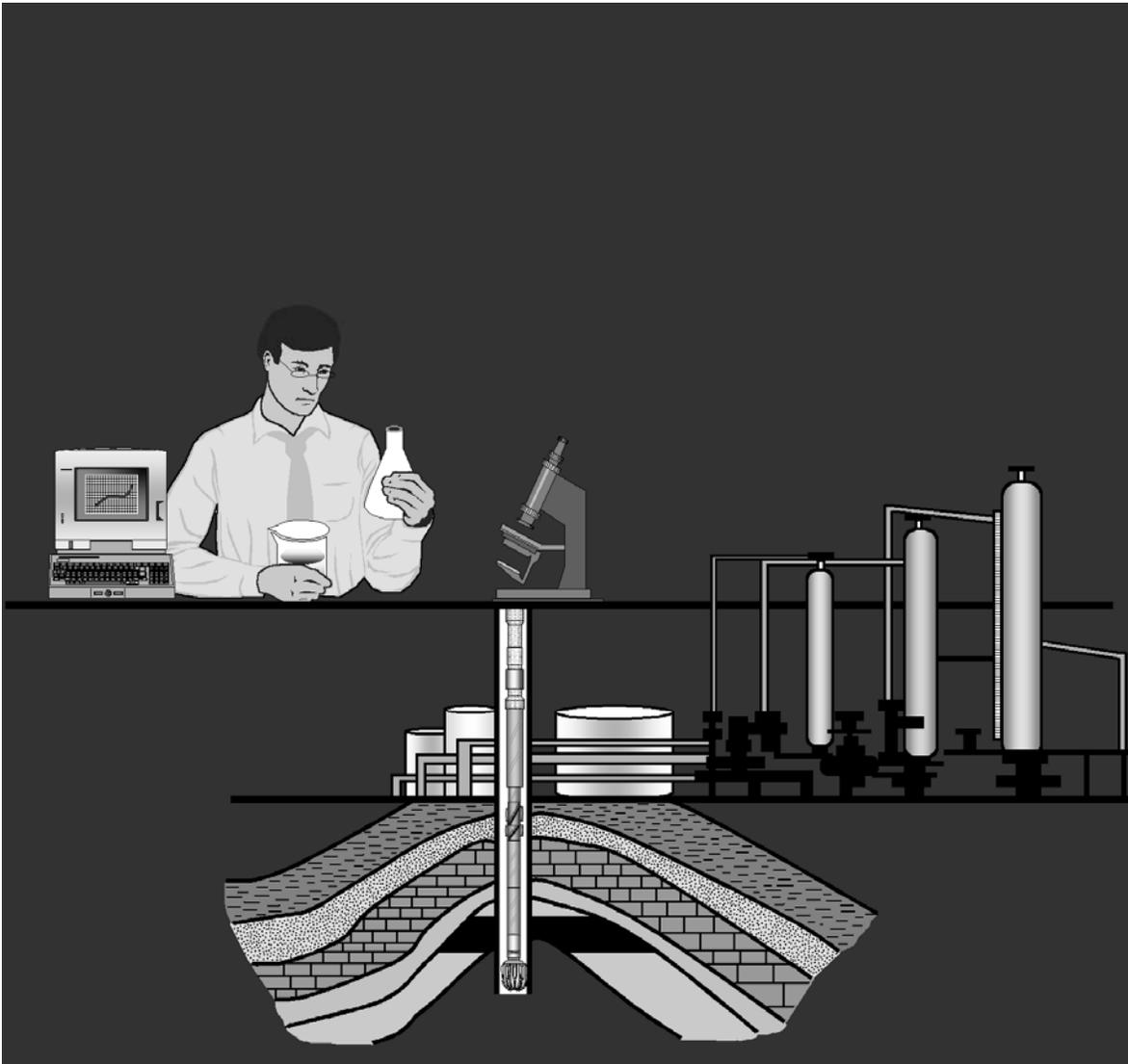


FUNDAMENTOS DE INGENIERIA DE YACIMIENTOS



Autor:

FREDDY HUMBERTO ESCOBAR MACUALO, Ph.D.

© Freddy Humberto Escobar Macualo

© *de esta edición*

Editorial Universidad Surcolombiana

Primera edición:

Mayo de 2012

ISBN 978-958-8324-34-0

*Todos los derechos reservados.
Prohibida su reproducción total o parcial
Por cualquier medio sin permiso del autor*

Diseño de Portada:

Victor alfonso Morales Santana
Andrea Johana Perdomo Lagina

Fotografía portada:

Victor alfonso Morales Santana
Andrea Johana Perdomo Laguna

Diseño y diagramación:

María Constanza Cardoso Perdomo

Impresión y encuadernación

Editora Guadalupe Ltda..

Impreso y hecho en Colombia

Editorial Universidad Surcolombiana
E-mail: editorialusco@usco.edu.co
Dirección: Avenida Pastrana Carrera 1ª.
Teléfono: 875 47 53 Ext. 358
Neiva - Huila - Colombia

INTRODUCCIÓN

Este texto didáctico contiene el contenido fundamental y actualizado para desarrollar un excelente curso de pregrado de Ingeniería de Yacimientos, el cual sirve a los estudiantes como texto guía y herramienta básica en el desarrollo de las clases. Los conceptos encontrados en el presente texto recopilan información de varios libros y artículos relacionados con el tema de los yacimientos hidrocarburíferos existentes en la literatura desde los años 60 hasta el año 2004.

Fundamentos de Ingeniería de Yacimientos es un libro que reúne cerca de una década de experiencia académico que el autor ha tenido durante sus investigaciones y actividades académicas, la mayoría de ellas enfocadas a la Ingeniería de Yacimientos. El autor concentró sus esfuerzos en presentar un texto con conceptos actualizados y vigentes que permitan al estudiante un mejor desempeño en las restantes materias del currículo de ingeniería y en su vida profesional.

El contenido del libro se ha dividido en ocho capítulos. El capítulo 1 presenta una breve revisión de los conceptos geológicos que definen y clasifican los yacimientos de hidrocarburos. Al igual que una clasificación actualizada de los yacimientos de acuerdo al estado de los fluidos. Además, se estudiarán los regímenes de presión de un yacimiento (diagramas profundidad-presión) con su importancia en la caracterización de yacimientos y las escalas de medición que se usan en Ingeniería de Yacimientos. El capítulo dos se centra en el entendimiento de las propiedades físicas del medio poroso, la ley de Darcy con sus aplicaciones y limitaciones, las clasificaciones de la permeabilidad, los problemas asociados con la geometría del sistema, el daño a la formación, la ecuación de difusividad, propiedades inherentes a la roca y fluido: presión capilar, función J de Leverett, permeabilidades relativas, etc. El capítulo 3 estudia las propiedades PVT de los fluidos del yacimiento, y se presentan diferentes correlaciones y ecuaciones para la determinación de las propiedades PVT del agua, gas y petróleo, además de presentar los factores que afectan el recobro de crudo. El capítulo cuatro introduce los primeros conceptos de evaluación de reservas de gas y petróleo mediante el método volumétrico, construcción de mapas manualmente y asistidos por computador y determinación de volúmenes. El capítulo cinco se enfoca a los métodos de balance de materia. Este es con seguridad el capítulo más largo y quizá más importante del curso de Ingeniería de Yacimientos. En él, se desarrollará la ecuación de balance de materia y se estudiarán sus múltiples aplicaciones, entre las que se cuenta la linealización de dicha ecuación y el estudio de yacimientos de condensados, y yacimientos naturalmente fracturados. Este capítulo, también hace referencia a las técnicas de predicción del

comportamiento y recobro final de un yacimiento de petróleo mediante los métodos de Schilthuis, Tarner, Muskat, Pirson y Tracy, las cuales se presentan en detalle en los apéndices. El capítulo sexto complementa la discusión del capítulo quinto pero se enfoca por principalmente a los cálculos de intrusión de agua a un yacimiento procedente de un acuífero adyacente. Aunque las técnicas de curvas de declinación es un concepto hoy en desuso, el capítulo siete introduce las bases teóricas de las curvas de declinación más comunes incluyendo el ajuste por curvas tipo. El último capítulo presenta los conceptos y métodos para estimar conificación y digitación de agua. En todos los capítulos se presentan ejercicios para clarificar los conceptos. Dada su importancia, algunos de ellos fueron tomados directamente de la literatura.

DEDICATORIAS

Con mi más profundo amor dedico este trabajo a mi esposa Matilde Montealegre y a mis adorados hijos Jennifer Andrea y Freddy Alonso Escobar. A mis padres Sotero Escobar (QEPD) y Delfina Macualo Vda. De Escobar (QEPD), a mis hermanos Sotero Alonso (QEPD), Dayra Stella y Leonardo Fabio Escobar. A mis sobrinos Daniel Alfredo Escobar, Samuel Alejandro Escobar , Juan David Betancourt y Gabriel Fernando Betancourt. A mis ahijados Raul Alejandro Vageón López, Claudia Patricia Montealegre Molina y José Gabriel Rancel López.

