

Praktyczna umiejętność opracowywania wyników, teoria niepewności pomiaru

1. <http://physics.nist.gov/Uncertainty>
2. Wyrażanie Niepewności Pomiaru, Przewodnik, Warszawa, Główny Urząd Miar, 1999
3. H. Szydłowski, Pracownia fizyczna, PWN Warszawa 1999
4. A. Zięba, Postępy Fizyki, tom 52, zeszyt 5, 2001, str.238-247
5. A. Zięba, Pracownia Fizyczna, WFiTJ, Skrypt Uczelniany SU 1642, Kraków 2002

1. Pomiar

Pomiar wielkości fizycznej polega na porównaniu jej z wielkością fizyczną tego samego typu, którą przyjęto za jednostkę.

POMIARY WIELKOŚCI FIZYCZNYCH

BEZPOŚREDNIE

wartość danej wielkości jest określana wprost za pomocą przyrządu, mierzącego tę właśnie wielkość.

Przykładowo: wymiary ciała można mierzyć bezpośrednio za pomocą linijki, suwmiarki, śruby mikrometrycznej; masę ciała za pomocą wagi; natężenie prądu za pomocą amperomierza, itd. itp.

POŚREDNIE

wartość badanej wielkości określa się na podstawie rezultatów bezpośrednich pomiarów innej wielkości fizycznej, które z badaną wielkością są związane określoną zależnością funkcjonalną.

Przykładowo: średnią gęstość ciała można obliczyć na podstawie bezpośrednich pomiarów masy i objętości tego ciała; w przypadku, gdy znamy z bezpośredniego pomiaru natężenie prądu w przewodniku oraz napięcie na jego końcach, jego opór elektryczny można wyznaczyć w oparciu o prawo Ohma.

Błądem pomiaru nazywamy rozbieżność między wynikiem pomiaru a rzeczywistą wartością mierzonej wielkości.

Źródłem rozbieżności między wartością mierzoną a rzeczywistą (prawdziwą) są niedoskonałości:

- osoby wykonującej pomiar
- przyrządów pomiarowych
- obiektów mierzonych.

Gdy udoskonalamy doświadczenie → maleją rozbieżności → maleje błąd pomiaru.

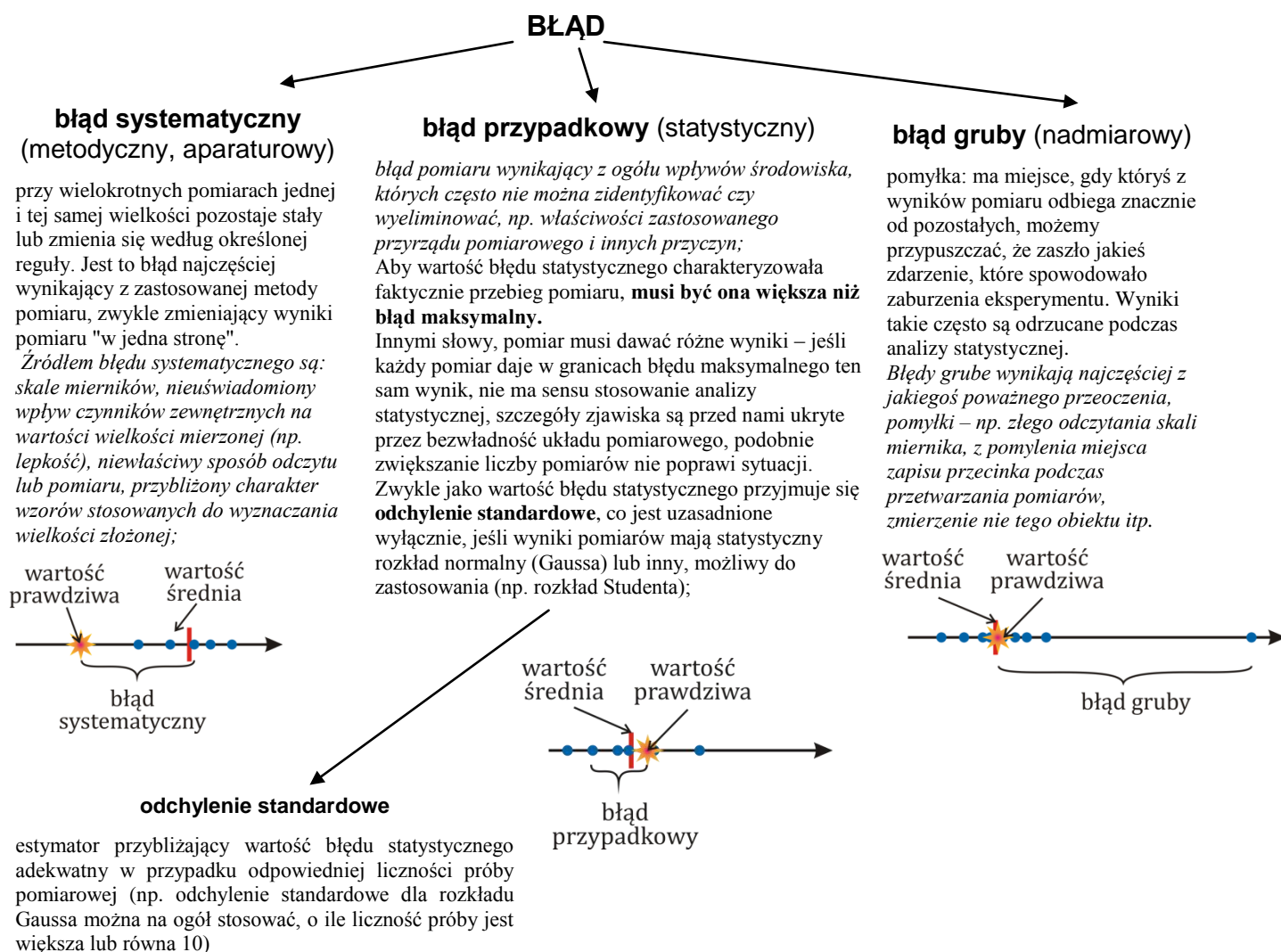
2. Niepewność a błąd pomiaru, podział błędów

