

## CLAT प्रश्नपत्र में सफलता के लिये गणित की भूमिका

देश के 15 प्रतिष्ठित लॉ स्कूलों के लिये प्रतिवर्ष आयोजित होने वाली क्लेट (CLAT – Common Law Admission Test) परीक्षा में 200 मार्क्स के पेपर 200 ऑब्जेक्टिव प्रकार के प्रश्नों में निम्नानुसार विषय समाहित होते हैं:

English including Comprehension:	40 Marks
General Knowledge and Current Affairs:	50 Marks
Elementary Mathematics (Numerical Ability):	20 marks
Legal Aptitude:	50 Marks
Logical Reasoning:	40 marks

उपरोक्त में प्रत्येक गलत उत्तर के लिये 0.25 मार्क्स का डिडक्शन है. इसके अतिरिक्त समान स्कोर की स्थिति में मेरिट निर्धारित करने की फार्मूला निम्नलिखित क्रमानुसार है:

1. लीगल एप्टीट्यूड में अधिक मार्क्स
2. अधिक आयु

क्लेट पेपर के वर्तमान पैटर्न अन्तर्गत निगेटिव मार्किंग प्रारंभ हो जाने से किसी भी प्रतियोगी के लिये यह उत्तर में सटीकता (accuracy) सुनिश्चित करना अत्यंत आवश्यक हो जाता है तथा यह accuracy ही CLAT में सफलता का सबसे बड़ा मूलमंत्र और परम शक्तिशाली उपकरण बन जाता है. इस अत्याधिक प्रतिष्ठित परीक्षा में आपको एक ऐसी स्ट्रेटेजी के साथ भाग लेना चाहिये, जो आपमें न सिर्फ एक आत्मविश्वास बनाए रखे, बल्कि आपके लिये बोनस अंकों की व्यवस्था कर सके.

इस स्ट्रेटेजी में गणित की विशेष भूमिका है. ऐसे सारे विद्यार्थी जो गणित में थोड़ा भी कौशल या दक्षता (knack) रखते हैं, गणित को एक बोनस के रूप में उपयोग करना चाहिये. ऐसे विद्यार्थियों को स्वयं में और अन्य प्रतियोगियों की बीच के बुनियादी अन्तर को समझना चाहिये. क्लेट के लिये प्रति वर्ष लगभग 30000 से ज़्यादा परीक्षार्थी रहते हैं, और ये माना जाना चाहिए कि उनमें से 80 प्रतिशत से अधिक परीक्षार्थी पूर्ण उत्साह, प्रतिबद्धता, जुनून और पूर्ण समर्पण के साथ तैयारी कर रहे हैं. निश्चित रूप से आपकी प्रतिस्पर्धा उन्हीं के साथ है. यहां यह भी महत्वपूर्ण है कि मेरिट लिस्ट में प्रारंभ के 100-125 परिणामों के पश्चात प्रत्येक 0.25 के मार्क्स सेगमेंट पर परीक्षार्थियों की संख्या में गुणात्मक वृद्धि होती जाती है, और उसके बाद मेरिट लिस्ट के निर्धारण में उपरोक्त लिखित नियम लागू होता है.

अतः आपके लिये आवश्यक है CLAT के Elementary Mathematics के प्रश्नों के समाधान खोजने में आप क्विक टैक्टिक्स का उपयोग करना सीखें. क्लेट 2015 के गणित पार्ट का यह प्रश्न देखें और उनके त्वरित उत्तर प्राप्त करने का वैज्ञानिक तरीका समझें:

The simplified value of  $[(0.111)^3 + (0.222)^3 - (0.333)^3 + (0.333)^2 \times (0.222)]^3$  is:

उत्तर: समस्त वैल्यूज 0.111 के गुणाकों में हैं. अतः न्यूनतम वैल्यू अर्थात्  $0.111 = P$  (माना)

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{दी गई संख्या} &= [(P)^3 + (2P)^3 - (3P)^3 + (3P)^2 \times (2P)]^3 \\ &= [P^3 + 8P^3 - 27P^3 + 9P^2 \times 2P]^3 \\ &= [P^3 + 8P^3 - 27P^3 + 18P^3]^3 \\ &= [27P^3 - 27P^3]^3 = 0 \end{aligned}$$

Question: When  $2\frac{1}{2}$  is added to a number and the sum is multiplied by  $4\frac{1}{2}$ , and then 3 is added to the product and then the sum is divided by  $1\frac{1}{5}$ , the quotient becomes 25. What is that number?

