

DEVOIR BILAN PTSI PHYSIQUE CHIMIE**L'usage de la calculatrice est interdit**

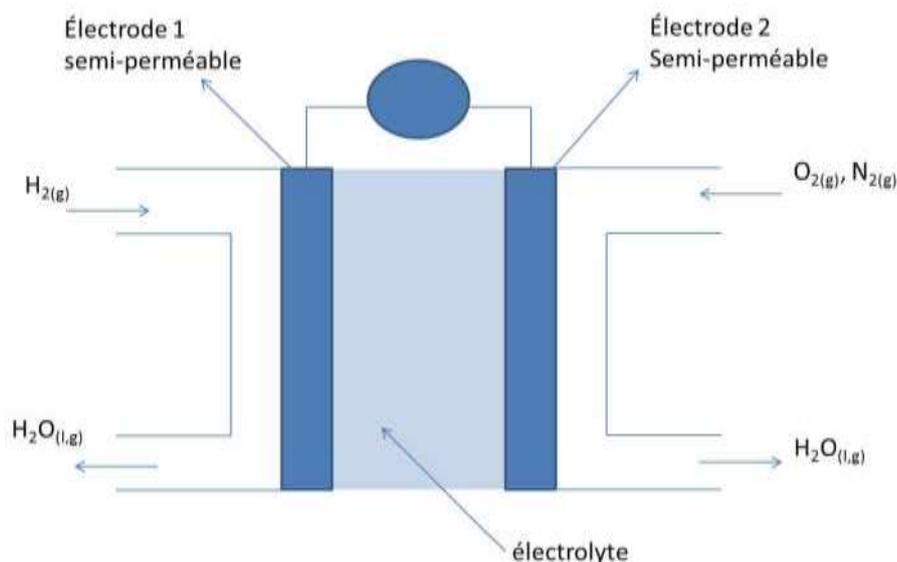
- Un résultat non démontré peut être utilisé pour la suite du problème.
- Tout résultat fourni sans justification ainsi que toute application numérique sans unité seront considérés comme sans valeur.
- **On accordera la plus grande importance à la concision et la clarté de la rédaction. En particulier, encadrer les résultats.**

Données pour les applications numériques $\pi \approx 3$ accélération de la pesanteur $g \approx 10$ Constante des gaz parfaits $R \approx 8$ Charge élémentaire $e \approx 10^{-19}$ USIVitesse de la lumière dans le vide $c \approx 3 \cdot 10^8$ USI $\sqrt{2} \approx 1.4$ $\sqrt{10} \approx 3$ $\sqrt{14} \approx 3,75$ $\sqrt{15} \approx 4$ **A. LES CERAMIQUES : DES MATERIAUX TRADITIONNELS A L'ENERGIE DU FUTUR (30 %)**

Une céramique est un matériau contenant des substances essentiellement inorganiques et non métalliques, dont les propriétés proviennent d'un traitement en température. Ce sujet a pour but d'étudier principalement la chimie d'oxydes utilisés dans des applications céramiques haute performance et traditionnelles.

Partie I- Les piles à combustibles à oxyde solide

Le principe de la pile à combustible consiste à utiliser du dihydrogène pour stocker et transporter l'énergie. Une pile à combustible est un assemblage de cellules élémentaires, en nombre suffisant pour assurer la production électrochimique d'électricité dans les conditions de tension et d'intensité voulues. De façon générale, le fonctionnement électrochimique d'une cellule élémentaire de pile à combustible peut être représenté selon le schéma suivant :



Chaque cellule élémentaire est constituée de deux compartiments disjoints alimentés chacun en gaz dihydrogène et dioxygène. Les électrodes sont séparées par un électrolyte solide qui laisse passer les anions oxygène. Les couples d'oxydoréduction mis en jeu dans la réaction sont : $H^+(aq)/H_2(g)$ et $O_2(g)/H_2O(l)$.

