СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“ - СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

2 декември 2017 г.

Тема за 7 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 10 се присъждат по 3 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 6 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес http://www.math.bas.bg/salabashev/ след 24.12.2017 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

---

1. Кое е най-голямото цяло число, което е по-малко от

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{5}+\frac{5}{7}-\frac{3}{2}-\frac{5}{3}-\frac{7}{5}\ ?$$

А) -6 **Б)** -4 **В)** -3 **Г)** -2

2. Ако $a^2+2ab+4b^2+2^{10}=2^m$, където $a=2^5$ и $b=2^4$, на колко е равно m?

А) 10

Б) 11

В) 12

Г) не може да се определи

3. Дадени са два правоъгълника $ABCD$ и $BEFD$, като върхът C на първия лежи на страната EF на втория. Известно е, че $AB=12$ и $BC=5$. Да се намери лицето на петоъгълника $ABEFD$.

А) 90 **Б)** 100 **В)** 60 **Г)** 84

4. Средната възраст на шестима приятели е 13. Ако към тях се добавят още трима, средната възраст на цялата група става 15. Каква е средната възраст на добавените трима?

А) 15 **Б)** 17 **В)** 19 **Г)** 21

5. Колко са четирицифрените числа с четни първа (ненулева) и последна цифра, които нямат делител, по-голям от 2000 и по-малък от 2020?

А) 1944 **Б)** 1945 **В)** 1960 **Г)** 1964

6. Точка E е вътрешна за квадрата $ABCD$ и е такава, че $AB=BE$ и $\sphericalangle DAE=27^\circ$. Правите AC и BE се пресичат в точка F. Да се намери $\sphericalangle BFA$.

А) 81° **Б)** 80° **В)** 99° **Г)** 89°

7. С $n!$ се означава произведението $1.2.3.\cdots.n$ (например $4!=1.2.3.4=24$).
Кое е най-голямото n, за което $n!$ завършва на точно 100 нули?

А) 405 **Б)** 409 **В)** 410 **Г)** 414

8. В един клас не по-малко от 96.5% и не повече от 97.5% от учениците никога не са получавали двойки. Колко най-малко ученици има в този клас?

А) 20 **Б)** 26 **В)** 28 **Г)** 29

9. На един остров живеят рицари, които винаги казват истината, и лъжци, които винаги лъжат. За говорител на острова се кандидатирали жителите $A_1, A_2, \dots, A_n$ и всеки от тях се изказал, като A_k, $k=1,2,\dots,n$, казал: „Без да броите мен, от останалите кандидати лъжците са с k повече от рицарите“. Колко най-много са кандидатите?

А) 2

Б) 3

В) 4

Г) не може да се определи

10. Колко са трицифрените естествени числа x, за които съществува естествено число y, такова, че $x^2 + y^2$ се дели на 7.

А) 130 **Б)** 128 **В)** 127 **Г)** 129

11. От петцифреното число A са получени две шестцифрени числа P и Q съответно с добавяне на цифрата 1 в началото и в края на A. Оказало се, че $Q = 3P$. Да се намери A.

12. В някои от клетките на таблица с размери 20×21 са поставени пулове така, че във всяка клетка има най-много един пул и във всеки правоъгълник с размери 2×3 има точно два пула. Колко пула се съдържат в таблицата?

13. За числото $M \leq 1000$ е известно, че ако изберем по случаен начин число измежду $1, 2, \ldots, 1000$, вероятността избраното число да е делител на M е $\dfrac{1}{100}$. Коя е най-голямата възможна стойност на M?

14. В изпъкнал n-ъгълник, $n \geq 4$, са построени всички диагонали. Оказало се, че никои три от тях не се пресичат в една точка и че пресечните точки на диагоналите (без да броим върховете) са 715. Да се намери n.

15. Да се намери сумата на всички естествени числа m със следното свойство: съществуват точно 2017 естествени числа n, за които едновременно са изпълнени неравенствата

$$2 \leq \frac{m}{n} \leq 5.$$