wartość prawdziwa - rzeczywista wartość mierzonej wielkości, która zazwyczaj pozostaje nieznaną;

błąd pomiaru - odstępstwo wyniku pomiaru od wartości prawdziwej, której na ogół nie znamy;

wartość średnia - estymator stosowana jako przybliżenie wartości rzeczywistej za pomocą estymatora, którym zwykle jest **średnia**, o ile zjawisko jest opisywane rozkładem Gaussa lub pokrewnym (w innych przypadkach sprawy wymagają głębszej analizy)

błąd maksymalny - wartość maksymalnego odstępstwa wyniku pomiaru od wielkości poprawnej, gwarantowana przez zastosowanie określonej metody pomiarowej: np. miernik mierzy napięcie z błędem maksymalnym 1 mV, co oznacza, że wartość prawdziwa od pokazywanej przez miernik może się różnić co najwyżej o ± 1 mV;





a)
Błąd przypadkowy mały
Błąd systematyczny mały



b)
Błąd przypadkowy mały
Błąd systematyczny duży



c)
Błąd przypadkowy duży
Błąd systematyczny mały



d)
Błąd przypadkowy duży
Błąd systematyczny duży

według: Piotr Jaśkiewicz, Paweł Zabierowski, Andrzej Kubiaczyk. Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, Laboratorium Fizyki I „P”, ZASADY OPRACOWYWANIA WYNIKÓW POMIARÓW

BŁĄD

błąd bezwzględny

wartość błędu liczona adekwatną do danej sytuacji metodą (jako błąd maksymalny lub jako błąd statystyczny)

$$\Delta x_i = x_i - x_0,$$

gdzie

x_i - wartość zmierzona

x_0 - wartość rzeczywista

błąd względny

wartość błędu podana jako ułamek lub procent mierzonej wielkości $\delta = \frac{\Delta x_i}{x_0}$. W niektórych przypadkach działanie przyrządu

pomiarowego (np. pomiar energii elektrycznej) wymusza takie określenie błędu maksymalnego, to znaczy, dla tych metod pomiaru błąd maksymalny pomiaru jest podawany jako błąd względny. Błąd względny charakteryzuje użytą metodę pomiaru, a w mniejszym stopniu sam wniosek pomiaru

3. Prawidłowy zapis wyników

pojęcie cyfr znaczących:

Cyframi znaczącymi są cyfry od 1 do 9 oraz zero, jeżeli zero:

(I) znajduje się między dwiema cyframi, które zerami nie są (np. 1.03)

(II) znajduje się na dowolnym miejscu po cyfrze nie będącej zerem w liczbie przedstawionej w postaci liczby niecałkowitej (np. 2.30)

Przykładowo: liczba $1 \cdot 10^3$, czyli 1000 ma jedną cyfrę znaczącą (1).

Gdybyśmy chcieli zaznaczyć, że ma ona trzy cyfry znaczące, należałoby zapisać ją w postaci $1.00 \cdot 10^3$.

Z tego względu wynik będący ułamkiem dziesiętnym należy zapisywać w postaci liczby mnożonej przez 10 w odpowiedniej potęgze, np. $0.00002431780 = 2.431780 \cdot 10^{-5}$.

Wartość błędu zapisujemy **z dokładnością do dwóch cyfr znaczących**. Należy pamiętać, że błąd zaokrąglamy **ZAWSZE W GÓRĘ!**

Wartość najbardziej prawdopodobną (na przykład średnią) zapisujemy z dokładnością wyznaczoną przez poprawny zapis wartości błędu: **ostatnia cyfra znacząca wyniku musi znajdować się na tym samym miejscu dziesiętnym, co w błędzie.**

Wartość najbardziej prawdopodobną zaokrągla się zgodnie ze standardowymi metodami zaokrąglania (ostatnią cyfrę znaczącą pozostawiamy bez zmian, jeśli kolejna, pominięta ma wartość mniejszą niż 5, lub zwiększamy o 1, jeśli stojąca po niej cyfra pominięta ma wartość większą lub równą 5).

