

On the Scientific Justification of a Concept Script

Gottlob Frege

*Translated by Andreas Keller and Tina Forsee
© 2016 Andreas Keller and Tina Forsee, all rights
reserved.*

All too often we find that we lack a means by which to avoid misunderstandings in abstract areas of the sciences, a deficiency which may also lead to errors in our own thinking. This is due to the imperfection of language, and yet, we rely on external signs for thinking. It is in our nature to direct our attention outwards. Sense impressions surpass memory-images in their vividness — so much so that, initially, they almost exclusively determine the sequence of our ideas (as they do in animals). Seldom would we break free from the grip of sense perception if we did not possess some degree of control over the external world. Most animals have an influence on their sense impressions: being able to move, they can flee some impressions and seek out others. They can also affect change in their environment. Of course, human beings have this ability to a far greater extent, but this is not yet sufficient for the sequence of our ideas to

Ueber die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift

Gottlob Frege

[48/106]In den abstracteren Theilen der Wissenschaft macht sich immer auf's Neue der Mangel eines Mittels fühlbar, Mißverständnisse bei Andern und zugleich Fehler im eignen Denken zu vermeiden. Beide haben ihre Ursache in der Unvollkommenheit der Sprache. Denn der sinnlichen Zeichen bedürfen wir nun einmal zum Denken. Unsere Aufmerksamkeit ist von Natur nach außen gerichtet. Die Sinneseindrücke überragen die Erinnerungsbilder an Lebhaftigkeit so sehr, daß sie den Verlauf unserer Vorstellungen zunächst wie bei den Thieren fast allein bestimmen. Und dieser Abhängigkeit würden wir auch kaum je entrinnen können, wenn nicht die Außenwelt auch einigermaßen von uns abhängig wäre. Schon die meisten Thiere haben durch die Fähigkeit der Ortsveränderung einen Einfluß auf ihre Sinneseindrücke: sie können die einen fliehen, die anderen suchen. Und [49/107]das nicht allein: sie können auch umgestaltend auf die Dinge wirken. Diese Fähigkeit hat nun der Mensch in bei weitem größerem Maße. Dennoch würde unser Vorstellungsverlauf

gain complete freedom from sense impressions. Without the great invention of signs — which make present what is absent, invisible, perhaps non-sensory — we would be limited to what our hands can form and what our voices can sound.

I admit that, while perceiving something, we can assemble a sphere of memory-images without the use of signs. However, we can't retain these images for long. A new perception arises: previous images sink back into night and new ones surface. However, when we are reminded of an idea through perception, we can produce the sign for it, and in doing so create a new fixed center around which ideas are grouped. Among these, we again choose one in order to produce its sign. Step by step we penetrate the inner world of our imaginations and move around in it as we like, using the sensible itself to free ourselves from its coercion. Signs have the same significance for thinking as the invention of using the wind to sail against the wind has for navigation. Therefore, we shouldn't look down upon signs! So much depends on how they are chosen. After long training we no longer need to produce signs externally or speak them out loud in order to think. However, this does not diminish the value of signs. After all, we think in words (and if not in words, then in mathematical notation or in other signs).

auch dadurch noch nicht die volle Freiheit gewinnen; er würde auf das beschränkt seyn, was unsere Hand gestalten, unsere Stimme zu tönen vermag, ohne die große Erfindung der Zeichen, die uns gegenwärtig machen, was abwesend, unsichtbar, vielleicht unsinnlich ist.

Ich leugne nicht, daß auch ohne Zeichen die Wahrnehmung eines Dinges einen Kreis von Erinnerungsbildern um sich sammeln kann. Aber wir können diesen nicht weiter nachgehen: eine neue Wahrnehmung läßt diese Bilder in Nacht versinken und andere auftauchen. Wenn wir aber das Zeichen einer Vorstellung hervorbringen, an die wir durch eine Wahrnehmung erinnert werden, so schaffen wir damit einen neuen festen Mittelpunkt, um den sich Vorstellungen sammeln. Von diesen wählen wir wiederum eine aus, um ihr Zeichen hervorzubringen. So dringen wir Schritt für Schritt in die innere Welt unserer Vorstellungen ein und bewegen uns darin nach Belieben, indem wir das Sinnliche selbst benutzen, um uns von seinem Zwange zu befreien. Die Zeichen sind für das Denken von derselben Bedeutung wie für die Schifffahrt die Erfindung, den Wind zu gebrauchen, um gegen den Wind zu segeln. Deshalb verachte niemand die Zeichen! Von ihrer zweckmäßigen Wahl hängt nicht wenig ab. Ihr Werth wird auch dadurch nicht vermindert, daß wir nach langer Uebung nicht mehr nöthig haben, das Zeichen wirklich hervorzubringen, daß wir nicht mehr

Without signs, we would scarcely rise to conceptual thinking. When we assign the same sign to different but similar things, we do not signify the particular things, but what the particular things have in common — the concept. And this we gain only by signifying it; since it is not itself given in intuition, it needs a perceptible representative in order to be able to appear to us. In this way, the senses open up the world of the non-sensual.