AGRADECIMIENTOS

El autor expresa su más sincera gratitud a la Editorial Universidad Surcolombiana por su valiosa contribución en la publicación de este libro. Especial mención a la profesora Cecilia Repizo y a la Srta. María Constanza Cardoso Perdomo por su gran colaboración en los trámites internos en la Editorial Universidad Surcolombiana y el gran esfuerzo dedicado a la diagramación del presente libro.

De igual forma, deseo expresar mi gratitud al Dr. José Gregorio Osorio Gallego, Profesor de la Universidad Nacional de Colombia sede Medellín por el tiempo dedicado a la evaluación del presente libro y a la formulación de valiosas recomendaciones.

Un especial agradecimiento a mis estudiantes Victor Alfonso Morales Santana y Andrea Johana Perdomo Laguna, semilleros del Grupo de Investigación en Pruebas de Pozo, por su dedicación y entusiasmo en el diseño y diagramación de la presente obra técnica.

Finalmente, a mi amigo, hermano, compañero de estudio, colega y estudiante: Ingeniero de Petróleos y Magíster en Ingeniería de Hidrocarburos Daniel Augusto Gutierrez Arciniegas por su inmensa colaboración en la escritura del prólogo del presente libro.

PROLOGO

Doy gracias a Dios y al autor, mi amigo y hermano, por permitirme abrir la ventana de este libro, lo que me hace sentir orgulloso, ya que nunca imaginé tener ese alto privilegio.

Un año en el que el precio del barril de crudo ha superado la barrera de los sesenta dólares y en el que se hacen ingentes esfuerzos por descubrimiento de nuevos campos. Un año en el que el autor es condecorado con el premio como uno de los mejores investigadores de la universidad Surcolombiana.

La ingeniería de yacimientos de la mano con la geología son las únicas que nos permiten adicionar reservas para de esta forma asegurar un desarrollo sostenible al país y dejar de un lado el fantasma de la importación de crudo y de sus derivados.

Conocedor de la importancia de la ingeniería de yacimientos en la industria petrolera invito a las nuevas generaciones de estudiantes para que se preparen con responsabilidad social y puedan satisfacer la demanda de profesionales que requiere el país.

En esta época en la que el desarrollo de la tecnología de punta va de la mano con la dificultad de incluir nuevas reservas es necesario fundamentar muy bien los conceptos de la academia. La universidad surcolombiana en concordancia con su misión, visión y objetivos es la encargada de orientar y difundir los conocimientos desarrollados y aplicados por investigadores como el autor.

En un mundo globalizado en el que el cambio tecnológico está en el menú del día, no se puede suspender en ningún momento la investigación; pero sin descuidar lo fundamental y lo básico, que de la mano de investigadores de la talla del doctor Freddy Escobar y de su grupo de colaboradores redundará en beneficio de la universidad del país y de la industria.

Invito a los lectores a dar un viaje a través del aprendizaje, aplicación, diseño simulación e implementación de software para desarrollar nuevas tecnologías; que es el producto de más de una década de experiencias académicas.

DANIELAUGUSTO GUTIERREZ ARCINIEGAS

Ingeniero de petróleos M.Sc.

Departamento de Yacimientos y Producción

Gerencia Técnica de Producción Ecopetrol S.A.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCION	3
TABLA DE CONTENIDO	8
CAPITULO 1	12
CONCEPTOS FUNDAMENTALES, DEFINICION Y CLASIFICACION.....	12
1. ASPECTOS GEOLOGICOS.....	12
1.1. FUENTE DE HIDROCARBUROS.....	12
1.2. MIGRACION DE HIDROCARBUROS.....	13
1.3. DEFINICIONES DE INGENIERIA DE YACIMIENTOS.....	13
1.4. DEFINICION DE YACIMIENTO.....	13
1.4.1. Clasificación Geológica de los Yacimientos	13
1.4.2. Clasificación de Acuerdo al Punto de Burbuja.....	15
1.4.3. Clasificación de Acuerdo al Estado de los Fluidos.....	16
1.4.4. Clasificación de Acuerdo al Mecanismo de Producción.....	25
1.4.5. Clasificación de Acuerdo a Variaciones del Volumen Originalmente Disponible a Hidrocarburos	27
1.6. REGIMENES DE PRESION DE FLUIDOS.....	28
1.7. ESCALAS DEL YACIMIENTO.....	37
CAPITULO 2	40
PROPIEDADES FISICAS DEL MEDIO POROSO.....	40
2.1. POROSIDAD.....	40
2.1.1. Clasificación Ingenieril de la porosidad	40
2.1.1.1. Porosidad absoluta.....	40
2.1.1.2. Porosidad efectiva	40
2.1.1.3. Porosidad no efectiva.....	40
2.1.2. Clasificación Geológica de la porosidad	41
2.1.2.1. Porosidad primaria o intergranular	41
2.1.2.1.1. Porosidad intercrystalina.....	41
2.1.2.1.3. Planos estratificados	41
2.1.2.1.4. Espacios Sedimentarios Misceláneos.....	41
2.1.2.2. Porosidad secundaria, inducida o vugular.....	41
2.1.2.2.1. Porosidad de disolución	41
2.1.2.2.2. Dolomitización	42
2.1.2.2.3. Porosidad de Fractura.....	42
2.1.2.2.4. Espacios secundarios misceláneos	42
2.1.3. Factores que afectan la porosidad	42
2.1.3.1. Tipo de empaque	42
2.1.3.2. Material cementante.....	45
2.1.3.3. Geometría y distribución de granos.....	46
2.1.3.4. Presión de las capas suprayacentes.....	46
2.1.3.5. Presencia de partículas finas.....	46
2.1.4. Promedio de la porosidad	46
2.1.4.1. Promedio aritmético	46
2.1.4.2. Promedio ponderado	46

2.1.4.3. Promedio estadístico o armónico	46
2.1.5. Correlaciones para porosidad.....	46
2.1.6. Distribución del tamaño del poro	47
2.2. SATURACION DE FLUIDOS, S_f	49
2.3. ESTADOS DE FLUJO.....	49
2.4. PERMEABILIDAD Y LEY DE DARCY.....	54
2.4.1. Problemas Asociados con la Geometría de Flujo	60
2.4.2. Daño del Pozo.....	65
2.4.3. Flujo a Través de Fracturas.....	67
2.4.4. Flujo a Través de Canales Disueltos.....	70
2.5. ECUACIÓN DE FORCHHEIMER.....	72
2.6. EFECTO KLINKENBER.....	72
2.7. PROMEDIO DE PERMEABILIDADES	73
2.8. TIPOS DE PERMEABILIDAD	76
2.8.1. Permeabilidad absoluta	76
2.8.2. Permeabilidad efectiva	76
2.8.3. Permeabilidad relativa.....	76
2.8.4. Correlaciones para permeabilidad relativa	80
2.9. MODIFICACION DE LA LEY DE DARCY PARA CONSIDERAR EL UMBRAL DEL GRADIENTE DE PRESION.....	88
2.10. LA ECUACION DE DIFUSIVIDAD.....	93
2.11. SOLUCIONES A LA ECUACION DE DIFUSIVIDAD	96
2.11.1. Estado Estable.....	96
2.11.2. Estado Pseudoestable	98
2.12. MOVILIDAD	102
2.13. TENSION INTERFACIAL Y SUPERFICIAL.....	102
2.14. MOJABILIDAD.....	103
2.15. DRENAJE, IMBIBICIÓN E HISTÉRESIS.....	108
2.16. ECUACIÓN DE LAPLACE.....	109
2.17. PRESIÓN CAPILAR.....	111
2.18. FUNCION J DE LEVERETT O CURVA PROMEDIA DE PRESIÓN CAPILAR.....	117
2.19. ANALISIS DE DATOS DE PRESION CAPILAR.....	117
2.20. RELACIONES ENTRE $k-\phi$	130
2.20.1. Ecuación de Karman-Kozeny.....	130
2.20.2. Correlación de Timur.....	134
2.19.3. Correlación de Coates-Denoo.....	134
CAPITULO 3	136
PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS DEL YACIMIENTO.....	136
3.1. PROPIEDADES PVT	136
3.2. LIBERACION INSTANTANEA	139
3.3. LIBERACION DIFERENCIAL	141
3.4. CORRELACIONES PARA SISTEMAS DE PETROLEO	142
3.4.1. Presión del punto de burbuja.....	142
3.4.2. Gas en Solución.....	147
3.4.3. Factor de compresibilidad del petróleo.....	152