Nombre de Faraday : $F \approx 10^5$ C.mol⁻¹ $M(H) = 1.0$ g/mol $M(O) = 16$ g/mol

$\frac{RT}{F} \ln 10 = 0,059$ V à 25°C

$E^\circ(Fe^{2+}/Fe) = -0,44$ V.

1.1- Généralités

I. 1.1 -Indiquer les configurations électroniques fondamentales des atomes constitutifs des réactifs et du produit. En déduire les schémas de Lewis des trois molécules.

1.1.2- A partir des informations du schéma, attribuer et justifier le choix de la cathode et de l'anode aux électrodes 1 et 2, ainsi que le sens de circulation des électrons.

1.1.3- Ecrire les demi-équations électroniques pour chaque couple mis en jeu, quand la pile débite.

1.1.4- Le réactif qui est oxydé est appelé le combustible de la pile. Parmi les espèces chimiques présentes dans les couples, laquelle constitue le combustible ?

1.1.5- En déduire l'équation de la réaction modélisant la transformation ayant lieu dans la cellule de réaction. Dans un véhicule motorisé fonctionnant grâce à une pile à combustible, on estime à 1,5 kg la masse de dihydrogène nécessaire pour parcourir 250 km.

1.1.6- Calculer la quantité de matière de dihydrogène correspondant à cette masse, puis le volume occupé par cette quantité de gaz à 20°C sous pression atmosphérique si on considère que le modèle du gaz parfait valable.

1.1.7- Quel est l'avantage pour l'environnement de l'utilisation d'une pile à combustible au dihydrogène par rapport à un carburant classique ? Quel en est l'inconvénient majeur ?

1.2- L'électrolyte

Les piles à combustible à oxyde solide permettent d'avoir en contact deux phases : solide et gazeuse, ce qui supprime les problèmes liés à la gestion de 3 phases, notamment la corrosion. Les électrodes sont poreuses de façon à permettre un transport rapide des gaz. Un matériau de choix pour l'électrolyte est l'oxyde de zirconium, appelé zircone, stabilisé à l'yttrium.

1.2.1- Le zirconium se situe dans la classification périodique dans la colonne du titane ($Z = 22$), directement en dessous de cet élément. Que dire de l'électronégativité respective du titane et du zirconium ?

1.2.2- Indiquer la configuration électronique fondamentale du titane et celle du zirconium.

1.2.3- Énoncer les trois règles utilisées pour établir ces configurations électroniques.

La zircone peut être assimilée à un cristal ionique formé de cations Zr^{4+} et d'anions O^{2-} assimilés à des sphères dures de rayons respectifs r_+ et r_- . Les cations sont distribués aux nœuds d'un réseau cubique face centrée cfc.

1.2.4- Représenter la maille conventionnelle d'une structure de cations cfc. Indiquer le nombre de cations par maille.

1.2.5- Donner sans démonstration la compacité d'une telle structure dans le cas d'une maille métallique. Commenter.

1.2.6- Indiquer où se situent les sites tétraédriques de cette maille. Combien y en a-t-il ?

1.2.7- Exprimer le rayon maximal r_- de la particule sphérique pouvant s'insérer dans ces sites sans induire de déformation en fonction de a , le paramètre de la maille et de r_+ .

Les anions occupent tous les sites tétraédriques de la maille cfc formée par les cations.

1.2.8- Déterminer le nombre d'anions O^{2-} contenus dans cette maille.

1.2.9- Indiquer alors la formule de la zircone.

1.2.10- Donner la coordinence d'un anion par rapport au cation, et des cations par rapport aux anions.

1.2.11- Exprimer la masse volumique de la zircone en fonction du paramètre de la maille a , de la masse molaire M_{Zr} du zirconium et de la masse molaire M_O de l'oxygène et du nombre d'Avogadro N_A .

1.3- Dopage par l'oxyde d'yttrium

La formule de l'oxyde d'yttrium est Y_2O_3 .

1.3.1- En déduire la charge du cation yttrium.