The merits of signs are not hereby exhausted, but this may suffice to demonstrate that they are indispensable.

However, language turns out to be defective when it comes to preventing errors in thought. It doesn't even satisfy the first requirement one has to demand from it in this respect, which is to be unambiguous. The most dangerous are those cases in which the meanings of a word are only a little different, with slight, but not insignificant variations. Many such ambiguities recur. For instance: the same word is used to signify a concept and a single instance of it.

laut zu sprechen brauchen, um zu denken; denn in Worten denken wir trotzdem und, wenn nicht in Worten, doch in mathematischen oder andern Zeichen.

Wir würden uns ohne Zeichen auch schwerlich zum begrifflichen Denken erheben. Indem wir nämlich verschiedenen aber ähnlichen Dingen dasselbe Zeichen geben, bezeichnen wir eigentlich nicht mehr das einzelne Ding, sondern das ihnen Gemeinsame, den Begriff. Und diesen gewinnen wir erst dadurch, daß wir ihn bezeichnen; denn da er an sich unanschaulich ist, bedarf er [50/108]eines anschaulichen Vertreters, um uns erscheinen zu können. So erschließt uns das Sinnliche die Welt des Unsinnlichen.

Hiermit sind die Verdienste der Zeichen nicht erschöpft. Es mag indessen genügen, ihre Unentbehrlichkeit darzuthun.

Die Sprache aber erweist sich als mangelhaft, wenn es sich darum handelt, das Denken vor Fehlern zu bewahren. Sie genügt schon der ersten Anforderung nicht, die man in dieser Hinsicht an sie stellen muß, der, eindeutig zu seyn. Am gefährlichsten sind die Fälle, in denen die Bedeutungen des Wortes nur wenig verschieden sind, die leisen und doch nicht gleichgiltigen Schwankungen. Von vielen Beispielen mag nur eine durchgehende Erscheinung hier erwähnt werden:

Generally, there is no differentiation between a concept and a single instance of it. "The horse" can signify the individual, but it can also refer to the species, as in the sentence: "The horse is a plant-eating animal." Finally, "horse" can signify the concept, as in the sentence: "This is a horse." Language is not controlled by logical laws in such a way that correct grammar usage necessarily guarantees the formal correctness of thought. The forms in which deduction are expressed are so diverse, so loose, and so flexible that premises can easily sneak in without being noticed. These are then left out of the list of the necessary conditions for the validity of the conclusion. In this way, the conclusion will acquire a higher generality than it deserves by right. Even an author as scrupulous and rigorous as Euclid often implicitly uses premises which he neither lists among his axioms nor among the preconditions of the specific theorem.

For example, in the proof of the 19th theorem in Book I of the *Elements* (in every triangle, the larger side is opposite the larger angle) he implicitly uses the following statements:

dasselbe Wort dient zur Bezeichnung eines Begriffes und eines einzelnen unter diesen fallenden Gegenstandes.

Ueberhaupt ist kein Unterschied zwischen Begriff und Einzelem ausgeprägt. „Das Pferd“ kann ein Einzelwesen, es kann auch die Art bezeichnen, wie in dem Satze: „das Pferd ist ein pflanzenfressendes Thier“. Pferd kann endlich einen Begriff bedeuten wie in dem Satze: „dies ist ein Pferd“. Die Sprache ist nicht in der Weise durch logische Gesetze beherrscht, daß die Befolgung der Grammatik schon die formale Richtigkeit der Gedankenbewegung verbürgt. Die Formen, in denen das Folgern ausgedrückt wird, sind so vielfältige, so lose und dehnbar, daß sich leicht Voraussetzungen unbemerkt durchschleichen können, die dann bei der Aufzählung der nothwendigen Bedingungen für die Giltigkeit des Schlußsatzes übergangen werden. Dieser erhält so eine größere Allgemeinheit als ihm von Rechts wegen zukommt. Selbst ein so gewissenhafter und strenger Schriftsteller wie Euklid macht vielfach stillschweigend von Voraussetzungen Gebrauch, die er weder unter seinen Grundsätzen noch unter den Voraussetzungen des besondern Satzes aufführt.

So benutzt er im Beweise des 19. Satzes des ersten Buches der *Elemente* (in jedem Dreiecke liegt dem größern Winkel die größere Seite gegenüber) stillschweigend die Sätze:

- 1) If a line isn't longer than another one, it is shorter or equal to the first.
- 2) If an angle is equal to another one, it is not larger than the latter.
- 3) If an angle is smaller than another one, it is not larger than the latter.

However, the reader will notice the omission of these statements only when paying particular attention, especially since they seem to be so near to the laws of thinking themselves in their naturalness that they are used like those themselves. A rigorously defined set of forms of inference simply does not exist in language. Therefore, we cannot distinguish a sequence of inferences without gaps from one in which intermediate steps are omitted. One could say that such an uninterrupted sequence hardly ever occurs in language; such strictness runs contrary to our intuitive use of language because it entails an unacceptable verbosity.