Przykłady:

1) $r = 12.212263\text{cm}$ i $\Delta r = 0.0029654\text{cm}$

prawidłowy zapis pomiaru powinien mieć postać:

$$r = 12.2127 \pm 0.0030 \text{ [cm]}$$

2) $U = 2.14321\text{V}$ i $\Delta U = 0.1000\text{V}$

wówczas zapisujemy:

$$U = 2.14 \pm 0.10 \text{ [V]}$$

3) $m = 286573\text{g}$ i $\Delta m = 1000\text{g}$

w takim przypadku zapis powinien wyglądać następująco:

$$m = 286600 \pm 1000 \text{ [g]} \quad \text{lub} \quad m = (28.66 \pm 0.10) \cdot 10^4 \text{ g} \quad \text{lub} \quad m = 286.6 \pm 1.0 \text{ [kg]}$$

4) $t = 23.092651\text{s}$ i $\Delta t = 0.28212\text{s}$

pamiętając o tym, że wartość błędu zaokrąglamy zawsze do góry zapis przyjmie postać:

$$t = 23.09 \pm 0.29 \text{ [s]}$$

5) $x = 4.28321\text{m}$ i $\Delta x = 10\text{m}$

w tym przypadku błąd jest większy niż wartość najbardziej prawdopodobna. Jeśli spotykamy się z taką sytuacją, wówczas przyjmujemy, że wartość najbardziej prawdopodobna wynosi zero.

$$x = 0 \pm 10 \text{ [m]}$$

4. Niepewność pomiaru

Niepewność pomiaru jest parametrem związanym z rezultatem pomiaru. Charakteryzuje rozrzut wyników, który można w uzasadniony sposób przypisać wartości mierzonej. Niepewność u (ang. *uncertainty*) posiada wymiar, taki sam jak wielkość mierzona. Symbolika: u lub $u(x)$ lub $u(\text{stężenie NaCl})$.

Niepewność względna $u_r(x)$

to stosunek niepewności (bezwzględnej) do wielkości mierzonej i może być wyrażona w % (bezwymiarowa):

$$u_r(x) = \frac{u(x)}{x}$$

typy oceny niepewności

TYP A

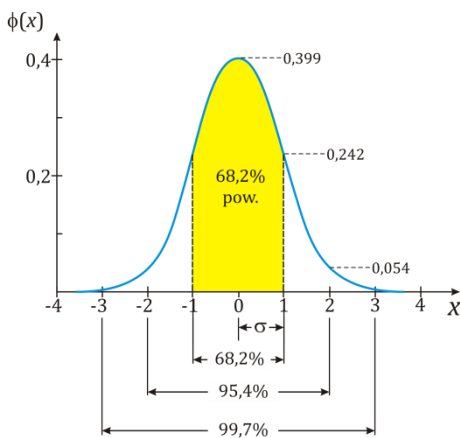
Dotyczy sytuacji gdy **niepewności przypadkowe są duże w porównaniu z systematycznymi**. Konieczna jest odpowiednio duża liczba powtórzeń pomiaru. Do tego typu zaliczają się metody wykorzystujące statystyczną analizę serii pomiarów i ma zastosowanie do błędów przypadkowych.

W większości doświadczeń stwierdza się, że rozkład częstości występowania niepewności przypadkowych można opisać funkcją $\varphi(x)$ w postaci:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right]$$

gdzie x_0 jest wartością najbardziej prawdopodobną (np. średnia arytmetyczna), σ jest odchyleniem standardowym, σ^2 jest wariancją rozkładu

Funkcja rozkładu $\varphi(x)$, wyrażona wzorem opisuje rozkład normalny, zwany **rozkładem Gaussa**.



- w przedziale $x_0 - \sigma < x < x_0 + \sigma$ zawiera się 68,2% (2/3)
- w przedziale $x_0 - 2\sigma < x < x_0 + 2\sigma$ zawiera się 95,4%
- w przedziale $x_0 - 3\sigma < x < x_0 + 3\sigma$ zawiera się 99,7% wszystkich wyników

Funkcja $\varphi(x)$ zależy od dwóch parametrów x_0 i σ , a także spełnia warunek normalizacyjny:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) dx = 1$$

Warunek ten wynika z właściwości funkcji i określa, że prawdopodobieństwo znalezienia dowolnego wyniku pomiaru x w przedziale od $-\infty$ do $+\infty$ jest równe pewności, czyli 1.

Niepewność standardowa średniej jest równa:

$$u(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

Pomiar o większym σ charakteryzuje się większym rozrzutem wyników wokół wartości średniej czyli mniejszą precyzją.

Przykład

Wykonano 10 pomiarów długości śruby przy użyciu suwmiarki, której najmniejsza działka wynosi 0,1 mm. Uzyskano następujące wyniki: 35,6; 35,8; 35,7; 35,5; 35,6; 35,9; 35,7; 35,8; 35,4 (mm). Zgodnie ze wzorem

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \text{ wartość średnia długości } \bar{l} = 35,69 \text{ mm, natomiast niepewność}$$

standardowa $u(l)$ ma wartość $u(l) = 0,053$ mm.

TYP B

Bazuje na naukowym osądzie badacza względem wszystkich informacji o pomiarze i źródłach jego niepewności. Typ B stosowany jest, gdy statystyczna analiza jest niemożliwa. **Może odnosić się do błędu systematycznego lub do jednego wyniku pomiaru (niepewność maksymalna)**.

O wielkość niepewności systematycznej decydują dwie składowe:

- 1) użyty w pomiarach *przyrząd* – jego klasa, działka elementarna, dokładność odczytu oraz
- 2) *obserwator* – niepewność eksperymentatora związana z czynnościami pomiarowymi.