1.3.2- Le dopage consiste à substituer dans la maille élémentaire de l'oxyde de zirconium une fraction molaire x des cations Zr^{4+} par des cations yttrium. Expliquer pourquoi l'électroneutralité de la structure n'est alors pas respectée.

1.3.3- Proposer une modification de la formule chimique impliquant le nombre d'anions O^{2-} présents dans la zircone dopée à l'oxyde d'yttrium, au moyen de x , pour rétablir cette électroneutralité.

1.3.4- Expliquer pourquoi ce dopage à l'yttrium est indispensable pour l'utilisation de la zircone en tant qu'électrolyte.

II.1- Electrolyse de l'alumine

Pour l'électrolyse de l'alumine Al_2O_3 , les électrodes sont constituées pour l'une d'aluminium liquide et pour l'autre de graphite solide. On observe un dégagement gazeux de dioxyde de carbone sur l'une d'elle. Dans ce milieu et à cette température, on obtient des solides ioniques totalement dissociés en leurs ions constitutifs en rajoutant un solvant.

Seuls les ions de ces solides sont alors à prendre en compte pour cette question

II.1-1. Quels sont les ions constitutifs de l'alumine, Al_2O_3 ? Justifier votre réponse.

II.1-2 Quelle est la nature de l'électrode sur laquelle a lieu la formation de dioxyde de carbone gazeux ? Proposer une demi-équation électronique pour la réaction électrochimique ayant lieu à cette électrode.

II.1-3 Quelle est la nature de l'électrode sur laquelle a lieu la formation d'aluminium liquide ? Proposer une demi-équation électronique pour la réaction électrochimique ayant lieu à cette électrode.

II.1-4 Proposer une équation pour la réaction d'électrolyse de l'alumine.

La différence de potentiel redox standard, associés aux deux couples d'oxydoréduction mis en jeu dans cette réaction d'électrolyse, est de 2,5 V à 1230 K.

II.1-5 En déduire une valeur de la constante d'équilibre de la réaction d'électrolyse de l'alumine solide à la température de 1230 K.

II- 2 - Magnésium en solution aqueuse

Traité thermiquement entre 1 500 °C et 2 000 °C, l'oxyde de magnésium (magnésite) est particulièrement stable même à très haute température. Il trouve ses principales utilisations comme matériau réfractaire, résistant à très haute température et est aussi utilisé pour l'obtention industrielle du magnésium. Nous allons nous intéresser à la chimie du magnésium en solution aqueuse.

Le diagramme potentiel-pH du magnésium est tracé dans l'annexe pour une concentration de travail $c_{tr} = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ à 25°C.

II.2.1. Déterminer le potentiel standard du couple Mg^{2+}/Mg (s) d'après le diagramme potentiel-pH.

II.2.2. Calculer le produit de solubilité K_s de l'hydroxyde de magnésium $\text{Mg}(\text{OH})_2$.

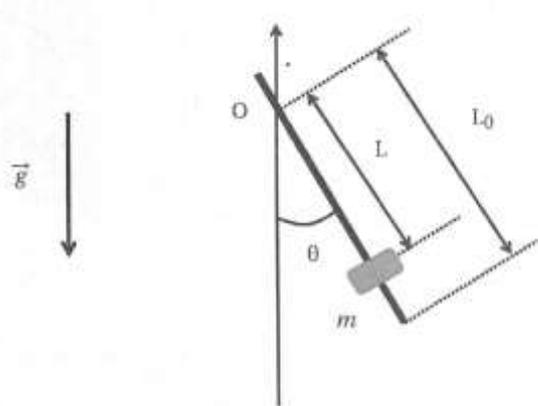
Une canalisation en fonte (alliage à base de fer) est enterrée dans le sol. Pour la protéger de la corrosion on la relie à une électrode de magnésium, elle aussi enterrée.

II.2.3. Quel rôle joue l'électrode de magnésium : est-elle anode ou cathode ? Pourquoi ? Proposer une demi-équation pour la réaction électronique en milieu acide.