The written word has only one advantage over the spoken word, that of duration. We can review a line of thought

- 1) Wenn eine Strecke nicht größer als eine andere ist, so ist sie gleich dieser oder kleiner als diese.
- 2) [51/109]Wenn ein Winkel gleich einem andern ist, so ist er nicht größer als dieser.
- 3) Wenn ein Winkel kleiner als ein anderer ist, so ist er nicht größer als dieser.

Der Leser wird indessen das Ueberspringen dieser Sätze nur bei besonderer Aufmerksamkeit gewahr, zumal weil sie den Denkgesetzen selbst an Ursprünglichkeit so nahe zu kommen scheinen, daß sie wie jene selbst gebraucht werden. Ein streng abgegrenzter Kreis von Formen des Schließens ist in der Sprache eben nicht vorhanden, sodaß ein lückenloser Fortgang an der sprachlichen Form von einem Ueberspringen von Zwischengliedern nicht zu unterscheiden ist. Man kann sogar sagen, daß Ersterer in der Sprache fast nicht vorkommt, daß er dem Sprachgeföhle widerstrebt, weil er mit einer unerträglichen Weitschweifigkeit verbunden wäre. Die logischen Verhältnisse werden durch die Sprache fast immer nur angedeutet, dem Errathen überlassen, nicht eigentlich ausgedrückt.

Das geschriebene hat vor dem gesprochenen Worte nur die Dauer voraus. Man kann einen Gedankengang

several times without fear of it changing, making it possible to check its consistency more thoroughly. Since linguistic writing systems do not in themselves provide a guarantee of logical clarity, the rules of logic are applied extrinsically, as a guideline. But even so, mistakes can easily escape the eye of the verifier, especially those that arise from slight differences in the meaning of a word. Despite this, we manage to get by both in everyday life and in academic disciplines thanks to the many means of verification at our disposal most of the time. Experience and spatial intuition save us from many mistakes. The rules of logic, however, provide little protection, as is evidenced from such areas in which the means of verification are beginning to fail. These rules have not saved even great philosophers from committing errors, nor have they kept higher mathematics free of errors in all cases because the rules always remain extrinsic to the content.

The highlighted shortcomings are due to a certain softness and mutability of language. On the other hand, it is precisely this softness and mutability that gives language its versatility and its ability to develop. In this respect, language can be compared to our hands'

mehrmals überblicken, ohne eine Veränderung befürchten zu müssen, und ihn so gründlicher auf seine Bündigkeit prüfen. Die Regeln der Logik werden hierbei wie eine Richtschnur äußerlich angelegt, da in dem Wesen der Wortschrift selbst keine genügende Gewähr liegt. Aber auch so entgehen leicht Fehler dem Auge des Prüfenden, besonders solche, die aus leichten Verschiedenheiten der Bedeutung eines Wortes entspringen. Daß wir trotzdem im Leben wie in der Wissenschaft noch so leidlich uns zurecht finden, verdanken wir den manichfachen Mitteln der Nachprüfung, die uns meistens zu Gebote stehen. Die Erfahrung, die räumliche Anschauung bewahren uns vor vielen Fehlern. Die logischen Regeln gewähren hingegen wenig Schutz, wie Beispiele aus solchen Gebieten zeigen, in denen die Mittel der Nachprüfung zu versagen anfangen. Diese Regeln haben auch große Philosophen nicht vor Irrthümern bewahrt, und ebenso wenig haben [52/110]sie die höhere Mathematik von Fehlern immer frei gehalten, weil sie dem Inhalte stets äußerlich bleiben.

Die hervorgehobenen Mängel haben ihren Grund in einer gewissen Weichheit und Veränderlichkeit der Sprache, die andererseits Bedingung ihrer Entwicklungsfähigkeit und vielseitigen Tauglichkeit ist. Die Sprache kann in dieser Hinsicht mit der Hand

ability to adapt themselves to diverse tasks. However, our hands are insufficient for us, so we created artificial hands — tools for special purposes — and these allow us to do the precise and detailed work which our hands would not be able to do. This exactness is facilitated precisely through rigidity, the immutability of the tool's components. It is the absence of this rigidity that allows our hands to be so versatilely skilled, but imprecise. Likewise, verbal language lacks precision. We need a system of signs from which any ambiguity is dispelled, from whose strict logical form the content cannot escape.