उत्तर: माना वांछित संख्या P है.

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{\left\{\left(P + \frac{5}{2}\right) \times \frac{9}{2}\right\} + 3}{\frac{6}{5}} &= 25 \rightarrow \left\{\left(P + \frac{5}{2}\right) \times \frac{9}{2}\right\} + 3 = 25 \times \frac{6}{5} = 30 \\ \Rightarrow \left\{\left(P + \frac{5}{2}\right) \times \frac{9}{2}\right\} &= 27 \rightarrow \left\{\left(P + \frac{5}{2}\right)\right\} = 27 \times \frac{2}{9} = 6 \\ \Rightarrow P &= 6 - \frac{5}{2} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}, \text{ Ans.} \end{aligned}$$

इसलिए आपको गणित की मौलिक अवधारणाओं का ज्ञान होना चाहिए, और इस विषय में कुछ बुनियादी अंतर्दृष्टि रखनी चाहिये. साथ ही गणित आपसे दृढ़ता (persistence), जुनून (passion) और प्रतिबद्धता (commitment) की मांग करता है। आप स्वयं से पूछिये, क्या आपको 25 तक टेबल्स (पहाड़े) याद हैं? क्या आप प्रथम 25 की संख्या तक के वर्गों का मान (square of first 25 natural numbers) जानते हैं? क्या आपको बेसिक बीजगणितीय आईडेंटिटीज़ {like  $(A+B)^2$ ,  $(A-B)^2$ ,  $(A+B)^3$ ,  $(A-B)^3$  etc.} याद या उनका ज्ञान है, जिनका आपने अपनी आठवीं या नौवीं कक्षा में अध्ययन किया था? ये प्रश्न मैंने इसलिये पूछे हैं क्योंकि क्लेट के पेपर में समय का बहुत महत्व है. सामान्यतः क्लेट का पेपर 38-40 पृष्ठ का होता है जिसमें 200 प्रश्न हैं और आपको उसे दो घंटे में पूर्ण करना होता है. यदि आप समय और उत्तर की एक्यूरेसी का ध्यान नहीं रखते हैं, आप बहुत बड़ी चूक कर सकते हैं जिसका परिमार्जन संभव नहीं है. ध्यान रहे कि यदि क्लेट में आप शेष 180 प्रश्नों में बहुत अच्छा करते हैं, आप गणित में सौ

प्रतिशत प्रश्नों के सही उत्तर के साथ सौ शीर्ष स्थानों में जा सकते हैं. क्लेट 2015 के इस प्रश्न को देखिये:

If  $x = (16^3 + 17^3 + 18^3 + 19^3)$ , then  $x$  divided by 70 leaves a remainder of ....

देखने में कठिन है परन्तु यह एक बहुत आसान प्रश्न है. इसमें जो एलजेबरिक आईडेंटिटी लगी हुई है, है:

$$(A+B)^3 = A^3 + B^3 + 3AB(A+B)$$

$$\rightarrow A^3 + B^3 = (A+B)^3 - 3AB(A+B)$$

$$\rightarrow 16^3 + 19^3 = (16+19)^3 - \{(3 \times 16 \times 19) \times (16+19)\} = (35)^3 - \{(3 \times 16 \times 19) \times (35)\} \text{ --- (P)}$$

इसी प्रकार से-

$$\rightarrow 17^3 + 18^3 = (17+18)^3 - \{(3 \times 17 \times 18) \times (17+18)\} = (35)^3 - \{(3 \times 17 \times 18) \times (35)\} \text{ --- (Q)}$$

अतः समीकरण P और Q को जोड़कर दिये गये प्रश्न को इस प्रकार लिखा जा सकता है:

$$P + Q = (35)^3 - \{(3 \times 16 \times 19) \times (35)\} + (35)^3 - \{(3 \times 17 \times 18) \times (35)\}$$

$$\rightarrow = \{2 \times (35)^3\} - \{(3 \times 2 \times 35) \times \{(8 \times 19) + (17 \times 9)\}\}$$

$$\rightarrow = (2 \times 35)[(35^2) - \{3 \times \{(8 \times 19) + (17 \times 9)\}\}]$$

निश्चित रूप से यह  $(2 \times 35)$  अर्थात् 70 से भाज्य (divisible) है. अतः remainder = 0.

