

# **ZBIÓR ZADAŃ Z MATEMATYKI**

**Magdalena Józwiak  
Anna Kadamus**

**Łódź 2014**

## **Spis treści**

<b>Funkcja kwadratowa</b>	<b>3</b>
<b>Wielomiany</b>	<b>7</b>
<b>Wyrażenia wymierne</b>	<b>10</b>
<b>Ciągi liczbowe</b>	<b>13</b>
<b>Geometria analityczna</b>	<b>18</b>

**FUNKCJA KWADRATOWA****Zadania zamknięte****Zadanie 1 (0-1)**Zbiorem wartości funkcji  $y = -2(x+3)^2 + 6$  jest:

- A.**  $(-\infty, -3 >$       **B.**  $(-\infty, 6 >$       **C.**  $< -3, +\infty)$       **D.**  $< 6, +\infty)$

**Zadanie 2 (0-1)**Funkcja  $y = -2(x-6)^2 - 3$  jest malejąca w przedziale:

- A.**  $(-\infty, -3 >$       **B.**  $(-\infty, 6 >$       **C.**  $< -3, +\infty)$       **D.**  $< 6, +\infty)$

**Zadanie 3 (0-1)** Funkcja  $y = x^2 + 4x - 4$  jest rosnąca w przedziale:

- A.**  $(-\infty, -2 >$       **B.**  $(-\infty, 2 >$       **C.**  $< -2, +\infty)$       **D.**  $< 2, +\infty)$

**Zadanie 4 (0-1)**Zbiorem rozwiązań nierówności  $(x+3)(x-2) \leq 0$  jest:

- A.**  $< -3, 2 >$       **B.**  $(-\infty, -3 > \cup < 2, +\infty)$   
**C.**  $< -2, 3 >$       **D.**  $(-\infty, -2 > \cup < 3, +\infty)$

**Zadanie 5 (0-1)** Który z punktów należy do wykresu funkcji

$$f(x) = -3x^2 + x + 5:$$

- A.** (1, 1)      **B.** (1, 3)      **C.** (1, -3)      **D.** (1, 5)

**Zadanie 6 (0-1)** Ile rozwiązań posiada równanie  $-3x^2 - 7 = 0$ ?

- A.** 0      **B.** 1      **C.** 2      **D.** nieskończenie wiele

**Zadanie 7 (0-1)**Która prosta nie ma punktów wspólnych z wykresem funkcji  $y = (x-1)^2 - 2$ ?

- A.**  $y = x$       **B.**  $y = -x$       **C.**  $y = -3$       **D.**  $x = -3$

**Zadanie 8 (0-1)**Która prosta ma jeden punkt wspólny z wykresem funkcji  $y = (x-1)^2 - 2$ ?

- A.**  $y = 2$       **B.**  $y = -2$       **C.**  $y = -3$       **D.**  $x = -2$

**Zadanie 9 (0-1)**Zbiorem rozwiązań nierówności  $2x^2 \geq 6$  jest:

- A.  $\langle -\sqrt{3}, \sqrt{3} \rangle$                       B.  $\langle \sqrt{3}, +\infty \rangle$   
 C.  $\langle -\infty, -\sqrt{3} \rangle$                       D.  $\langle -\infty, -\sqrt{3} \rangle \cup \langle \sqrt{3}, +\infty \rangle$

**Zadanie 10 (0-1)**Suma miejsc zerowych funkcji  $y = -2(x+4)(x-3)$  wynosi:

- A. -2                      B. -1                      C. 1                      D. 2

**Zadanie 11 (0-1)**Funkcja  $f(x) = 3(x-3)(x+3)$  dla argumentu  $x = \sqrt{3}$  przyjmuje wartość:

- A. 27                      B. 18                      C.  $27\sqrt{3}$                       D. -18

**Zadanie 12 (0-1)**Ile jest liczb całkowitych spełniających nierówność  $(2x+7)(x+11) < 0$ :

- A. trzy                      B. siedem                      C. osiem                      D. dziewięć

**Zadanie 13 (0-1)**Równanie  $x^2 - 8x + c = 0$  ma jedno rozwiązanie, więc:

- A.  $c = 0$                       B.  $c = 4$                       C.  $c = 8$                       D.  $c = 16$

**Zadanie 14 (0-1)**Rozwiązaniami równania  $(x-5)(x+15) = 0$  są liczby:

- A. 5 i 15                      B. -5 i 15  
 C. 5 i -15                      D. -5 i -15

