF, celui-ci semble être un bon moyen de juger de la bonne marche du microcrédit. Le système marche si ce revenu espéré par l'emprunteur est de plus en plus élevé. En effet cela signifierait qu'il continue de toucher des bénéfices c'est-à-dire d'investir dans son activité, et par conséquent qu'il arrive à rembourser les premiers emprunts sans quoi l'IMF ne lui ferait plus de prêt. Ainsi ce revenu espéré peut représenter un critère d'évaluation du modèle. Aussi peut-on l'utiliser comme critère de comparaison entre deux modèles. Dans notre cas il s'agit du modèle individuel, et du modèle groupé.
La valeur espérée par l'emprunteur dépend en grande partie du taux d'intérêt appliqué par l'IMF. Nous faisons varier le taux d'intérêt r et comparons l'évolution de ce revenu espéré pour déterminer le model pour lequel il est maximal.



On constate aisément que le revenu total espéré par un emprunteur est toujours supérieur dans le cas du modèle groupé tant que le taux d'intérêt est inférieur à 0.985 ce qui en pratique est une certitude. Il est trivial que le cas contraire rendrait l'emprunt inutile. Enfin, pour les valeurs des paramètres choisies le modèle groupé serait plus avantageux que le modèle simple. Cela justifie que Khodr décida de généraliser le modèle étudié par Tedeschi à un modèle de prêt groupé. Il est ainsi mieux pour les candidats aux prêts de souscrire à un prêt groupé plutôt qu'à un prêt individuel.

Par ailleurs nous avons montré précédemment la vitesse à laquelle le revenu espéré de l'emprunteur a tendance à décroitre lorsque l'on augmente la durée de la phase d'exclusion alors composée de T périodes. Nous tenons là un deuxième point de comparaison de nos deux modèles. En effet les gains des emprunteurs dans les deux modèles sont fonctions décroissantes du nombre de périodes d'exclusion T mais dans le cas du modèle individuel la perte de gain est bien plus rapide. De ce fait, à partir d'un certain nombre de périodes, trois en l'occurrence, il est plus intéressant pour le candidat à un prêt de souscrire à un prêt groupé plutôt qu'à un prêt individuel. On peut le comprendre notamment par le fait qu'il existe deux états qui contiennent des bénéficiaires de prêts, ce qui signifie moins de monde dans la phase d'exclusion qui sont alors privés de la possibilité d'emprunter.



Enfin, le nombre d'emprunteurs qui se retrouve dans un état de bénéficiaire est voulue maximal, du fait de la visée sociale. Observer la répartition stationnaire dans chacun des deux modèles permet de se rendre compte que dans le cas du modèle individuel il y'a 0.6818182de bénéficiaires lorsqu'il y'en a 0.7772021 du côté du modèle groupé, états bénéficiaires B0 et B1 confondus. Point de comparaison qui penche une fois encore en faveur du modèle de prêt groupé.

Toutefois il faut reconnaitre que nous comparons ici deux objets mathématiques qui sont différents, bien qu'appartenant à la même grande famille des chaines de Markov. C'est à chaque étude comparative, une unique variable qui est considérée tandis que les paramètres restants sont fixés. Pourtant du fait des différences de mécanismes, d'états et de matrices de passages, on ne peut pas affirmer que toute chose est égale par ailleurs. Cette remarque nous oblige à relativiser ces études comparatives.

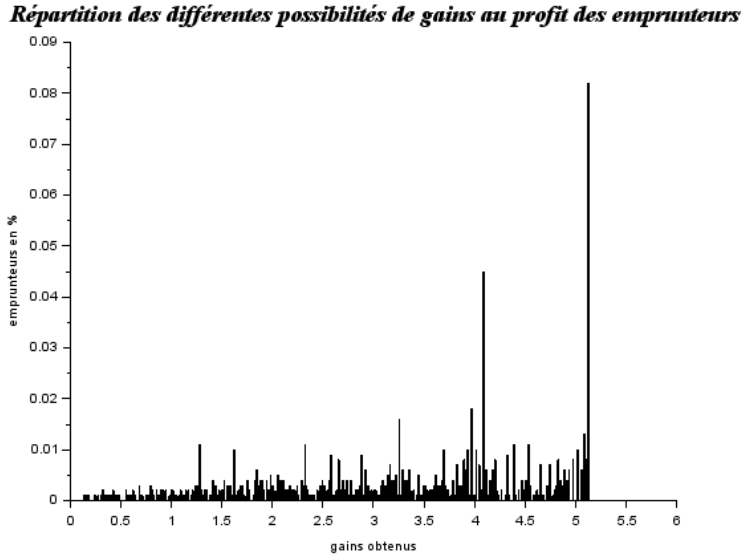
II-Simulations des modèles de Khodr

1) Modèle individuel

Code Scilab 5

Après la prise en main des modèles, la compréhension que l'on en avait en fut améliorer. Reste alors à savoir ce que l'on peut tirer des résultats de ces mêmes modèles. Pour cela Nous allons dans cette partie lancer des simulations et tenter d'interpréter les différentes trajectoires qui en découlent.
Une fois qu'un individu fait son entrée dans le modèle, à chaque fin de période, sa position au sein des états est revue. Il peut soit migrer vers un Etat différent soit rester dans l'Etat où il se trouve. Lorsqu'un certain nombre de période c'est écoulé, l'itinéraire des états qu'il a parcouru correspond à sa trajectoire. Pour qu'elle puisse être utile à l'étude, le nombre de périodes au bout desquelles elle est considérée, est choisie suffisamment grand. Ce sont maintenant les trajectoires de ces différents individus qui nous intéressent. Peut-être peut-on en déduire une typologie qui permettrait d'identifier une marche spécifique aux différents modèles, individuel et groupé de Khodr.

Ces trajectoires restent complexes à déterminer car simulées de manière aléatoire à travers les modèles. Toutefois on cherche à en faire la lecture à travers les gains comptabilisés au terme de chaque trajectoire. Le gain obtenu par un individu est différent selon les états qu'il a parcourus, selon le temps qu'il est resté dans tel ou tel état et selon le moment auquel il est passé dans tel ou tel état du fait de l'actualisation. Grace aux fonctions de gains on peut tenter de conjecturer sur les chemins empruntés par des individus qui auront comptabilisé un certain type de revenu, car même si certaines trajectoires peuvent donner le même gain à un emprunteur, il y'a des trajectoires qui restent incompatibles avec un certain type de gains. On peut essayer de les identifier.



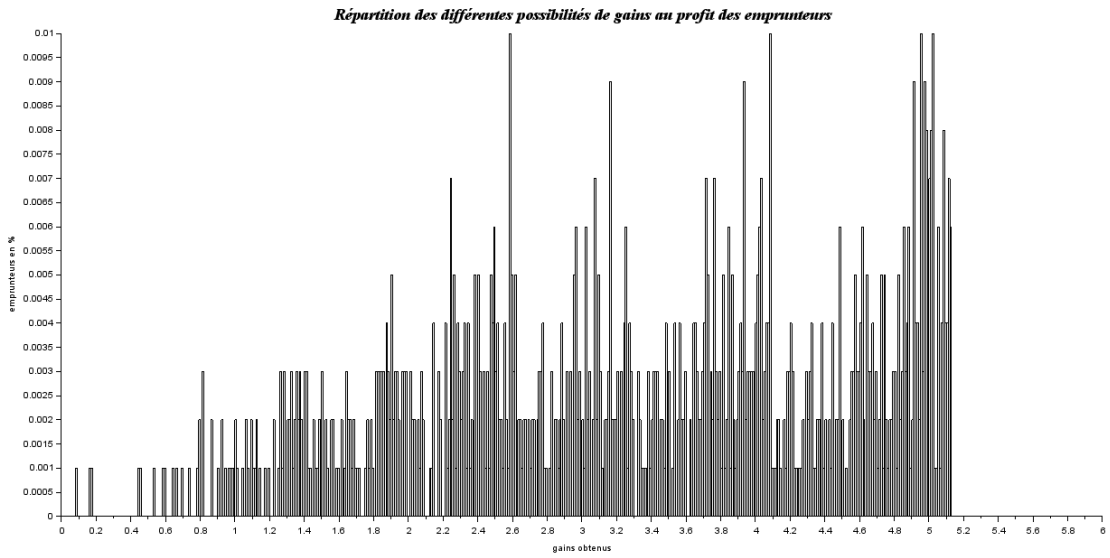
Calculer les revenus atteignables par les emprunteurs peut se faire de différentes manières. Après simulations, le gain obtenu en moyenne est 3.2417176. Et en passant par le calcul d'espérance du revenu fourni par Khodr on obtient 3.2692271. Les trajectoires obtenues sont pour ainsi dire plus fiables.

Les résultats montrent plusieurs groupes d'individus parmi lesquels 7 semblent se distinguer en représentant chacun plus d'1% de l'effectif total des emprunteurs. Parmi ces 7 groupes, 2 d'entre eux sortent du lot, représentant plus de 4% et plus de 8% de l'effectif des emprunteurs. Les plus grandes disparités sont celles des effectifs des groupes. Il se trouve que les deux groupes les plus importants enregistrent des gains parmi les plus importants. Mis à part eux, de petits groupes parviennent à acquérir tous types de gains.

2) Modèle groupé

Code Scilab 6

De même, par soucis d'exactitude, nous calculons le gain obtenu en moyenne de manière empirique. Il est de 3.3349636. Le calcul d'espérance du revenu est de 3.3622391. On peut alors supposer la fiabilité de nos conjectures.



Le panel des gains obtenus par les différents groupent d'individu est le méme que dans le modèle précédent. Les groupes d'individus sont bien plus pauvres en effectifs chacun, ne dépassant pas 1% de l'effectif total des emprunteurs.

3) Choix du nombre de classe et Interprétation des trajectoires

Analyse des histogrammes des trajectoires:

Après avoir effectué des simulations des modèles de Khodr il est assez compliqué de donner un sens précis à ce que nous voyons, les histogrammes affichés ne sont pas si explicatifs, dans cette sous-partie nous allons étudier deux méthodes afin de palier à cette difficulté, en premier lieu nous allons essayer de changer les classes de l'histogramme afin de donner un sens aux résultats, puis secondement nous allons essayer de faire de la prédiction envers les fortes probabilités du modèle, tout ceci dans le but de retirer le maximum d'information des simulations.

A) Choix du nombre de classe :

D'après la définition même d'un histogramme celui-ci varie en fonction de ses classes, il est donc intéressant de regarder les classes en fonction de plusieurs paramètres :
-le nombre de défaut
-le moment du défaut
-le moment où le contrat est accepté
-le nombre de fois où son contrat est refusé

Cette étude peut être très compliquée pour un grand nombre d'étapes n, car le problème ici est un problème de combinatoire.
Nous allons rechercher un nombre de classe afin de pouvoir « mieux » représenter les histogrammes, dans cette sous-partie n'oublions pas que le but est de donner du sens aux histogrammes.

i) Modèle individuel :

Code Scilab 7

Différents types de trajectoires de 20 étapes en partant de l'état E1 (donc l'état 5) :
-Rapportant le minimum de gain :
Min=[5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5]=0 (en gain)

Rapportant le maximum de gain :
Max= [5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=4.0850601

Esquissons un histogramme uniquement en fonction du nombre de défauts.
Nous allons étudier l'impact du moment du défaut et regarder la valeur de la trajectoire maximale, qui est équivalente à la trajectoire avec le défaut le plus tardif.

Trajectoire avec un défaut, compris entre [0,4.0663251]

[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2]=4.0663251 =meilleure trajectoire avec un défaut
[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3]=4.0429064
[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4]=4.013633
[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5]=3.9770413
[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1]=3.9313016
[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1]=3.892862
[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1]=3.8448124
[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1]=3.7847505
[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1]=3.7096731
[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1]=3.6158263
[5,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1]=3.4985179
[5,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,4,1,1,1,1,1,1,1,1]=3.3518823
[5,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=3.1685879
[5,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=2.9394699
[5,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=2.6530723
[5,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=2.2950753
[5,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=1.8475791
[5,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=1.2882089
[5,1,2,3,4,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5]=0

Trajectoire avec deux défauts, compris entre [0,3.874127]

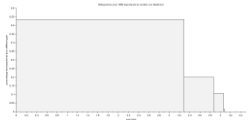
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,2]=3.874127= meilleure trajectoire avec deux défauts
a=[5,1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5]=0

Trajectoire avec trois défauts, compris entre [0,3.2875848]

a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,1,2]=3.2875848 = meilleure trajectoire avec trois défauts
a=[5,1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,5,5,5,5]=0

Donc le résultat est que :
- une trajectoire parfaite rapporte à l'emprunteur un gain de 4.0850601.
- une trajectoire avec un défaut rapporte au maximum 4.0663251.
- une trajectoire avec deux défauts rapporte au maximum 3.874127.
- une trajectoire avec trois défauts rapporte au maximum 3.2875848.

Nous allons avec ces valeurs créer un histogramme avec ces classes :
[0,3.2875848 [, [3.2875848,3.874127[, [3.874127,4.0663251[, [4.0663251, 4.0850601]



Cet histogramme nous démontre que la plus petite classe (la première en partant de la droite) représente les trajectoires parfaites, celle à sa gauche représente les « meilleures » trajectoires avec un défaut, dans cette classe il ne peut pas y avoir de trajectoire avec plus d'un défaut.
La classe encore à sa gauche représente la classe des « meilleurs » trajectoires avec deux défauts et les trajectoires avec un défaut un peu moins « bonnes », mais dans cette classe il ne peut pas y avoir de trajectoire avec plus de deux défauts.
La classe la plus grande représente les autres trajectoires.

<u>Maintenant nous allons esquisser un histogramme en fonction du moment du défaut.</u>

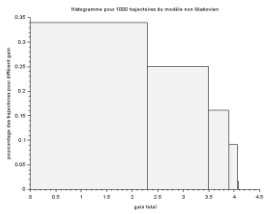
Quelque exemple :

Défaut dans les cinq premières étapes, compris entre [0,2.2950753]
[5,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=1.2882089
[5,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=1.8475791
[5,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=meilleure trajectoire pour un défaut dans les cinq premières étapes=2.2950753

Défaut de 6 à 10, compris entre [0,3.4985179]
[5,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=2.6530723
[5,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=2.9394699
[5,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=3.1685879
[5,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1]=3.3518823
[5,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1]=meilleure trajectoire pour un défaut dans les étapes compris en six et dix=3.4985179

Défaut de 11 à 15, compris entre [0,3.892862]
[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1]=3.6158263
[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1]=3.7096731
[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1]=3.7847505
[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1]=3.8448124
[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1]=meilleure trajectoire pour un défaut dans les étapes compris en onze et quinze=3.892862

Défaut de 16 à 20, compris entre [0,4.0663251]
[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2]=meilleure trajectoire pour un défaut dans les étapes compris en seize et vingt=4.0663251



Cet histogramme nous démontre que la plus petite classe (la première en partant de la droite) est toujours la même et ici représente les trajectoires parfaites.
La classe à sa gauche représente les trajectoires ayant eu maximum un défaut dans les cinq dernières étapes, si une trajectoire a eu un défaut dans les étapes d'un à quinze elle ne pourra pas appartenir à cette classe.
La classe à la gauche de celle-ci représente les trajectoires ayant eu maximum un défaut dans les étapes de onze à quinze, si une trajectoire a eu un défaut dans les étapes d'un à dix elle ne pourra pas appartenir à cette classe.
La classe à la gauche de celle-ci représente les trajectoires ayant eu maximum un défaut dans les étapes de six à dix, si une trajectoire a eu un défaut dans les étapes d'un à cinq elle ne pourra pas appartenir à cette classe.
La classe la plus grande représente les autres trajectoires.