3.4.4. Factor volumétrico de formación del petróleo	153
3.4.5. Factor volumétrico total	158
3.4.6. Viscosidad del petróleo.....	159
3.5. CORRELACIONES PARA SISTEMAS DE GAS	163
3.5.1. Gravedad específica de una mezcla de gases	163
3.5.2. Propiedades críticas	164
3.5.3. Obtención de las propiedades críticas y gravedad específica del gas.....	165
3.5.4. Determinación de las propiedades críticas de los Heptanos y compuestos más pesados	166
3.5.6. Factor de compresibilidad del gas	168
3.5.7. Compresibilidad Isotérmica del Gas	171
3.5.8. Factor volumétrico de Formación del gas.....	172
3.5.9. Viscosidad del gas	172
3.6. CORRELACIONES PARA SISTEMAS DE AGUA.....	173
3.6.1. Factor Volumétrico de Formación del Agua.....	173
3.6.2. Viscosidad del Agua	173
3.6.3. Compresibilidad del agua y gas disuelto	173
3.6.4. Gravedad Específica del Agua	174
3.6.5. Tensión Superficial.....	174
3.7. FACTORES QUE AFECTAN EL RECOBRO DEL YACIMIENTO	175
BIBLIOGRAFIA	184
CAPITULO 4	185
CALCULO VOLUMETRICO DE HIDROCARBUROS.....	185
4.1. TIPOS DE PRODUCCIONES O RECOBROS	185
4.2. ECUACIONES VOLUMETRICAS	185
4.2.1. Correlaciones API para calcular el factor de recobro.....	186
4.3. CALCULO DE VOLUMENES.....	187
4.3.1. Cálculos de volumen manualmente.....	187
4.3.2. Cálculos de volumen asistido por computador	190
4.3.2.1. Método Krigging	191
4.3.2.2. Método de Curvatura Mínima.....	194
4.3.2.3. Método de la Distancia Inversa	195
4.3.2.4. Método de Triangulación.....	195
4.3.2.5. Método de Funciones de Bases Radiales.....	196
4.4. CALCULOS VOLUMETRICOS EN YACIMIENTOS GASIFEROS.....	196
4.4.1. Factores de recobro en yacimientos de gas volumétricos.....	197
4.4.2. Factores de recobro en yacimientos de gas no-volumétricos.....	198
4.5. CALCULOS VOLUMETRICOS EN YACIMIENTOS DE PETROLEO.....	198
CAPITULO 5	201
BALANCE DE MATERIA.....	201
5.1. CONSIDERACIONES Y APLICACIONES	201
5.2. ECUACION DE BALANCE DE MATERIA PARA YACIMIENTOS DE GAS.....	201
5.3. ECUACION GENERAL DE BALANCE DE MATERIA PARA YACIMIENTOS DE PETROLEO.....	211
5.4. OTROS USOS DE LA ECUACION DE BALANCE DE MATERIA	214

5.5. LINEALIZACION DE LA ECUACION DE BALANCE DE MATERIA MEDIANTE EL METODO DE HAVLENA Y ODEH	218
5.6. YACIMIENTOS SUBSATURADOS VOLUMETRICOS.....	225
5.7. YACIMIENTOS QUE PRODUCEN POR GAS EN SOLUCION POR DEBAJO DEL PUNTO DE BURBUJA	228
5.8. CONTROL TOTAL DEL YACIMIENTO	229
5.9. PREDICCIÓN DEL COMPORTAMIENTO Y RECOBRO FINAL DE UN YACIMIENTO	230
5.10. BALANCE DE MATERIA EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS	230
5.11. YACIMIENTOS DE CONDENSADOS DE GAS.....	237
CAPITULO 6	249
INTRUSION DE AGUA	249
6.1. Modelo de estado estable (Schilthuis).....	249
6.2. Modelo de estado inestable (Hurst and Van Everdingen)	253
6.3. Método de Fetkovich para Acuíferos Finitos.....	258
CAPITULO 7	275
CURVAS DE DECLINACION.....	275
7.1. INTRODUCCION	275
7.2. DECLINACION DE PORCENTAJE CONSTANTE O DECLINACION EXPONENCIAL	276
7.3. DECLINACION HIPERBOLICA	277
7.4. DECLINACION ARMONICA.....	278
7.5. CURVAS TIPO	279
CAPITULO 8	291
CONIFICACION Y DIGITACION.....	291
8.1. GENERALIDADES.....	291
8.2. CONIFICACION DE AGUA	291
8.2.1. Método de Meyer y Garder	292
8.2.2. Método de Sobocinski y Cornelious.....	293
8.2.3. Metodo de Chaney, Noble, Henson y Rice.....	296
8.2.4. Método de Bournazel y Jeanson	300
8.2.5. Método de Kuo y Desbrisay	301
8.3. DIGITACION DE AGUA.....	303
BIBLIOGRAFIA	306
APENDICE A.....	307
MÉTODO DE MUSKAT.....	307
APENDICE B.....	313
METODO DE PIRSON	313
APENDICE C.....	316
METODO DE TARNER	316
APENDICE D.....	319
METODO DE TRACY.....	319
APENDICE E.....	323
METODO DE SCHILTHUIS	323

CAPITULO 1

CONCEPTOS FUNDAMENTALES, DEFINICIÓN Y CLASIFICACIÓN DE LOS YACIMIENTOS

1. ASPECTOS GEOLOGICOS

Los ingenieros de yacimientos necesitan contar con conocimientos geológicos durante el desarrollo de su vida profesional, en virtud a que todo yacimiento que se estudie tiene antecedentes de tipo geológico. Normalmente, un yacimiento es definido mediante la perforación, de modo que se dispone de algunos datos en puntos discretos dentro del sistema. Dicha información es contenida en análisis de ripios, perfiles de pozo, análisis de corazones, análisis de rayos X y tomografía, muestras de paredes, pruebas de presión y pruebas de producción, entre otros. Lo que indica que una buena descripción del yacimiento depende de la habilidad para interpretar la información recolectada.

1.1. FUENTE DE HIDROCARBUROS

A pesar de algunas eventuales objeciones, universalmente se está de acuerdo que los hidrocarburos tienen una procedencia de tipo orgánico. Lo que indica que la materia orgánica tuvo que ser sintetizada por organismos vivientes, y por lo tanto debió depositarse y preservarse en sedimentos. Dependiendo de las condiciones geológicas dadas, parte de este material se transforma en compuestos de naturaleza petrolera.

La base fundamental para la producción masiva de materia orgánica fue la fotosíntesis, la cual apareció aproximadamente hace 2000 millones de años en tiempos precámbricos. Desde esa época a la era devónica la primera fuente de materia orgánica el fitoplancton marino. A partir del devónico, la mayor contribución a la materia orgánica fue por parte de plantas terrestres. Algunos animales grandes, como peces, contribuyeron muy poco en la generación de materia orgánica. En resumen, los principales contribuidores de material orgánico en los sedimentos fueron las bacterias, fitoplancton, zooplancton y plantas de mayor tamaño¹.

Los escudos continentales en áreas de aguas tranquilas, como lagos, cuencas profundas y pendientes continentales, poseen las condiciones favorables para la depositación de los sedimentos ricos en materia orgánica. Las tres etapas principales para la evolución de la materia orgánica son diagénesis, catagénesis y metagénesis.

La diagénesis toma lugar en sedimentos recientemente depositados donde se presenta actividad microbial. Al finalizar la diagénesis, la materia orgánica consta principalmente de un residuo fosilizado e insoluble llamado kerógeno. La catagénesis resulta de un incremento en la temperatura durante el sepultamiento del material en las cuencas sedimentarias. La mayor parte de la generación de hidrocarburos se debe a la descomposición térmica del

kerógeno. La metagénesis toma lugar a altas profundidades, donde tanto la presión como la temperatura son altas. En esta etapa, la materia orgánica esta compuesta solamente de metano y carbono residual. Los constituyentes del kerógeno residual se convierten en carbono granítico.

1.2. MIGRACION DE HIDROCARBUROS

La mayoría de los hidrocarburos se hallan en rocas porosas de grano grueso y permeables, con poco o nada de materia orgánica insoluble. Es improbable que el crudo hallado en estas rocas se pudieran originar allí puesto que no hay señales de materia orgánica sólida. Por lo tanto, la mayoría de yacimientos de hidrocarburos son trampas para la migración de éstos. La migración primaria es la liberación de compuestos hidrocarburos del kerógeno en las capas fuentes y su transporte dentro de los poros estrechos de la roca fuente de grano fino. Los hidrocarburos expelidos de la roca madre pasan hacia unidades de roca más porosas y más permeables. Este fenómeno se llama migración secundaria¹.