Najczęściej ocena typu B dotyczy określenia niepewności wynikającej ze skończonej dokładności przyrządu.

W przypadku niepewności systematycznych zawsze zakładamy, że przyczynki pochodzące od przyrządów i obserwatora nie kompensują się, ale dodają do siebie z jednakowymi znakami. Wobec tego całkowita niepewność systematyczna pomiaru może być wyrażona w postaci sumy:

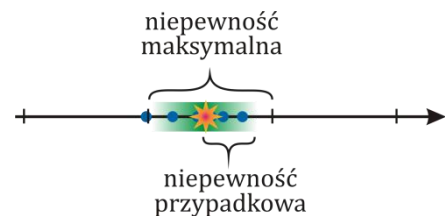
$$\Delta x = \Delta_d x + \Delta_k x + \Delta_o x + \Delta_e x$$

gdzie indeksy określają odpowiednie przyczynki od niepewności pomiaru (d – działka elementarna, k – klasa przyrządu, o – odczyt, e – eksperymentator).

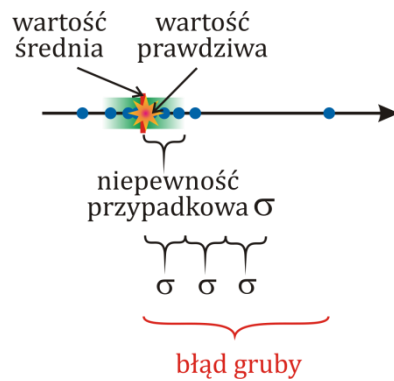
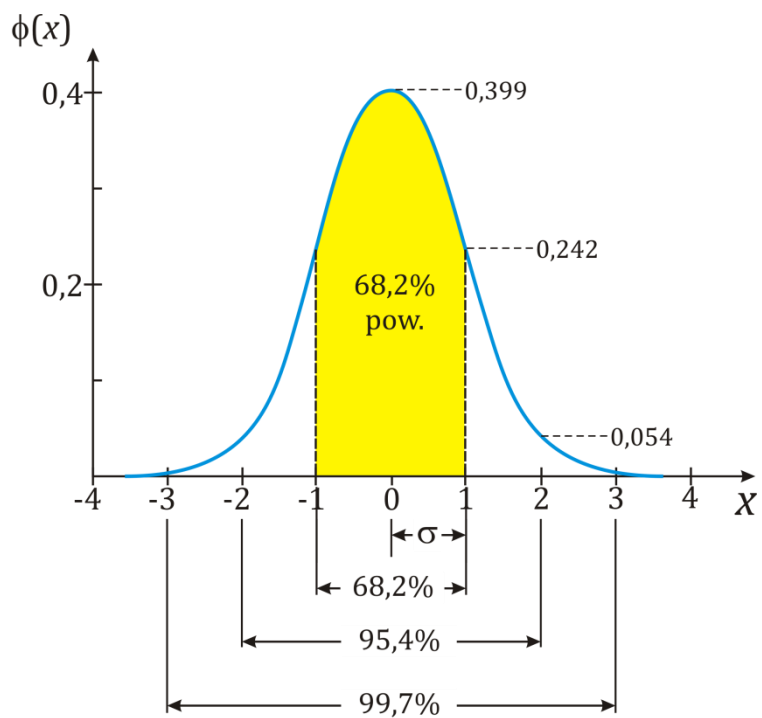
Wyznaczona w ten sposób sumaryczna niepewność Δx nazywa się **maksymalną niepewnością systematyczną**. Należy ją interpretować jako połowę szerokości przedziału od $x - \Delta x$ do $x + \Delta x$, który na pewno zawiera wartość rzeczywistą. Dla prostokątnego rozkładu funkcji $\varphi(x)$, niepewność standardowa $u(x)$ związana jest z maksymalną niepewnością systematyczną Δx , oszacowaną metodą typu B, wzorem (3): $u(x) = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}}$

Przykład

Wykonano pomiary natężenia prądu płynącego przez wykonanie busoli stycznych. Pomiary próbne wykazały nieznaczny rozrzut wyników: $I_1 \approx I_2 \approx I_3 \approx \dots \approx 0,80$ A. Oznacza to przewagę niepewności systematycznych pomiaru nad niepewnościami przypadkowymi. Użyty amperomierz był klasy 0,5 o zakresie 1 A i najmniejszej działce 0,01 A. Według oceny eksperymentatora wahania wskazówki mieściły się w granicach jednej działki. Sumaryczna maksymalna niepewność systematyczna pomiaru wynosi $\Delta I = 0,005 \text{ A} + 0,01 \text{ A} + 0,005 \text{ A} = 0,02 \text{ A}$. Względna niepewność systematyczna pomiaru: $\delta I [\%] = 3\%$, a wynik końcowy zapisujemy w postaci: $I = (0,80 \pm 0,02) \text{ A}$ lub $I = 0,80(2) \text{ A}$.