La première classe est assez importante car la probabilité de défaut dans les 5 premières étapes est assez élevée.

Les 3 trajectoires possibles :
(1) E1->B->E4->E3->E2
(2) E1->B->B->E4->E3
(3) E1->B->B->B->E4

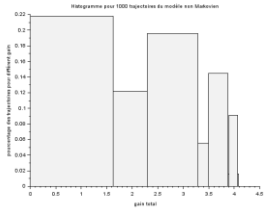
Probabilité de défaut dans les 5 premières étapes en partant de E1 probabilité notée p.

p= proba(1)+proba(2)+proba(3) car ce sont des évènements indépendants

Avec :
α=0.9
γ=0.6
proba(1)=γ*(1-α)*1*1=0.6*0.1*1*1=0.06
proba(2)=γ*α*(1-α)*1=0.6*0.9*0.1*1*1=0.054
proba(3)=γ*α*α*(1-α)=0.6*0.9*0.9*0.1=0.0486
p=0.06+0.054+0.0486=0.1626=16.26%
Par la méthode d'approximation de Monte Carlo on peut donc dire qu'environ 16.26% de la première classe de l'histogramme représente les trajectoires avec un défaut subit durant les 5 premières étapes.

La prochaine étape est de réunir toutes les différentes valeurs calculées ici et d'y ajouter les valeurs maximales selon la date d'entrée dans le modèle (calculé en dessous) afin de définir des classes plus complexes qui permettent de tirer un maximum d'information visuelles.

Maximum pour différent moment d'entré dans le modèle
Maximum pour rentrer en étapes deux
[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=4.0850601
Maximum pour rentrer en étapes trois
[5,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=3.2530601
Maximum pour rentrer en étapes quatre
[5,5,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=2.5874601
Maximum pour rentrer en étapes cinq
[5,5,5,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=2.0549801
Maximum pour rentrer en étapes six
[5,5,5,5,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=1.6289961



Définition des classes de la gauche vers la droite :

-les trajectoires qui ne sont pas rentrées après six étapes, ou rentrées mais plusieurs défauts

- les trajectoires qui sont rentrées avant trois étapes et qui ont eu un défaut entre l'étape une et cinq

- les trajectoires rentrées à la première étape qui n'ont pas eu de défaut entre l'étape un et cinq et avec maximum trois défauts

- les trajectoires rentrées à la première étape qui n'ont pas eu de défaut entre l'étape une et cinq, avec moins de trois défauts, mais avec un défaut entre l'étape six et dix

- les trajectoires rentrées à la première étape qui n'ont pas eu de défaut entre l'étape une et dix, avec deux défauts maximums

- les trajectoires rentrées à la première étape qui n'ont pas eu de défaut entre l'étape une et dix, avec maximum un défaut entre l'étape onze et quinze

- les trajectoires rentrées à la première étape qui n'ont pas eu de défaut entre l'étape une et quinze, avec maximum un défaut entre l'étape seize et vingt

- les trajectoires rentrées à la première étape qui n'ont pas eu de défaut entre l'étape une et vingt

ii) Modèle groupé :

Code Scilab 8

Nous allons utiliser la même méthode pour le modèle groupé mais cette fois-ci nous allons directement afficher l'histogramme « final » avec toutes les classes réunies.
Par contre pour le modèle groupé il faut tenir compte du type de défaut, si les deux ne remboursent pas les deux agents vont avoir T périodes d'exclusions, si un agent rembourse et l'autre non, celui qui ne rembourse pas va avoir T1 périodes d'excluions, avec pour chaque trajectoire un départ en E1 donc 6.

min=[6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6]=0
max=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=5.1063251 =trajectoire parfaite.

Nombre de défaut

19 trajectoires possibles, compris entre [0,5.0829064]
non11=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3]=5.0829064= maximum pour une trajectoire avec un défaut
non12=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4]
non13=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5]
non14=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6]
non15=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1]
non16=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1]
non17=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1]
non18=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1]
non19=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1]
non111=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1]
non112=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1]
non113=[6,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1]
non114=[6,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
non115=[6,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
non116=[6,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
non117=[6,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
non118=[6,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
non119=[6,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
non200=[6,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
non999=[6,3,4,5,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6]

Valeurs pour deux non défauts en T entre [0,4.8426587] :
max2non=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,3]=4.8426587= maximum pour une trajectoire avec deux défauts en T
min2non=[6,1,3,4,5,6,1,3,4,5,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6]=0

Valeurs pour deux non défauts en T1 entre [0, 4.9713016] :
max2non=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,5,6,1,5]=4.9713016= maximum pour une trajectoire avec deux défauts en T1
min2non=[6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,1,5,6,1,5]=0

3 non remboursements en T entre [0, 4.109481] :
max3non=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,3,4,5,6,1,3]=4.109481= maximum pour une trajectoire avec trois défauts en T
min3non=[6,1,3,4,5,6,1,3,4,5,6,1,3,4,5,6,6,6,6,6]=0

3 non remboursements en T1 entre [0, 4.7533234]:
max3non=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,5,6,1,5,6,1,5]=4.7533234= maximum pour une trajectoire avec trois défauts en T1

Moment et type du défaut

Défaut en T les 5 premières étapes, entre [0,2.8688442] :
d1=[1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
d2=[1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
d3=[1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
d4=[6,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=maximum pour une trajectoire ayant subi un défaut T durant les cinq premières étapes=2.8688442

Défaut en T1 les 5 premières étapes entre [0,3.4822611] :
dd4=[6,1,1,1,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=maximum pour une trajectoire ayant subi un défaut T1 durant les cinq premières étapes =3.4822611

Défaut en T de 6 à 10entre [0,4.3731474] :
d5=[1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
d6=[1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
d7=[1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
d8=[1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1]
d9=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1]=maximum pour une trajectoire ayant subi un défaut T durant les étapes de six à dix=4.3731474

Défaut en T1 de 6 à 10 entre [0,4.5741518] :
D9=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=maximum pour une trajectoire ayant subi un défaut T1 durant les étapes de six à dix=4.5741518

Défaut en T 11 à 15 entre [0,4.8660774] :
D10=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1]
d11=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1]
d12=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1]
d13=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1]
d14=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1]=maximum pour une trajectoire ayant subi un défaut T durant les étapes de onze à quinze=4.8660774

Défaut en T1 11 à 15 entre [0,4.9319426] :
d14=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,5,6,1,1,1,1]=maximum pour une trajectoire ayant subi un défaut T1 durant les étapes de onze à quinze=4.9319426

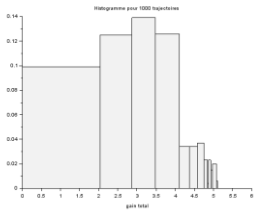
Défaut en T 16 à 20 entre [0,5.0829064] :
d15=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3]=maximum pour une trajectoire ayant subi un défaut T durant les étapes de seize à vingt =5.0829064

Défaut en T1 16 à 20 entre [0,5.0829064] :
d15=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,5]=maximum pour une trajectoire ayant subi un défaut T1 durant les étapes de seize à vingt=5.0829064

Maximum pour rentrée en étapes deux
d17=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=5.1063251
Maximum pour rentrée en étapes trois
d17=[6,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=4.0663251
Maximum pour rentrée en étapes quatre
d18=[6,6,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=3.2343251
Maximum pour rentrée en étapes cinq
d18=[6,6,6,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=2.5687251
Maximum pour rentrée en étapes six
d19=[6,6,6,6,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]=2.0362451

Après avoir réuni toutes les valeurs ci-dessus, nous venons de construire de nouvelles classes toujours dans le même but d'offrir un compte rendu visuel explicite.
L'histogramme comporte les classes suivantes.

[0, max entrée après 6 étapes, max défaut En T de 1 à 5,max défaut En T1 de 1 à 5, max 3 défaut T, max défaut en T de 6 à 10, max défaut en T1 de 6 à 10, max 3 défauts T1, max 2 défauts T, max défaut en T de 11 à 15, max défaut en T1 de 11 à 15, max 2 défauts T1, max 1 défaut T(ou T1, ils sont égaux) et défaut en T(ou T1) de 16 à 20, max]



B) Prédiction de forte probabilité

Code Scilab 9

Après avoir étudié les histogrammes avec la méthode de choix de classe, nous allons maintenant nous intéresser à une explication des « pics » de probabilités des simulations de trajectoires.

Selon la définition de nos paramètres (voir au-dessus).
Les trajectoires les plus probables sont :

- Traj1=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]

Proba(Traj1)=γ*(α^19)=8.10511%
Pour un gain=5.1250601

- Traj2=[5,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
  Proba(Traj1)=γ*(α^18)*(1-γ)=3.60227%
  Pour un gain=4.0850601

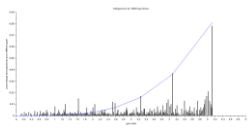
- Traj3=[5,5,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]

Proba(Traj1)=γ*(α^17)*(1-γ)^2=1.60101%
Pour un gain=3.2530601

Nous cherchons une méthode afin de pouvoir déduire d'une valeur de gain ou de probabilité d'une trajectoire de forte probabilité la suivante et toutes les autres.
Pour passer de la probabilité 8.10511% à 3.60227%, il faut multiplier par ((1-γ)/α)
Pour passer de la probabilité8.10511% à 1.60101% il faut multiplier par ((1-γ)/α)^2
Pour passer de n étapes il faut multiplier par ((1-γ)/α)^n

Pour passe de 5.1250601 de gain à 4.0850601 il faut retirer delta*(w-(1+r))
Pour passe de 5.1250601 de gain à 3.2530601 il faut retirer delta*(w-(1+r))*(1+delta)
Pour passer de n étapes il faut retirer (w-(1+r))*delta*(1+delta+delta^2+....+delta^n-1)

Esquissons les simulations avec les valeurs pour n=20, et des prévisions faites sur les pics des plus grosses probabilités.



On remarque une même cyclicité que celle observée au-dessus mais cette fois-ci pour des plus petites valeurs de gains et de probabilités, essayons d'expliquer cela.

- Trajj1=[5,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
  Trajj11=[5,5,5,5,5,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
  Proba(Traj1)=(γ^2)*(1-α)(α^14)=0.82356%
  Pour un gain=1.6289961

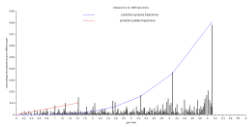
- Trajj2=[5,5,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
  Trajj22=[5,5,5,5,5,5,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
  Proba(Traj1)=(γ^2)*(1-γ)*(1-α)*(α^13)=0.36603%
  Pour un gain=1.2882089

- Trajj3=[5,5,5,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
  Trajj33=[5,5,5,5,5,5,5,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1]
  Proba(Traj1)=(γ^2)*(1-γ)^2*(1-α)*(α^12)=0.16268%
  Pour un gain=1.015579

Pour passer de la probabilité 0.82356% à 0.36603% il faut multiplier par (1-γ)/α
Pour passer de la probabilité 0.82356% à 0.16268% il faut multiplier par ((1-γ)/α)^2
Pour passer de n étapes ((1-γ)/α)^n
Vérifiable facilement en étudiant par combinatoire

Pour passe de 1.6289961 de gain à 1.2882089 il faut retirer (delta^6)*(w-(1+r))
Pour passe de 1.6289961 de gain à 1.0155791 il faut retirer (w-(1+r))*(delta^6)*(1+delta)
Pour passer de n étapes il faut retirer(w-(1+r))*(delta^6)*(1+delta+delta^2+....+delta^n-1)
Vérifiable facilement en étudiant par combinatoire

Reprenons le graphe d'avant en y ajouter les probabilités plus petites ici calculées.



Conclusion : Même si les trajectoires dépendent totalement des paramètres définis, en prenant des paramètres réalistes, nous remarquons qu'il est possible de faire ressortir un phénomène prévisible.
D'après la définition des modèles et du micro crédit, on peut reconnaitre les fortes probabilités et donc définir des courbes dépendant des paramètres afin de pouvoir prévoir les probabilités les plus fortes, il est donc possible en définissant des paramètres de créer des contrats en ayant une idée des trajectoires les plus probables.

III-Mise en place de nouveaux modèles

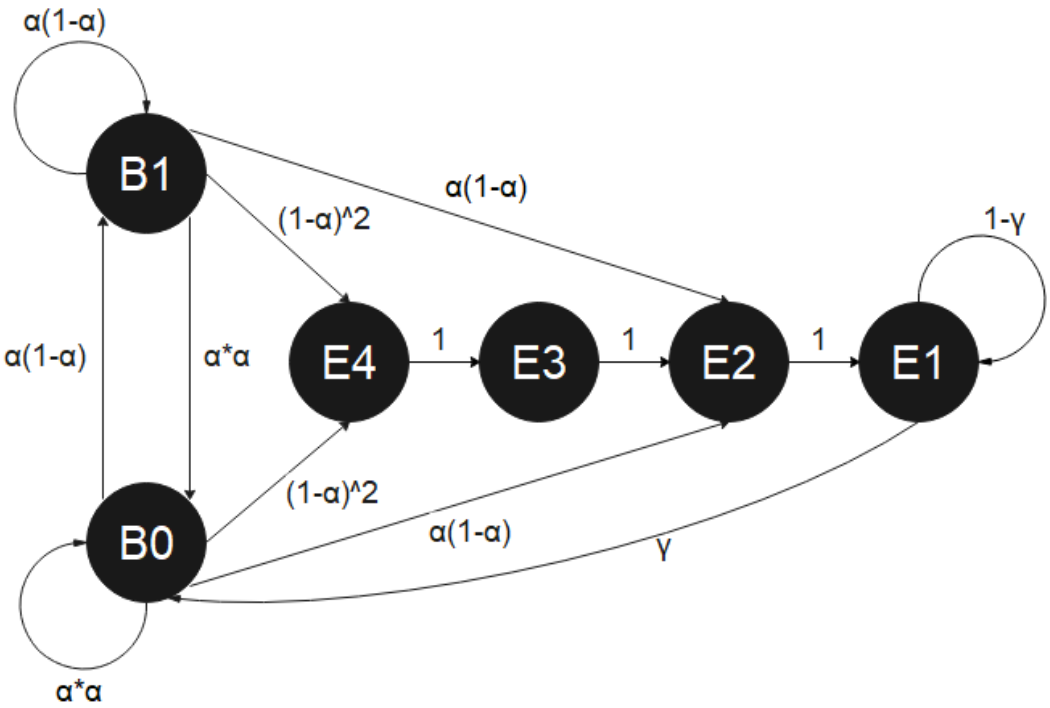
Dans ce chapitre nous avons créé différents modèles de micro finances en s'inspirant des modèles de Khodr.
Nous allons les comparer afin de comprendre les avantages et inconvénients de chacun d'entre eux, avec une approche théorique à ne pas confondre avec une approche réelle.

1) Modèle groupé avec bonus ou exclusion

Code Scilab 10

Pour commencer nous avons mis en place un modèle qui récompense les agents remboursant très souvent mais qui également exclu définitivement les agents qui ne remboursent pas plusieurs fois, dans le but de se protéger des défauts stratégiques malgré l'hypothèse d'absence d'opportunité d'arbitrage.
Plus précisément à la signature du premier contrat un agent à le droit à 5 défauts maximum, cependant si un agent rembourse 10 fois de suite il a le droit à un bonus (un défaut supplémentaire) de plus avec un maximum de 4 bonus, donc un agent qui rembourse très souvent aura le droit à un maximum de 9 défauts.
Ici, le modèle avec ses valeurs est adapté à une population d'un pays pauvre remboursant à une périodicité très courte (ex : hebdomadairement), son but est d'inciter un agent à rembourser très souvent et de sortir les agents qui mettent en cause l'intégrité de l'IMF.
Cependant ce modèle n'est pas Markovien, ce qui empêche l'utilisation d'outils mathématique adaptés aux chaines de Markov.