**Zadanie 15 (0-1)**Punkt  $W = (-4, -5)$  jest wierzchołkiem paraboli o równaniu:

- A.  $y = 3(x-4)^2 + 5$                       B.  $y = 3(x+4)^2 - 5$   
 C.  $y = 3(x-4)^2 - 5$                       D.  $y = 3(x+4)^2 + 5$

**Zadanie 16 (0-1)**

Wskaż funkcję, która nie przyjmuje wartości ujemnych:

- A.  $y = 3(x-4)^2$                       B.  $y = (x+4)^2 - 5$   
 C.  $y = -(x-4)^2 + 2$                       D.  $y = 3(x-7)^2 - 8$

**Zadanie 17 (0-1)**

Największą liczbą spełniającą równanie  $x^2 + x - 6 = 0$  jest:

**A.** 1**B.** 2**C.** 3**D.** 6**Zadanie 18 (0-1)**

Postać iloczynowa trójmianu  $y = 2x^2 + 6x - 8$  to:

**A.**  $y = (x+1)(x-4)$ **B.**  $y = (x-1)(x+4)$ **C.**  $y = 2(x+1)(x-4)$ **D.**  $y = 2(x-1)(x+4)$ **Zadanie 19 (0-1)**

Suma miejsc zerowych funkcji  $y = -x^2 + 7x$  wynosi:

**A.** -7  
miejsc zerowych**B.** 0**C.** 7**D.** funkcja nie ma**Zadanie 20 (0-1)**

Oś symetrii wykresu funkcji kwadratowej  $f(x) = -5x^2 - 10x + 30$  jest prosta o równaniu:

**A.**  $y+1=0$ **B.**  $y-1=0$ **C.**  $x+1=0$ **D.**  $x-1=0$ **Zadania otwarte****Zadanie 21 (0-2)**

Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji  $f(x) = -(x+2)(x-6)$  w przedziale  $\langle 1, 2 \rangle$ .

**Zadanie 22 (0-2)**

Podaj wzór funkcji kwadratowej o wierzchołku w punkcie  $W = (2, -3)$ , której wykres przechodzi przez punkt  $P = (-1, -15)$ .

**Zadanie 23 (0-2)**

Rozwiąż równanie  $\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 = 9$ .

**Zadanie 24 (0-2)**

Rozwiąż nierówność  $-3x^2 + 5x \geq 2$ .

**Zadanie 25 (0-2)**

Oblicz wartość funkcji  $f(x) = -x^2 - x + 2$  dla argumentu  $x = \sqrt{3} - 2$ . Wynik przedstaw w postaci  $a + b\sqrt{c}$ , gdzie  $a, b, c$  są liczbami całkowitymi.

**Zadanie 26 (0-2)**

Punkt  $P = (-4, 13)$  należy do wykresu funkcji  $f(x) = x^2 - bx - 3$ . Oblicz miejsca zerowe funkcji  $f$ .

**Zadanie 27 (0-2)**

Wyznacz zbiór wartości funkcji  $f(x) = (x+3)(x-6) + 8x$ .

**Zadanie 28 (0-2)**

Dana jest funkcja określona wzorem  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 9x & \text{dla } x \in (-\infty, -3) \\ -x^2 + 9 & \text{dla } x \in (-3, +\infty) \end{cases}$ .

Oblicz miejsca zerowe podanej funkcji.

**Zadanie 29 (0-4)**

Dane są funkcje  $f(x) = x^2 - 2x + 7$  i  $g(x) = 2x^2 - 12x + 16$ .

- Sprawdź, czy dla argumentu  $3 - \sqrt{5}$  wartość funkcji  $f$  lub funkcji  $g$  jest liczbą całkowitą.
- Znajdź te argumenty dla których wartości funkcji  $f$  są mniejsze do wartości funkcji  $g$ .
- Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez wierzchołki funkcji  $f$  i  $g$ .

**Zadanie 30 (0-4)**

Suma kwadratów dwóch kolejnych liczb naturalnych jest o 133 większa od ich iloczynu. Wyznacz te liczby.

