**Άσκηση 1** (Μον. 20)

1. (μον. 14) Δίνεται ο 3x3 πίνακας  και ο 3x2 πίνακας  .
2. Να υπολογιστούν, αν ορίζονται, οι πίνακες. Αν κάποιοι από αυτούς τους πίνακες δεν ορίζονται, εξηγείστε γιατί.
3. Να υπολογιστεί το ίχνος του πίνακα 5*A* και η ορίζουσα του πίνακα 2.
4. Είναι ο πίνακας *Α* αντιστρέψιμος; Αν ναι, υπολογίστε τον .
5. (μον. 2) Έστω *C* ένας 7x8 πίνακας και *D* ένας *m*x*n* πίνακας. Αν είναι γνωστό ότι ο είναι 5x8 πίνακας, βρείτε τα m και n.
6. (μον. 4) Δίνεται ο πίνακας , όπου  πραγματική παράμετρος.
7. Βρείτε όλες τις τιμές του  για τις οποίες ο πίνακας *Ε* είναι αντιστρέψιμος.
8. Βρείτε όλες τις τιμές του  για τις οποίες ο πίνακας ()1821 είναι αντιστρέψιμος (Υπόδειξη: μην κάνετε πολλές πράξεις).

**Λύση**

**Αi)** Έχουμε:

Οι υπόλοιπες πράξεις δεν ορίζονται αφού ο αριθμός των γραμμών του πρώτου πίνακα δεν είναι ίσος με τον αριθμό των στηλών του δεύτερου πίνακα.

**Αii)** Ο πίνακας είναι . Επομένως το ίχνος του (δηλαδή το άθροισμα των διαγώνιων στοιχείων του) θα είναι ίσο με .

Εναλλακτικά, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι .

Ο πίνακας είναι . Η ορίζουσά του μπορεί να υπολογιστεί με διάφορους τρόπους. Εδώ θα την υπολογίσουμε ως προς την πρώτη γραμμή. Οπότε θα έχουμε:

Εναλλακτικά, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι Επομένως, αρκεί να υπολογίσουμε την ορίζουσα του πίνακα . Εδώ την υπολογίζουμε ως προς την τρίτη γραμμή:

.

Άρα .

**Aiii)** Εφαρμόζουμε την μέθοδο απαλοιφής Gauss-Jordan.

,

Επομένως, θα έχουμε ότι .

**Β**. Ο πίνακας  έχει διάσταση . Επομένως θα πρέπει για να μπορεί να οριστεί το γινόμενο και επίσης για να έχει ο πίνακας που βγαίνει ως αποτέλεσμα 5 γραμμές.

**Ci.** Ο πίνακας  είναι τριγωνικός επομένως η ορίζουσά του θα είναι ίση με το γινόμενο των διαγώνιων στοιχείων του. Άρα . Για να αντιστρέφεται ο πίνακας θα πρέπει να έχει μη μηδενική ορίζουσα. Επομένως, θα πρέπει , , .

**Cii.** Για το δεύτερο ερώτημα, αρκεί να παρατηρήσουμε η ορίσουσα του δοσμένου πίνακα είναι . Επομένως ο πίνακας που δίνεται θα είναι αντιστρέψιμος αν και μόνο αν , , .