Chaine de Markov
La chaine de Markov est exactement la même que pour le modèle groupé de Khodr, ce qui implique que la matrice de transition est également la même.



La fonction de revenu intertemporel est la même, la méthode utilisée ici est la modification des trajectoires des agents exclu du modèle.
Si un agent à un comportement adéquat il ne risque rien et pourra rester dans le modèle (sa trajectoire restera la même).
Nonobstant un agent qui ne respecte pas le contrat sort du système (modification de sa trajectoire).

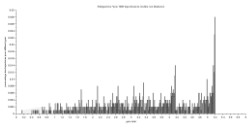
Exemple :

Trajectoire d'un agent respectant le contrat :
[6->1->-1->1->…..->1->2->3->4->5->6->6->1->1->1….->1]
Sa trajectoire comporte 1 défaut et 2 fois 10 remboursements de suite, il a donc cumulé 2 bonus, il a droit au commencement à 5 défauts et avec ses deux bonus il avait droit à 7 défauts, il en a « consommé » un donc il lui reste 6 défauts, sa trajectoire respecte le contrat, elle reste la même et il ne sort pas du modèle.

Trajectoire d'un agent ne respectant pas le contrat :
[6->1->2->3->4->5->6->1->2->3->4->5->6->1->2->3->4->5->6->1->2->3->4->5->6->1->6->
1->2->3->4->5->6->1->……->1]
Sa trajectoire comporte 6 défauts et 0 fois 10 remboursements de suite, il a cumulé 0 bonus, il a donc droit à 5 défauts, il a consommé tous ses défauts, sa trajectoire ne respecte pas le contrat, elle change (uniquement rempli de 0 dès le non-respect du contrat) et il sort du modèle.

Trajectoire changée en :
[6->1->2->3->4->5->6->1->2->3->4->5->6->1->2->3->4->5->6->1->2->3->4->5->6->1->6->1->2->3->4->5->6->0->……->0]

Représentation des différentes trajectoires :



La moyenne obtenue pour ses trajectoires est de 3.466715.
Par comparaison la moyenne des trajectoires du modèle groupé de Khodr est de 3.4078772.
Aux vues des moyennes elles sont très proches, en modifiant la trajectoire de certain agent et en les excluant on se protège de certain problème de nombreux défauts de la part de ses agents mais ses mêmes agents exclus gagneront en moyenne bien évidemment moins.

2) Modèle avec compteur utilisant 2 taux

Le modèle étudié ici est Markovien, la spécificité de ce modèle est la mise en place de 2 taux, si l'agent rembourse deux fois de suite (à un taux r0=20%) il aura droit à un taux d'intérêt plus bas et donc plus intéressant (ici nommé r1=15%) pour les prochains remboursements, mais dès qu'un défaut survient sont taux pour la prochaine fois est bien évidemment le taux de départ à savoir r0.

a) Modèle individuel

Code Scilab 11

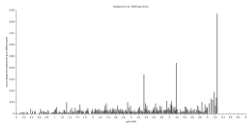
Nous allons étudier pour commencer le modèle individuel.
La chaine de Markov est la même que pour le modèle individuel de Khodr, donc également la matrice de transition, ce qui change c'est la fonction de revenu intertemporel.

Fonction de revenu intertemporel :

$$f(x,y,c) = \begin{cases} w-(1+r0) & si\ (x,y)=(B,B)\ et\ c(x)=0 \\ w-(1+r1) & si\ (x,y)=(B,B)\ et\ c(x)=1 \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Avec c(x) le vecteur compteur (remplit de 0 ou 1) qui permet grâce à l'historique des remboursements de l'agent de savoir à quel taux l'agent doit rembourser.

Représentation des différentes trajectoires :



La moyenne de ces différentes trajectoires est 3.3917216.
Par comparaison la moyenne pour le modèle individuel de Khodr est de 3.2903535.
En comparant uniquement avec la moyenne on remarque que pour le modèle avec le système des deux taux en moyenne le gain de l'emprunteur est supérieur, et la valeur maximum de gain (s'il rembourse à chaque étape) est supérieur également pour le modèle avec le bonus, ce qui est facilement explicable avec les formules de calcul de gain, si r diminue le gain est supérieur, plus r est bas moins le crédit est cher donc le gain est supérieur.

b) Modèle groupé

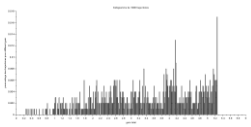
Code Scilab 12

Nous allons maintenant étudier le modèle groupé.
La chaine de Markov est la même que pour le modèle groupé de Khodr, donc également la matrice de transition, ce qui change c'est la fonction de revenu intertemporel.

Fonction de revenu intertemporel :

$$f(x,y,c) = \begin{cases} w-(1+r0) & si\ (x,y) = (B0,B0)\ ou\ (B1,B0)\ et\ c(x) = 0 \\ w-(1+r1) & si\ (x,y) = (B0,B0)\ ou\ (B1,B0)\ et\ c(x) = 1 \\ w-(1+r0+q) & si\ (x,y) = (B0,B1)\ ou\ (B1,B1)\ et\ c(x) = 0 \\ w-(1+r1+q) & si\ (x,y) = (B0,B1)\ ou\ (B1,B1)\ et\ c(x) = 1 \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Représentation des différentes trajectoires :



La moyenne de ces différentes trajectoires est 3.4568288.
Par comparaison la moyenne pour le modèle groupé de Khodr est de 3.4078772.
Comme pour le modèle individuel, on peut en tirer la même conclusion, il est logique de par la définition de la fonction du revenu intertemporel que pour le modèle avec le compteur et les deux taux les gains obtenus en moyenne soient supérieur au gain du modèle de Khodr.

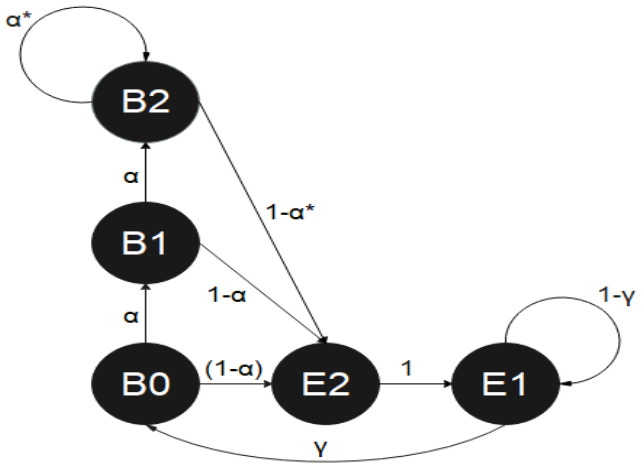
3) Modèle utilisant 2 taux sans compteur

Après avoir réalisé ces deux modèles et après les avoirs comparés sur uniquement les différentes valeurs de gain inter temporel, nous ne sommes pas satisfaits des conclusions qui se font sur uniquement la vision de l'emprunteur, on a donc eu l'idée de crée un modèle avec bonus mais cette fois ci nous allons changer la chaine de Markov utilisée, afin de pouvoir comparer les différentes distributions stationnaires. Et ceci nous permet de bien mieux évaluer l'impact d'un éventuel bonus.

a)Modèle individuel

Code Scilab 13

Chaine de Markov :



Le modèle définit 3 états de bénéficiaire, B0, B1, B2, les états B0 et B1 sont équivalents sur le plan du gain (ceci est vérifiable avec la même probabilité de réussite alpha), car en B0 et B1 le revenu d'une période est le même (car même taux d'intérêt soit r), la seule différence est que B0 est le première état après que le contrat est était accepté, et après une réussite et donc un remboursement l'agent se « déplace » en B1, puis si il s'en suit encore une réussite (c'est-à-dire deux réussites de suite) il se « déplace » en B2 et à partir de deux réussites de suite le bonus « s'active » le taux d'intérêt passe de r à r*, avec r>r*, le contrat est donc plus intéressant pour l'emprunteur, et les remboursements qui s'en suivent sont moindres ce qui implique que la probabilité de réussite devient plus grande (car si le remboursement est moins

cher, la probabilité de rembourser est supérieur) avec α* la probabilité de réussir après deux réussites, et bien évidemment α*>α .

Matrice de transition du modèle individuel avec deux taux.

$$P = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 & 1-\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 1-\alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha^* & 1-\alpha^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \gamma & 0 & 0 & 0 & 1-\gamma \end{pmatrix}$$

Fonction de revenu intertemporel

$$f(x,y) = \begin{cases} w-(1+r) & si\ (x,y) = (B0,B1)\ ou\ \ (B1,B2) \\ w-(1+r^*) & si\ (x,y) = (B2,B2) \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Etudions la différence de bénéficiaire dans la distribution stationnaire entre le modèle individuel de Khodr et le modèle avec deux taux.
PII : matrice de transition du modèle individuel de Khodr
Répartition de la distribution stationnaire : 0.7894737 0.0789474 0.1315789

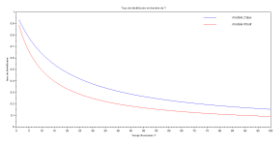
P : matrice de transition du modèle individuel avec 2 taux
Répartition de la distribution stationnaire : 0.04815410.04333870.7800963 0.0481541 0.0802568
Pour le modèle d'individuel de Khodr il n'y a qu'un état de bénéficiaire (B) =78.94% environ.
Pour le modèle avec 2 taux il y a 3 états bénéficiaires (B0, B1, B2) = 0.0481541 + 0.0433387 + 0.7800963=0.8715891=87,16%

Regardons l'évolution des taux de bénéficiaire pour quelque valeur de T temps d'exclusion :

T=1 :
-avec 2 taux : 97.5683%
-modèle Khodr : 85.71429%
T=2 :
-avec 2 taux : 87.15891%
-modèle Khodr : 78.94737%
T=3 :

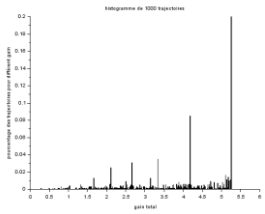
-avec 2 taux : 83.15467%
-modèle Khodr : 73.17073%
T=4 :
-avec 2 taux : 79.5022%
-modèle Khodr : 68.18182%
T=5 :
-avec 2 taux : 76.15708%
-modèle Khodr : 63.82979%

Essayons de tracer le taux de bénéficiaire en fonction de T pour les deux modèles, (avec α=0.9 et α*=0.95) pour être certain que ce sont des fonctions décroissantes de T et que le modèle avec 2 taux détient toujours le taux de bénéficiaire le plus élevé.



Ce graphique nous confirme que le taux de bénéficiaires des deux modèles est bien évidemment décroissant pour les deux modèles, si les agents exclus le sont pour plus longtemps il est logique qu'à long terme il y est plus de bénéficiaire, on remarque également que le modèle individuel avec deux taux détient un taux de bénéficiaire plus élevé que le modèle individuel de Khodr.

Représentation des différentes trajectoires :



La moyenne de ces différentes trajectoires est 3.7965011.
Par comparaison la moyenne pour le modèle individuel de Khodr est de 3.2903535.

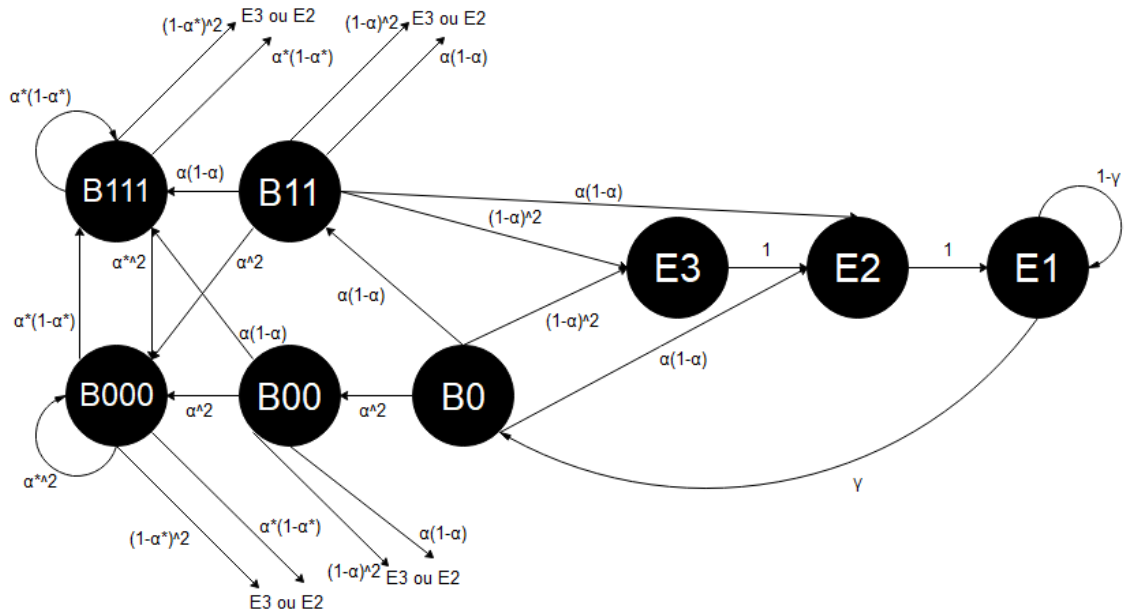
En comparant le modèle individuel de Khodr et ce modèle-ci on remarque qu'au point de vu de la moyenne et du taux de bénéficiaire ce modèle est supérieur, ce qui en fait théoriquement le modèle le plus efficace sur ces points de vus.

b) Modèle Groupé

Code Scilab 14

Maintenant nous allons faire la même chose mais pour le modèle groupé.

Chaine de Markov :



Même fonctionnement qu'avec le modèle individuel, sauf que les actions des deux agents sont liées entre eux.

Après que le contrat ait été accepté l'agent se trouve dans l'état B0, à partir de là s'il rembourse il ira dans l'état B00 si son pair rembourse également, sinon il ira dans l'état B11 et devra donc rembourser en plus de son contrat une partie q du contrat de son pair.

S'il se trouve dans l'état B00 ou B11 c'est la même situation que B0, car s'il rembourse et son pair également il ira dans l'état B000, s'il rembourse et que son pair fait défaut il ira en B111et devra rembourser la même partie q en plus de son contrat.

Les états B0 et B00 sont les mêmes en termes de gain, cependant à partir de deux remboursements consécutifs (c'est-à-dire être dans l'état B000 ou B111) comme pour le modèle simple le taux d'intérêt diminue et passe à r* donc la probabilité de rembourser augmente pour la même raison que le modèle simple, le remboursement est moins onéreux.

A chaque état de bénéficiaire il y a une probabilité de défaut, peu importe l'état si l'agent fait défaut et son pair également il ira en ET ici E3 donc exclu pour 3 périodes, si l'agent fait défaut et son pair non il ira en ET1 ici E2 donc exclu pour 2 périodes.