II.2.4. Exprimer la durée de vie t d'une électrode en fonction de sa masse m , de l'intensité du courant de protection I supposée constante, de la constante de Faraday F et de la masse molaire du magnésium.

B. ETUDE EXPERIMENTALE D'UN PENDULE A MASSE REGLABLE (25% barème)

On s'intéresse à un pendule pesant modélisé par une tige cylindrique de masse $m_0 = 18,0 \text{ g}$ et de longueur $L_0 = 46,0 \text{ cm}$. Sur cette tige, on fixe à différentes longueurs possibles L de l'axe de rotation une masse $m = 185 \text{ g}$ considérée comme ponctuelle. Le moment d'inertie total du système par rapport à l'axe de rotation s'écrit comme la somme des moments d'inertie de la tige et de la masse ponctuelle J . Le moment d'inertie de la tige est $J_0 = \frac{1}{3} m_0 L_0^2$.



1. Etablir l'expression du moment d'inertie total J_{tot} du système.
2. Déterminer littéralement la distance L_{min} à laquelle on peut fixer la masse pour que la contribution de la tige au moment d'inertie total soit au maximum de 15% du moment d'inertie de la masse.
3. Calculer la valeur numérique approchée de L_{min} .

On se placera par la suite dans ces conditions. On considérera alors J_0 négligeable et J_{tot} ne se ramènera qu'à la contribution de la masse ponctuelle.

La liaison pivot en O est supposée parfaite et le centre de gravité du système est confondu avec celui de la masse. En outre, on suppose que le système est soumis à des forces de frottements fluides que l'on modélisera par un couple $\vec{\Gamma}_f = -\beta\dot{\theta}\vec{e}_z$ avec β une constante positive.

4. Définir la notion de liaison pivot « parfaite ».

5. Pour des petites oscillations, montrer que l'équation différentielle vérifiée par θ est :

$$\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$$

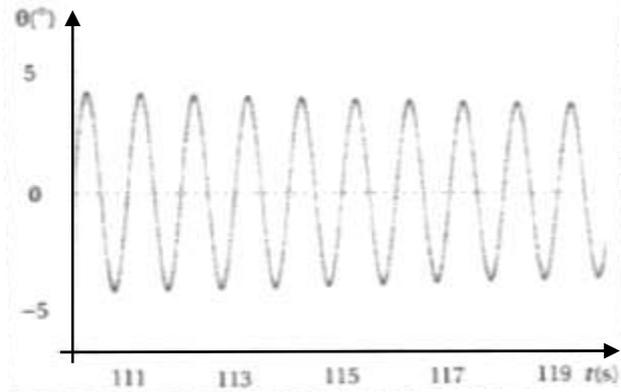
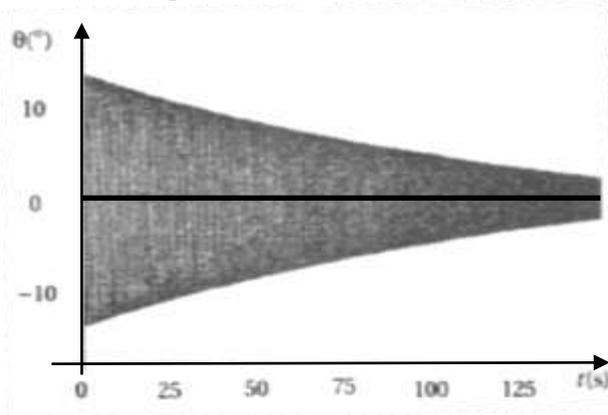
On précisera les expressions de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q en fonction de m , L , g et β .

6. En régime pseudopériodique, on montre que la solution peut s'écrire sous la forme :

$$\theta(t) = \theta_m e^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\Omega t + \varphi)$$

Etablir les expressions de la durée caractéristique du régime transitoire τ et de la pulsation propre Ω . Simplifier l'expression de Ω quand $Q \gg 1$ (à l'ordre 0).