The question now is whether signs for the ear or for the eye are to be preferred. The generation of the former depends more on external circumstances, and in that it has an advantage. Moreover, the closer affinity of sound to inner processes can be brought to bear. In both cases, the form of appearance is that of a temporal sequence, and both are equally transient. Sound has a deeper connection to emotion than shape and color does, and the human voice in its infinite pliability is able to convey the finest blends and variations of feeling. But no matter how valuable these advantages might be for other purposes, they are irrelevant for the stringency of deductions.

verglichen werden, die uns trotz ihrer Fähigkeit, sich den verschiedensten Aufgaben anzupassen, nicht genügt. Wir schaffen uns künstliche Hände, Werkzeuge für besondere Zwecke, die so genau arbeiten, wie die Hand es nicht vermöchte. Und wodurch wird diese Genauigkeit möglich? Durch eben die Starrheit, die Unveränderlichkeit der Theile, deren Mangel die Hand so vielseitig geschickt macht. So genügt auch die Wortsprache nicht. Wir bedürfen eines Ganzen von Zeichen, aus dem jede Vieldeutigkeit verbannt ist, dessen strenger logischer Form der Inhalt nicht entschlüpfen kann.

Es fragt sich nun, ob die Zeichen für's Ohr oder die für's Augen den Vorzug verdienen. Die Ersteren bieten zunächst den Vortheil, daß man bei ihrer Hervorbringung von äußeren Umständen unabhängiger ist. Dann kann besonders die nähere Verwandtschaft der Klänge zu den inneren Vorgängen geltend gemacht werden. Schon die Form des Erscheinens ist für beide die zeitliche Folge; beide sind gleich vergänglich. Insbesondere zum Gemüthsleben habe die Töne eine innigere Beziehung als Gestalten und Farben; und die menschliche Stimme in ihrer unendlichen Biegsamkeit vermag auch den feinsten Mischungen und Abwandlungen der Gefühle gerecht zu werden. Aber wie werthvoll diese Vorzüge auch für andere Zwecke seyn mögen, für die Strenge der Schlußfolgerungen sind

Maybe this close affiliation of audible signs to the corporeal and psychic conditions of reason just entails the disadvantage of keeping the former more dependent on the latter.

The properties of the visible, especially of shapes, are by nature different. Generally, they are sharply defined and clearly distinguishable. The definiteness of the written sign will cause the signified to take a more defined shape as well. This kind of effect on ideas is what we want in precise deduction. But it can only be achieved if the sign directly signifies its object.

A further advantage of the written is its longer duration and immutability. In this it more closely resemble concepts as they are supposed to be, and the less it resembles the restless flow of our real movement of thought. Writing offers the possibility of keeping many things present at the same time. And even if at any moment we can only bear in mind a small part of those things, we still retain a general impression of the rest as well, and this will immediately be at our disposal once we need it. We can use the positional relationships of the symbols on the two-dimensional writing surface in a far

sie ohne Bedeutung. Dies enge Anschmiegen der hörbaren Zeichen an die leiblichen und seelischen Bedingungen der Vernunft hat vielleicht grade den Nachtheil, diese von jenen abhängiger zu erhalten.

Ganz anders ist das Sichtbare, sind besonders die Gestalten beschaffen. Sie sind im Allgemeinen scharf begrenzt und deutlich unterschieden. Diese Bestimmtheit des geschriebenen [53/111]Zeichens wird dahin führen, auch das Bezeichnete schärfer auszuprägen. Und grade solche Wirkung auf die Vorstellungen muß für die Strenge des Schließens erwünscht seyn. Sie kann aber nur erzielt werden, wenn das Zeichen unmittelbar die Sache bedeutet.

Ein weiterer Vorzug des Geschriebenen ist die größere Dauer und Unveränderlichkeit. Auch hierin ist es dem Begriffen ähnlich, wie er seyn soll, um so unähnlicher freilich dem rastlosen Fließen unserer wirklichen Gedankenbewegung. Die Schrift bietet die Möglichkeit Vieles gleichzeitig gegenwärtig zu halten, und wenn wir auch nur einen kleinen Theil davon in jedem Augenblicke in's Auge fassen können, so behalten wir doch einen allgemeinen Eindruck auch vom Uebrigen, und dieses steht, wann wir es brauchen, sofort zu unserer Verfügung. Die Lagenverhältnisse der Schriftzeichen auf der zweifach ausgedehnten Schreibfläche können in weit mannichfacherer Weise zum Ausdrucke innerer

more diverse way to express internal relationships than the far more diverse way to express internal relationships than the mere following and preceding in one-dimensional time, and this makes it easier to find whatever we want to devote our attention to at a given moment. And indeed, the simple sequence doesn't correspond to the multitude of logical relations by which thoughts are connected to each other.

So it turns out that these very properties by which writing distances itself further from the progression of ideas are most suitable to compensate for certain shortcomings of our dispositions. If the aim is not to represent natural thought as it has evolved in the interplay with verbal language, but to compensate for the one-sidedness that results from its close affiliation to the sense of hearing, then writing will have to be preferred to sound. In order to make use of the specific advantages of visible signs, such a notation has to be totally different from all verbal languages. It hardly needs mentioning that these advantages barely surface in verbal writing systems. The relative position of words on a writing surface mainly depends on the length of the lines and is, in this respect, insignificant. But there are already other types of notation which make better use of the advantages of visible signs. The arithmetic formula

Beziehungen verwendet werden als das bloße Folgen und Vorhergehen in der einfach ausgedehnten Zeit, und dies erleichtert die Auffindung dessen, worauf wir unsere Aufmerksamkeit gerade richten wollen. In der That entspricht ja auch die einfache Reihung in keiner Weise der Mannichfaltigkeit der logischen Beziehungen, durch welche die Gedanken unter einander verknüpft sind.