Matrice de transition différente du modèle groupé sans bonus.

$$P = \begin{pmatrix} 0 & \alpha^2 & \alpha(1-\alpha) & 0 & 0 & (1-\alpha)^2 & \alpha(1-\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha^2 & \alpha(1-\alpha) & (1-\alpha)^2 & \alpha(1-\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha^2 & \alpha(1-\alpha) & (1-\alpha)^2 & \alpha(1-\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha^{*2} & \alpha^*(1-\alpha^*) & (1-\alpha^{*2})^2 & \alpha^*(1-\alpha^*) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha^{*2} & \alpha^*(1-\alpha^*) & (1-\alpha^{*2})^2 & \alpha^*(1-\alpha^*) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\gamma \end{pmatrix}$$

Dans l'ordre : B0->B00->B11->B000->B111->E3->E2->E1

Revenu intertemporel

$$f(x,y) = \begin{cases} w-(1+r) & si\ (x,y) = (B0,B00)ou(B00,B000)ou(B11,B000) \\ w-(1+r+q) & si\ (x,y) = (B0,B11)ou(B00,B111)ou(B11,B111) \\ w-(1+r^*) & si\ (x,y) = (B000,B000)ou(B111,B000) \\ w-(1+r^*+q) & si\ (x,y) = (B000,B111)ou(B111,B111) \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Différence de bénéficiaire dans la distribution stationnaire entre le modèle groupé de Khodr et le modèle groupé avec deux taux.

Modèle sans bonus :

P : matrice de transition du modèle groupé de Khodr
Répartition de la distribution stationnaire : 0.71279370.0704961 0.0078329 0.078329 0.1305483

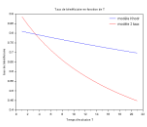
Modèle avec bonus :
PP : matrice de transition du modèle individuel avec 2 taux
Répartition de la distribution stationnaire :
0.04801650.03889340.00432150.73702950.040838 0.002857 0.0480165 0.0800275

Somme des proportions des deux états bénéficiaires (B0, B1) du modèle groupé de Khodr=0.7832898=78.33%
Somme des proportions des cinq états bénéficiaires (B0, B00, B11, B000, B111) du modèle groupé avec 2 taux= 0.8690989=86.9%

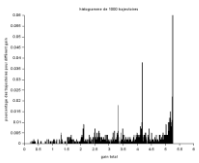
T=1 :
-avec 2 taux :86.9099%
-Khodr groupé :78.32898%
T=2 :
-avec 2 taux :82.92798%
-Khodr groupé :77.72021%
T=3 :
-avec 2 taux :79.29496%
-Khodr groupé :77.12082%
T=4 :
-avec 2 taux :75.9669%
-Khodr groupé :76.53061%
T=5 :
-avec 2 taux :72.90695%
-Khodr groupé :75.94937%

Les taux de bénéficiaire en fonction de T semblent décroissants, mais il semble qu'à partir de T=4 le taux de bénéficiaire pour le modèle sans bonus soit plus conséquent. (Tout en sachant que les grandes valeurs de T ne sont pas très réalistes).
Essayons de tracer le taux de bénéficiaire en fonction de T pour les deux modèles, (avec α=0.9 et α^*=0.95) pour être certain que ce sont des fonctions décroissantes.

Comme pour les modèles individuels, le taux de bénéficiaire diminue en fonction de T, cependant pour le modèle groupé on remarque que pour un T supérieur ou égal à 4 le taux de bénéficiaire est supérieur pour le modèle de Khodr.



Représentation des différentes trajectoires :



La moyenne de ces différentes trajectoires est 3.7239302.
Par comparaison la moyenne pour le modèle groupé de Khodr est de 3.4078772. En comparant le modèle groupé de Khodr et ce modèle-ci on remarque qu'au point de vu de la moyenne ce modèle est supérieur, mais au point de vue du taux de bénéficiaire c'est plus compliqué, pour un temps d'exclusion T<4 le modèle avec 2 taux est le plus intéressant mais pour un T >=4 c'est l'inverse.

Aux vues des modèles individuels et groupés il semble que le modèle avec 2 taux soit généralement meilleur.

4) Modèle avec possibilité de remboursement partiel

Après étude des différents modèles utilisés durant ce mémoire nous nous sommes rendu compte que le micro crédit avait une forte connotation sociale, et tout le modèle étudié jusqu'ici ne comprenait que deux issues (solution binaire), le remboursement ou le défaut.

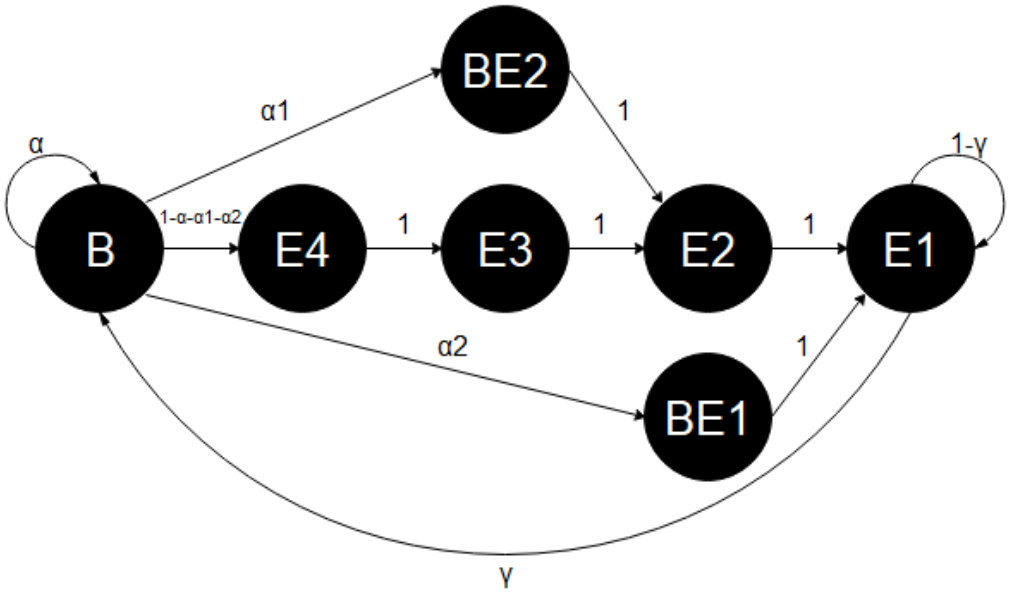
Imaginons un agent avec un contrat de microcrédit plus complexe, si lors du remboursement il se trouve que son projet ne lui permet pas de rembourser la totalité de sa dette, celui-ci ne peut rembourser que partiellement (ex : 90%), il est dommage pour les deux parties (IMF, agent) de l'exclure du contrat pendant toute les périodes T, car ceci entraine logiquement une perte pour les deux et pourtant tous les modèles jusqu'ici régissaient comme ceci.

Nous allons donc créer un modèle qui permet de rembourser partiellement.

a) Modèle individuel

Code Scilab 15

Chaine de Markov



α = probabilité de rembourser intégralement la dette

α_1 = probabilité de rembourser 50% de la dette

α_2 = probabilité de rembourser 80% de la dette

Dans ce modèle, en plus du fonctionnement de remboursement du modèle individuel de Khodr, si l'agent rembourse uniquement 50% de la dette avec une probabilité α_1, au lieu d'être exclu pendant 4 périodes, il le sera pour 2.
Si l'agent rembourse uniquement 80% de la dette, au lieu d'être exclu pendant 4 périodes, il se sera pour 1.

Cependant il faut vérifier l'absence de stratégie de défaut :

$$w - (1 + r) + \delta V(B) \geq w - 0.5(1 + r) + \delta V(BE2)$$

Et

$$w - (1 + r) + \delta V(B) \geq w - 0.8(1 + r) + \delta V(BE1)$$

Calcul fait et hypothèses validées pour les valeurs des paramètres utilisés lors de ce mémoire.

<u>Matrice de transition modèle individuel paiement partiel.</u>

$$P = \begin{pmatrix} \alpha & \alpha 1 & \alpha 2 & 1 - \alpha - \alpha 1 - \alpha 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \gamma \end{pmatrix}$$

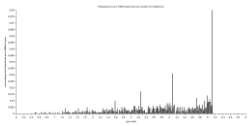
Dans l'ordre: B->BE2->BE1->E4->E3->E2->E1

<u>Revenu total espéré.</u>

$$f(x,y) = \begin{cases} w - (1 + r) & si\ (x,y) = (B,B) \\ w - 0.5 * (1 + r) & si\ (x,y) = (B,BE2) \\ w - 0.8 * (1 + r) & si\ (x,y) = (B,BE1) \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Avec ce modèle pour T=4 nous avons 78,29268% de bénéficiaire à l'équilibre ce qui est une valeur assez élevée par rapport aux autres modèles individuels.

Représentation des différentes trajectoires :



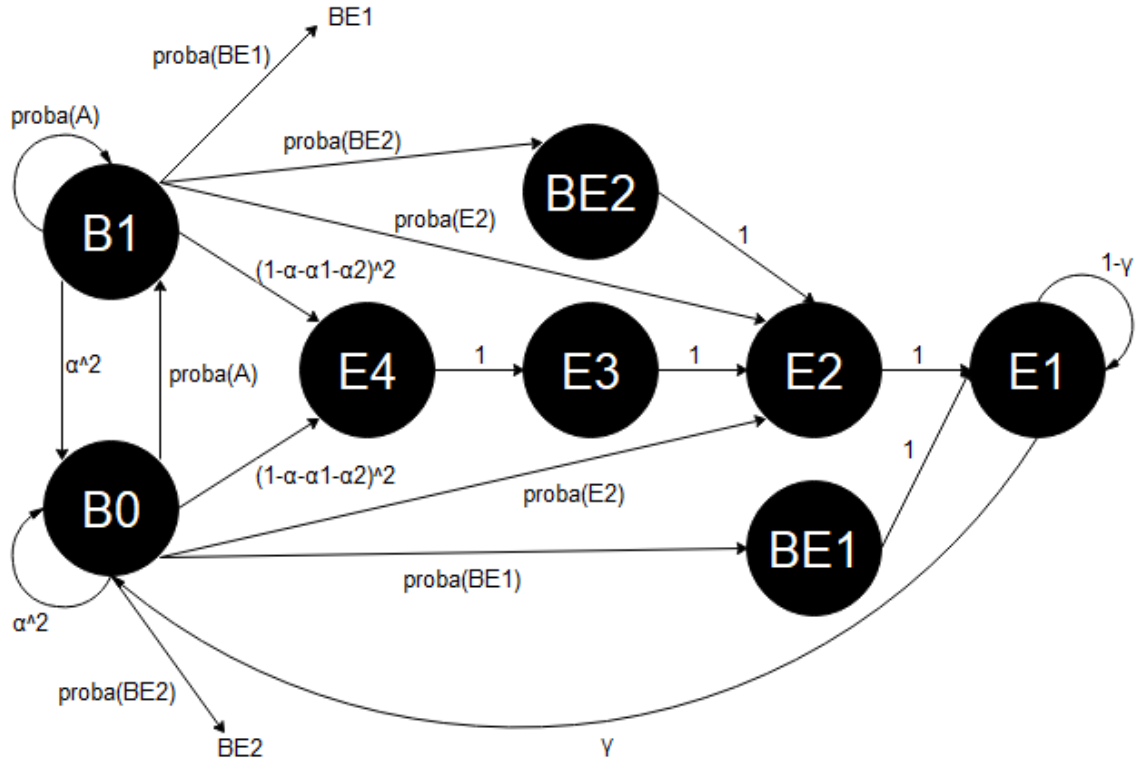
La moyenne de ces différentes trajectoires est 3.7631898.
Par comparaison la moyenne pour le modèle individuel de Khodr est de 3.2903535.

Ce modèle est très intéressant car il est clair qu'il n'y a que très peu de petite valeur quasi inexistante en termes de gain, bien évidemment ceci est relié tout simplement au fait que la probabilité de défaut du modèle baisse en permettant des remboursements partiels.

b) Modèle groupé

Code Scilab 16

Chaine de Markov



Calcul des probabilités

Probabilité de remboursement pour un individu :

α= probabilité de rembourser à 100%

α1= probabilité de rembourser à 50%

α2= probabilité de rembourser à 80%

Après que le contrat a été accepté l'agent se trouve en B0, si l'agent rembourse à 100% et son pair également il reste en B0, si l'agent rembourse 100% et son pair fait défaut ou rembourse mais uniquement partiellement, il se déplace dans l'état B1.

Si l'état de départ est B1 c'est la même procédure.

Si l'agent est en B0 ou B1 et ne rembourse que 80% peu importe le comportement de son pair il se déplace en BE1.

Si l'agent est en B0 ou B1 et ne rembourse que 50% peu importe le comportement de son pair il se déplace en BE2.

Si l'agent fait défaut et son pair également il se déplace en ET (ici E4).

Si l'agent fait défaut et son pair fait un remboursement total ou partiel, il se déplace en ET1 (ici E2).

Explication et calcul des probabilités :

	100%	80%	50%	0%
100%	α^2	$\alpha(\alpha_2)$	$\alpha(\alpha_1)$	$\alpha(1-\alpha-\alpha_1-\alpha_2)$
80%	$\alpha(\alpha_2)$	$\alpha_2{}^2$	$\alpha_1\alpha_2$	$\alpha_2(1-\alpha-\alpha_1-\alpha_2)$
50%	$\alpha(\alpha_1)$	$\alpha_1\alpha_2$	$\alpha_1{}^2$	$\alpha_1(1-\alpha-\alpha_1-\alpha_2)$
0%	$\alpha(1-\alpha-\alpha_1-\alpha_2)$	$\alpha_2(1-\alpha-\alpha_1-\alpha_2)$	$\alpha_1(1-\alpha-\alpha_1-\alpha_2)$	$(1-\alpha-\alpha_1-\alpha_2)^2$

La probabilité d'avoir deux remboursements à 100% : (->B0)

α^2

La Proba(A)= probabilité d'avoir un remboursement à 100% et l'autre défaut ou remboursement partielle : (->B1)

$\alpha(\alpha_2) +\alpha(\alpha_1) + \alpha(1-\alpha-\alpha_1-\alpha_2)$

La Proba(BE1) =probabilité d'avoir un remboursement à 80% et l'autre n'importe quoi : (->BE1)

$\alpha(\alpha_2) +\alpha_2{}^2+ \alpha_1\alpha_2 + \alpha_2(1-\alpha-\alpha_1-\alpha_2)$

La Proba(BE2)= probabilité d'avoir un remboursement à 50% et l'autre n'importe quoi : (->BE2)

$\alpha(\alpha_1) + \alpha_1\alpha_2 + \alpha_1{}^2 + \alpha_1(1-\alpha-\alpha_1-\alpha_2)$

La probabilité d'avoir deux défauts : (->E4)

$(1-\alpha-\alpha_1-\alpha_2)^2$

La probabilité d'avoir un défaut et l'autre un remboursement total ou partiel : (->E2) :

$\alpha(1-\alpha-\alpha_1-\alpha_2) + \alpha_2(1-\alpha-\alpha_1-\alpha_2) + \alpha_1(1-\alpha-\alpha_1-\alpha_2)$

Matrice de transition du modèle groupé paiement partiel.

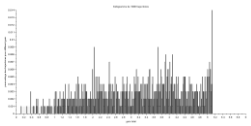
$$P = \begin{pmatrix} \alpha\text{^}2 & proba(A) & proba(BE2) & proba(BE1) & (1-\alpha-\alpha1-\alpha2)\text{^}2 & 0 & proba(E2) & 0 \\ proba(A) & \alpha\text{^}2 & proba(BE2) & proba(BE1) & (1-\alpha-\alpha1-\alpha2)\text{^}2 & 0 & proba(E2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\gamma \end{pmatrix}$$

Dans l'ordre: B0->B1->BE2->BE1->E4->E3->E2->E1

Revenu total espéré.

$$f(x,y) = \begin{cases} w-(1+r) & si\ (x,y) = (B0,B0) ou\ (B1,B0) \\ w-(1+r+q) & si\ (x,y) = (B0,B1) ou (B1,B1) \\ w-0.8*(1+r) & si\ (x,y) = (B0,BE1) ou (B1,BE1) \\ w-0.5*(1+r) & si\ (x,y) = (B0,BE2) ou (B1,BE2) \\ 0 & sinon \end{cases}$$

Représentation des différentes trajectoires :



La moyenne de ces différentes trajectoires est 3.1915497.