**WIELOMIANY****Zadania zamknięte****Zadanie 1 (0-1)**Równanie  $2x^3 + 3x^2 - 14x = 0$ :

- A)** nie ma rozwiązania                      **B)** ma jedno rozwiązanie  
**C)** ma trzy rozwiązania                    **D)** ma dwa rozwiązania

**Zadanie 2 (0-1)**Wszystkie rozwiązania równania  $x^5(x-3)(x-4)=0$  są:

- A)** dodatnie                                      **B)** nieujemne  
**C)** niedodatnie                                **D)** ujemne

**Zadanie 3 (0-1)**Suma rozwiązań równania  $x^2(x-1)(x+2)(x^2+3)=0$  wynosi:

- A)** 1                                      **B)**  $-1-\sqrt{3}$                       **C)** 2                                      **D)** -1

**Zadanie 4 (0-1)**Liczba miejsc zerowych wielomianu  $P(x) = (x^2 + 81)(4x^2 + 2x)$  jest równa:

- A)** 1                                      **B)** 2                                      **C)** 3                                      **D)** 4

**Zadanie 5 (0-1)**

Dodatnie pierwiastki ma funkcja:

- A)**  $W(x) = (x-4)(x^2+1)(x-3)$                       **B)**  $W(x) = (2x+1)(x+2)(x+3)$   
**C)**  $W(x) = x(x-4)(x-1)$                               **D)**  $W(x) = x(x+2)(x+5)$

**Zadanie 6 (0-1)**Wartość wielomianu  $W(x) = x^3 + x^2 - 7$  dla argumentu 2 wynosi:

- A)** -5                                      **B)** -11                                      **C)** 5                                      **D)** -7

**Zadanie 7 (0-1)**Pierwiastkiem wielomianu  $W(x) = 5x^2 - 3x - 2$  jest liczba:

- A)** -2                                      **B)** -1                                      **C)** 1                                      **D)** 2

**Zadanie 8 (0-1)**

Ile rozwiązań ma równanie  $(2-x)(4+x^2)(x^3+1)=0$ :

- A)** 1      **B)** 2      **C)** 3      **D)** 4

**Zadanie 9 (0-1)**

Wartość wielomianu  $W(x)=5x^5-x^4+2x$  dla  $x=-1$  wynosi:

- A)** 6      **B)** -6      **C)** 8      **D)** -8

**Zadanie 10 (0-1)**

Rozwiązaniem równania  $125x^3+1000=0$  jest liczba:

- A)** 2      **B)** -2      **C)** -8      **D)** 0,125

**Zadanie 11 (0-1)**

Pierwiastkiem wielomianu  $W(x)=x(x-4)^2(x+3)$  nie jest:

- A)** 4      **B)** 0      **C)** 3      **D)** -3

**Zadania otwarte****Zadanie 12 (0-2)**

Oblicz pierwiastki wielomianu  $W(x)=x^3-5x^2+4x$ .

**Zadanie 13 (0-3)**

Rozwiąż równania:

- a)  $x^4-1=0$   
 b)  $8x^3-1=0$ .  
 c)  $2x^3-4x^2+2x=0$

**Zadanie 14 (0-2)**

Rozłóż wielomian  $W(x)=x^3-5x^2+4x$  na czynniki liniowe.

**Zadanie 15 (0-2)**

Rozłóż wielomian  $W(x)=16x^4-x^2$  na czynniki.

**Zadanie 16 (0-2)**

Oblicz pierwiastki wielomianu  $W(x)=x^2(2x-3)(x^2+1)$ . Który z pierwiastków należy do przedziału  $<0,1>$ ?

**Zadanie 17 (0-2)**

Rozwiąż równanie  $2x^3(4x+2)(2x-6)(x^2+3x-4)=0$ . Ile pierwiastków posiada to równanie?

**WYRAŻENIA WYMIERNE****Zadania zamknięte****Zadanie 1 (0-1)**

Dziedzina wyrażenia  $\frac{5-x}{x^2+x}$  jest

- A)**  $R \setminus \{-1\}$       **B)**  $R \setminus \{1\}$       **C)**  $R \setminus \{0\}$       **D)**  $R \setminus \{-1, 0\}$

**Zadanie 2 (0-1)**

Rozwiązaniem równania  $\frac{x+1}{x-2} = 0$  jest:

- A)** 1      **B)** -1      **C)** 2      **D)** -2

**Zadanie 3 (0-1)**

Dziedzina równania  $\frac{5-x}{x^2+4} = 0$  jest:

- A)**  $R \setminus \{5\}$       **B)**  $R \setminus \{-2, 2\}$       **C)**  $R \setminus \{-4\}$       **D)**  $R$