So sind grade die Eigenschaften, durch welche sich die Schrift von dem Vorstellungsverlaufe weiter entfernt, am meisten geeignet, gewissen Mängeln unserer Anlage abzuhelpfen. Wenn es sich nicht darum handelt, das natürliche Denken darzustellen, wie es sich in Wechselwirkung mit der Wortsprache gestaltet hat, sondern dessen Einseitigkeiten zu ergänzen, die sich aus dem engen Anschluß an den einen Sinn des Gehörs ergeben haben, so wird demnach die Schrift dem Laute vorzuziehen seyn. Eine solche Schrift muß, um die eigenthümlichen Vorzüge sichtbarer Zeichen auszunutzen, von allen Wortsprachen gänzlich verschieden seyn. Daß diese Vorzüge in der Wortschrift fast gar nicht zur Geltung kommen, bedarf kaum der Erwähnung. Die gegen-[54/112]seitige Lage der Wörter auf der Schreibfläche hängt zum großen Theile von der Länger der Zeilen ab und ist insofern bedeutungslos. Es giebt aber schon andere Arten der Schrift, die jene Vortheile besser ausnutzen. Die arithmetische

notation is a conceptual notation since it expresses the content directly, without the mediation of sounds. As such, it achieves the brevity that allows for the content of a simple proposition to be expressed in a single line. Such contents – in this case equations or inequalities – are written one below the other according to the sequence in which they are derived from each other. If one follows from two others, the third is separated from the other two by a horizontal line that can be translated as “therefore.” In this way, the two-dimensionality of the writing surface is utilized to gain clarity. Deduction here is very uniform and almost always is based on the fact that equal changes applied to equal numbers lead to equal results. This is certainly not the only means of deduction in arithmetic. But if the logical argument progresses in a different way, in most cases it will be necessary to express it with words. So the arithmetic formula notation lacks expressions for logical operations and therefore, it does not deserve the name of a conceptual notation in the full sense. In the notation for logical operations going back to Leibniz[1] and renewed in recent times by Boole, R. Graßmann, St. Jevons, F. Schröder and others it's the other way around. Although here we have the logical forms, albeit not quite complete, the content is missing. Any attempt to replace the simple letters

Formelsprache ist eine Begriffsschrift, da sie ohne Vermittlung des Lautes unmittelbar die Sache ausdrückt. Als solche erreicht sie die Kürze, welche den Inhalt eines einfachen Urtheils in einer Zeile unterzubringen gestattet. Solche Inhalte – hier Gleichungen oder Ungleichungen – werden so, wie sie aus einander folgen, unter einander geschrieben. Wenn aus zweien ein dritter folgt, trennt man den dritten durch einen horizontalen Strich, der mit „folglich“ übersetzt werden kann, von den beiden ersten. In dieser Weise wird die zweifache Ausdehnung der Schreibfläche für die Uebersichtlichkeit verwerthet. Das Folgern ist hier sehr einförmig und beruht fast immer darauf, daß gleiche Veränderungen mit gleichen Zahlen vorgenommen auf gleiche Ergebnisse führen. Dies ist nun freilich durchaus nicht eine einzige Weise des Schließens in der Arithmetik. Aber, wenn der logische Fortgang anders geschieht, wird es meistens nöthig seyn, ihn durch Worte auszudrücken. Es fehlen demnach der arithmetischen Formelsprache Ausdrücke für logische Verknüpfungen; und deshalb verdient sie den Namen einer Begriffsschrift nicht im vollen Sinne. Grade umgekehrt ist es bei der von Leibniz[1] herrührenden Bezeichnungsweise logischer Beziehungen, die in neuerer Zeit von Boole, R. Graßmann, St. Jevons, F. Schröder und Andern erneuert ist. Hier hat man zwar die logischen Formen obwohl nicht ganz vollständig; es fehlt aber der Inhalt. Jeder Versuch, hier an die Stelle der einfachen Buchstaben

with expressions of content here, e.g. analytical equations, would demonstrate by lack of clarity the low suitability of this notation for the formation of a true conceptual notation, for the resulting formulas would be clumsy, even ambiguous. Of a conceptual notation, I would require the following: It must have simple ways of expressing logical operators which, being restricted to the minimum number necessary, can be easily mastered. These forms must be suitable to blend with the content in the closest way. Hereby we should strive for brevity such that the two-dimensionality of the writing surface can be used to achieve clarity of representation. The signs signifying content are less essential. Once the general forms are present, such signs can easily be created as necessary. If we do not succeed in dissecting a concept into its last components or if it does not appear to be necessary, we can make do with preliminary symbols.