L'enregistrement donnant θ en fonction du temps t est donné ci-dessous pour $L > L_{\min}$ (à gauche) le 2nd graphe est un « zoom » du premier (à droite)

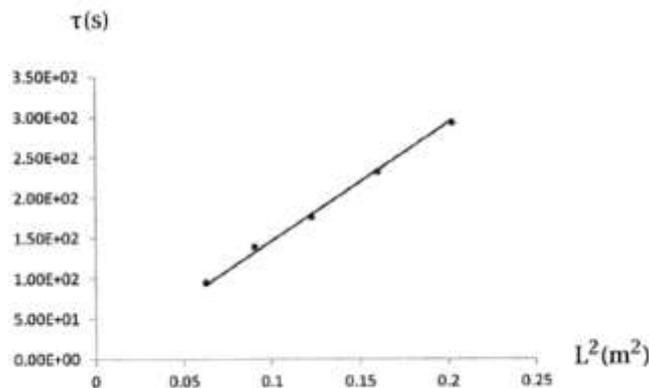


7. Aux vues de ces graphes, expliquer qualitativement pourquoi Q peut être considéré comme très grand devant 1.
8. Par une technique graphique simple à préciser, déterminer la durée caractéristique τ du régime transitoire et mesurer par ailleurs la pseudo-pulsation Ω .
9. En déduire les valeurs de la pulsation propre ω_0 , du facteur de qualité Q et de la longueur L à laquelle est attachée la masse pour cette expérience.

On répète l'expérience précédente pour différentes valeurs de L . Les résultats sont rassemblés dans le tableau ci-dessous.

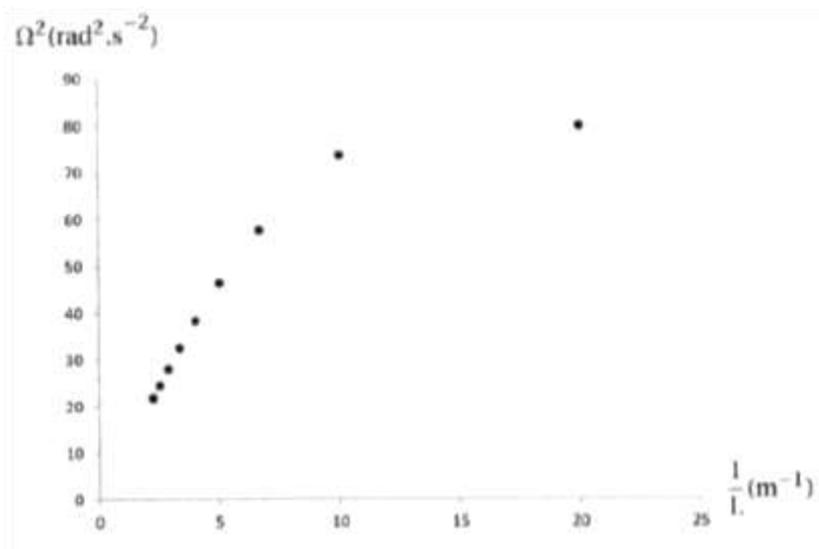
L (cm)	45	40	35	30	25	20	15	10	5.0
Ω (rad/s)	4.68	4.96	5.30	5.71	6.25	6.82	7.61	8.59	8.94
τ (s)	293	232	176	139	94.8	73.3	45.3	23.3	11.5

Le tracé de τ en fonction de L^2 pour les 5 premières valeurs de L conduit au graphe ci-dessous.



10. Justifier que ce choix de tracé est judicieux. Pourquoi n'a-t-on tracé que les 5 premières valeurs de L (de 45 cm à 25 cm) ?

11. Dédurre la valeur expérimentale du paramètre β . Préciser son unité.
Le tracé de Ω^2 en fonction de $1/L$ est le suivant :



12. Justifier que ces résultats expérimentaux semblent être cohérents avec les résultats établis précédemment pour un intervalle de valeurs de L à préciser.
13. Proposer une évaluation numérique de g .
14. Pour $L=10$ cm, retrouve-t-on la valeur théorique de Ω ?