अतः यदि आप गणित में थोड़ा सी भी अतिरिक्त दक्षता रखते हैं, आपको इस सम्बंध में गंभीरतापूर्वक विचार करना चाहिये कि आप स्वयं को गणित में अनुकूलित करें और इस प्रकार आप स्वयं में और अन्य गैर-गणित प्रतियोगियों में एक बड़ा अंतराल निर्मित करें. आपको यह याद रखना चाहिए कि यदि क्लेट के प्रश्नपत्र से गणित को हटा दिया जाए, शेष 180 प्रश्नों और 180 मार्क्स के लिए सभी प्रतियोगी अपनी अपनी तैयारी के समानुपात में उपलब्धियों के एक ही पायदान पर मिलेंगे. इस प्रकार यह केवल गणित ही है जो प्रतियोगियों के दो वर्गों (गणित और गैर-गणित) के मध्य एक बड़ा अंतर निर्मित कर देता है. यहां विचारणीय यह है कि यद्यपि गणित के लिये क्लेट का सिलेबस कक्षा 10 तक के प्रारंभिक गणित को समाहित करता है, क्लेट के प्रश्नपत्रों में कक्षा 11 के गणित सिलेबस से भी प्रश्न पूछे गये हैं. उदाहरणार्थ, क्लेट 2015 के गणित के निम्नलिखित प्रश्न जो Permutation/Combination and Probability से लिये गये हैं:

A man has 9 friends: 4 boys and 5 girls. In how many ways can he invite them, if there have to be exactly 3 girls in the invitees?

A die is rolled twice. What is the probability that the sum of the numbers on the faces is 5?

A speaks truth in 75% cases and B in 80% of the cases. In what percentage of cases are they likely to contradict each other, narrating the same incident?

प्रथम प्रश्न क्रमचय संचय (Permutation & Combination) से लिया गया है, तथा प्रायिकता (Probability) से लिये गये शेष दो प्रश्न बहुत आसान हैं। ये तीनों प्रश्न कक्षा 11 की गणित से लिये गये हैं। परन्तु प्रश्न तीन के लिये आवश्यक है कि आपको independent events और mutually exclusive events और उनके एलजबरा का ज्ञान हो। इसके अतिरिक्त दूरी-समय (Distance-Time) वाले प्रश्नों पर व दूरी-समय ग्राफ में आपकी निपुणता और अवधारणाओं में स्पष्टता (clarity in concepts) होनी चाहिये, क्योंकि इस प्रकार के प्रश्न प्रायः प्रतियोगितात्मक परीक्षाओं में आते ही रहते हैं। उदाहरणार्थ, क्लेट 2015 के गणित के निम्नलिखित प्रश्न को देखिये जो प्रथमदृष्टया बहुत कठिन लगता है, परन्तु अत्यंत सरल है:

Two trains, one from Howrah to Patna and other from Patna to Howrah, start simultaneously. After they meet, the trains reach their destinations after 9 hours and 16 hours respectively. The ratio of their speed is.....



प्रथम ट्रेन (A) प्वाइंट A से B की ओर गति  $V_A$  से व उसी समय दूसरी ट्रेन (B) प्वाइंट B से A की ओर गति  $V_B$  से रवाना होती है। ये दोनों ट्रेन्स एक दूसरे को प्वाइंट O पर क्रास करती हैं। निश्चित रूप से प्वाइंट O तक दोनों ट्रेन्स समान समय लेंगी। माना यह समय T है। दिया हुआ है कि ट्रेन A, दूरी OB को 9 घंटे में तथा ट्रेन B, दूरी OA को 16 घंटे में तय करती है।

अब, दूरी = गति x समय (Distance = Velocity x Time)