Par comparaison la moyenne pour le modèle groupé de Khodr est de 3.4078772.

Avec ce modèle pour T=4 nous avons 81.77511% de bénéficiaire à l'équilibre ce qui est la valeur la plus élevée par rapport à tous les autres modèles.

Tableau comparatif des modèles avec T=4 :

		KHODR	Non Markovien	Compteur deux taux	Deux taux sans compteurs	Remboursement partiel
Individuel	Moyenne	3.2903535		3.3917216	3.7965011	3.7631898
	Max	5.1250601		5.2501778	5.2501778	5.133707
	Bénéficiaire	68.18182%		68.18182%	79.5022%	78.29268%
Groupé	Moyenne	3.4078772	3.466715	3.4568288	3.7239302	3.1915497
	Max	5.1250601	5.199884	5.2501778	5.2501778	5.1250601
	Bénéficiaire	76.53061%	76.53061%	76.53061%	75.9669%	81.77511%

Avec le tableau récapitulatif des modèles, on remarque que les moyennes et les taux de bénéficiaires sont différents pour plusieurs modèles et parfois il y a une différence vraiment importante. Le problème de ces modèles est qu'ils sont très dépendants des paramètres, et en changeant la valeur de ces paramètres l'explication des modèles diffère. C'est pourquoi même en définissant la valeur des paramètres avec des analyses empiriques il faut comprendre qu'il existe une frontière entre les modèles mathématiques et la réalité !

Conclusion

Au Bengladesh, la Gramen Bank affichait un taux de remboursement très élevé à savoir de 98%, dans d'autres pays les résultats sont moins reluisants. Au Sénégal par exemple, on enregistre près de 30% de défauts de paiements dans certaines institutions de microfinance.

Nous verrons modestement ressortir de nos travaux, deux principaux apports à la problématique qui est la nôtre : renforcer la viabilité des modèles connus de microcrédits.

Premièrement, on rappelle que nous nous sommes placés pour notre étude dans des situations vraisemblables. En effet les paramètres ont été choisis en fonction des hypothèses de survie du modèle et sous la supervision d'une économiste Nahla dhib qui veillait à la cohérence des choix et de Francine Diener dont l'expérience dans le domaine n'est plus à prouver.
Dès lors nous avons comparé l'impact de plusieurs types d'incitation au remboursement, parfois en les cumulant. Le tableau récapitulatif à la fin du mémoire en est la trace la plus concise. Ceci permet à ceux qui partagent notre problématique d'avoir une idée du type d'incitation à renforcer et de faire le tri entre les modes d'incitations qui à premières vues valent le coup d'être creusées et les autres peut être moins intéressantes.

Deuxièmement, il a été porté à notre attention que les instituts de microfinance, utilisent des modèles et notamment des codes qu'ils empruntent à la finance classique. En réalité, les objectifs de ces deux types de finances sont différents et les caractéristiques des emprunteurs le sont encore plus. Ce n'est pas un hasard si les individus participant au microcrédit furent d'abord exclus du système. Cela n'empêche pas de nombreux IMF de calquer leurs modèles traditionnels à la microfinance. Nos travaux fournissent entre autres des éléments de formalisation et de codes qui permettraient à ces mêmes institutions d'opérer une transition vers la conception de modèles plus adaptées à leurs activités.

Parmi les sciences sociales, l'économie est celle qui de loin utilise le plus les mathématiques. Formaliser des raisonnements économiques à l'aide des mathématiques permet de concevoir des modèles qui font de cette science inexacte une science relativement expérimentale. Ainsi le réel but de tels travaux fut de savoir dans quelles mesures ces mêmes raisonnements, dont Tedeschi -qui nous le rappelons est une économiste avant tout- est à l'origine, sont applicables. On a alors essayé de connaitre leur élasticité.

BIBLIOGRAPHIE

Source commune : https://math.unice.fr/~diener/Mifi/ *

- Osman Khodr. *Modèles dynamiques des innovations du microcrédit. Thèse de doctorat, Juillet 2011. **

- Francine Diener and Khodr. *Mathematical model for individual and group lending microcredit. Proceedings of the 16th Mathematical Conference of Bangladesh Mathematical Society, Dhaka, Bangladesh 17-19 December 2009.**

- Francine Diener, Marc Diener, Nahla Dhib*. Valeur espérée d'un microcrédit dans un modèle de chaine de Markov. Janvier 2013**

- Mohammed HAMDANE. Analyse mathématique des taux d'intérêts et risques en microcrédit. Année Universitaire 2015 / 2016

Ouvrages utilisés

- Gwendolyn Alexander Tedeschi. "Here today, gone tomorrow: Can dynamic incentives make microfinance more flexible?". Journal of development economics, 2005.

- *Muhammad Yunus, Banker to the Poor, "Micro-Lending and the Battle Against World Poverty", 1999.*

- *Christian Robert, « Méthodes de Monte Carlo par chaînes de Markov », 1996.*

Codes Scilab

Code Scilab 1

```
r=0.2;
T=4;
delta=0.8;
alpha=0.9;
z=0.07;
gammma=0.6;
E=(gammma*delta)/(1-delta*(1-gammma));
Beta=0.25;
q=Beta*(1+r);//q=0.3
T1=2;
w=2.5;
//modéle individuel
//matrice de transition
PII=zeros(T+1,T+1);
PII(1,1)=alpha;PII(1,2)=1-alpha;
fori=2:T
PII(i,i+1)=1;
end;
PII(T+1,1)=gammma;PII(T+1,T+1)=1-gammma;
//fonction de revenue sur une période
functionf=f(x, y);
ifX1(x)==1&X1(y)==1then
f=w-(1+r);
elsef=0;
end;
endfunction;
//revenu total espéré
VSE=zeros(T+1,1);
VSE(1,1)=alpha*(w-(1+r))*(1/(1-(alpha*delta+(1-alpha)*E*delta^T)));
fori=1:T
VSE(i+1,1)=alpha*(w-(1+r))*(E*delta^(i-1)/(1-(alpha*delta+(1-alpha)*E*delta^T)));
end;
```

Code Scilab 2

```
//modèle groupé
//matrice de transition
PII2=zeros(T+2,T+2);
PII2(1,1)=alpha^2;PII2(1,2)=alpha*(1-alpha);PII2(1,3)=(1-alpha)^2;PII2(1,T-T1+3)=alpha*(1-alpha);
PII2(2,1)=alpha^2;PII2(2,2)=alpha*(1-alpha);PII2(2,3)=(1-alpha)^2;PII2(2,T-T1+3)=alpha*(1-alpha);
fori=3:T+1
PII2(i,i+1)=1;
end;
PII2(T+2,1)=gammma;PII2(T+2,T+2)=1-gammma;
//fonction de revenue sur une période
functionf2=f2(x, y);
if(Y1(x)==1&Y1(y)==1)||(Y1(x)==2&Y1(y)==1)then
f2=w-(1+r);
elseif(Y1(x)==1&Y1(y)==2)||(Y1(x)==2&Y1(y)==2)then
f2=w-(1+r+q);
elsef2=0;
end;
endfunction;
//revenu total espéré
WS=zeros(T+2,1);
WS(1,1)=(alpha*(w-(1+r)-(1-alpha)*q))*(1/(1-(alpha*delta+(1-alpha)*(alpha*(delta^T1)+(1-
alpha)*(delta^T))*E)));
WS(2,1)=(alpha*(w-(1+r)-(1-alpha)*q))*(1/(1-(alpha*delta+(1-alpha)*(alpha*(delta^T1)+(1-
alpha)*(delta^T))*E)));
fori=1:T
WS(i+2,1)=(alpha*(w-(1+r)-(1-alpha)*q)*(E*delta^(i-1)))*(1/(1-(alpha*delta+(1-
alpha)*(alpha*(delta^T1)+(1-alpha)*(delta^T))*E)));
end;
```

Code Scilab 3

```
//résolution VSP -VSE=0
functionVSpb=VSpb(x);VSpb=(alpha*(1+x)-(1-z))*(1/(1-(alpha*delta+(1-alpha)*E*delta^T)))
endfunction;
y=[0:0.05:1];
plot(y,VSpb);
w=1.5;
functionVSeb=VSeb(x);VSeb=alpha*(w-(1+x))*(1/(1-(alpha*delta+(1-alpha)*E*delta^T)))
endfunction;//=0 en r=0.8
y=[0:0.05:1];
plot(y,VSeb);
functionVSET=VSET(x);VSET=alpha*(w-(1+x))*(E*delta^(1-1)/(1-(alpha*delta+(1-
alpha)*E*delta^T)))
endfunction;
y=[0:0.05:1];
plot(y,VSET);
functionVSETp=VSETp(x);VSETp=(alpha*(1+x)-(1-z))*(E*delta^(1-1)/(1-(alpha*delta+(1-
alpha)*E*delta^T)))
endfunction;
y=[0:0.05:1];
plot(y,VSETp);
```

Code Scilab 4

```
functionVSET=VSET(x);VSET=alpha*(w-(1+r))*(E*delta^(1-1)/(1-(alpha*delta+(1-
alpha)*E*delta^x)))
endfunction;
y=[1:0.01:10];
plot(y,VSET);
functionWSS1=WSS1(x);WSS1=(alpha*(w-(1+r)-(1-alpha)*q)*(E*delta^(1-1)))*(1/(1-
(alpha*delta+(1-alpha)*(alpha*delta^T1+(1-alpha)*(delta^x))*E)))
endfunction;
plot(y,WSS1);
```

Code Scilab 5

```
//simulation trajectoire modèle individuel

Vt=zeros(1,M);//vecteur de toutes les trajectoires (la somme des gains pour chaque trajectoire)
forj=1:M//M trajectoires
X=grand(n,'markov',PII,Dep1);//commencer en Dep1 chaque trajectoire
X1=zeros(1,n+1);//X1 afin de pouvoir inclure le depart dans la trajectoire (ce que ne fais pas grand)
X1(1,1)=Dep1;
fori=1:n
X1(1,i+1)=X(i)
end;

V0=zeros(1,n+1);//gain pour chaque trajectoire et chaque étape
fori=1:n// à partir de 2 car pour i=1 f(i-1,i)=0
V0(1,i)=(delta^(i-1))*(f(i,i+1))//Espérance de f
end;
V=sum(V0);//gain total de une trajectoire
Vt(j)=V;//remplissage du vecteur de la somme des gains pour chaque trajectoire
end;

xset("window",1);
histplot([0:0.01:5.5],Vt)
xtitle(' histogramme de 1000 trajectoires')
xlabel('gain total')
ylabel('pourcentage des trajectoires pour différent gain')
```

Code Scilab 6

```
//simulation trajectoire modèle groupé

Wt=zeros(1,M);//vecteur de toutes les trajectoires (la somme des gains pour chaque trajectoire)
forj=1:M//M trajectoires
Y=grand(n,'markov',PII2,Dep2);//commencer en Dep2 les trajectoire
Y1=zeros(1,n+1);//Y1 afin de pouvoir inclure le depart dans la trajectoire (ce que ne fais pas grand)
Y1(1,1)=Dep2;
fori=1:n
Y1(1,i+1)=Y(i)
end;

W0=zeros(1,n);//gain pour chaque trajectoire et chaque étape
fori=1:n
if(Y1(i)==1&Y1(i+1)==1)||(Y1(i)==2&Y1(i+1)==1)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));//Espérance de f2
elseif(Y1(i)==1&Y1(i+1)==2)||(Y1(i)==2&Y1(i+1)==2)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));
end;
end;

W=sum(W0);//gain total de une trajectoire
Wt(j)=W;//remplissage du vecteur de la somme des gains pour chaque trajectoire
end;
EE2=mean(Wt)//moyenne empirique
xset("window",1)
histplot([0:0.01:6],Wt)
xtitle(' histogramme de 1000 trajectoires')
xlabel('gain total')
ylabel('pourcentage des trajectoires pour différent gain')
n=20;
M=1000;//nombre de trajectoires
```

```
//modéle individuel
PII=zeros(T+1,T+1);
PII(1,1)=alpha;PII(1,2)=1-alpha;
fori=2:T
PII(i,i+1)=1;
end;
PII(T+1,1)=gammma;PII(T+1,T+1)=1-gammma;

Vt=zeros(1,M);
functionf=f(x, y);
ifX(x)==1&X(y)==1then
f=w-(1+r);
elsef=0;
end;
endfunction;
forj=1:M
XX=grand(n-1,'markov',PII,1);//commencer en E1
X=zeros(1,n);
X(1,1)=5;
fori=1:n-1
X(1,i+1)=XX(1,i);
end;
V0=zeros(1,n);
fori=2:n// à partir de 2 car pour i=1 f(i-1,i)=0
V0(1,i)=(delta^(i-1))*(f(i-1,i))//Espérance de f
end;
V=sum(V0);
Vt(j)=V;
end;

EE=mean(Vt)//moyenne empirique

maxx=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//4.0850601

functionff=ff(x, y);
ifmaxx(x)==1&maxx(y)==1then
ff=w-(1+r);
elseff=0;
end;
endfunction;

V00=0;
fori=2:n
V00=V00+(delta^(i-1))*(ff(i-1,i))
end;
//trajectoire max = 2.1288711
//trajectoire min = 0

minn=[5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5];
maxx=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];
functionff=ff(x, y);
ifmaxx(x)==1&maxx(y)==1then
```

```
ff=w-(1+r);
elseff=0;
end;
endfunction;
V00=0;
fori=2:n
V00=V00+(delta^(i-1))*(ff(i-1,i))
end;

//trajectoire avec 4 non remboursement = max de non remboursment pour n=20
non4=[1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,1,2,3,4,5];
functionfff=fff(x, y);
ifa(x)==1&a(y)==1then
fff=w-(1+r);
elsefff=0;
end;
endfunction;

V00=0;
fori=2:n
V00=V00+(delta^(i-1))*(fff(i-1,i));
end;
V00
//trajectoire=0

//1 non remboursement avec à chaque fois réaccepter dans le circuit
//19 trajectoire possibles
//entre [0,4.0850601]
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2];//=4.0663251
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3];//=4.0429064
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4];//=4.013633
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5];//=3.9770413
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1];//=3.9313016
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1];//=3.892862
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1];//=3.8448124
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1];//=3.7847505
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1];//=3.7096731
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1];//=3.6158263
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1];//=3.4985179
a=[5,1,1,1,1,1,1,2,3,4,4,1,1,1,1,1,1,1];//=3.3518823
a=[5,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1];//=3.1685879
a=[5,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1];//=2.9394699
a=[5,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=2.6530723
a=[5,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=2.2950753
a=[5,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=1.8475791
a=[5,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=1.2882089
a=[5,1,2,3,4,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5];//=0

//deux non remboursements
//entre [0,3.874127]
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,2];//=3.874127
a=[5,1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,5,5,5,5,5,5,5,5];//=0

//trois non remboursements
//entre [0,3.2875848]
```

```
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,1,2];//=3.2875848
a=[5,1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,1,2,3,4,5,5,5,5,5];//=0

xset("window",1)
histplot([0,3.2875848,3.874127,4.0663251,4.0850601],Vt)
xtitle('Histogramme pour 1000 trajectoires du modèle non Markovien')
xlabel('gain total')
ylabel('pourcentage des trajectoires pour différent gain')

// défaut dans les 5 premières étapes avec min=0
//quelque exemple (réaccepté directement)
//entre[0,2.2950753];
a=[5,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=1.2882089
a=[5,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=1.8475791
a=[5,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//max défaut 5 premières étapes=2.2950753

//défaut de 6 à 10 (compris) min=0
//entre [0,3.4985179]
a=[5,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=2.6530723
a=[5,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=2.9394699
a=[5,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=3.1685879
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1,1];//=3.3518823
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1,1];//max défaut de 6 à 10=3.4985179

//défaut de 11 à 15 (compris) min=0
//entre [0,3.892862]
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1,1];//=3.6158263
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1,1];//=3.7096731
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1,1];//=3.7847505
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1,1];//=3.8448124
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,3,4,5,1,1];//max défaut de 11 à 15=3.892862

//défaut de 16 à 20 (compris) min=0
//entre [0,4.0663251]

a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2];//max défaut de 16 à 20 =4.0663251
xset("window",1)
histplot([0,2.2950753,3.4985179,3.892862,4.0663251,4.0850601],Vt)
xtitle('Histogramme pour 1000 trajectoires du modèle non Markovien')
xlabel('gain total')
ylabel('pourcentage des trajectoires pour différent gain')

V00=0;
fori=2:n
V00=V00+(delta^(i-1))*(fff(i-1,i));
end;
V00

//moment d'entré dans le modéle
//max quand on rentre en étapes 2
a=[5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=4.0850601
//max quand on rentre en étapes 3
a=[5,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=3.2530601
//max quand on rentre en étapes 4
a=[5,5,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=2.5874601
```

```
//max quand on rentre en étapes 5
a=[5,5,5,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=2.0549801
//max quand on rentre en étapes 6
a=[5,5,5,5,5,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=1.6289961

xset("window",1)
histplot([0,1.6289961,2.2950753,3.2875848,3.4985179,3.874127,3.892862,4.0663251,4.0850601],Vt)
xtitle('Histogramme pour 1000 trajectoires du modèle non Markovien')
xlabel('gain total')
ylabel('pourcentage des trajectoires pour différent gain')

//[0,max apres pas entré aprés 6 étapes, max défaut de 1 à 5, max 3 défaut,max défaut de 6 à 10,max 2
défaut,max défaut de 11 à 15, max défaut de 16 à 20, max (trajectoire parfaite)]

functionfff=fff(x, y);
ifdd5(x)==1&dd5(y)==1then
fff=w-(1+r);
elsefff=0;
end;
endfunction;
V00=0;
fori=2:n
V00=V00+(delta^(i-1))*(fff(i-1,i))
end;
```