TROUS NOIRS (25% du barème)

Données :

1 parsec = $3 \cdot 10^{16}$ m

constante de gravitation universelle : $G = 7 \cdot 10^{-11}$ USI

unité astronomique (distance moyenne Terre-Soleil) : 1 u.a. = $1.50 \cdot 10^{11}$ m

En 1783, le physicien britannique John Michell eut l'idée pour la première fois de l'existence d'astres dont la gravitation serait si forte que même la lumière ne pourrait s'en échapper. L'idée fut reprise par Laplace en 1796, puis oubliée car elle semblait trop abstraite. Elle ressurgit en 1916 dans le cadre de la relativité générale. Ce concept fut développé par la suite, et la dénomination de trou noir s'est imposée dans les années 1960. On pense aujourd'hui en avoir détecté un grand nombre. Un trou noir n'est pas un objet qui « aspire » absolument tout, mais il est seulement beaucoup plus massif et génère une force gravitationnelle beaucoup plus grande que les objets auxquels on est habitués. Par exemple, un trou noir stellaire (résultant de l'effondrement gravitationnel d'une étoile) de la masse du soleil aurait un diamètre de seulement 6 km (le diamètre réel du soleil est de $1.4 \cdot 10^6$ km).

Une étoile est un corps gazeux à symétrie plus ou moins sphérique qui rayonne sa propre lumière par des réactions de fusions nucléaires. On peut considérer que les forces internes entre particules gazeuses sont les forces gravitationnelles. Une fois toute la matière consommée par les réactions nucléaires, le mécanisme maintenant l'équilibre avec la gravitation disparaît, l'étoile s'effondre et devient une naine blanche, beaucoup plus petite et plus dense que l'étoile initiale. Elle atteint un nouvel état d'équilibre. On montre qu'il existe une masse critique, dite masse de Chandrasekhar, à partir de laquelle il n'existe plus aucun mécanisme concurrençant la gravitation. Ainsi, si la naine blanche a une masse supérieure à cette masse critique, l'effondrement gravitationnel continue et la naine blanche peut devenir un trou noir.

Considérons pour cela un point matériel P, repéré par ses coordonnées polaires, de masse m à proximité d'un astre sphérique de centre O, de masse M et de rayon R . Ce point matériel est soumis uniquement à la force gravitationnelle due à l'astre. On se place dans un référentiel \mathcal{R} astrocentrique (dans lequel le point O est fixe), qui est supposé galiléen. La constante de aires est donnée, en coordonnées polaires, par $\mathcal{C} = r^2 \dot{\theta}$.

- Faire un dessin et y faire figurer les notations. Exprimer cette force, établir les expressions de l'énergie potentielle dont elle dérive (supposée nulle à l'infini), de l'énergie cinétique et de l'énergie mécanique du point matériel P sous la forme : $E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + E_{p,eff}(r)$ en introduisant une fonction $r \rightarrow E_{p,eff}(r)$ dont on précisera l'expression.

2. Tracer la courbe représentative de $r \rightarrow E_{p,eff}(r)$. À l'aide d'un raisonnement graphique, déterminer pour quelles valeurs de E_m le point P peut « échapper » à l'attraction de l'astre. Comment qualifie-t-on cet état ?
3. L'énergie mécanique se conserve-t-elle ? Justifier (proprement).
4. Montrer que le mouvement de P est nécessairement plan.

On se restreint à présent à l'étude d'un mouvement circulaire de P autour de l'astre attracteur.

5. Qu'appelle-t-on vitesse de libération (ou 2nde vitesse cosmique) ? En déduire son expression v_{lib} à la surface de cet astre.

Un trou noir est un astre pour lequel la vitesse de libération est supérieure à $c = 3.10^8$ m/s.

6. Déterminer l'expression du rayon maximal R_s que doit avoir l'astre de masse M pour être un trou noir (ce rayon est appelé rayon de Schwarzschild).
7. Faire les applications numériques avec la masse du Soleil ($M_s = 2.0 \cdot 10^{30}$ kg) puis celle de la Terre ($M_T = 6.0 \cdot 10^{24}$ kg).