One might worry unnecessarily about the feasibility of the matter. It is impossible, one might say, to invent a conceptual notation in order to promote science because inventing the former requires the latter to exist already. However, the same difficulty also arises in the case of language. Language was supposed to have facilitated the

Ausdrücke von Inhalten, etwa analytische Gleichungen zu setzen, würde durch die Unübersichtlichkeit, Schwerfälligkeit, ja Vieldeutigkeit der entstehenden Formeln zeigen, wie wenig geeignet diese Bezeichnungsweise zur Bildung einer wahren Begriffsschrift ist. Von einer solchen möchte ich [55/113]Folgendes verlangen. Sie muß für die logischen Beziehungen einfache Ausdrucksweisen haben, die, an Zahl auf das Nothwendige beschränkt, leicht und sicher zu beherrschen sind. Diese Formen müssen geeignet seyn, sich mit einem Inhalte auf das Innigste zu verbinden. Dabei muß solche Kürze erstrebt werden, daß die zweifache Ausdehnung der Schreibfläche für die Uebersichtlichkeit der Darstellung gut ausgenutzt werden kann. Die Zeichen von inhaltlicher Bedeutung sind weniger wesentlich. Wenn die allgemeinen Formen einmal vorhanden sind, können jene leicht nach Bedürfnis geschaffen werden. Wenn es nicht gelingt oder nicht nöthig erscheint, einen Begriff in seine letzten Bestandtheile zu zerlegen, kann man sich mit vorläufigen Zeichen begnügen.

Man macht sich leicht unnöthige Sorgen über die Ausführbarkeit der Sache. Unmöglich, sagt man, kann durch eine Begriffsschrift die Wissenschaft gefördert werden; denn die Erfindung der Ersteren setzt die Vollendung der Letzteren schon voraus. Ganz dieselbe Scheinschwierigkeit erhebt sich schon bei der Sprache.

development of reason, but how could human beings have created language without reason? In order to investigate the laws of nature, physical devices are used. These can only be created by an advanced technology which in turn is based on knowing the laws of nature. In each case, the circle is solved in the same way. A progress in physics causes a progress in technology and this in turn enables us to build devices which promote physics. The application to our case is obvious.

I have attempted[2] to supplement mathematical symbolic notation with signs for logical relationships. Primarily, this is supposed to yield a conceptual notation for the area of mathematics, which I have demonstrated to be desirable. The use of my signs for other areas is not thereby excluded. Logical relationships recur everywhere and signs for special types of content can be chosen in such a way that they fit into the framework of the conceptual notation. Whether this happens now or not, in any case an intuitive representation of forms of thought has significance beyond mathematics. May philosophers pay some attention to the matter as well!

Diese soll die Entwicklung der Vernunft möglich gemacht haben; aber wie konnte der Mensch die Sprache schaffen ohne Vernunft? Zur Erforschung der Naturgesetze dienen die physikalischen Apparate; diese können nur durch eine fortgeschrittene Technik hervorgebracht werden, welche wieder auf der Kenntniß der Naturgesetze fußt. Der Kreis löst sich in allen Fällen auf dieselbe Weise. Ein Fortschritt in der Physik hat einen solchen in der Technik zur Folge, und dieser macht es möglich neue Apparate zu bauen, mittels deren wieder die Physik gefördert wird. Die Anwendung auf unsern Fall ergibt sich von selbst.

Ich habe nun versucht[2] die mathematische Formelsprache durch Zeichen für die logischen Verhältnisse zu ergänzen, sodaß daraus zunächst für das Gebiet der Mathematik eine Begriffsschrift hervorgehe, wie ich sie als wünschenswerth dargestellt [56/114]habe. Die Verwendung meiner Zeichen auf andern Gebieten wird dadurch nicht ausgeschossen. Die logischen Verhältnisse kehren überall wieder, und die Zeichen für die besondern Inhalte können so gewählt werden, daß sie sich in den Rahmen der Begriffsschrift einfügen. Mag dies nun geschehen oder nicht, jedenfalls hat eine anschauliche Darstellung der Denkformen eine über die Mathematik hinausreichende Bedeutung. Möchten deshalb auch Philosophen der Sache einige Beachtung schenken!

Borderless Philosophy 2 (2019): 76-94.

[1] Non inelegans specimen demonstrandi in abstractis.
Erdm. S. 94.

[2] Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete
Formelsprache des reinen Denkens. Halle a. S., 1879.

