СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“– СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

1 декември 2018 г.

Тема за 8–9 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 10 се присъждат по 3 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 6 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес http://www.math.bas.bg/salabashev/ след 24.12.2018 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

---

1. Нека a, b и c са числа, за които

$$\frac{a}{b}=\frac{4}{3} \quad \text{и} \quad \frac{b}{c}=\frac{2}{5}.$$

Числото $\dfrac{3a-2b}{b+2c}$ е равно на:

А) $\frac{1}{4}$ **Б)** $\frac{1}{3}$ **В)** $\frac{1}{2}$ **Г)** 1

2. Броят на решенията на уравнението

$$|x-1|+|x+1|=2018$$

е равен на:

А) 0 **Б)** 1 **В)** 2 **Г)** 3

3. Иван е на 14 години, а баща му е три пъти по-възрастен от него. След колко години бащата на Иван ще е два пъти по-възрастен от него?

А) 10 **Б)** 12 **В)** 14 **Г)** 16

4. В склад на верига спортни магазини има 500 топки, като 80% от тях са червени, а останалите сини. Колко червени топки трябва да се продадат, така че 75% от останалите топки да са червени.

А) 50 **Б)** 75 **В)** 100 **Г)** 150

5. Сумата на простите числа по-малки от 100, които при деление на 4 дават остатък 1 и при деление на 7 дават остатък 6 е равна на:

А) 141 **Б)** 151 **В)** 161 **Г)** 171

6. Най-малката стойност на израза

$$a^2+b^2-ab-a-b$$

е равна на:

А) -2 **Б)** -1 **В)** 1 **Г)** 2

7. Нека $ABCD$ е правоъгълен трапец с основи AB и CD, за който $AB=2BC$, $AB>CD$ и DB е ъглополовящата на $\sphericalangle ADC$. Ъгъл $\sphericalangle DBC$ е равен на:

А) 15° **Б)** 20° **В)** 25° **Г)** 30°

8. Средното аритметично на четирицифрените числа с първа цифра 3 и последна цифра 4, които се делят на 36 е равно на:

А) 3464 **Б)** 3474 **В)** 3484 **Г)** 3494

9. Нека p и q са прости числа, за които

$$pq+2p^2q+4q^2p=1365.$$

Числото $2q+4p$ е равно на:

А) 24 **Б)** 34 **В)** 44 **Г)** 54

10. Нека $ABCD$ е квадрат със страна 10 и E е точка върху диагонала AC. Правата през E успоредна на AD пресича страните AB и CD в точки M и N, така че

$$\frac{AM}{CN} + \frac{MB}{ND} = 18.$$

Сумата на лицата на четириъгълниците $AEND$ и $BMEC$ е равна на:

А) 45 **Б)** 50 **В)** 55 **Г)** 60

11. За всяка естествено число n нека $s(n)$ е сумата на цифрите на числото $2^{n-1}.3^n.5^{n+1}$. Да се намери най-малката стойност на $s(n)$.

12. Дължините на височините на триъгълник са естествени числа. Ако две от тях са 20 и 100, колко най-дълга може да е третата височина?

13. Да се намерят всички естествени числа a, за които числото $32.3^a + 1$ е точен квадрат.

14. Нека $f(x)$ е полином с реални коефициенти, за който

$$(f(x))^2 = f(f(x))$$

за всяко реално число x. Да се намери $f(10)$.

15. По колко начина числото 2018 може да се представи във вида

$$a.10^3 + b.10^2 + c.10 + d,$$

където a, b, c и d са цели числа, за които $0 \leq a, b, c, d \leq 99$.