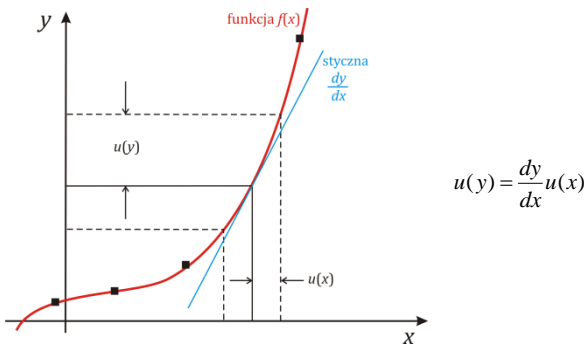


Kryterium odrzucania błędów grubych (3σ)



Niepewność wielkości złożonej

prawa przenoszenia niepewności



Niepewność standardową wielkości złożonej $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ obliczamy z tzw. prawa przenoszenia niepewności jako sumę geometryczną różniczek cząstkowych:

$$u_c(y) = \sqrt{\left[\frac{\partial y}{\partial x_1} u(x_1)\right]^2 + \left[\frac{\partial y}{\partial x_2} u(x_2)\right]^2 + \dots + \left[\frac{\partial y}{\partial x_n} u(x_n)\right]^2}$$

$$u_{cr}(y) = \frac{u_c(y)}{y}$$

Przykład

Wykonano 10 pomiarów długości wałka stalowego przy użyciu suwmiarki, której najmniejsza działka wynosi 0,1 mm. Uzyskano wyniki 35,6; 35,8; 35,7; 35,5; 35,6; 35,9; 35,7; 35,8; 35,4 (mm). Wartość średnia wynosi $\bar{l} = 35,69$ mm; $u(l) = 0,053$ mm gdzie $u(\bar{l}) = \sqrt{\frac{\sum(l_i - \bar{l})^2}{n(n-1)}}$. Wyznaczamy objętość wałka. Jego średnicę mierzono 20 razy i uzyskano wynik $\bar{d} = 4,89(2)$ mm oraz $\delta_d = 0,4\%$. Objętość wyznaczamy z wzoru: $\bar{V} = \frac{\pi(\bar{d})^2}{4} \bar{l} = 669,93$ mm³. Niepewność standardowa będzie równa:

$$u_c(\bar{V}) = \sqrt{\left[\frac{\partial V}{\partial d} u(d)\right]^2 + \left[\frac{\partial V}{\partial l} u(l)\right]^2} = \sqrt{\left[\frac{\pi \cdot d \cdot l}{2} u(d)\right]^2 + \left[\frac{\pi \cdot d^2}{4} u(l)\right]^2} = \sqrt{30,06149 + 0,99075} = 5,57 \approx 6 \text{ mm}^3$$

$$\bar{V} = 669,93 \approx 670(6) \text{ mm}^3 \approx (670 \pm 6) \text{ mm}^3; \delta_V = 0,9\%$$

metoda różniczki zupełnej

Dla wielkości złożonej $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ gdy niepewności maksymalne $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ są małe w porównaniu z wartościami zmiennych x_1, x_2, \dots, x_n **niepewność maksymalną** wielkości y wyliczamy praw rachunku różniczkowego:

$$\Delta y = \left| \frac{\partial y}{\partial x_1} \right| \Delta x_1 + \left| \frac{\partial y}{\partial x_2} \right| \Delta x_2 + \dots + \left| \frac{\partial y}{\partial x_n} \right| \Delta x_n$$

Metodę różniczki zupełnej stosujemy w przypadku, kiedy niepewności maksymalne przewyższają niepewności przypadkowe, lub kiedy mamy jedynie jeden wynik i nie mamy możliwości powtarzania pomiarów.

Pochodna logarymiczna

Jeżeli jakaś zależność funkcyjna dana jest wzorem:

$$f(x) = \frac{ax_1^m x_2^n}{bx_3^k x_4^l}$$

po zlogarytmowaniu obustronnym otrzymujemy:

$$\ln f(x) = \ln \frac{ax_1^m x_2^n}{bx_3^k x_4^l} = \ln(ab^{-1} \cdot x_1^m \cdot x_2^n \cdot x_3^{-k} \cdot x_4^{-l}) =$$

$$= \ln a + \ln b^{-1} + \ln x_1^m + \ln x_2^n + \ln x_3^{-k} + \ln x_4^{-l} =$$

$$= \ln a + (-\ln b) + m \ln x_1 + n \ln x_2 + (-k \ln x_3) + (-l \ln x_4),$$

ponieważ:

$$\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$$

$$\ln a^b = b \ln a,$$

$$\text{bo: } \ln a^b = \ln(a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a) = \ln a + \ln a + \ln a + \ln a + \dots + \ln a = b \ln a$$

Liczmy pochodną z logarytmu funkcji $f(x)$:

$$\frac{d \ln f}{d f} = \frac{1}{f} \cdot \Delta f$$

skoro a i b są stałymi, to powyższa pochodna będzie równa:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \frac{\partial f}{\partial x_3} \Delta x_3 + \frac{\partial f}{\partial x_4} \Delta x_4$$

Poszczególne pochodne cząstkowe są równe:

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = m \frac{1}{x_1} \Delta x_1 = \frac{m \Delta x_1}{x_1}; \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} = n \frac{1}{x_2} \Delta x_2 = \frac{n \Delta x_2}{x_2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_3} = -k \frac{1}{x_3} \Delta x_3 = -\frac{k \Delta x_3}{x_3}; \quad \frac{\partial f}{\partial x_4} = -l \frac{1}{x_4} \Delta x_4 = -\frac{l \Delta x_4}{x_4}$$