Editor's Notes

I. See the editor's notes for the German text in the right-hand column.

II. Footnotes in the text:

There are two footnotes in the original text. These are in both cases indicated by "*" in the text and an asterisk on the same page, marking the footnote at the bottom of the page. Since the text given here in the internet does not preserve the original page divisions, I have replaced the asterisks with numbers and put the footnotes at the end of the text, so there is now a footnote [1] and a footnote [2]. Footnote [1] refers to a fragment by Leibniz edited by Johann Eduard Erdmann. See also Peckhaus, Volker, "Leibniz's Influence on 19th Century Logic," *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2014 Edition), E.N. Zalta (ed.), available online at URL =

[1] Non inelegans specimen demonstrandi in abstractis.
Erdm. S. 94.

[2] Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete
Formelsprache des reinen Denkens. Halle a. S., 1879.

Editor's Notes

I. Copyright/ Urheberrecht:

Because Frege died in 1925, the German text is in the open domain.

II. Previous editions:

This text was originally published as:

"Gottlob Frege: Ueber die wissenschaftliche
Berechtigung einer Begriffsschrift," *Zeitschrift für
Philosophie und philosophische Kritik*, 81 (1882): 48 –
56.

It was reedited in:

G. Frege, "Begriffsschrift und andere Aufsätze,"
Zweite Auflage, I. Angelelli (ed.),

Borderless Philosophy 2 (2019): 76-94.

<http://plato.stanford.edu/archives/spr2014/entries/leibniz-logic-influence/>.

III. Notes on the translation

Some conceptual differences between the two languages provided some special challenges for the translation. One is the term “Wissenschaft” which has no direct counterpart in the English language. It is often translated as “science,” but has a wider meaning than the English term, comprising not only the sciences but also mathematics, philosophy, and the humanities. We translated it as “science” (and the reader should bear the wider meaning of the German term in mind here) and also as “academic discipline.”

Another term used by Frege that has no direct counterpart in English is the word “anschaulich.” We translated it as “intuitive.” The German term “anschaulich”, derived from the verb “anschauen” (to look at) and related to Kant’s term “Anschauungsformen” (“forms of intuition”) means that something is intuitively understandable. For example, three-dimensional shapes are “anschaulich,” i.e., we can imagine them, but four-dimensional shapes are “unanschaulich” (non-anschaulich): we can calculate them but we cannot intuitively imagine them since our

(Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1964), pp. 106 – 114

and in:

G. Patzig (ed.), *Funktion, Begriff, Bedeutung: Fünf logische Studien* (Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1962).

III. Page breaks:

The present internet-edition is based on the book by Angelelli. The page breaks of the original editions have been indicated in brackets. Inside the brackets, the page numbers in the original texts are given. The first number, in each case, is the page number in the first edition of the text in the journal “Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik,” the second number is the page number in the book “Begriffsschrift und andere Aufsätze,” where the page numbers of the journal edition are also given.

IV. Footnotes in the text:

There are two footnotes in the original text. These are in both cases indicated by “*”) in the text and an asterisk on the same page, marking the footnote at the bottom of the

ability to imagine shapes is limited to three dimensions. Likewise, many abstract concepts are “unanschaulich.” The word “intuitive” in our translation is meant as a translation of this concept, so it relates to the common translation for Kant’s “Anschauungsformen”. Other uses of the word “intuitive”, especially emotional connotations, are not meant here.

IV. A note on Frege’s Begriffsschrift:

Frege’s “Begriffsschrift”, a notation for predicate calculus, is a two-dimensional, tree-like notation.

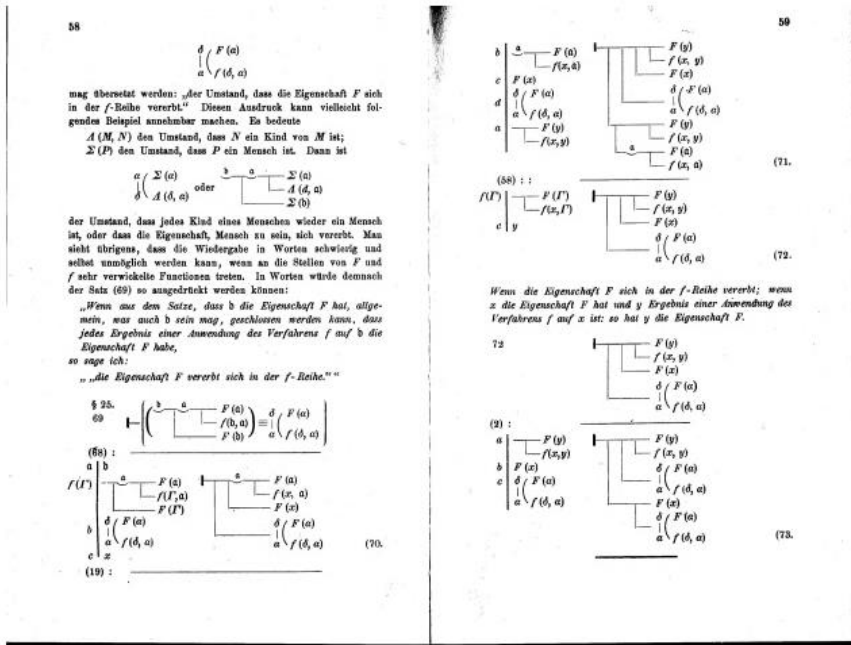
The picture directly below is a scaled down example (pages 58/59 of “Begriffsschrift”, as reprinted in Angelelli’s edition [see the right hand column]). It is reproduced here so that the reader can better understand Frege’s discussion of the use of the two-dimensional writing surface. This notation did not really catch on. There are several notations in use today, all of them less graphical and more linear. The difficulties of typesetting such a notation and the use of typewriters in the preparation of scientific and mathematical papers during most of the 20th century might have contributed to this fact.

