

СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ  
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“ – СТАРА ЗАГОРА

---

Математически турнир „Иван Салабашев“

3 декември 2016 г.

Тема за 10., 11., 12. клас  
(време за работа 120 минути)

За вярно решение на всяка от задачите се присъждат по 7 точки. Не се разрешава ползването на калкулатори.

Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес <http://www.math.bas.bg/salabashev/> след 24.12.2016 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

---

1. Ъглополовящите на  $\sphericalangle BAC$  и  $\sphericalangle DAC$  пресичат страните  $BC$  и  $DC$  на изпъкнал четириъгълник  $ABCD$  в точки  $E$  и  $F$ . Да се докаже, че медицентърът  $M$  на  $\triangle BCD$  лежи на  $EF$  тогава и само тогава, когато  $AC = AB + AD$ .

2. Да се докаже, че ако  $a, b > 0$  и  $a^3 + b^3 \geq 2$ , то  $a^2 + b^2 \geq a + b$ .

3. Да се докаже, че всяко естествено число  $n$  може да се представи във вида  $a^2 + 2b^2 - 11c^2$ , където  $a, b$  и  $c$  са естествени числа.