Code Scilab 8

```
//modèle groupé
PII2=zeros(T+2,T+2);
PII2(1,1)=alpha^2;PII2(1,2)=alpha*(1-alpha);PII2(1,3)=(1-alpha)^2;PII2(1,T-T1+3)=alpha*(1-alpha);
PII2(2,1)=alpha^2;PII2(2,2)=alpha*(1-alpha);PII2(2,3)=(1-alpha)^2;PII2(2,T-T1+3)=alpha*(1-alpha);
functionf2=f2(x, y);
if(Y(x)==1&Y(y)==1)||(Y(x)==2&Y(y)==1)then
f2=w-(1+r);
elseif(Y(x)==1&Y(y)==2)||(Y(x)==2&Y(y)==2)then
f2=w-(1+r+q);
elsef2=0;
end;
endfunction;
fori=3:T+1
PII2(i,i+1)=1;
end;
PII2(T+2,1)=gammma;PII2(T+2,T+2)=1-gammma;
Wt=zeros(1,M);
forj=1:M
Y=grand(n,'markov',PII2,6);//commencer en E1

W0=zeros(1,n);
fori=1:n-1
if(Y(i)==1&Y(i+1)==1)||(Y(i)==2&Y(i+1)==1)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));//Espérance de f2
elseif(Y(i)==1&Y(i+1)==2)||(Y(i)==2&Y(i+1)==2)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));
end;
end;

W=sum(W0);
Wt(j)=W;
end;

EE2=mean(Wt)//moyenne empirique

minn=[5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5,5];//=0
Y=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=5.1063251 non remboursement en T avec à chaque fois
réaccepter dans le circuit
//19 trajectoire possibles
//entre [0,2.9459568]
Y=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3];//=5.0829064
non12=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4];//=
non13=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5];//=
non14=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6];//=
non15=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1];//=
non16=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1];//=
non17=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1];//=
non18=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1];//=
non19=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1];//=
non111=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1];//=
non112=[1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1];//=
non113=[1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1];//=
```

```
non114=[1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1];//=
non115=[1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=
non116=[1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=
non117=[1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=
non118=[1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=
non119=[1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=
non200=[1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=
non999=[1,3,4,5,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6,6];//=
//deux non remboursements en T
//entre [0,4.8426587]
Y=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,3];//=4.8426587
min2non=[6,1,3,4,5,6,1,3,4,5,6,6,6,6,6,6,6,6,6];//=0

//deux non remboursements en T1
//entre [0,2.8944469]
Y=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,5,6,1,5];//=4.9713016

//trois non remboursements en T
//entre [0,2.4966835]
Y=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,3,4,5,6,1,3];//=4.109481
min3non=[6,1,3,4,5,6,1,3,4,5,6,1,3,4,5,6,6,6,6,6];//=0

//trois non remboursements en T1
//entre [0,2.7938416]
Y=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,5,6,1,5,6,1,5];//=4.7533234

// défaut en T les 5 premières étapes avec min=0
//quelque exemple (réaccepté directement)
//entre[0,2.8688442];
d1=[1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];
d2=[1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];
d3=[1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];
Y=[6,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//max défaut 5 premières étapes=2.8688442

// défaut en T1 les 5 premières étapes avec min=0
//entre[0,3.4822611];
Y=[6,1,1,1,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//max défaut 5 premières étapes=3.4822611

//défaut en T de 6 à 10 (compris) min=0
//entre [0,4.3731474]
d5=[1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];
d6=[1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1];
d7=[1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1];
d77=[1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1,1];
Y=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1,1];//max défaut de 6 à 10=4.3731474

//défaut en T1 de 6 à 10 (compris) min=0
//entre [0,4.5741518]
Y=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,5,6,1,1,1,1,1,1,1,1];//max défaut de 6 à 10=4.5741518

//défaut en T 11 à 15 (compris) min=0
//entre [0,4.8660774]
d9=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1];
d10=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1];
d11=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1,1,1];
```

```
d12=[1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1,1];
Y=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,4,5,6,1,1];//max défaut de 11 à 15=4.8660774
//défaut en T1 11 à 15 (compris) min=0
//entre [0,4.9319426]
Y=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,5,6,1,1,1,1];//max défaut de 11 à 15=4.9319426

//défaut en T 16 à 20 (compris) min=0
//entre [0,5.0829064]
Y=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,3];//max défaut de 16 à 20 =5.0829064
//défaut en T1 16 à 20 (compris) min=0
//entre [0,5.0829064]
Y=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,5];//max défaut de 16 à 20 =5.0829064

//moment d'entré dans le modéle
//max quand on rentre en étapes 2
Y=[6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=5.1063251
//max quand on rentre en étapes 3
Y=[6,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=4.0663251
//max quand on rentre en étapes 4
Y=[6,6,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=3.2343251
//max quand on rentre en étapes 5
Y=[6,6,6,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=2.5687251
//max quand on rentre en étapes 6
Y=[6,6,6,6,6,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];//=2.0362451
functionf2=f2(x, y);
if(max2non(x)==1&max2non(y)==1)||(max2non(x)==2&max2non(y)==1)then
f2=w-(1+r);
elseif(max2non(x)==1&max2non(y)==2)||(max2non(x)==2&max2non(y)==2)then
f2=w-(1+r+q);
elsef2=0;
end;
endfunction;
W0=0;
fori=2:n
if(max2non(i-1)==1&max2non(i)==1)||(max2non(i-1)==2&max2non(i)==1)then
W0=W0+((delta^(i-1))*(f2(i-1,i)));//Espérance de f2
elseif(max2non(i-1)==1&max2non(i)==2)||(max2non(i-1)==2&max2non(i)==2)then
W0=W0+((delta^(i-1))*(f2(i-1,i)));
end;
end;
W0

xset("window",2)
histplot([0,2.0362451,2.8688442,3.4822611,4.109481,4.3731474,4.5741518,4.7533234,4.8426587,4.8
660774,4.9319426,4.9713016,5.0829064,5.1063251],Wt)//explication valeur dans word
xtitle('Histogramme pour 1000 trajectoires')
xlabel('gain total')
ylabel('pourcentage des trajectoires pour différent gain')
```