Puesto que la mayoría de las rocas en el subsuelo se hallan saturadas con agua, el movimiento de hidrocarburos tiene que ser debido a flujo activo de agua, o flujo independiente de la fase acuosa, por desplazamiento o por difusión. Puesto que normalmente los hidrocarburos son menos densos que el agua, su acumulación toma lugar en la parte más alta de la trampa. La migración es detenida por rocas superiores relativamente impermeables.

1.3. DEFINICIONES DE INGENIERIA DE YACIMIENTOS

“Es la aplicación de principios científicos a problemas de drenaje que resultan durante el desarrollo y producción de yacimientos de hidrocarburos”. Puede también definirse como *“El arte de desarrollar y producir fluidos hidrocarburos de tal forma que se obtenga un recobro eficiente”.*

1.4. DEFINICIÓN DE YACIMIENTO

Se entiende por yacimiento una unidad geológica de volumen limitado, poroso y permeable que contiene hidrocarburos en estado líquido y/o gaseoso. Los cinco ingredientes básicos que deben estar presentes para tener un yacimiento de hidrocarburos son: (1) fuente, (2) Camino migratorio, (3) Trampa, (4) Almacenaje/porosidad, (5) Transmisibilidad/Permeabilidad.

1.4.1. Clasificación Geológica de los Yacimientos

Geológicamente, los yacimientos se clasifican en estratigráficos, estructurales y combinados.

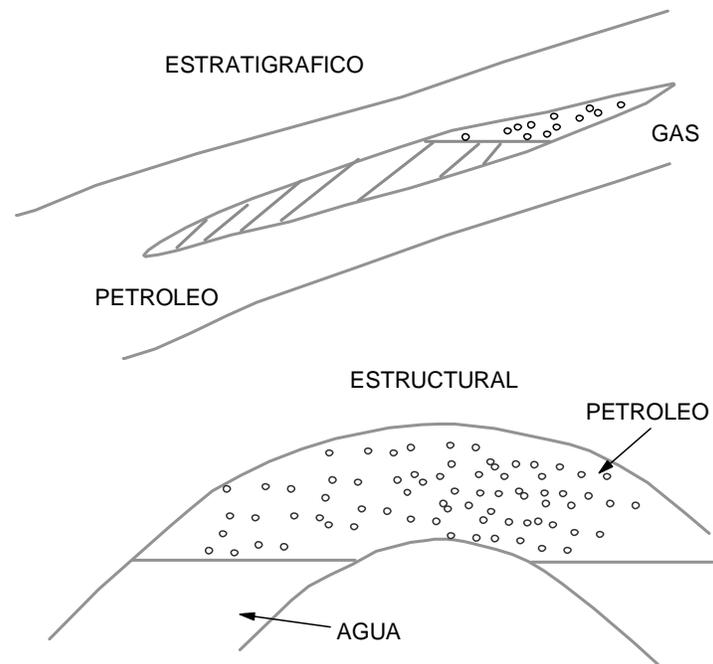


Fig. 1.1.a. Clasificación Geológica de los Yacimientos: Estratigráfico y estructurales

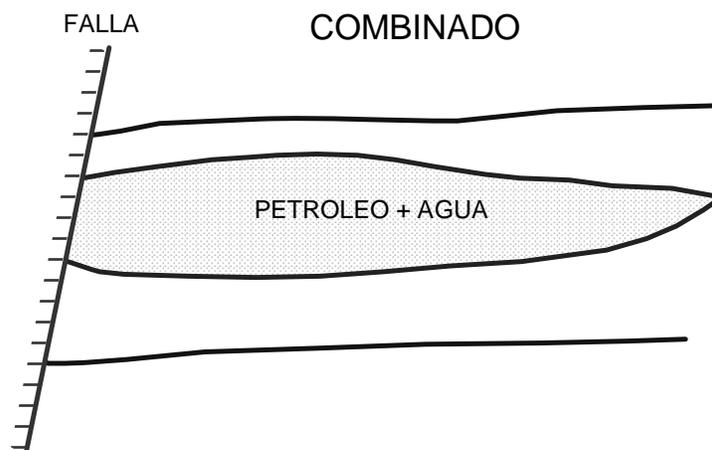


Fig. 1.1.b. Clasificación Geológica de los Yacimientos: Combinado

1. *Estratigráficos*: lentes de arena, cambios de facies, calizas o dolomitas porosas, cambios de permeabilidad. Ver Fig. 1.1.a.
2. *Estructurales*: Fracturas en calizas o rocas ígneas, discordancias, fallamiento en areniscas, sinclinales, anticlinales, domos salinos, etc., como se describe en la Fig. 1.1.a.
3. *Combinados*: Hace referencia a las posibles combinaciones que se presenten entre los dos grupos anteriores. Ver Fig. 1.1.b.

1.4.2. Clasificación de Acuerdo al Punto de Burbuja

1. *Subsaturados*. Yacimientos cuya presión inicial es mayor que la presión en el punto de burbuja. El lector debería referirse al punto A de la Fig. 1.2.a. Inicialmente solo se presenta la fase líquida. Las burbujas de gas se desprenden del crudo una vez el punto de burbuja se alcanza. Eventualmente, el gas liberado empieza a aglutinarse hasta tener condiciones de flujo hacia al pozo en cantidades cada vez incrementales. Contrariamente, el flujo de crudo decreta gradualmente y en la etapa de depleción permanece mucho crudo en el yacimiento^{2,3}.

2. *Saturados*. Yacimientos cuya presión inicial es menor o igual que la presión en el punto de burbuja. Ver punto B y C de la Fig. 1.2.a. Este yacimiento bifásico consiste de una zona gaseosa suprayaciendo una zona líquida. Puesto que la composición del gas y el crudo son completamente diferentes, estas pueden representarse por diagramas de fases individuales que tienen poca relación entre ellas o en composición. La zona líquida está en su punto de burbuja y será producida como un yacimiento subsaturado modificado con la presencia de la capa de gas. La capa de gas está en el punto de rocío y podría ser retrógrada o no retrógrada (yacimiento de gas). Ver Fig. 1.2.b y 1.2.c.

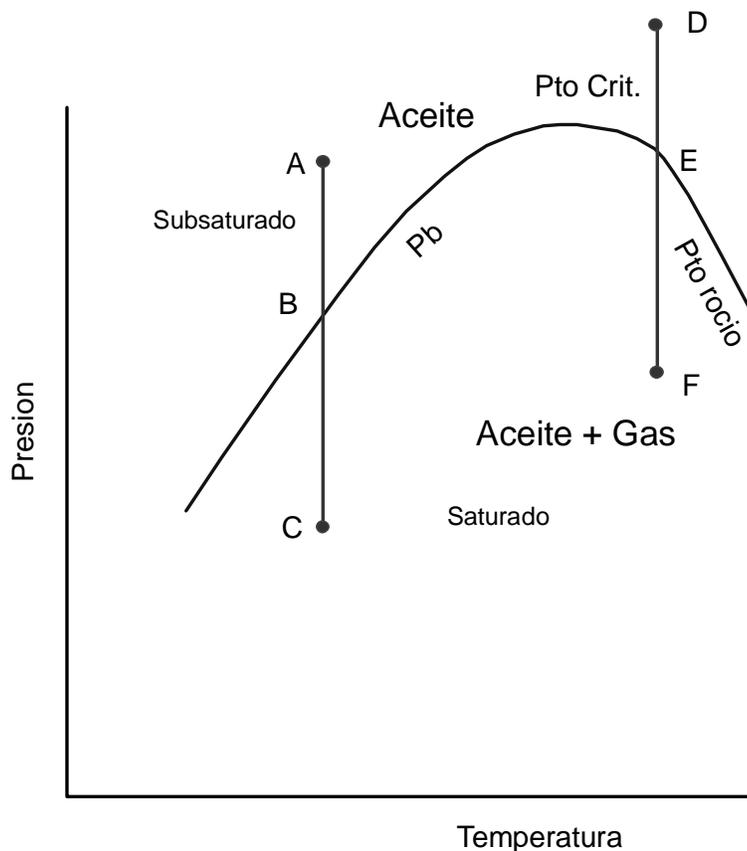


Fig. 1.2.a. Clasificación de los Yacimientos de acuerdo al punto de burbuja

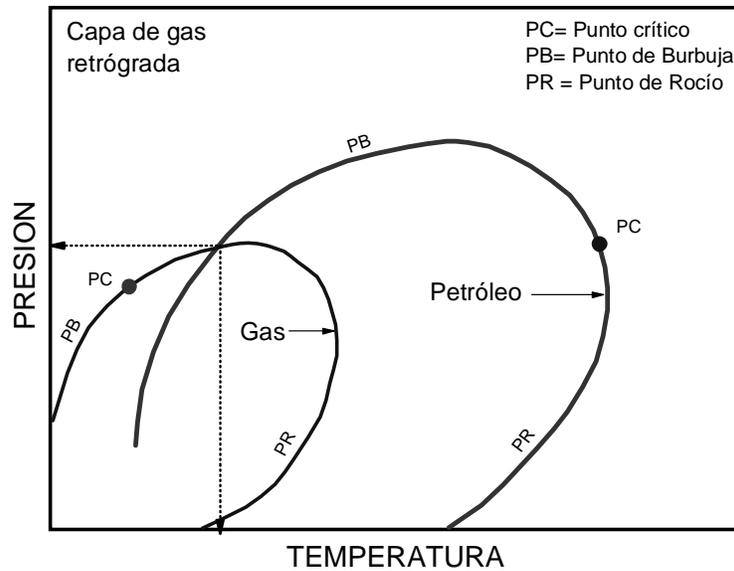


Fig. 1.2.b. Diagrama de fases de la capa de gas y la zona de crudo mostrando capa de gas retrógrada²