**Zadanie 4 (0-1)**

Wartość wyrażenia  $\frac{x^2-5}{x}$  dla  $x = 2 - \sqrt{5}$  jest równa:

- A)** 11      **B)** -4      **C)**  $-4 - 4\sqrt{5}$       **D)**  $12 + 4\sqrt{5}$

**Zadanie 5 (0-1)**

Rozwiązaniem równania  $\frac{x^2-1}{x-1} = 0$  jest:

- A)**  $x = 1 \vee x = -1$       **B)**  $R \setminus \{1\}$       **C)**  $x = 1$       **D)**  $x = -1$

**Zadanie 6 (0-1)**

Wskaż wzór funkcji, która w przedziale  $(-\infty, 0)$  jest malejąca:

- A)**  $y = \frac{-2}{x}$       **B)**  $y = \frac{2}{x}$       **C)**  $y = \frac{-2}{3x}$       **D)**  $y = -\frac{3}{x}$

**Zadanie 7 (0-1)**

Równania asymptot wykresu funkcji  $y = \frac{5}{x+3} - 2$  mają wzór:

**A)**  $x = 3, y = -2$

**B)**  $x = -3, y = 2$

**C)**  $x = 3, y = 2$

**D)**  $x = -3, y = -2$

**Zadanie 8 (0-1)**

Dziedziną funkcji  $y = \frac{2}{x}$  jest zbiór:

**A)**  $R$

**B)**  $R \setminus \{2\}$

**C)**  $R \setminus \{0\}$

**D)**  $R \setminus \{-2\}$

**Zadanie 9 (0-1)**

Wyrażenie  $y = \frac{5}{x}$  przyjmuje wartość ujemną dla argumentu:

**A)**  $\sqrt{2} - 1$

**B)**  $2 - \sqrt{3}$

**C)**  $\sqrt{3} - 2$

**D)**  $3 - \sqrt{3}$

**Zadanie 10 (0-1)**

Po przesunięciu wykresu funkcji  $y = \frac{2}{x}$  o 3 jednostki w lewo i 5 jednostek do góry otrzymujemy wykres funkcji opisanej wzorem:

**A)**  $\frac{2}{x+3} + 5$

**B)**  $\frac{2}{x-3} + 5$

**C)**  $\frac{2}{x+3} - 5$

**D)**  $\frac{2}{x-3} - 5$

**Zadania otwarte****Zadanie 11 (0-2)**

Rozwiązać równanie:  $\frac{2x+4}{x-2} = \frac{1}{2}$ .

**Zadanie 13 (0-2)**

Rozwiąż równanie  $\frac{3}{x-4} = 5$ .

**Zadanie 14 (0-2)**

Rozwiąż równanie  $\frac{4x+1}{5x-6} = 3$ .

**Zadanie 15 (0-2)**

Wyznacz dziedzinę funkcji  $f(x) = \frac{2x-13}{2x^2-7x+5}$ .

**Zadanie 16 (0-2)**

Wyznacz dziedzinę funkcji  $f(x) = \frac{5x^2+3}{2x^2+5x-12}$ .

**Zadanie 17 (0-2)**

Narysuj wykres funkcji  $f(x) = \frac{-3}{x+1} - 5$ . Podaj wzory asymptot.

**Zadanie 18 (0-4)**

Naszkiej wykres funkcji  $y = \frac{-2}{x}$ .

- Przesuń wykres o 4 jednostki w górę, otrzymując wykres funkcji  $g$ .
- Napisz wórk funkcji  $g$  i podaj jej zbiór wartości.
- Oblicz miejsca zerowe funkcji  $g$ .
- Dla jakich argumentów funkcja  $g$  przyjmuje wartości dodatnie?

**Zadanie 19 (0-4)**

Turysta przebył 600 km. Każdego dnia przebył taką samą liczbę kilometrów. Gdyby codziennie przebył o 10 km więcej, byłby w drodze 5 dni krócej. Ile dni turysta był w drodze?