W takim przypadku niepewność względna wartości f będzie wynosiła:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{m \Delta x_1}{x_1} + \frac{n \Delta x_2}{x_2} + \frac{k \Delta x_3}{x_3} + \frac{l \Delta x_4}{x_4}$$

Przykład:

$$R = \frac{U}{I} \quad U = (10,0 \pm 0,5)V \quad I = (0,54 \pm 0,01)A$$

Niepewność oporu obliczona metodą różniczki zupełnej:

$$\Delta R = \left| \frac{\partial R}{\partial U} \right| \Delta U + \left| \frac{\partial R}{\partial I} \right| \Delta I = \frac{1}{I} \Delta U + \frac{U}{I^2} \Delta I = \frac{1}{0,54A} \cdot 0,5V + \frac{10,0V}{0,54^2 A^2} \cdot 0,01A = 1,3\Omega$$

Obliczamy niepewność względną oporu metodą pochodnej logarymicznej:

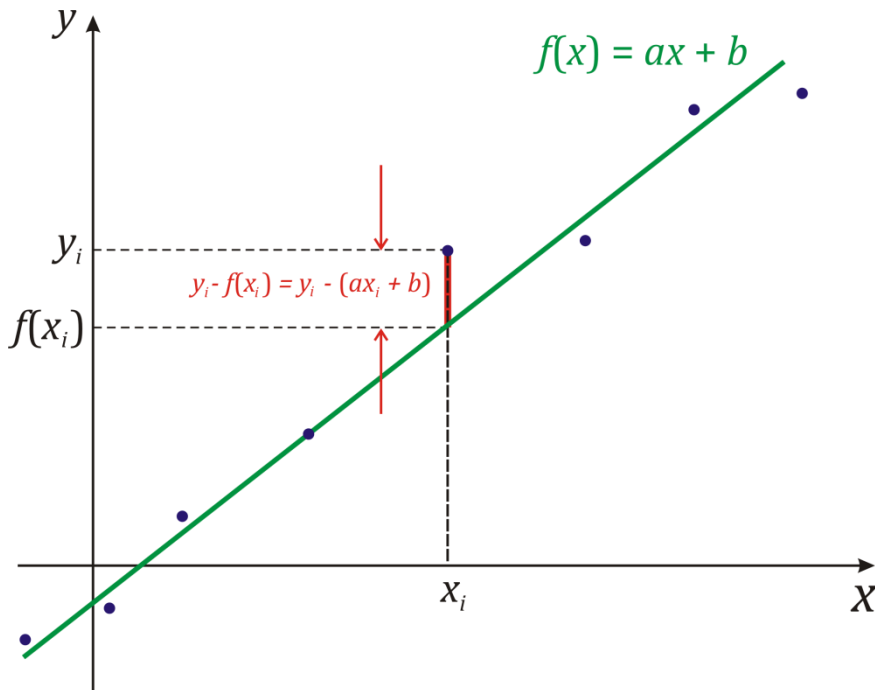
$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} = \frac{0,5}{10,0} + \frac{0,01}{0,54} = 0,0685$$

Wartość oporu wynosi 18,52 Ω

Zatem niepewność wyznaczenia oporu ΔR wyniesie: $0,0685 \cdot 18,52 \Omega = 1,3\Omega$

5. Metoda najmniejszych kwadratów

Jeśli mamy punkty doświadczalne, które powinny spełniać zależność liniową i mamy wyznaczyć równanie prostej metodą najmniejszych kwadratów, wówczas szukamy takiej prostej, od której odległości wartości eksperymentalnych (w szczególności kwadraty tych odległości) będą najmniejsze. Szukamy zatem minimum funkcji będącej sumą kwadratów odległości wartości punktów eksperymentalnych od tejże prostej:



$$S(a, b) = \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)]^2 = \min$$

Ta funkcja ma minimum wtedy, gdy jej pochodne cząstkowe po obu zmiennych (a i b) są równe zero:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial b} = 0$$

Liczmy pochodną funkcji S względem a i b:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 2 \sum (y_i - (ax_i + b)) \cdot x_i = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = 2 \sum (y_i - (ax_i + b)) = 0$$

Mamy zatem układ równań:

$$\sum (y_i - (ax_i + b)) \cdot x_i = \sum x_i y_i - a \sum x_i^2 - b \sum x_i = 0$$

$$\sum (y_i - (ax_i + b)) = \sum y_i - a \sum x_i - n \cdot b = 0$$

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + nb = \sum_{i=1}^n y_i \end{cases}$$

Rozwiązujemy go metodą wyznaczników:

$$a = \frac{\begin{vmatrix} \sum x_i y_i & \sum x_i \\ \sum y_i & n \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \sum x_i & n \end{vmatrix}} = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{\left| \frac{\sum x_i^2}{\sum x_i} \frac{\sum x_i y_i}{\sum y_i} \right|}{\left| \frac{\sum x_i^2}{\sum x_i} \frac{\sum x_i}{n} \right|} = \frac{\sum x_i^2 \cdot \sum y_i - \sum x_i y_i \cdot \sum x_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

Niepewności pomiarowe parametrów prostej wynoszą:

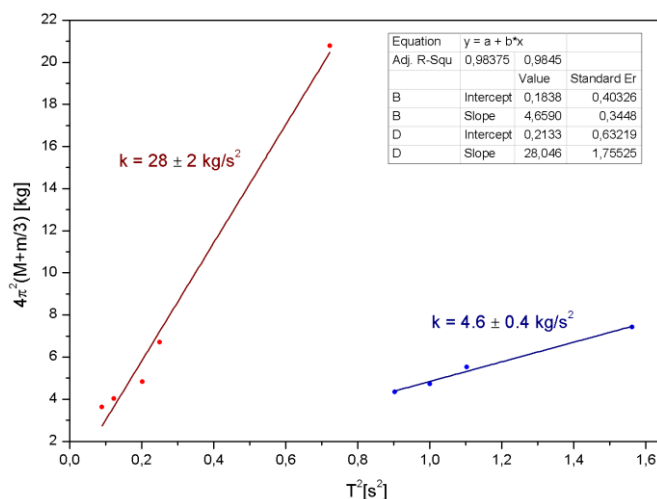
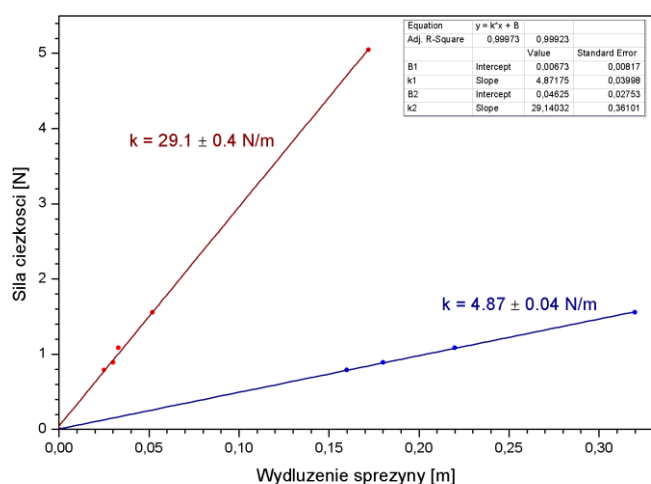
$$u(a) = \frac{n}{n-2} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)]^2}{n(\sum_{i=1}^n x_i^2) - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}}, \quad u(b) = u(a) \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}}$$

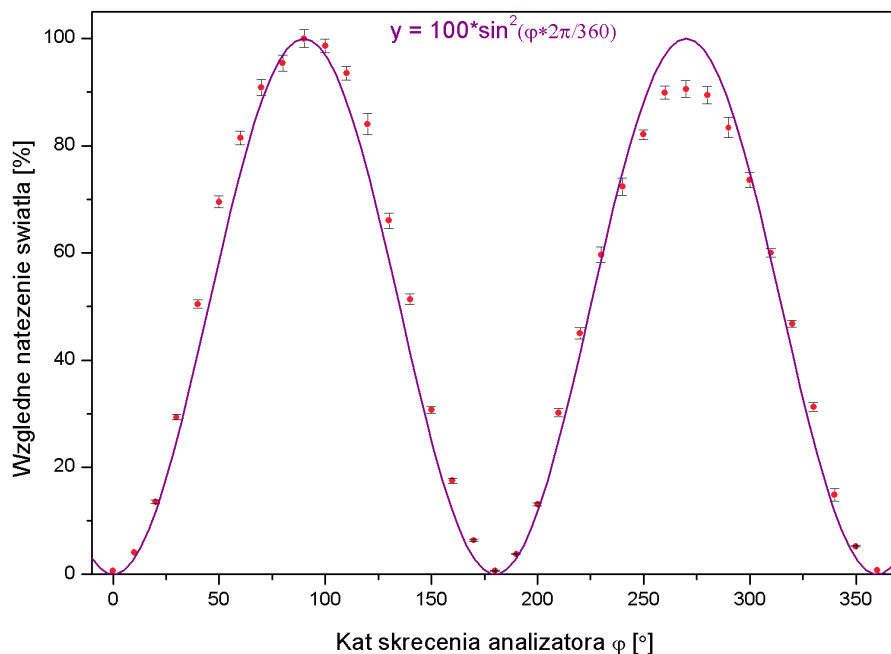
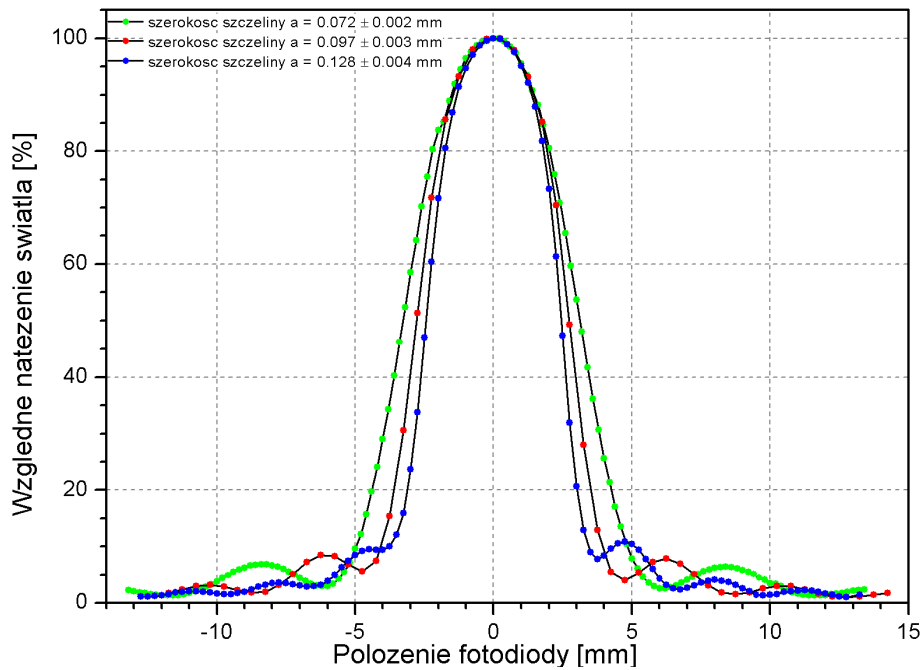
6. Wykres