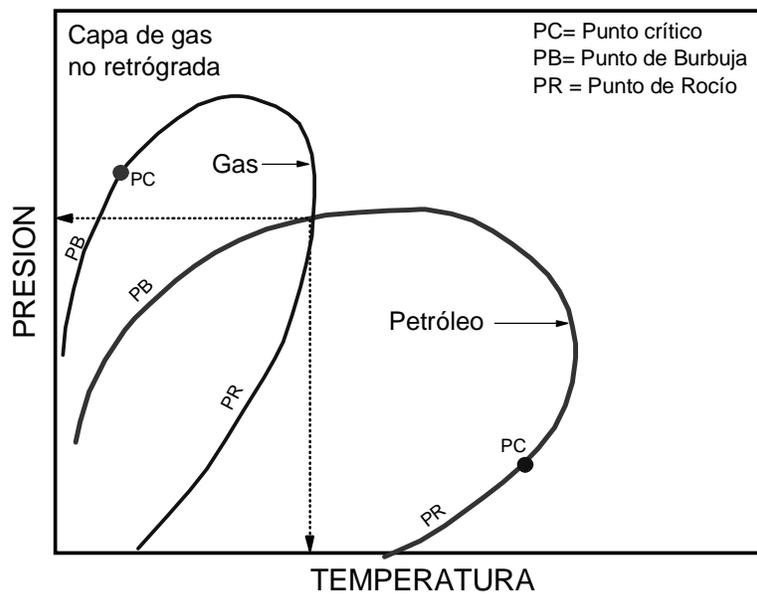


Fig. 1.2.c. Diagrama de fases de la capa de gas y la zona de crudo mostrando capa de gas no retrógrada²

1.4.3. Clasificación de Acuerdo al Estado de los Fluidos

1. Petróleo negro. Consiste de una amplia variedad de especies químicas que incluyen moléculas grandes, pesadas y no volátiles. El punto crítico está localizado hacia la pendiente de la curva. Las líneas (iso-volumétricas o de calidad) están uniformemente espaciadas y tienen un rango de temperatura amplio. Los primeros crudos de este tipo fueron de color

negro, de allí su nombre. También se le llama crudo de bajo encogimiento o crudo ordinario. Estos crudos tienen $GOR \leq 1000$ pcs/STB, el cual se incrementa por debajo del punto de burbuja. $B_o \leq 2$ y $API \leq 45$ y el contenido de C_{7+} mayor o igual a 30 %, ver Fig. 1.3.c. Las temperaturas del yacimiento son menores de 250 °F. La gravedad decrece lentamente con el tiempo hasta bien avanzada la vida del yacimiento donde vuelve a incrementarse ligeramente. Este crudo es normalmente negro (compuestos pesados) aunque puede ser marrón o verduzco. (Figs. 1.3.a, 1.3.b, 1.3.c y 1.7.b)⁵.

2. Petróleo volátil. El rango de temperatura es más pequeño que en petróleo negro. La temperatura crítica, T_{cr} , es también menor que en crudos negros y está cerca de la temperatura del yacimiento, T_R ($T_{cr} > T_R$). Las líneas de calidad no están igualmente espaciadas y están desplazadas hacia arriba hacia el punto de burbuja. Una pequeña reducción en presión por debajo del punto de burbuja causa una liberación enorme de gas. Hasta un 50 % de estos crudos puede convertirse en gas en el yacimiento cuando la presión cae unos cientos psi debajo del punto de burbuja. Estos también se llaman crudos de alto encogimiento o crudos cercanos al punto crítico. La Ecuación de Balance de Materia (EBM) de petróleo negro no trabaja en estos casos. El punto de división entre crudo volátil y negro es arbitrario, pero se toma como referencia la tolerancia de la EBM. $B_o > 2$, $1000 < GOR < 8000$ scf/STB (Ver. Fig. 1.4.c), $45 < API < 60$, C_{7+} mayor o igual a 12.5 %, la temperatura del yacimiento ligeramente menor que la crítica y el gas liberado puede ser del tipo gas condensado. El GOR y la API se incrementan con la producción a medida que la presión cae por debajo de la presión del punto de burbuja. El color es usualmente café claro a verde). Ver Figs. 1.4.a y 1.4.b^{2,5}.