Le trou noir super massif le plus proche de la Terre est celui se trouvant au centre de notre galaxie à $d = 8$ kiloparsecs. Sa masse est d'environ 3,6 millions de masses solaires. La dernière orbite circulaire stable, généralement abrégée en ISCO (pour l'anglais *Innermost stable circular orbit*), est l'orbite circulaire la plus proche d'un trou noir en-deçà de laquelle la matière finit inéluctablement par tomber sur le trou noir. Pour un trou noir de Schwarzschild, le rayon de l'ISCO vaut trois fois le rayon de Schwarzschild de ce trou noir :

$$R_{ISCO} = \frac{6GM}{c^2}$$

8. Evaluer numériquement R_{ISCO} pour le trou noir du centre de notre galaxie.
9. En déduire la valeur de la première vitesse cosmique d'une sonde voyageant sur cette orbite.(on démontrera l'expression de la vitesse puis on fera l'application numérique)

On souhaite envoyer depuis la Terre (en orbite autour du soleil) une sonde sur la dernière orbite circulaire stable du trou noir au centre de la voie lactée. La période galactique du soleil autour du trou noir est de 2.10^8 années.

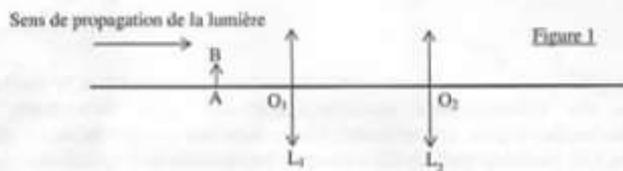
10. Quelle est la vitesse de la sonde en orbite autour du soleil à une distance d'une unité astronomique dans le référentiel héliocentrique ? On négligera l'effet de la Terre.
11. Estimer la durée en années pour envoyer la sonde sur la dernière orbite circulaire stable du trou noir. On fera pour cela l'hypothèse que les objets considérés ne ressentent que l'attraction gravitationnelle du trou noir.

BANQUE PT 2017 (20% bareme)

A.1. Le microscope classique

Le microscope est modélisé sur la figure 1, par un système de deux lentilles minces convergentes, l'une constituant l'objectif (lentille L_1 de centre O_1 et de distance focale image $f'_1=5$ mm), et l'autre constituant l'oculaire (lentille L_2 de centre O_2 et de distance focale image $f'_2=15$ mm).

On fixe $\overline{O_1O_2} = D_o = 120$ mm. On choisit le sens positif dans le sens de propagation de la lumière.



On rappelle la relation de conjugaison d'une lentille et l'expression du grandissement γ :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{OA'}{OA}$$

A.1.1 Les relations précédentes sont valables à condition que les rayons lumineux satisfassent les conditions de Gauss. Donner ces 2 conditions.

A.1.2 Si F_1 est le foyer image de L_1 , et F_2 le foyer objet de L_2 , on définit l'intervalle optique par la grandeur algébrique $\Delta = \overline{F_1F_2}$. Exprimer Δ en fonction de f'_1 , f'_2 , D_o , puis calculer sa valeur.

A.1.3 Un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique est éclairé et placé à une distance d de L_1 , à sa gauche, de façon à ce que l'image A'B' donnée par l'objectif, appelée image intermédiaire se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire. L'observation se fait à l'œil placé au contact de l'oculaire.

A.1.3.1 Exprimer d en fonction de f'_1 et Δ , puis calculer sa valeur.

A.1.3.2 Exprimer le grandissement γ_1 induit par l'objectif en fonction de f'_1 et Δ , puis calculer sa valeur.

A.1.3.3 Quel est l'intérêt pour l'observateur de cette position de l'objet ?

A.1.3.4 Faire une construction géométrique faisant apparaître l'objet, l'image intermédiaire, ainsi que l'angle α' sous lequel est observée l'image finale à travers le microscope.