Wykres jest graficznym przedstawieniem wyników pomiarów i należy sporządzać go w oparciu o następujące zasady:

1. Oś na wykresie **powinny być opisane** (jednostki, wielkości, mnożniki)
2. Zakres osi powinien być tak dobrany, by punkty doświadczalne zajmowały możliwie całą przestrzeń przeznaczoną na wykres
3. Punkty pomiarowe powinny być czytelnie zaznaczone – różne znaczki dla różnych pomiarów (jeśli sporządzamy wykres porównawczy), zaznaczamy wartości błędów (niepewności) w postaci wąsów w poziomie i pionie. **NIE ŁĄCZYMY PUNKTÓW EKSPERYMENTALNYCH LINIĄ ŁAMANĄ!**
4. Jeśli znamy zależność teoretyczną, bądź potrafimy ją dopasować do uzyskanych wyników eksperymentalnych – wykreślamy krzywą (lub prostą) na tle naniesionych wcześniej punktów.

Przykłady prawidłowo wykonanych wykresów wykonanych w programie Origin będących prezentacją danych uzyskanych na zajęciach w laboratorium:





PODSUMOWANIE

- Każdy pomiar laboratoryjny jest obarczony niepewnością pomiarową, którą eksperymentator musi określić zgodnie z pewnymi zasadami. Należy pamiętać o zapisywaniu błędów maksymalnych (dokładności urządzeń mierniczych używanych w eksperymentach – suwmiarka, linijka, amperomierz itp.)
- W pierwszej kolejności należy przeanalizować źródła błędów, pamiętając, aby wyeliminować wyniki obciążone błędem grubym (znacznie odbiegające od pozostałych danych – z takimi błędami można spotkać się w ćwiczeniu 2 (jeśli przeoczy się kroplę) lub w ćwiczeniu 3 (jeśli umknie uwadze położenie węzła fali akustycznej). W laboratorium studenckim błędy systematyczne z reguły przewyższają błędy przypadkowe, te ostatnie ogrywiają dużą rolę np. w ćwiczeniu 9, gdy mierzy się grubość płytki w różnych miejscach za pomocą dokładnego przyrządu (śruby mikrometrycznej).
- Wielokrotne powtarzanie pomiarów, gdy dominuje błąd systematyczny, nie ma sensu. W takim przypadku dokonujemy tylko 3-5 pomiarów w tych samych warunkach w celu sprawdzenia powtarzalności.

- Gdy błąd przypadkowy dominuje w eksperymencie, należy sprawdzić czy rozkład wyników może być opisany funkcją Gaussa czy też należy spodziewać się innego rozkładu. W tym celu dokonujemy wielokrotnego (np. 100 razy) pomiaru w tych samych warunkach, obliczamy średnią i wariancję rozkładu, rysujemy histogram, etc. (na naszych zajęciach laboratoryjnych nie ma czasu na tak dokładne pomiary – ale musimy przynajmniej kilkakrotnie powtórzyć pomiar)
- Jako miarę niepewności stosujemy raczej niepewność standardową w przypadku, gdy błąd przypadkowy przewyższa błąd systematyczny lub niepewność maksymalną, w przeciwnym przypadku.
- W przypadku wielkości złożonej, stosujemy prawo przenoszenia błędów (w przypadku, gdy mamy do czynienia z niepewnościami przypadkowymi) lub metodę różniczki zupełnej (w przypadku niepewności maksymalnych lub mieszanych).
- Ważnym elementem sprawozdania z przebiegu eksperymentu (i to nie tylko w laboratorium studenckim) jest wykres. Wykresy sporządzamy zgodnie z dobrymi zasadami, pamiętając o jednoznacznym opisie: jeżeli znane są podstawy teoretyczne badanego zjawiska, na wykresie zamieszczamy krzywą teoretyczną (linia ciągła) na tle wyraźnych punktów eksperymentalnych (dobieramy odpowiednie symbole i nanosimy niepewności eksperymentalne). Nie łączymy linią łamaną punktów eksperymentalnych. Możemy wcześniej dokonać dopasowania parametrów przebiegu teoretycznego w oparciu o znane metody „fitowania”.
- Zawsze, gdy to możliwe, dokonujemy linearyzacji danych eksperymentalnych, np. rysując y vs. $\ln(x)$, lub $\log y$ vs. $\log x$, lub y vs. $1/x$ itp. Do tak przygotowanych danych można zastosować metodę regresji liniowej.