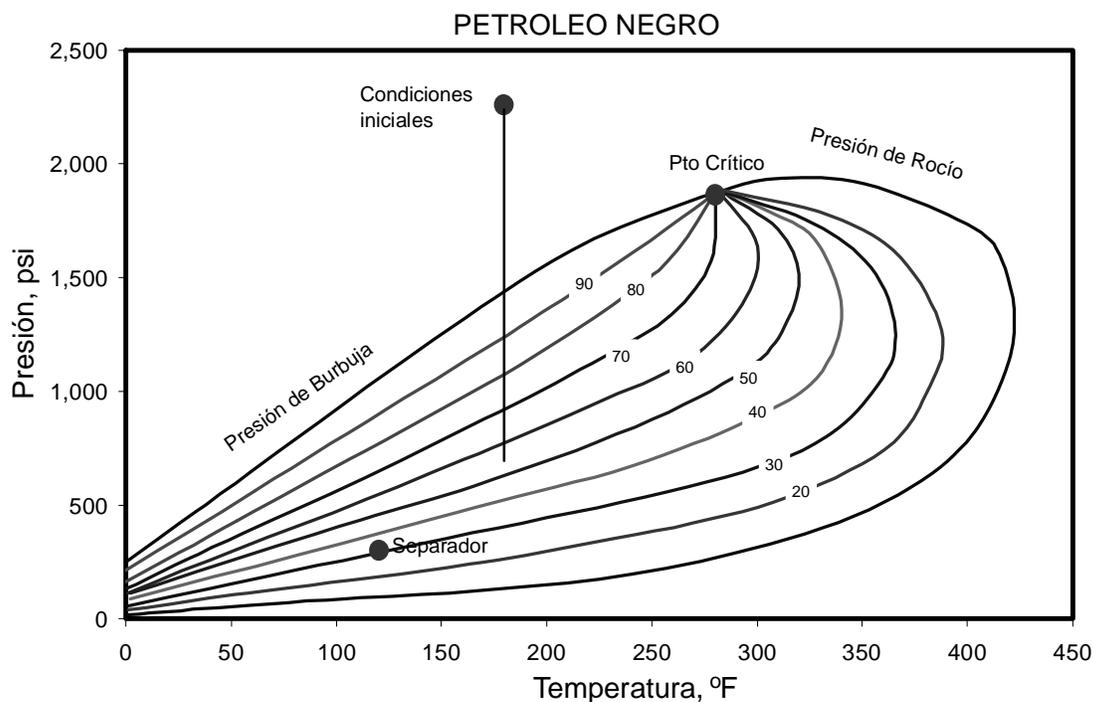


Fig. 1.3.a. Diagrama de fases para el petróleo negro⁵

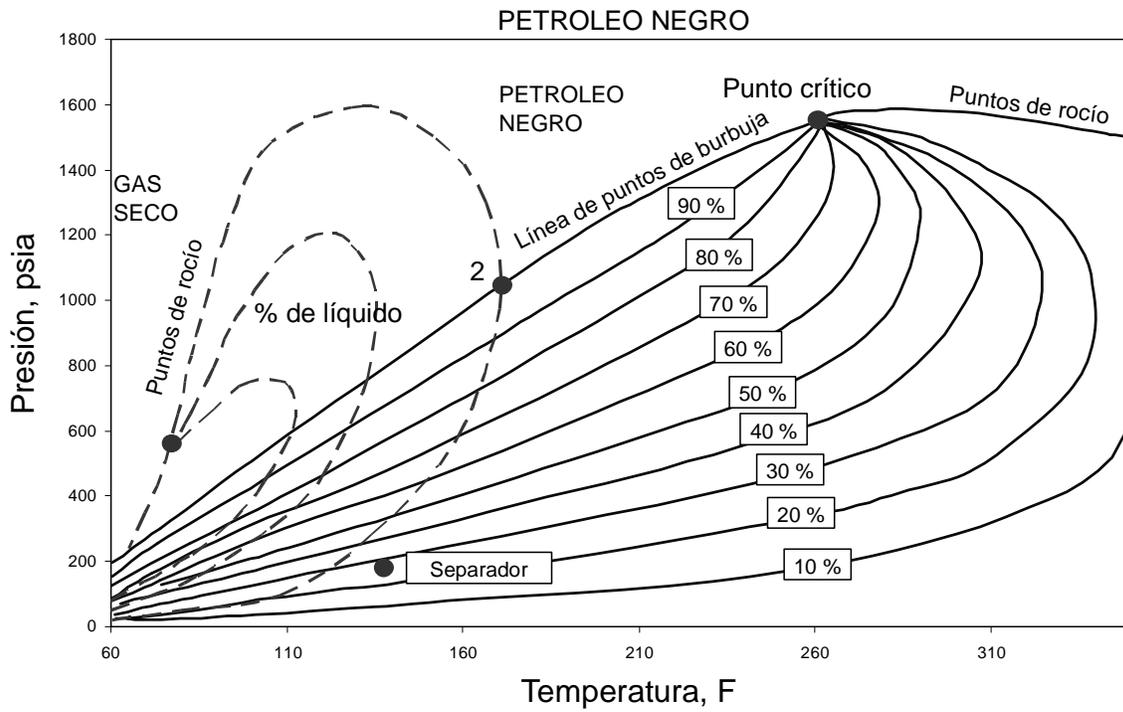
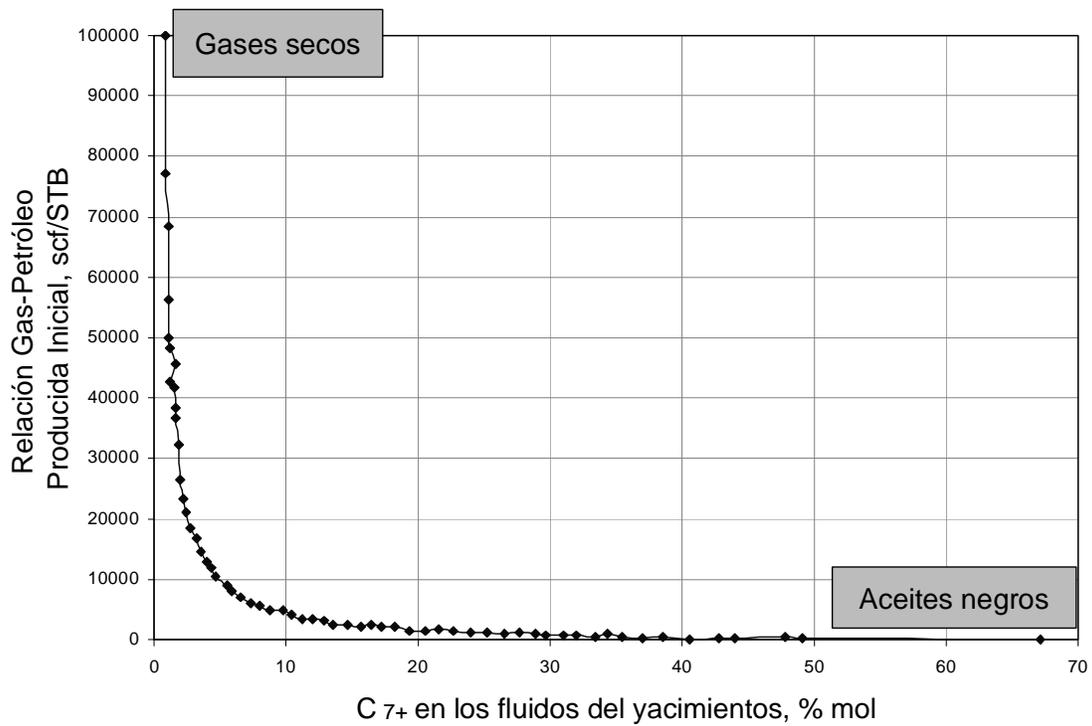


Fig. 1.3.b. Diagrama de fases para el petróleo negro⁵



1.3.c. Variación en el porcentaje de C₇₊ de acuerdo a la relación gas petróleo inicial