Code Scilab 9

```
//premier pic calcul proba pour trajectoire parfaire, en partant de E1 pour n=20
parfaite=ones(1,21);
parfaite(1,1)=5;
proba_parfaite=gammma*(alpha^19);//=0.0810511=8.10511%

functionfff=fff(x, y);
ifparfaite(x)==1&parfaite(y)==1then
fff=w-(1+r);
elsefff=0;
end;
endfunction;
V00=0;
fori=1:20
V00=V00+(delta^(i-1))*(fff(i,i+1))//=5.1250601
end;

//deuxième pic
parfaite=ones(1,21);
parfaite(1,1)=5;parfaite(1,2)=5;
proba_parfaite=(1-gammma)*(gammma)*(alpha^18);//=0.0360227=3.60227%

functionfff=fff(x, y);
ifparfaite(x)==1&parfaite(y)==1then
fff=w-(1+r);
elsefff=0;
end;
endfunction;
V00=0;
fori=1:20
V00=V00+(delta^(i-1))*(fff(i,i+1))//=4.0850601
end;

//troisième pic
parfaite=ones(1,21);
parfaite(1,1)=5;parfaite(1,2)=5;parfaite(1,3)=5;
proba_parfaite=((1-gammma)^2)*(gammma)*(alpha^17);//=0.0160101=1.60101%

functionfff=fff(x, y);
ifparfaite(x)==1&parfaite(y)==1then
fff=w-(1+r);
elsefff=0;
end;
endfunction;
V00=0;
fori=1:20
V00=V00+(delta^(i-1))*(fff(i,i+1));//=3.2530601
end;

//8.10511% en départ de E1, que des 1
//gain=5.1250601

//3.60227% en départ de E1, un 5 puis que des 1
```

```
//gain=4.0850601

//1.60101% en départ de E1, deux 5 puis que des 1
//gain=3.2530601

//pour passe de 8.10511% à 3.60227% multiplier par (1-gammma)/alpha
//pour passe de 8.10511% à 1.60101% multiplier par ((1-gammma)/alpha)^2
//ect ((1-gammma)/alpha)^n pour n étapes

//pour passe de 5.1250601 à 4.0850601 il faut retirer delta*(w-(1+r))
//pour passe de 5.1250601 à 3.2530601 il faut retirer delta*(w-(1+r))+(delta^2)*(w-(1+r))    -->
delta*(w-(1+r))*(1+delta)
//ect (w-(1+r))*delta*(1+delta+delta^2+....+delta^n-1) pour n étapes

//toujours pour départ en E1 car c'est le départ normal de demande de prêt
//essai de tracer ces trajectoire théorique

gain=zeros(1,n);
V00=0;
fori=1:n
V00=V00+(delta^(i-1))*(fff(i,i+1));
end;
gain(1,1)=V00;
fori=1:n-1
if(gain(1,i)-((w-(1+r))*delta^i))>0then
gain(1,i+1)=gain(1,i)-((w-(1+r))*delta^i);
elsegain(1,i+1)=0;
end;
end;
gain($:-1:1);//inverser le vecteur gain

proba=zeros(1,n);
proba(1,1)=gammma*(alpha^(n-1));
fori=2:n
if(gain(1,i)>0)then
proba(1,i)=proba(1,1)*((1-gammma)/alpha)^(i-1);
elseproba(1,i)=0;
end;
end;
proba($:-1:1);//inverser le vecteur proba

plot(gain($:-1:1),proba($:-1:1));

//petit pic petit gain
petite_parfaite=ones(1,21);
petite_parfaite(1,1)=5;
petite_parfaite(1,3)=2;
petite_parfaite(1,4)=3;
petite_parfaite(1,5)=4;
petite_parfaite(1,6)=5;
petite_proba_parfaite=(gammma^2)*(1-alpha)*(alpha^14);//=0.0082356=0.82356%

functionfff=fff(x, y);
ifpetite_parfaite(x)==1&petite_parfaite(y)==1then
fff=w-(1+r);
```

```
elsefff=0;
end;
endfunction;
V00=0;
fori=1:20
V00=V00+(delta^(i-1))*(fff(i,i+1));//=1.6289961
end;

//petit pic petit gain 2
petite_parfaite=ones(1,21);
petite_parfaite(1,1)=5;
petite_parfaite(1,2)=5;
petite_parfaite(1,4)=2;
petite_parfaite(1,5)=3;
petite_parfaite(1,6)=4;
petite_parfaite(1,7)=5;
petite_proba_parfaite=(gammma^2)*(1-gammma)*(1-alpha)*(alpha^13);//=0.0036603=0.36603%

functionfff=fff(x, y);
ifpetite_parfaite(x)==1&petite_parfaite(y)==1then
fff=w-(1+r);
elsefff=0;
end;
endfunction;
V00=0;
fori=1:20
V00=V00+(delta^(i-1))*(fff(i,i+1));//=1.2882089
end;
//petit pic petit gain 3
petite_parfaite=ones(1,21);
petite_parfaite(1,1)=5;
petite_parfaite(1,2)=5;
petite_parfaite(1,3)=5;
petite_parfaite(1,5)=2;
petite_parfaite(1,6)=3;
petite_parfaite(1,7)=4;
petite_parfaite(1,8)=5;
petite_proba_parfaite=(gammma^2)*(1-gammma)^2*(1-alpha)*(alpha^12);//=0.0016268=0.16268%

functionfff=fff(x, y);
ifpetite_parfaite(x)==1&petite_parfaite(y)==1then
fff=w-(1+r);
elsefff=0;
end;
endfunction;
V00=0;
fori=1:20
V00=V00+(delta^(i-1))*(fff(i,i+1));//=1.0155791
end;

//0.82356%
//gain=1.6289961
//0.36603%
//gain=1.2882089
//0.16268%
```

```
//gain=1.0155791
//pour passe de 0.82356% à 0.36603% multiplier par (1-gammma)/alpha
//pour passe de 0.82356% à 0.16268% multiplier par ((1-gammma)/alpha)^2
//ect ((1-gammma)/alpha)^n pour n étapes

//pour passe de 1.6289961 à 1.2882089 il faut retirer (w-(1+r))*delta^6
//pour passe de 1.6289961 à 1.0155791 il faut retirer (w-(1+r))*(delta^6)*(1+delta)
//ect (w-(1+r))*(delta^6)*(1+delta+delta^2+....+delta^n-1) pour n étapes

//à ajouter car même probabilité

//petit pic petit gain
petite_parfaite=ones(1,21);
petite_parfaite(1,1)=5;
petite_parfaite(1,2)=5;
petite_parfaite(1,3)=5;
petite_parfaite(1,4)=5;
petite_parfaite(1,5)=5;
petite_parfaite(1,6)=5;
petite_proba_parfaite=((1-gammma)^5)*(alpha^15);//=0.0021083

functionfff=fff(x, y);
ifpetite_parfaite(x)==1&petite_parfaite(y)==1then
fff=w-(1+r);
elsefff=0;
end;
endfunction;
V00=0;
fori=1:20
V00=V00+(delta^(i-1))*(fff(i,i+1));//=0.7518444
end;

//petit pic petit gain 2
petite_parfaite=ones(1,21);
petite_parfaite(1,1)=5;
petite_parfaite(1,2)=5;
petite_parfaite(1,3)=5;
petite_parfaite(1,4)=5;
petite_parfaite(1,5)=5;
petite_parfaite(1,6)=5;
petite_parfaite(1,7)=5;
petite_proba_parfaite=((1-gammma)^6)*(alpha^14);//=0.000937

functionfff=fff(x, y);
ifpetite_parfaite(x)==1&petite_parfaite(y)==1then
fff=w-(1+r);
elsefff=0;
end;
endfunction;
V00=0;
fori=1:20
V00=V00+(delta^(i-1))*(fff(i,i+1));//=0.594558
end;

//petit pic petit gain 3
```

```
petite_parfaite=ones(1,21);
petite_parfaite(1,1)=5;
petite_parfaite(1,2)=5;
petite_parfaite(1,3)=5;
petite_parfaite(1,4)=5;
petite_parfaite(1,5)=5;
petite_parfaite(1,6)=5;
petite_parfaite(1,7)=5;
petite_parfaite(1,8)=5;
petite_proba_parfaite=((1-gammma)^7)*alpha^13;//=0.0004165

functionfff=fff(x, y);
ifpetite_parfaite(x)==1&petite_parfaite(y)==1then
fff=w-(1+r);
elsefff=0;
end;
endfunction;
V00=0;
fori=1:20
V00=V00+(delta^(i-1))*(fff(i,i+1));//=0.4687288
end;

petit_gain=zeros(1,n);
V00=0;
fori=1:n
V00=V00+(delta^(i-1))*(fff(i,i+1));
end;
petit_gain(1,1)=V00;
fori=1:n-1
if(petit_gain(1,i)-(w-(1+r))*delta^(i+5))>0)then
petit_gain(1,i+1)=petit_gain(1,i)-((w-(1+r))*delta^(i+5));
elsepetit_gain(1,i+1)=0;
end;
end;

petit_gain($:-1:1);//inverser le vecteur petit_gain

petit_proba=zeros(1,n);
petit_proba(1,1)=(gammma^2)*(1-alpha)*(alpha^14)+((1-gammma)^5)*(alpha^15);//proba des deux
possibilité
fori=2:n
if(petit_gain(1,i)>0)then
petit_proba(1,i)=petit_proba(1,1)*((1-gammma)/alpha)^(i-1);
elsepetit_proba(1,i)=0;
end;
end;
petit_proba($:-1:1);//inverser le vecteur petit_proba

plot(petit_gain($:-1:1),petit_proba($:-1:1),'r');
legends(["prédiction grosses trajectoires";"prédiction petites
trajectoires"],[[2],[5]],with_box=%f,opt=5,font_size=2)

//modèle groupé bonus nv markov
//pic max calcul proba pour trajectoire parfaire, en partant de E1 pour n=20
parfaite=4*ones(1,21);
```

```
parfaite(1,1)=8;
parfaite(1,2)=1;
parfaite(1,3)=2;
proba_parfaite=gammma*(((alpha^2))^2)*(alpha_star^2)^17;//=0.0688215=6.88215%

functionf2=f2(x, y);
if(parfaite(x)==1&parfaite(y)==2)||(parfaite(x)==2&parfaite(y)==4)||(parfaite(x)==3&parfaite(y)==4)t
hen
f2=w-(1+r);
elseif(parfaite(x)==1&parfaite(y)==3)||(parfaite(x)==2&parfaite(y)==5)||(parfaite(x)==3&parfaite(y)=
=5)then
f2=w-(1+r+q);
elseif(parfaite(x)==4&parfaite(y)==4)||(parfaite(x)==5&parfaite(y)==4)then
f2=w-(1+r_star);
elseif(parfaite(x)==4&parfaite(y)==5)||(parfaite(x)==5&parfaite(y)==5)then
f2=w-(1+r_star+q);
elsef2=0;
end;
endfunction;

W0=zeros(1,n);//gain pour chaque trajectoire et chaque étape
fori=1:n
if(parfaite(i)==1&parfaite(i+1)==2)||(parfaite(i)==2&parfaite(i+1)==4)||(parfaite(i)==3&parfaite(i+1)
==4)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));
elseif(parfaite(i)==1&parfaite(i+1)==3)||(parfaite(i)==2&parfaite(i+1)==3)||(parfaite(i)==3&parfaite(i
+1)==5)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));
elseif(parfaite(i)==4&parfaite(i+1)==4)||(parfaite(i)==5&parfaite(i+1)==4)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));
elseif(parfaite(i)==5&parfaite(i+1)==5)||(parfaite(i)==4&Y1(i+1)==5)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));

end;
end;

W=sum(W0);//gain total de une trajectoire=2.1677834

//pic max calcul proba pour trajectoire parfaire, en partant de E1 pour n=20
parfaite=4*ones(1,21);
parfaite(1,1)=8;
parfaite(1,2)=8;
parfaite(1,3)=1;
parfaite(1,4)=2;
proba_parfaite=(1-gammma)*gammma*(((alpha^2))^2)*(alpha_star^2)^16;//=0.0305026=3.05026%

functionf2=f2(x, y);
if(parfaite(x)==1&parfaite(y)==2)||(parfaite(x)==2&parfaite(y)==4)||(parfaite(x)==3&parfaite(y)==4)t
hen
f2=w-(1+r);
elseif(parfaite(x)==1&parfaite(y)==3)||(parfaite(x)==2&parfaite(y)==5)||(parfaite(x)==3&parfaite(y)=
=5)then
f2=w-(1+r+q);
elseif(parfaite(x)==4&parfaite(y)==4)||(parfaite(x)==5&parfaite(y)==4)then
f2=w-(1+r_star);
```

```
elseif(parfaite(x)==4&parfaite(y)==5)||(parfaite(x)==5&parfaite(y)==5)then
f2=w-(1+r_star+q);
elsef2=0;
end;
endfunction;

W0=zeros(1,n);//gain pour chaque trajectoire et chaque étape
fori=1:n
if(parfaite(i)==1&parfaite(i+1)==2)||(parfaite(i)==2&parfaite(i+1)==4)||(parfaite(i)==3&parfaite(i+1)
==4)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));
elseif(parfaite(i)==1&parfaite(i+1)==3)||(parfaite(i)==2&parfaite(i+1)==3)||(parfaite(i)==3&parfaite(i
+1)==5)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));
elseif(parfaite(i)==4&parfaite(i+1)==4)||(parfaite(i)==5&parfaite(i+1)==4)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));
elseif(parfaite(i)==5&parfaite(i+1)==5)||(parfaite(i)==4&Y1(i+1)==5)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));

end;
end;

W=sum(W0);//gain total de une trajectoire=1.7274634
```

Code Scilab 10

```
//Modèle groupé avec compteur
n=50;
M=1000;//nombre de trajectoires
Dep1=5;//départ du grand modele individuel
//Dep1=1->B
//Dep1=2->E4
//Dep1=3->E3
//Dep1=4->E2
//Dep1=5->E1
Dep2=6;//départ du grand modele groupé
//Dep2=1->B0
//Dep2=2->B1
//Dep2=3->E4
//Dep2=4->E3
//Dep2=5->E2
//Dep2=6->E1

c=0;//compteur de non remboursemment
c1=4;//marquer de baisse du compteur de 10 remboursement (max 4 baisse car c1=4)
//pour c<5 s'il rembourse 10 fois d'affilié 4 fois et qu'il sort 5 fois il a donc maximum le droit de ne
pas rembourser 9 fois avant de sortir DEFINITIVEMENT du modele

PII2=zeros(T+2,T+2);
PII2(1,1)=alpha^2;PII2(1,2)=alpha*(1-alpha);PII2(1,3)=(1-alpha)^2;PII2(1,T-T1+3)=alpha*(1-alpha);
PII2(2,1)=alpha^2;PII2(2,2)=alpha*(1-alpha);PII2(2,3)=(1-alpha)^2;PII2(2,T-T1+3)=alpha*(1-alpha);
fori=3:T+1
PII2(i,i+1)=1;
end;
PII2(T+2,1)=gammma;PII2(T+2,T+2)=1-gammma;


functionf2=f2(x, y);
if(XX(x)==1&XX(y)==1)||(XX(x)==2&XX(y)==1)then
f2=w-(1+r);
elseif(XX(x)==1&XX(y)==2)||(XX(x)==2&XX(y)==2)then
f2=w-(1+r+q);
elsef2=0;
end;
endfunction;

WT=zeros(1,M);
forh=1:M
c=0;//rénitialisé à chaque trajectoire
c1=4;// ----------------------------
X=grand(n,'markov',PII2,6);//commencer en E1

XX=zeros(1,n);
fori=1:n-1
if((X(i)==1)&(X(1+i)==3))&c<5then//modalité de non remboursement
XX(i)=X(i);XX(i+1)=X(i+1);
c=c+1;
elseif((X(i)==2)&(X(i+1)==3))&c<5then//modalité de non remboursement
```

```
XX(i)=X(i);XX(i+1)=X(i+1);
c=c+1;
elseif((X(i)==1)&(X(i+1)==T-T1+3))&c<5then//modalité de non remboursement
XX(i)=X(i);XX(i+1)=X(i+1);
c=c+1;
elseif((X(i)==2)&(X(i+1)==T-T1+3))&c<5then//modalité de non remboursement
XX(i)=X(i);XX(i+1)=X(i+1);
c=c+1;
elseif(i<n-
10)&(X(i)==1||X(i)==2)&(X(i+1)==1||X(i+1)==2)&(X(i+2)==1||X(i+2)==2)&(X(i+3)==1||X(i+3)==2
)&(X(i+4)==1||X(i+4)==2)&(X(i+5)==1||X(i+5)==2)&(X(i+6)==1||X(i+6)==2)&(X(i+7)==1||X(i+7)=
=2)&(X(i+8)==1||X(i+8)==2)&(X(i+9)==1||X(i+9)==2)&(c<5)&(c1>0)then//modalité pour
rembourser 10 fois de suite
forj=i:i+9
XX(j)=1;//tout les XX(i) = au X(i)=1 donc égal à 1
X(i+1)=-1;X(i+2)=-1;X(i+3)=-1;X(i+4)=-1;X(i+5)=-1;X(i+6)=-1;X(i+7)=-1;X(i+8)=-1;X(i+9)=-
1;//modifier les X(i)=1 pour ne pas baisser à 10 puis 11 puis 12 remboursment, aprés 10
remboursement une baisse du marqueur puis il faut de nouveau 10 remboursements pour baisser le
marqueur c1 (et donc c)
end;
c=c-1;//baisse du compteur
c1=c1-1;//baisse du marqueur compteur de 10 remboursement d'affilé
elseif(c<5)&X(i)==-1then//remodifier les X(i) en leur vrai valeur (=1) modifé au dessus
X(i)=1;
elseifc<5then
XX(i)=X(i);
end;
end;

W0=zeros(1,n);
fori=2:n
if(XX(i-1)==1&XX(i)==1)||(XX(i-1)==2&XX(i)==1)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i-1,i));//Espérance de f2
elseif(XX(i-1)==1&XX(i)==2)||(XX(i-1)==2&XX(i)==2)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i-1,i));
else
W0(1,i)=0;
end;
end;
W=sum(W0);
WT(h)=W
end;

EE=mean(WT)//moyenne empirique
xset("window",2)
histplot([0:0.01:6],WT)
xtitle('Histogramme ^pour 1000 trajectoires du modèle non Markovien')
xlabel('gain total')
ylabel('pourcentage des trajectoires pour différent gain')
```

Code Scilab 11

```
//Modèle simple avec compteur et deux taux
r0=0.2;
r1=0.15;
C=zeros(n,1);//vecteur compteur , si C(i)=0-> r=0.2, si C(i)=1->r=0.15

PII=zeros(T+1,T+1);
PII(1,1)=alpha;PII(1,2)=1-alpha;
fori=2:T
PII(i,i+1)=1;
end;
PII(T+1,1)=gammma;PII(T+1,T+1)=1-gammma;

Vt=zeros(1,M);//vecteur de toutes les trajectoires (la somme des gains pour chaque trajectoire)

functionf=f(x, y);
if(X1(x)==1&X1(y)==1)&(C(x)==0)then
f=w-(1+r0);
elseif(X1(x)==1&X1(y)==1)&(C(x)==1)then
f=w-(1+r1);
elsef=0;
end;
endfunction;
forj=1:M//M trajectoires
X=grand(n,'markov',PII,Dep);//commencer en Dep chaque trajectoire
X1=zeros(1,n+1);//X1 afin de pouvoir inclure le depart dans la trajectoire (ce que ne fais pas grand)
X1(1,1)=Dep;
fori=1:n
X1(1,i+1)=X(i)
end;

fori=1:n
if(i>1)&(i<n-1)&(X1(i)~=1)then
C(i-1,1)=0;
C(i,1)=0;
C(i+1,1)=0;
C(i+2,1)=0;
elseif(i>1)&(i==n-1)&(X1(i)~=1)then
C(i-1,1)=0;
C(i,1)=0;
C(i+1,1)=0;
elseif(i>1)&(i==n)&(X1(i)~=1)then
C(i-1,1)=0;
C(i,1)=0;
elseif(i==1)&(X1(i)~=1)then
C(i,1)=0;
C(i+1,1)=0;
C(i+2,1)=0;
elseif(i<n-1)&(X1(i)==1)&(X1(i+1)==1)&(X1(i+2)==1)&(X1(i+3)==1)then
C(i+2,1)=1;
elseif(i>1)&(i<n+1)&(X1(i)==1)&(X1(i+1)==1)&(C(i-1,1)==1)then
C(i,1)=1;
elseif(C(i,1)==1)&(X1(i)==1)then
```

```
C(i,1)=1;
end;
end;

V0=zeros(1,n+1);//gain pour chaque trajectoire et chaque étape
fori=1:n//
V0(1,i)=(delta^(i-1))*(f(i,i+1))//Espérance de f
end;
V=sum(V0);//gain total de une trajectoire
Vt(j)=V;//remplissage du vecteur de la somme des gains pour chaque trajectoire
end;

histplot([0:0.01:6],Vt)
xtitle(' histogramme de 1000 trajectoires')
xlabel('gain total')
ylabel('pourcentage des trajectoires pour différent gain')
```