दूरी	ट्रेन A के लिये	ट्रेन B के लिये	समान दूरी के कारण
AO	$V_A \times T$	$V_B \times 16$	$V_A \times T = V_B \times 16 \dots\dots$ (Eqn 1)
OB	$V_A \times 9$	$V_B \times T$	$V_A \times 9 = V_B \times T \dots\dots$ (Eqn 2)

Eqn 1 से:  $T = (V_B \times 16) / V_A$

Eqn 2 से:  $T = (V_A \times 9) / V_B$

→  $\{(V_B \times 16) / V_A\} = \{(V_A \times 9) / V_B\}$

→  $\{(V_B)^2 / (V_A)^2\} = \{16/9\}$

→  $(V_B / V_A) = (4/3)$

क्लेट परीक्षा में सफलताओं की संभावनाओं में गणित विषय की भूमिका के अतिरिक्त गणित की अन्य भूमिकाओं को भी हमें एनालीसिस कर लेना चाहिये। क्लेट में ही लॉजिकल रीज़निंग के प्रश्नों में अनेक बार गणित से सम्बंधित प्रश्न आ जाते हैं। गणित आपके मस्तिष्क

के लॉजिकल पार्ट को सदैव जाग्रत रखने में मदद करता है, और आप किसी भी समस्या के समाधान हेतु एनालीसिस अधिक बेहतर तरीके से कर पाने में सक्षम हो जाते हैं।

अतः, यदि आप में गणित के लिये थोड़ा सा भी अतिरिक्त उत्साह है, और आप क्लेट परीक्षा की तैयारी कर रहे हैं, आपको सलाह है कि आप अपने पोटेंशियल को कंडीशन करें, रिफ़ाईन करें और नये उत्साह और संवेग के साथ इस परीक्षा की तैयारी करें। यदि आप मई 2016 में होने वाली क्लेट परीक्षा में भाग लेने जा रहे हैं, आपको सलाह है कि आप क्लेट की तैयारी से सम्बंधित किसी भी पुस्तक से गणित की तैयारी करें और प्रतिदिन मात्र दो घंटा गणित को दें। आप निश्चित रूप से लक्ष्य बनाकर पढ़ाई करें और व्यवस्थित रहें। साधारणतया में विद्यार्थियों को एक साथ गणित के चार – पाँच चैप्टर्स एक साथ तैयार कराने में विश्वास रखता हूँ। इसका एक विशिष्ट लाभ है, गणित में सफलता के लिये कंसिस्टेंसी की एक बड़ी भूमिका है तथा इतने चैप्टर्स की प्रतिदिन पढ़ाई करने से रिवीज़न निरन्तर रहता है। आप भी चार-पाँच चैप्टर्स को एक साथ प्रारंभ करें। यदि आप कक्षा 11 की गणित की तैयारी कर रहे हैं तो सेट थ्योरी, परम्यूटेशन कॉम्बिनेशन और प्रॉबेबिलिटी में एक तारतम्यता बनाए रखें। आपको तीनों विषयों को समग्रता में समझने में मदद मिलेगी। अनेक प्रतियोगी गणित में एलसीएम (Least Common Multiple) और एचसीएफ (Highest Common Factor) के अन्तर को, परम्यूटेशन/ कॉम्बिनेशन के अन्तर को, रिलेशन और फ़ंक्शन के अन्तर को, फैक्टर थ्योरम और रिमेन्डर थ्योरम के अन्तर को नहीं समझते हैं। आप गणित के सूत्रों को याद अवश्य करें, परन्तु आपको इससे ज़्यादा उनकी उत्पत्ति (dérivation) को भी समझना चाहिये।

अंत में, गणित में नम्बर सिस्टम का वही स्थान है जो अंग्रेजी में एल्फ़ाबेट्स का है। आपको नम्बर सिस्टम को अच्छे से समझना चाहिये। इसकी बेहतर समझ आपको गणित के अनेक प्रश्नों के समाधान में मदद करेगी। क्लेट की तैयारी में गणित को आपके द्वारा दिया गया थोड़ा सा अतिरिक्त समय आपका एक ऐसा इन्वेस्टमेंट है, जिसका लाभ आपको अवश्य मिलेगा।

द्वारा: संजय मोहन भटनागर  
anukriti.maths@yahoo.in  
Mobile No. 8871503701 (Bhopal)