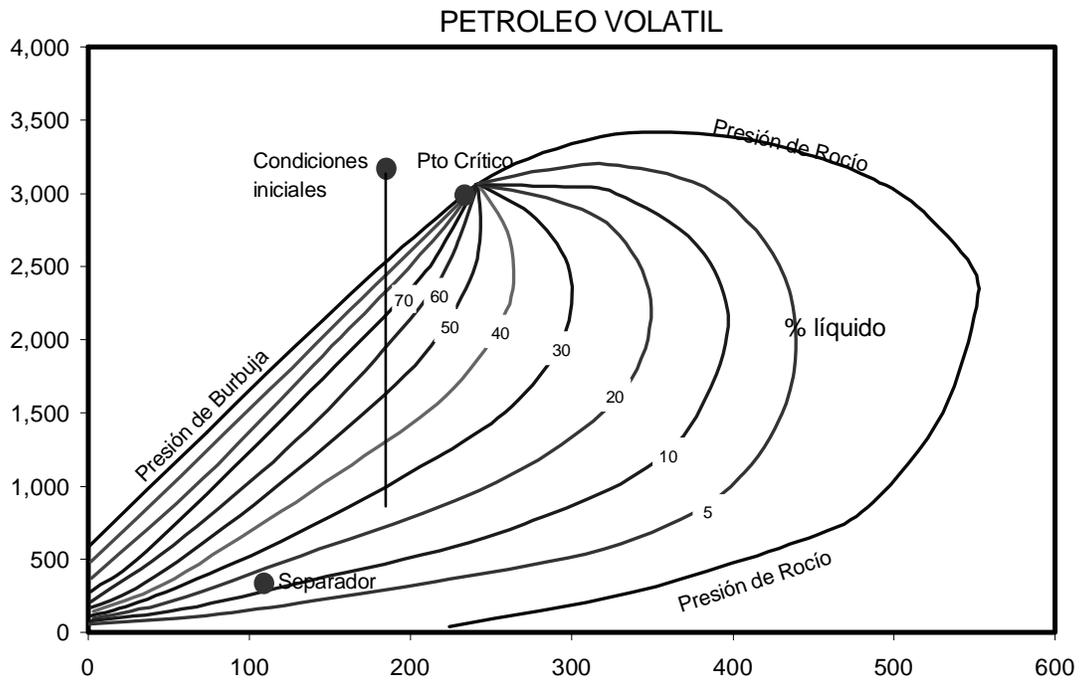


Fig. 1.4.a. Diagrama de fases para el petróleo volátil⁵

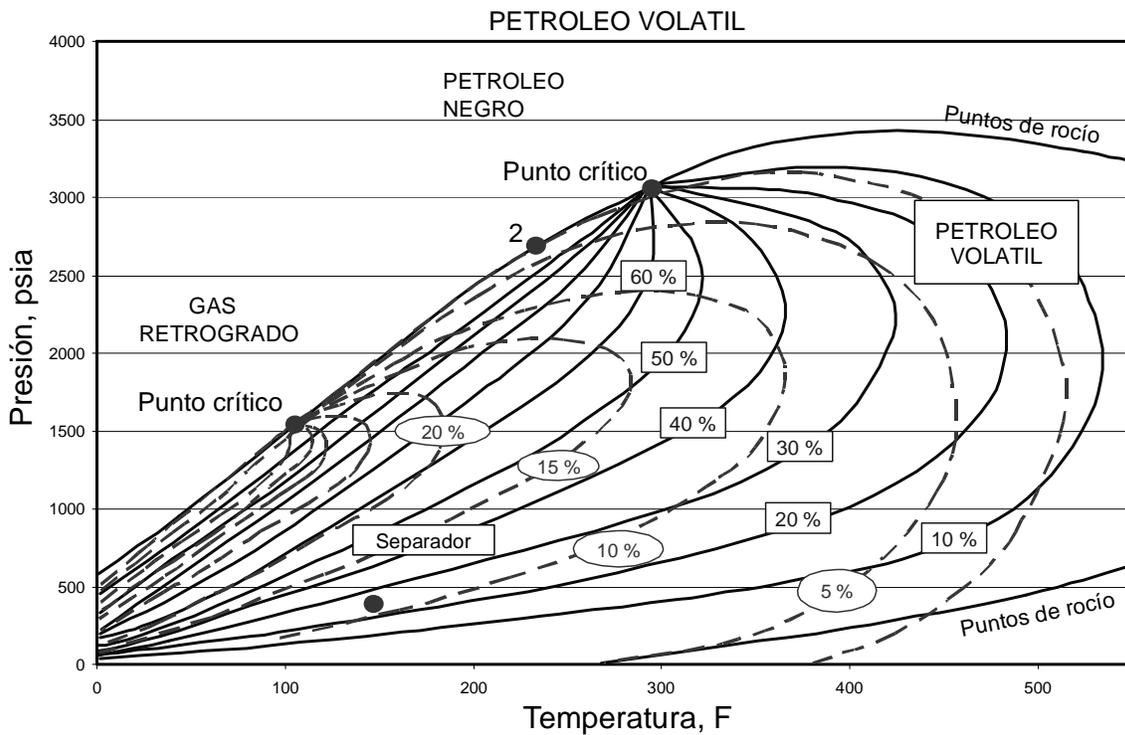


Fig. 1.4.b. Diagrama de fases para el petróleo volátil

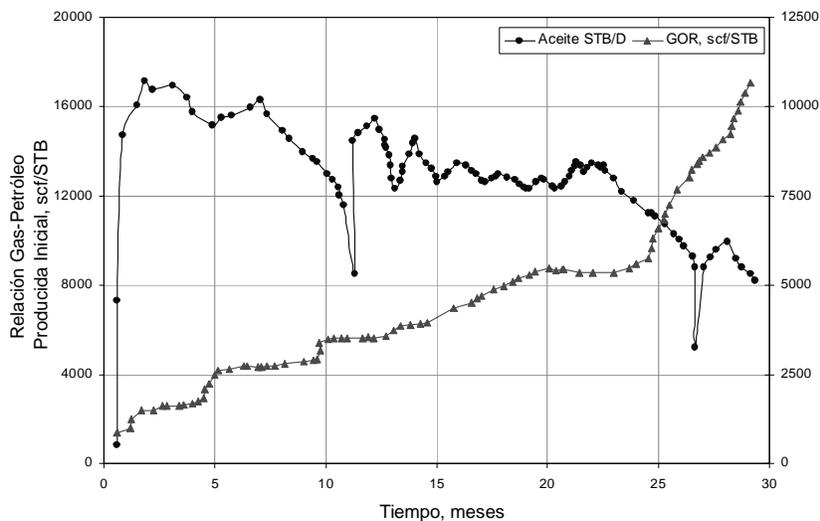


Fig. 1.4.c. Producción de crudo volátil y GOR en un pozo colombiano

3. Gas condensado (retrógrados). El diagrama de fases es menor que el de los aceites negros y el punto crítico está bien por debajo y a la izquierda de la envolvente. Esto es el resultado de gases retrógrados conteniendo muy pocos hidrocarburos pesados que los crudos. La $T_{cr} < T_R$ y el punto cricodentérmico es mayor que T_R . A medida que la presión cae, el líquido, normalmente claro, se condensa en el yacimiento, el cual normalmente no fluye y no puede producirse. C_{7+} menor o igual a 12.5 % (ver Fig. 1.5.c). $70000 < GOR < 100000$ pcs/STB (Fig. 1.5.b) y se incrementa a medida que la producción toma lugar. $API > 60$ y se incrementa a medida que la presión cae por debajo de la presión de rocío. El líquido es ligeramente colorado, marrón, anaranjado, verduzco o transparente. También se les llama condensados. Ver Fig. 1.5.a.

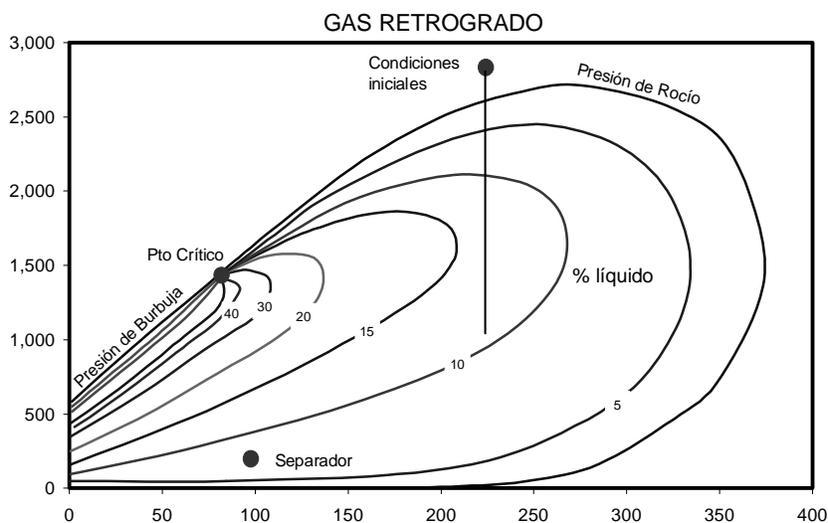


Fig. 1.5.a. Diagrama de fases para el gas retrógrado⁵

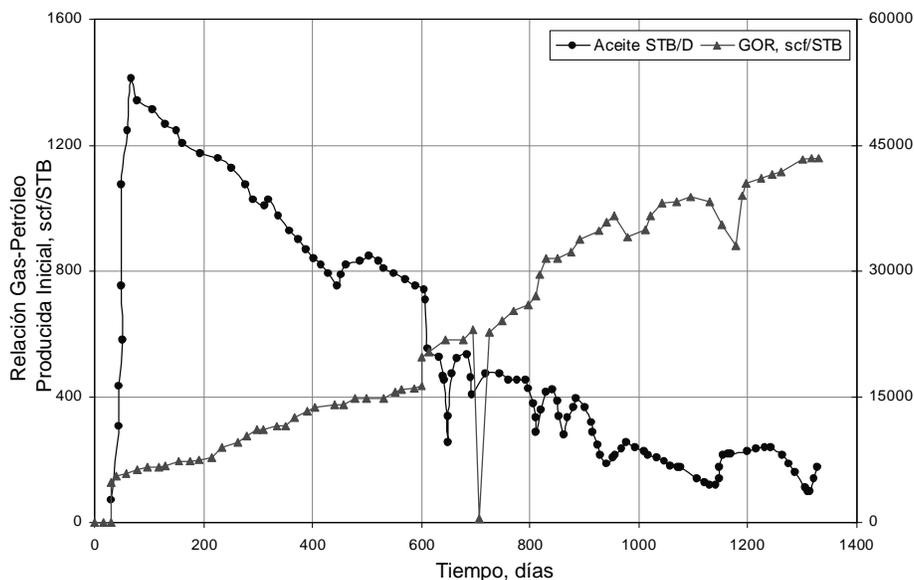
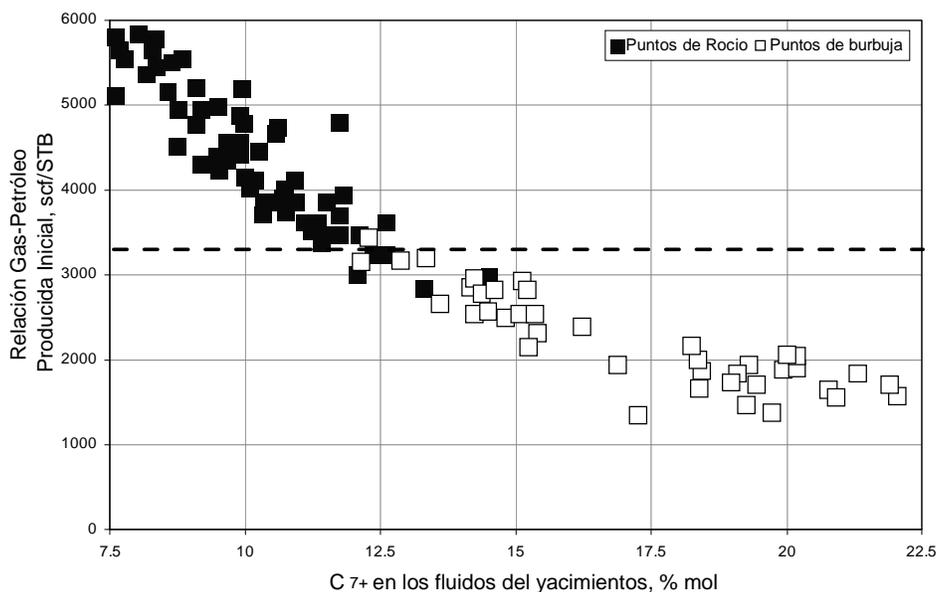


Fig. 1.5.b. Producción de condensado y GOR en un pozo colombiano



1.5.c. Variación en el porcentaje de C_{7+} de acuerdo a la relación gas petróleo inicial (Condensados)

4. Gas húmedo. Todo el diagrama de fases de la mezcla de hidrocarburos con moléculas predominantemente pequeñas yacen debajo de la temperatura del yacimiento. La línea de presión no entra la envolvente y por tanto no se forma líquido en el yacimiento, pero sí en superficie (dos fases). La gravedad, mayor de 60 API, de los líquidos es similar a la de los gases retrógrados. La gravedad se mantiene constante y el color de los líquidos es

transparente. $GOR > 15000$ pcs/STB y permanece constante durante toda la vida del yacimiento. Se producen menos de 60 STB crudo por cada millón de pies cúbicos normales de gas. Ver Fig. 1.6.a y 1.6.b.