**CIĄGI LICZBOWE****Zadania zamknięte****Zadanie 1 (0-1)**

Jeśli ciąg  $a_n$  jest arytmetyczny i  $a_1 = 4\frac{1}{3}$  oraz  $a_5 = 5\frac{2}{3}$  to wyraz  $a_6$  jest równy:

A)  $6\frac{1}{3}$

B) 6

C) 7

D)  $7\frac{1}{3}$

**Zadanie 2 (0-1)**

Suma pięciu początkowych wyrazów ciągu  $a_n = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$  jest równa:

A)  $\frac{79}{80}$

B)  $\frac{242}{243}$

C)  $\frac{80}{81}$

D)  $\frac{160}{243}$

**Zadanie 3 (0-1)**

Liczby, które przy dzieleniu przez 3 dają resztę 1 tworzą:

A) ciąg o wyrazie ogólnym  $a_n = 3n + 4$ 

B) ciąg geometryczny

C) ciąg arytmetyczny

D) ciąg, który nie jest arytmetyczny i nie jest geometryczny

**Zadanie 4 (0-1)**

Liczby 242,  $x$ ,  $60\frac{1}{2}$  tworzą ciąg geometryczny. Liczba  $x$  jest równa:

A) 122

B) 121

C) 240

D) 180

**Zadanie 5 (0-1)**

Liczby 5, 10,  $x$  tworzą ciąg arytmetyczny. Liczba  $x$  jest równa:

A) 20

B) 15

C) 5

D) 30

**Zadanie 6 (0-1)**

Ciąg  $(a_n)$  określony jest wzorem  $a_n = -3n^2 + 7$ . Jeden z wyrazów jest równy -29993. Który to wyraz?

A)  $a_{150}$

B)  $a_{200}$

C)  $a_{10}$

D)  $a_{100}$

**Zadanie 7 (0-1)**

Jeżeli różnicą ciągu arytmetycznego  $a_n$  jest liczba  $r = 4$  to różnica  $a_{10} - a_4$  jest równa:

**A)** 120

**B)** -30

**C)** -120

**D)** 30

**Zadanie 8 (0-1)**

Pierwszy wyraz ciągu geometrycznego jest równy 5, a drugi 1. Wzór ogólny tego ciągu to:

**A)**  $a_n = 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$       **B)**  $a_n = 5^{n-2}$       **C)**  $a_n = \left(\frac{1}{5}\right)^{n-2}$       **D)**  $a_n = 5 \cdot 5^{n-1}$

**Zadanie 9 (0-1)**

W ciągu geometrycznym wyraz czwarty wynosi  $\frac{1}{6}$ , a piąty  $\frac{1}{3}$ . Wyraz dziesiąty to:

**A)**  $2\frac{2}{3}$

**B)**  $21\frac{1}{3}$

**C)**  $5\frac{1}{3}$

**D)**  $10\frac{2}{3}$

**Zadanie 10 (0-1)**

Które zdanie jest prawdziwe:

**A)** Ciąg  $a_n = \frac{3}{4^n}$  jest malejący

**B)** Ciąg  $a_n = n^2 - 16$  nie jest ani rosnący ani malejący

**C)** Ciąg  $a_n = n - 6$  jest malejący

**D)** Ciąg  $a_n = -4n - 1$  jest rosnący

**Zadanie 11 (0-1)**

Suma  $2 - \frac{2}{3} + \frac{2}{9} - \frac{2}{27} + \dots + \frac{2}{6561}$  jest równa:

**A)**  $\frac{19684}{6561}$

**B)**  $\frac{3280}{2187}$

**C)**  $\frac{3281}{2187}$

**D)**  $\frac{19683}{6561}$

**Zadanie 12 (0-1)**

Suma  $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + 1 + \dots + 3$  jest równa:

**A)** 1,3125

**B)** 42

**C)** 19,5

**D)** 20

**Zadanie 13 (0-1)**

Ciąg  $a, 8, 11, 14, b$  jest ciągiem arytmetycznym. Wobec tego:

- A)**  $a=3, b=17$     **B)**  $a=6, b=15$     **C)**  $a=5, b=17$     **D)**  $a=5, b=15$

**Zadanie 14 (0-1)**

Ciąg  $a, -4, -2, -1, b$  jest ciągiem geometrycznym. Wobec tego:

- A)**  $a=8, b=\frac{1}{2}$     **B)**  $a=-8, b=-\frac{1}{2}$     **C)**  $a=8, b=-\frac{1}{2}$     **D)**  $a=2, b=2$

**Zadanie 15 (0-1)**

Jeśli ciąg  $a_n = (-1)^{n-1} \cdot 2^n$  to  $a_1 - 4a_5$  jest równe:

- A)** 127    **B)** -127    **C)** -126    **D)** 129

**Zadanie 16 (0-1)**

Suma liczb trzycyfrowych podzielnych przez 3 wynosi:

- A)** 55050    **B)** 55015    **C)** 16515    **D)** 165150

**Zadanie 17 (0-1)**

Jeśli  $a_n$  jest ciągiem geometrycznym o wyrazie pierwszym 4 i ilorazie  $-\frac{1}{3}$  to:

- A)**  $a_n = -4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$     **B)**  $a_n = \left(-\frac{4}{3}\right)^{n-1}$   
**C)**  $a_n = 4 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$     **D)**  $a_n = 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

**Zadanie 18 (0-1)**

Ciąg  $a_n$  jest arytmetyczny o wyrazie pierwszym 5 i różnicy  $-2$  to:

- A)**  $a_n = 7 - 2n$     **B)**  $a_n = 3 - 2n$     **C)**  $a_n = 2n - 3$     **D)**  $a_n = 2n + 7$

**Zadanie 19 (0-1)**

W pierwszym rzędzie amfiteatru jest 200 miejsc a w ostatnim 344. W każdym rzędzie jest o 12 miejsc więcej niż w poprzednim. Liczba rzędów to:

- A)** 14    **B)** 156    **C)** 157    **D)** 13

**Zadanie 20 (0-1)**

Suma dziesięciu początkowych wyrazów pewnego ciągu geometrycznego o ilorazie 2 wynosi 341. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy:

A) 3

B) 1

C)  $\frac{1}{3}$ 

D) -3

**Zadania otwarte****Zadanie 21 (0-2)**

Ile początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego o różnicy  $\frac{2}{5}$  i wyrazie pierwszym  $\frac{4}{5}$  należy zsumować aby otrzymać 8?

**Zadanie 22 (0-2)**

Podaj wzór ogólny ciągu  $3, -1, \frac{1}{3}, -\frac{1}{9}, \dots$

**Zadanie 23 (0-2)**

Podaj wzór ogólny ciągu  $-7, -7\frac{3}{4}, -8\frac{1}{2}, -9\frac{1}{4}, \dots$

**Zadanie 24 (0-2)**

Wykaż, że ciąg  $a_n = 4n - 7$  jest arytmetyczny.

**Zadanie 25 (0-2)**

Wykaż, że ciąg  $a_n = 4\left(\frac{1}{5}\right)^n$  jest geometryczny.

**Zadanie 26 (0-2)**

Oblicz sumę wszystkich liczb dwucyfrowych podzielnych przez 6.

**Zadanie 27 (0-2)**

W ciągu geometrycznym  $a_2 = \frac{1}{5}, a_4 = \frac{4}{125}$ . Wyznacz wzór ogólny tego ciągu.

**Zadanie 28 (0-2)**

Oblicz siódmy wyraz ciągu

$$\text{a) } a_n = (-1)^n \cdot \frac{n}{2n-1}$$

$$\text{b) } b_n = \begin{cases} n+1 & \text{dla } n \text{ nieparzystych} \\ n^2 & \text{dla } n \text{ parzystych} \end{cases}$$

**Zadanie 29 (0-4)**

Liczby  $a, b, 15$  są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego a liczby  $20, a, b$  są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Oblicz  $a$  i  $b$ .

**Zadanie 30 (0-4)**

W ciągu arytmetycznym  $a_2 + a_3 = 4$  zaś  $a_6 - a_{10} = 8$ . Oblicz sumę od wyrazu piątego do setnego tego ciągu (łącznie z tymi wyrazami).

**GEOMETRIA ANALITYCZNA****Zadania zamknięte****Zadanie 1 (0-1)**

Prosta  $3x - 5y + 1 = 0$  jest równoległa do prostej:

**A)**  $y = -\frac{3}{5}x + 7$

**B)**  $y = x + \frac{3}{5}$

**C)**  $y = \frac{3}{5}x - 7$

**D)**  $y = \frac{5}{3}x + 2$

**Zadanie 2 (0-1)**

Prosta  $y = -\frac{5}{6}x + 2$  jest prostopadła do prostej:

**A)**  $y = 1,2x + 2$

**B)**  $y = \frac{5}{6}x - 3$

**C)**  $y = 1\frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$

**D)**  $y = -\frac{6}{5}x - 3$

**Zadanie 3 (0-1)**

Prosta równoległa do  $y = 3x + 1$  i przechodząca przez punkt  $A = (-1, 5)$  ma równanie:

**A)**  $3x + y + 5 = 0$

**B)**  $-3x + y + 8 = 0$

**C)**  $-3x - 5 + y - 8 = 0$

**D)**  $x + 3y - 14 = 0$

**Zadanie 4 (0-1)**

Prosta prostopadła do  $y = -\frac{1}{2}x + 4$  i przechodząca przez punkt  $A = (6, -4)$  ma równanie:

**A)**  $-x + 2y + 2 = 0$

**B)**  $2x - y - 16 = 0$

**C)**  $2x + y - 8 = 0$

**D)**  $-x + 2y + 14 = 0$

**Zadanie 5 (0-1)**

Równania prostych prostopadłych to:

**A)**  $3x + y - 1 = 0$  i  $x - 3y + 6 = 0$

**B)**  $4x + 5y + 4 = 0$  i  $4x + 5y - 1 = 0$

**C)**  $3x + y + 5 = 0$  i  $x + 3y - 6 = 0$

**D)**  $4x + 5y - 1 = 0$  i  $4x + 5y - 4 = 0$

**Zadanie 6 (0-1)**

Proste  $kx - 2y - 1 = 0$  i  $2x - 2y + 3 = 0$  nie mają punktów wspólnych dla jest:

- A)**  $k = -\frac{1}{2}$       **B)**  $k = -2$       **C)**  $k = 2$       **D)**  $k = \frac{1}{2}$

**Zadanie 7 (0-1)**

Dany jest odcinek o końcach  $A = (-1, 5)$  i  $B = (a, 2)$ . Jeżeli  $|AB| = \sqrt{34}$  to:

- A)**  $a = 5$       **B)**  $a = -4$       **C)**  $a = 4$       **D)**  $a = 6$

**Zadanie 8 (0-1)**

Dany jest odcinek o końcach  $A = (-3, 10)$  i  $B = (-2, 4)$ . Długość odcinka jest równa:

- A)**  $|AB| = \sqrt{258}$       **B)**  $|AB| = \sqrt{257}$   
**C)**  $|AB| = \sqrt{61}$       **D)**  $|AB| = \sqrt{37}$

**Zadanie 9 (0-1)**

Proste o równaniach  $8x - y + 8 = 0$  i  $16x - 2y + 16 = 0$ :

- A)** są równoległe  
**B)** są prostopadłe  
**C)** nie mają punktów wspólnych  
**D)** mają nieskończenie wiele punktów wspólnych

**Zadanie 10 (0-1)**

Punkt  $S = (5, 3)$  jest środkiem odcinka  $\overline{AB}$ . Jeśli  $A = (2, 2)$ , to:

- A)**  $B = \left(3\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}\right)$       **B)**  $B = (5, 8)$       **C)**  $B = (-1, 1)$       **D)**  $B = (8, 4)$

**Zadanie 11 (0-1)**

Przekątna kwadratu o przeciwległych wierzchołkach  $B = (5, 4)$  i  $D = (4, -1)$  ma długość:

- A)**  $2\sqrt{6}$       **B)**  $\sqrt{26}$       **C)**  $\sqrt{13}$       **D)** 26

**Zadanie 12 (0-1)**

Obwód równoległoboku o wierzchołkach  $A = (-6, 2)$ ,  $B = (-3, 6)$ ,  $C = (4, 4)$ ,  $D = (1, 0)$  wynosi:

- A)**  $10 - 2\sqrt{53}$       **B)**  $10 + 2\sqrt{53}$       **C)**  $5 + \sqrt{53}$       **D)**  $5\sqrt{53}$

**Zadanie 13 (0-1)**

Środek okręgu opisanego na kwadracie o wierzchołkach  $A = (-1, 1)$ ,  $B = (2, -2)$ ,  $C = (5, 1)$ ,  $D = (2, 4)$  ma współrzędne:

- A)**  $S = (1, 1)$       **B)**  $S = (1, 2)$       **C)**  $S = (2, 1)$       **D)**  $S = (2, 2)$

**Zadanie 14 (0-1)**

Pole koła wpisanego w kwadrat o wierzchołkach  $A = (4, 1)$ ,  $B = (2, 5)$ ,  $C = (4, 4)$ ,  $D = (0, -1)$  wynosi:

- A)**  $2\sqrt{10}\pi$       **B)**  $40\pi$       **C)**  $20\pi$       **D)**  $10\pi$

**Zadanie 15 (0-1)**

Jeżeli punkt  $A = (5, 2)$  leży na okręgu o środku  $S = (6, -4)$ , to promień okręgu jest równy:

- A)**  $\sqrt{37}$       **B)**  $\sqrt{157}$       **C)**  $5\sqrt{5}$       **D)**  $\sqrt{5}$

**Zadanie 16 (0-1)**

Trójkąt o wierzchołkach  $A = (-1, 0)$ ,  $B = (-3, -8)$ ,  $C = (-2, 5)$  jest:

- A)** prostokątny      **B)** różnoboczny  
**C)** równoramienny      **D)** równoboczny

**Zadanie 17 (0-1)**

Współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez punkty  $A = (1, 4)$ ,  $B = (2, 5)$  jest równy:

- A)**  $-3$       **B)**  $1$       **C)**  $3$       **D)**  $-1$

**Zadanie 18 (0-1)**

Punkty  $A = (1, 1)$ ,  $C = (7, 9)$  są przeciwległymi wierzchołkami prostokąta. Wówczas promień okręgu opisanego na prostokącie wynosi:

- A)**  $5$       **B)**  $10$       **C)**  $164$       **D)**  $\sqrt{41}$

**Zadanie 19 (0-1)**

Dana jest prosta  $y = \frac{1}{4}x - 3$ . Do prostej nie należy punkt:

- A)**  $\left(1, -2\frac{3}{4}\right)$       **B)**  $(4, -2)$       **C)**  $\left(-2, -3\frac{1}{2}\right)$       **D)**  $(-8, 5)$

**Zadanie 20 (0-1)**

Obwód trójkąta o wierzchołkach  $A = (1, 1)$ ,  $B = (0, 3)$ ,  $C = (1, 5)$  jest równy:

A)  $4 + 2\sqrt{5}$

B) 9

C) 6

D)  $4 + \sqrt{5}$

**Zadania otwarte****Zadanie 21 (0-2)**

Wyznacz równanie symetralnej odcinka o końcach  $A = (-1, 2)$  i  $B = (7, 10)$ .

**Zadanie 22 (0-2)**

Wykaż, że trójkąt o wierzchołkach  $A = (-2, -6)$ ,  $B = (7, 10)$  i  $C = (-4, -2)$  jest prostokątny. Oblicz jego pole.

**Zadanie 23 (0-2)**

Uzasadnij, że punkty  $A = (1, 3)$ ,  $B = (-2, -6)$  i  $C = (4, 12)$  są współliniowe.

**Zadanie 24 (0-2)**

Wyznacz  $m$  tak aby proste  $y = 3x + 11m - 1$  i  $y = \left(\frac{1}{2}m + 4\right)x + 8$  były prostopadłe.

**Zadanie 25 (0-2)**

Wyznacz  $m$  tak aby proste  $y = 2mx + 8$  i  $y = (m + 1)x - m + 3$  były równoległe.

**Zadanie 26 (0-2)**

Oblicz obwód trójkąta  $ABC$  dla  $A = (-1, 6)$ ,  $B = (4, 2)$  i  $C = (7, -5)$ .

**Zadanie 27 (0-2)**

Oblicz pole koła opisanego na kwadracie o wierzchołkach  $A = (4, 4)$ ,  $B = (2, 8)$ ,  $C = (-2, 6)$ ,  $D = (0, 2)$ .

**Zadanie 28 (0-2)**

Oblicz pole koła wpisanego w kwadrat o wierzchołkach  $A = (3, 3)$ ,  $B = (1, 7)$ ,  $C = (-3, 5)$ ,  $D = (-1, 1)$ .

**Zadanie 29 (0-2)**

Wyznacz współrzędne punktu przecięcia prostych opisanych równaniami:  $y = 2x + 3$  i  $3x - 4y + 17 = 0$ .

**Zadanie 30 (0-2)**

Wyznacz współrzędne punktów będących środkami boków trójkąta  $ABC$  o wierzchołkach  $A = (5, -3)$ ,  $B = (-7, -1)$  i  $C = (4, -5)$ .

**Zadanie 31 (0-2)**

Sprawdź, czy trójkąt  $ABC$  o wierzchołkach  $A = (1, 3)$ ,  $B = (6, 4)$  i  $C = (4, -1)$  jest równoramienny.

**Zadanie 32 (0-4)**

Punkty  $A = (6, 0)$ ,  $B = (2, 6)$ ,  $C = (-2, 2)$  i  $D = (0, -2)$  są wierzchołkami czworokąta  $ABCD$ . Wykaż, że czworokąt, którego wierzchołkami są środki jego boków jest kwadratem.