page. Since the text given here in the internet does not preserve the original page divisions, I have replaced the asterisks with numbers and put the footnotes at the end of the text, so there is now a footnote [1] and a footnote [2]. Footnote [1] refers to a fragment by Leibniz edited by Johann Eduard Erdmann. See also V. Peckhaus, “Leibniz’s Influence on 19th Century Logic,” *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2014 Edition), E.N. Zalta (ed.), available online at URL = <http://plato.stanford.edu/archives/spr2014/entries/leibniz-logic-influence/>.

V. Orthography:

Frege’s paper predates the standardization of German orthography, so several now unusual spellings and dialectal forms appear in the text. These will not present difficulties for the German reader but might make the text difficult to read for the non-native speaker since the older forms are often not included in modern dictionaries.

In the text, the capital “Ü” is replaced by “Ue” (like in “Ueber”). This is probably due to the particular gothic type font (the special umlaut letters of German developed from a ligature of the vowel signs for a, o and u with a small e). It is a variant that may be used when the font does not contain the umlaut. The use of “ß” (a



ligature of the “long s” and a z, used for a voiceless s-sound in certain circumstances) has been reformed in 1996, the text shows older usage in this respect (see <https://en.wikipedia.org/wiki/%C3%9F>). In 1996, some changes were also made regarding separate- or compound spelling.

Some forms are used that have become uncommon after the standardization of German orthography of 1901-1903. These include, among others, the use of “c” instead of “k”, the use of “Th” instead of “T” in some words, the use of “ey” instead of “ei”, the use of the apostrophe in some forms, and the replacement of “ch” by “g” in some words.

There are also a few words that may be dialectal variations.

The following list shows the forms in the text and their modern or standard spellings:

| Form used in the text | Modern form |
|-----------------------|--------------------------------|
| abstracteren | abstrakteren |
| Andern | Anderen (dialectal variant) |
| Anschluß | Anschluss |
| auf's | aufs |
| besondern | besonderen (dialectal variant) |
| Bestandtheile | Bestandteile |

| | |
|-------------------|------------------------------|
| darzuthun | darzutun |
| daß | dass |
| ergiebt | ergibt |
| eigenthümlichen | eigentümlichen |
| Einfluß | Einfluss |
| Errathen | Erraten |
| gleichgiltigen | gleichgültigen (dialectal |
| variant) | |
| Gemüthsleben | Gemütsleben |
| Giltigkeit | Gültigkeit |
| größern | größeren (dialectal variant) |
| in's | ins |
| Irrthümern | Irrtümern |
| Kenntniß | Kenntniss |
| läßt | lässt |
| manichfachen | mannigfachen |
| mannichfacherer | mannigfacherer |
| Mannichfaltigkeit | Mannigfaltigkeit |
| Mißverständnisse | Missverständnisse |
| muß | muss |
| nöthig | nötig |
| Nothwendige | Notwendige |
| nothwendigen | notwendigen |
| Schlußfolgerungen | Schlussfolgerungen |
| Schlußsatzes | Schlusssatzes |
| seyn | sein |
| sodaß | sodass |

| | |
|--------------------|-------------------|
| That | Tat |
| Theil | Teil |
| Theilen | Teilen |
| Thiere | Tiere |
| Thieren | Tieren |
| Ueber | Über |
| Ueberhaupt | Überhaupt |
| Ueberspringen | Überspringen |
| Uebersichtlichkeit | Übersichtlichkeit |
| Uebung | Übung |
| um so | umso |
| unnöthige | unnötige |
| Urtheils | Urteils |
| verwerthet | verwertet |
| Vortheil | Vorteil |
| Vortheile | Vorteile |
| Werth | Wert |
| werthvoll | wertvoll |
| wünschenswerth | wünschenswert |
| zurecht finden | zurechtfinden |

VI. Translations into English:

Together with Tina Forsee (see <https://philosophyandfiction.com/>), I have translated this text into English. Tina Forsee is a native speaker of

English while I am a native speaker of German. The English translation can be found in the left hand column, above.

There are two earlier different English translations, one by Bartlett (1964) and one by Bynum (1972), see <http://plato.stanford.edu/entries/frege/catalog.html>. We have not used any of these translations for preparing our own. A comparison of our translation with these previous ones has not yet been done.

We are open to criticism, so that our translation can be improved.