A.1.4 Le grossissement commercial du microscope est défini par $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ où α est l'angle sous lequel serait vu l'objet à l'œil nu placé à une distance $D = 250$ mm.

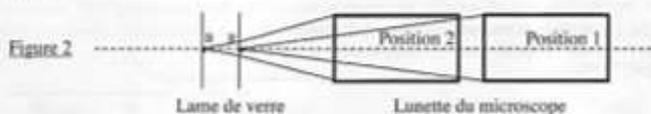
L'objet étant de très petite taille, ces deux angles seront bien sûr très faibles.

Exprimer G en fonction de Δ , D , f'_1 et f'_2 , puis calculer sa valeur.

A.1.5 On utilise ce microscope pour mesurer l'épaisseur e d'une mince lame de verre à faces parallèles, d'indice $n=1.5$.

On colle une petite pastille bleue (B) sur la face gauche de la lame et une petite pastille rouge (R) sur sa face droite.

On positionne d'abord la lunette (ensemble objectif+oculaire) du microscope de façon à faire la mise au point sur la pastille rouge (Figure 2, Position 1). Puis, grâce à une vis micrométrique, on translate la lunette d'une distance e , de façon à faire la mise au point sur l'image de la pastille bleue (Figure 2, Position 2) :



La figure 3 ci-dessous montre la position 2 de la vis micrométrique, la position 1 correspondant à la graduation 40 de la partie mobile.



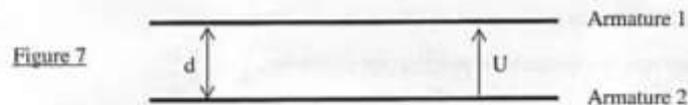
A.1.5.1 Déterminer la valeur mesurée de e en mm, avec une estimation de l'incertitude de mesure.

Pour améliorer la résolution du microscope, on remplace les photons par des électrons, de charge $q=-e$ et de masse m .

On rappelle la relation de De Broglie : $p=h/\lambda$ où p est la quantité de mouvement, λ la longueur d'onde associée à la particule et h la constante de Planck.

B.1 Aspect électrique

Les électrons sont accélérés dans un canon à électrons (Figure 7) constitué de deux armatures planes et parallèles, distantes de $d = 1$ cm et séparées par du vide quasi-parfait.



B.1.1 On applique entre les armatures une tension positive $U=V_1-V_2$. Sur quelle armature les électrons doivent-ils être émis sachant que leur vitesse initiale est nulle ?

B.1.3 Exprimer le champ électrique entre les armatures, en fonction de U et d .

B.1.4 On se place dans le cadre de la mécanique classique.

On donne les valeurs numériques approchées : $\frac{e}{m} = 2 \cdot 10^{11}$ S.I. et $\frac{h}{m} = 7 \cdot 10^{-4}$ S.I.

B.1.4.1 Exprimer la vitesse v atteinte par les électrons lorsqu'ils arrivent sur l'armature opposée, en fonction de U , e , m .

Calculer v sachant que $U=10^5$ V. Commenter l'ordre de grandeur obtenu.

B.1.4.2 Calculer la longueur d'onde λ associée aux électrons ainsi accélérés.

B.1.5 On envisage une approche relativiste du mouvement des électrons. Le théorème de l'énergie cinétique s'écrit de la même façon qu'en mécanique classique, mais les expressions de l'énergie cinétique et de la quantité de mouvement doivent être corrigées ainsi :

$$E_k = (\gamma - 1)mc^2 \quad \text{et} \quad p = \gamma m v \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad \text{et} \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}.$$

B.1.5.1 Exprimer γ en fonction de e , U , m , c puis en déduire λ en fonction de h , m , c , γ .

B.1.5.2 Calculer la valeur de γ ainsi que la valeur affinée de λ , sachant que $\sqrt{\left(\frac{11}{9}\right)^2 - 1} \approx 0,7$.

ANNEXE