Code Scilab 12

```
//Modèle groupé avec compteur et deux taux
Dep=6;//départ de grand
r0=0.2;
r1=0.15;
C=zeros(n,1);//vecteur compteur , si C(i)=0-> r=0.2, si C(i)=1->r=0.15

PII2=zeros(T+2,T+2);
PII2(1,1)=alpha^2;PII2(1,2)=alpha*(1-alpha);PII2(1,3)=(1-alpha)^2;PII2(1,T-T1+3)=alpha*(1-alpha);
PII2(2,1)=alpha^2;PII2(2,2)=alpha*(1-alpha);PII2(2,3)=(1-alpha)^2;PII2(2,T-T1+3)=alpha*(1-alpha);
fori=3:T+1
PII2(i,i+1)=1;
end;
PII2(T+2,1)=gammma;PII2(T+2,T+2)=1-gammma;


functionf2=f2(x, y);
if((XX(x)==1&XX(y)==1)||(XX(x)==2&XX(y)==1))&(C(x)==0)then
f2=w-(1+r0);
elseif((XX(x)==1&XX(y)==1)||(XX(x)==2&XX(y)==1))&(C(x)==1)then
f2=w-(1+r1);
elseif(XX(x)==1&XX(y)==2)||(XX(x)==2&XX(y)==2)&(C(x)==0)then
f2=w-(1+r0+q);
elseif(XX(x)==1&XX(y)==2)||(XX(x)==2&XX(y)==2)&(C(x)==1)then
f2=w-(1+r1+q);
elsef2=0;
end;
endfunction;

WT=zeros(1,M);
forh=1:M
c=0;//rénitialisé à chaque trajectoire
X=grand(n,'markov',PII2,Dep);//commencer en E1

XX=zeros(1,n+1);//XX afin de pouvoir inclure le depart dans la trajectoire (ce que ne fais pas grand)
XX(1,1)=Dep;
fori=1:n
XX(1,i+1)=X(i)
end;

fori=1:n
if(i>1)&(i<n-1)&((XX(i)~=1)&(XX(i)~=2))then
C(i-1,1)=0;
C(i,1)=0;
C(i+1,1)=0;
C(i+2,1)=0;
elseif(i>1)&(i==n-1)&((XX(i)~=1)&(XX(i)~=2))then
C(i-1,1)=0;
C(i,1)=0;
C(i+1,1)=0;
elseif(i>1)&(i==n)&((XX(i)~=1)&(XX(i)~=2))then
C(i-1,1)=0;
C(i,1)=0;
```

```
elseif(i==1)&((XX(i)~=1)&(XX(i)~=2))then
C(i,1)=0;
C(i+1,1)=0;
C(i+2,1)=0;
elseif(i<n-
1)&((XX(i)==1)||(XX(i)==2))&((XX(i+1)==1)||(XX(i+1)==2))&((XX(i+2)==1)||(XX(i+2)==2))&((X
X(i+3)==1)||(XX(i+3)==2))then
C(i+2,1)=1;
elseif(i>1)&(i<n+1)&((XX(i)==1)||(XX(i)==2))&((XX(i+1)==1)||(XX(i+1)==2))&(C(i-1,1)==1)then
C(i,1)=1;
elseif(C(i,1)==1)&((XX(i)==1)||(XX(i)==2))then
C(i,1)=1;
end;
end;

W0=zeros(1,n);
fori=1:n
if(XX(i)==1&XX(i+1)==1)||(XX(i)==2&XX(i+1)==1)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));//Espérance de f2
elseif(XX(i)==1&XX(i+1)==2)||(XX(i)==2&XX(i+1)==2)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));
else
W0(1,i)=0;
end;
end;
W=sum(W0);
WT(h)=W
end;

xset("window",2)
histplot([0:0.01:6],WT)
xtitle(' histogramme de 1000 trajectoires')
xlabel('gain total')
ylabel('pourcentage des trajectoires pour différent gain')

EE=mean(WT)//moyenne empirique

Dep1=5;//départ du grand modele individuel
//Dep1=1->B
//Dep1=2->E4
//Dep1=3->E3
//Dep1=4->E2
//Dep1=5->E1
Dep2=6;//départ du grand modele groupé
//Dep2=1->B0
//Dep2=2->B1
//Dep2=3->E4
//Dep2=4->E3
//Dep2=5->E2
//Dep2=6->E1
```

Code Scilab 13

```
//Modèle individuel deux taux sans compteur
//matrice de transition
P=zeros(T+3,T+3);
P(1,2)=alpha;P(1,4)=1-alpha;
P(2,3)=alpha;P(2,4)=1-alpha;
P(3,3)=alpha_star;P(3,4)=1-alpha_star;
fori=4:T+2
P(i,i+1)=1;
end;
P(T+3,1)=gammma;P(T+3,T+3)=1-gammma;
sum((P^100)(1,1:3))
Vt=zeros(1,M);//vecteur de toutes les trajectoires (la somme des gains pour chaque trajectoire)

//fonction de revenue sur une période
functionf=f(x, y);
if(X1(x)==1&X1(y)==2)||(X1(x)==2&X1(y)==3)then
f=w-(1+r);
elseif(X1(x)==3&X1(y)==3)then
f=w-(1+r_star);
elsef=0;
end;
endfunction;
forj=1:M//M trajectoires
X=grand(n,'markov',P,Dep1);//commencer en Dep1 chaque trajectoire
X1=zeros(1,n+1);//X1 afin de pouvoir inclure le depart dans la trajectoire (ce que ne fais pas grand)
X1(1,1)=Dep1;
fori=1:n
X1(1,i+1)=X(i);
end;

V0=zeros(1,n+1);//gain pour chaque trajectoire et chaque étape
fori=1:n// à partir de 2 car pour i=1 f(i-1,i)=0
if(X1(i)==1&X1(i+1)==2)||(X1(i)==2&X1(i+1)==3)then
V0(1,i)=(delta^(i-1))*(f(i,i+1));//Espérance de f
elseif(X1(i)==3&X1(i+1)==3)||(X1(i)==3&X1(i+1)==3)then
V0(1,i)=(delta^(i-1))*(f(i,i+1));//Espérance de f
end;
end;
V=sum(V0);//gain total de une trajectoire
Vt(j)=V;//remplissage du vecteur de la somme des gains pour chaque trajectoire
end;

histplot([0:0.01:6],Vt);
xtitle(' histogramme de 1000 trajectoires')
xlabel('gain total')
ylabel('pourcentage des trajectoires pour différent gain')
```

Code Scilab 14

```
//Modèle groupé deux taux sans compteur
//matrice de transition
PP=zeros(T+5,T+5);
PP(1,2)=alpha^2;PP(1,3)=alpha*(1-alpha);PP(1,6)=(1-alpha)^2;PP(1,7)=alpha*(1-alpha);
PP(2,4)=alpha^2;PP(2,5)=alpha*(1-alpha);PP(2,6)=(1-alpha)^2;PP(2,7)=alpha*(1-alpha);
PP(3,4)=alpha^2;PP(3,5)=alpha*(1-alpha);PP(3,6)=(1-alpha)^2;PP(3,7)=alpha*(1-alpha);
PP(4,4)=alpha_star^2;PP(4,5)=alpha_star*(1-alpha_star);PP(4,6)=(1-
alpha_star)^2;PP(4,7)=alpha_star*(1-alpha_star);
PP(5,4)=alpha_star^2;PP(5,5)=alpha_star*(1-alpha_star);PP(5,6)=(1-
alpha_star)^2;PP(5,7)=alpha_star*(1-alpha_star);
fori=6:T+4
PP(i,i+1)=1;
end;
PP(T+5,1)=gammma;PP(T+5,T+5)=1-gammma;

//fonction de revenue sur une période
functionf2=f2(x, y);
if(Y1(x)==1&Y1(y)==2)||(Y1(x)==2&Y1(y)==4)||(Y1(x)==3&Y1(y)==4)then
f2=w-(1+r);
elseif(Y1(x)==1&Y1(y)==3)||(Y1(x)==2&Y1(y)==5)||(Y1(x)==3&Y1(y)==5)then
f2=w-(1+r+q);
elseif(Y1(x)==4&Y1(y)==4)||(Y1(x)==5&Y1(y)==4)then
f2=w-(1+r_star);
elseif(Y1(x)==4&Y1(y)==5)||(Y1(x)==5&Y1(y)==5)then
f2=w-(1+r_star+q);
elsef2=0;
end;
endfunction;

Wt=zeros(1,M);//vecteur de toutes les trajectoires (la somme des gains pour chaque trajectoire)
forj=1:M//M trajectoires
Y=grand(n,'markov',PP,Dep2);//commencer en Dep2 les trajectoire
Y1=zeros(1,n+1);//Y1 afin de pouvoir inclure le depart dans la trajectoire (ce que ne fais pas grand)
Y1(1,1)=Dep2;
fori=1:n
Y1(1,i+1)=Y(i)
end;

W0=zeros(1,n);//gain pour chaque trajectoire et chaque étape
fori=1:n
if(Y1(i)==1&Y1(i+1)==2)||(Y1(i)==2&Y1(i+1)==4)||(Y1(i)==3&Y1(i+1)==4)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));//Espérance de f2
elseif(Y1(i)==1&Y1(i+1)==3)||(Y1(i)==2&Y1(i+1)==3)||(Y1(i)==3&Y1(i+1)==5)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));
elseif(Y1(i)==4&Y1(i+1)==4)||(Y1(i)==5&Y1(i+1)==4)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));//Espérance de f2
elseif(Y1(i)==5&Y1(i+1)==5)||(Y1(i)==4&Y1(i+1)==5)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));

end;
end;
```

```
W=sum(W0);//gain total de une trajectoire
Wt(j)=W;//remplissage du vecteur de la somme des gains pour chaque trajectoire
end;

xset("window",1)
histplot([0:0.01:6],Wt)
xtitle(' histogramme de 1000 trajectoires')
xlabel('gain total')
ylabel('pourcentage des trajectoires pour différent gain')
//bar([1:1:M],Wt(1:M))

EE2=mean(Wt)//moyenne empirique
```

Code Scilab 15

```
//Modèle individuel avec remboursement
Dep1=7;//départ du grand modele individuel
//Dep1=1->B
//Dep1=2->BE2
//Dep1=3->BE1
//Dep1=4->E4
//Dep1=5->E3
//Dep1=6->E2
//Dep1=7->E1

//modéle individuel
//matrice de transition
PII=zeros(T+3,T+3);
PII(1,1)=alpha;PII(1,2)=alpha1;PII(1,3)=alpha2;PII(1,4)=1-alpha-alpha1-alpha2;
PII(2,T+2)=1;
PII(3,T+3)=1;
fori=4:T+2
PII(i,i+1)=1;
end;
PII(T+3,1)=gammma;PII(T+3,T+3)=1-gammma;

Vt=zeros(1,M);//vecteur de toutes les trajectoires (la somme des gains pour chaque trajectoire)

//fonction de revenue sur une période
functionf=f(x, y);
ifX1(x)==1&X1(y)==1then
f=w-(1+r);
elseifX1(x)==1&X1(y)==2then
f=w-0.5*(1+r);
elseifX1(x)==1&X1(y)==3then
f=w-0.8*(1+r);
elsef=0;
end;
endfunction;
forj=1:M//M trajectoires
X=grand(n,'markov',PII,Dep1);//commencer en Dep1 chaque trajectoire
X1=zeros(1,n+1);//X1 afin de pouvoir inclure le depart dans la trajectoire (ce que ne fais pas grand)
X1(1,1)=Dep1;
fori=1:n
X1(1,i+1)=X(i)
end;

V0=zeros(1,n+1);//gain pour chaque trajectoire et chaque étape
fori=1:n// à partir de 2 car pour i=1 f(i-1,i)=0
V0(1,i)=(delta^(i-1))*(f(i,i+1))//Espérance de f
end;
V=sum(V0);//gain total de une trajectoire
Vt(j)=V;//remplissage du vecteur de la somme des gains pour chaque trajectoire
end;

xset("window",1);
histplot([0:0.01:6],Vt)
```

```
//bar([1:1:M],Vt(1:M))
xtitle('Histogramme pour 1000 trajectoires du modèle non Markovien')
xlabel('gain total')
ylabel('pourcentage des trajectoires pour différent gain')

EE=mean(Vt)//moyenne empirique

//à comparer avec
//revenu total espéré
VSE=zeros(T+3,1);
VSE(1,1)=alpha*(w-(1+r))*(1/(1-(alpha*delta+(1-alpha)*E*delta^T)));
VSE(2,1)=alpha1*(w-0.5*(1+r))*(1/(1-(alpha*delta+(1-alpha)*E*delta^T)));
VSE(3,1)=alpha2*(w-0.8*(1+r))*(1/(1-(alpha*delta+(1-alpha)*E*delta^T)));
fori=3:T+3
VSE(i+1,1)=alpha*(w-(1+r))*(E*delta^(i-1)/(1-(alpha*delta+(1-alpha)*E*delta^T)));
end;
```

Code Scilab 16

```
//Modèle groupé avec remboursement partiel
//matrice de transition
PII2=zeros(T+4,T+4);
PII2(1,1)=alpha^2;PII2(1,2)=alpha*alpha2+alpha*alpha1+alpha*(1-alpha-alpha1-
alpha2);PII2(1,3)=alpha*alpha1+alpha1*alpha2+alpha1^2+alpha1*(1-alpha-alpha1-
alpha2);PII2(1,4)=alpha*alpha2+alpha1*alpha2+alpha2^2+alpha2*(1-alpha-alpha1-
alpha2);PII2(1,5)=(1-alpha-alpha1-alpha2)^2;PII2(1,7)=alpha*(1-alpha-alpha1-alpha2)+alpha1*(1-
alpha-alpha1-alpha2)+alpha2*(1-alpha-alpha1-alpha2);

PII2(2,2)=alpha^2;PII2(2,1)=alpha*alpha2+alpha*alpha1+alpha*(1-alpha-alpha1-
alpha2);PII2(2,3)=alpha*alpha1+alpha1*alpha2+alpha1^2+alpha1*(1-alpha-alpha1-
alpha2);PII2(2,4)=alpha*alpha2+alpha1*alpha2+alpha2^2+alpha2*(1-alpha-alpha1-
alpha2);PII2(2,5)=(1-alpha-alpha1-alpha2)^2;PII2(2,7)=alpha*(1-alpha-alpha1-alpha2)+alpha1*(1-
alpha-alpha1-alpha2)+alpha2*(1-alpha-alpha1-alpha2);

PII2(3,7)=1;PII2(4,8)=1;

fori=5:T+3
PII2(i,i+1)=1;
end;
PII2(T+4,1)=gammma;PII2(T+4,T+4)=1-gammma;
//fonction de revenue sur une période
functionf2=f2(x, y);
if(Y1(x)==1&Y1(y)==1)||(Y1(x)==2&Y1(y)==1)then
f2=w-(1+r);
elseif(Y1(x)==1&Y1(y)==2)||(Y1(x)==2&Y1(y)==2)then
f2=w-(1+r+q);
elseif(Y1(x)==1&Y1(y)==4)||(Y1(x)==2&Y1(y)==4)then
f2=w-0.8*(1+r);
elseif(Y1(x)==1&Y1(y)==3)||(Y1(x)==2&Y1(y)==3)then
f2=w-0.5*(1+r);
elsef2=0;
end;
endfunction;

Wt=zeros(1,M);//vecteur de toutes les trajectoires (la somme des gains pour chaque trajectoire)
forj=1:M//M trajectoires
Y=grand(n,'markov',PII2,Dep2);//commencer en Dep2 les trajectoire
Y1=zeros(1,n+1);//Y1 afin de pouvoir inclure le depart dans la trajectoire (ce que ne fais pas grand)
Y1(1,1)=Dep2;
fori=1:n
Y1(1,i+1)=Y(i)
end;

W0=zeros(1,n);//gain pour chaque trajectoire et chaque étape
fori=1:n
if(Y1(i)==1&Y1(i+1)==1)||(Y1(i)==2&Y1(i+1)==1)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));//Espérance de f2
elseif(Y1(i)==1&Y1(i+1)==2)||(Y1(i)==2&Y1(i+1)==2)then
W0(1,i)=(delta^(i-1))*(f2(i,i+1));
end;
end;
```

```
W=sum(W0);//gain total de une trajectoire
Wt(j)=W;//remplissage du vecteur de la somme des gains pour chaque trajectoire
end;
EE2=mean(Wt)//moyenne empirique
xset("window",1)
histplot([0:0.01:6],Wt)
xtitle(' histogramme de 1000 trajectoires')
xlabel('gain total')
ylabel('pourcentage des trajectoires pour différent gain')
```