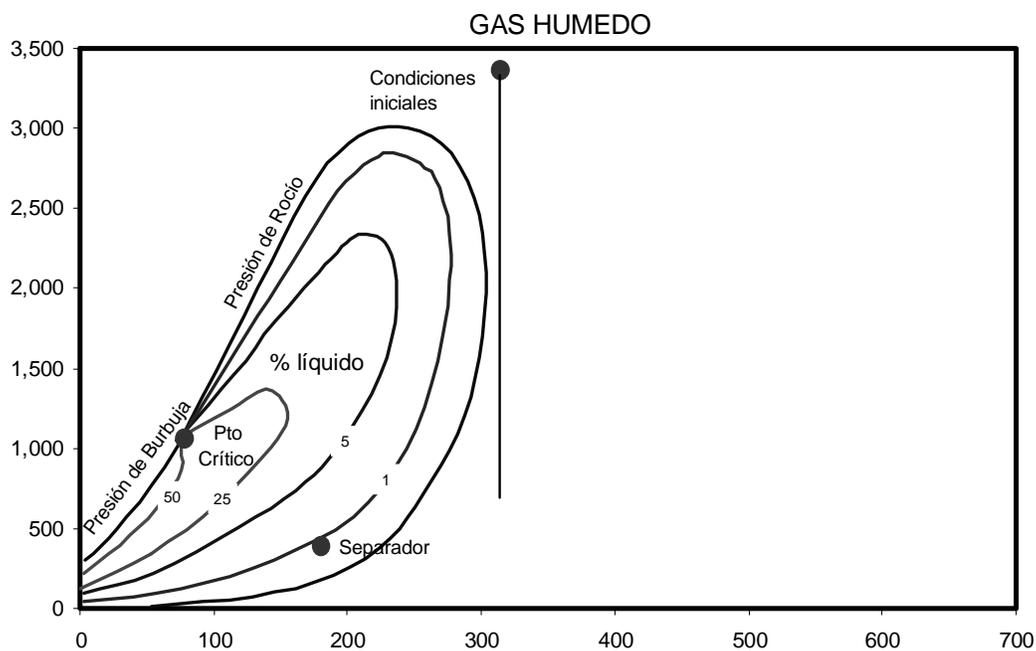
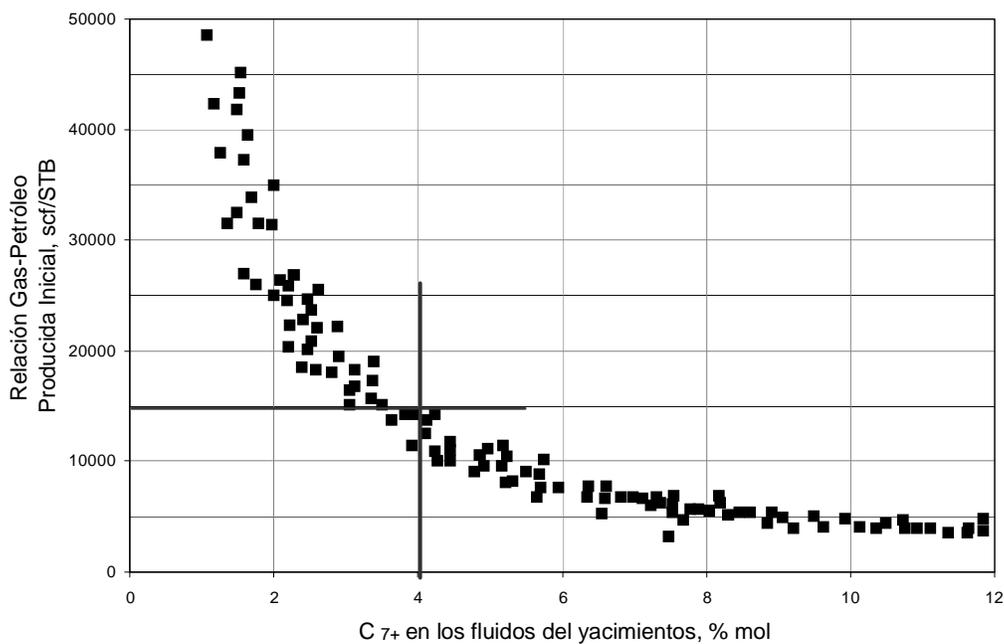


Fig. 1.6.a. Diagrama de fases para el gas húmedo⁵



1.6.b. Variación en el porcentaje de C_{7+} de acuerdo a la relación gas petróleo inicial (gas húmedo)

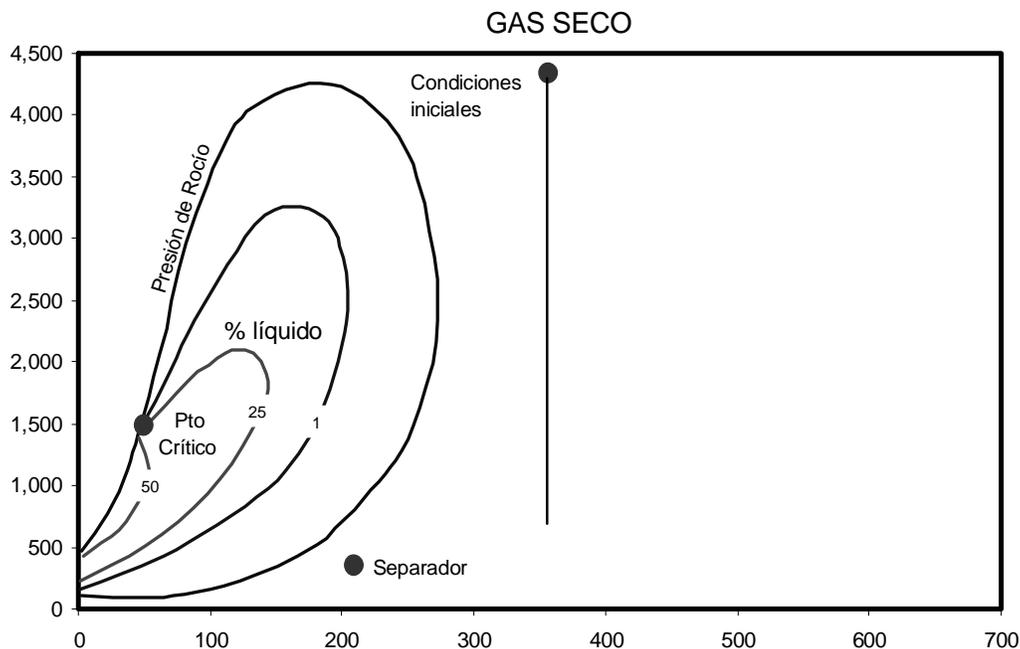


Fig. 1.7.a. Diagrama de fases para el gas seco⁵

5. Gas seco. Está formado principalmente por metano y algunos intermedios. El diagrama de fases muestra una mezcla de hidrocarburos gaseosa tanto en superficie como en el yacimiento. No hay presencia de líquidos ni en yacimiento ni en superficie. Sin embargo, a temperaturas criogénicas, menores de 50 °F, se pueden obtener fluidos de estos gases. La EBM puede aplicarse tanto a gas como gases húmedos para determinar gas original in-situ y predecir reservas de gas. Ver Fig. 1.7.a.

6. Asfálticos. En estos yacimientos, las condiciones iniciales del yacimiento están muy por encima y a la izquierda del punto crítico. El rango de temperatura es bastante amplio. Estos no se vaporizan ni tiene punto crítico. Ver Fig. 1.7.b.

Cuando la presión del yacimiento localiza a éste en la zona de una sola fase, normalmente la composición se mantiene constante. Sin embargo, cuando la presión localiza al yacimiento por debajo de la envolvente, el gas puede producirse más fácilmente y la relación gas-petróleo no se mantiene causando un consecuente cambio del punto de burbuja y un desplazamiento del diagrama de fases. Caso típico ocurre en un yacimiento de condensado retrógrado. Al pasar por el punto de rocío la condensación toma lugar y el líquido queda atrapado dentro de los poros de la roca, luego el producto en superficie tendrá menos contenido líquido y como consecuencia se incrementa el GOR. Una vez el punto de rocío se alcanza, la composición del fluido cambia y la envolvente se desplaza a la derecha lo que agrava la pérdida de líquido en los poros.

Las Figs. 1.7.b, 1.7.c, 1.8 y 1.9 también ilustran la caracterización de los fluidos del yacimiento.

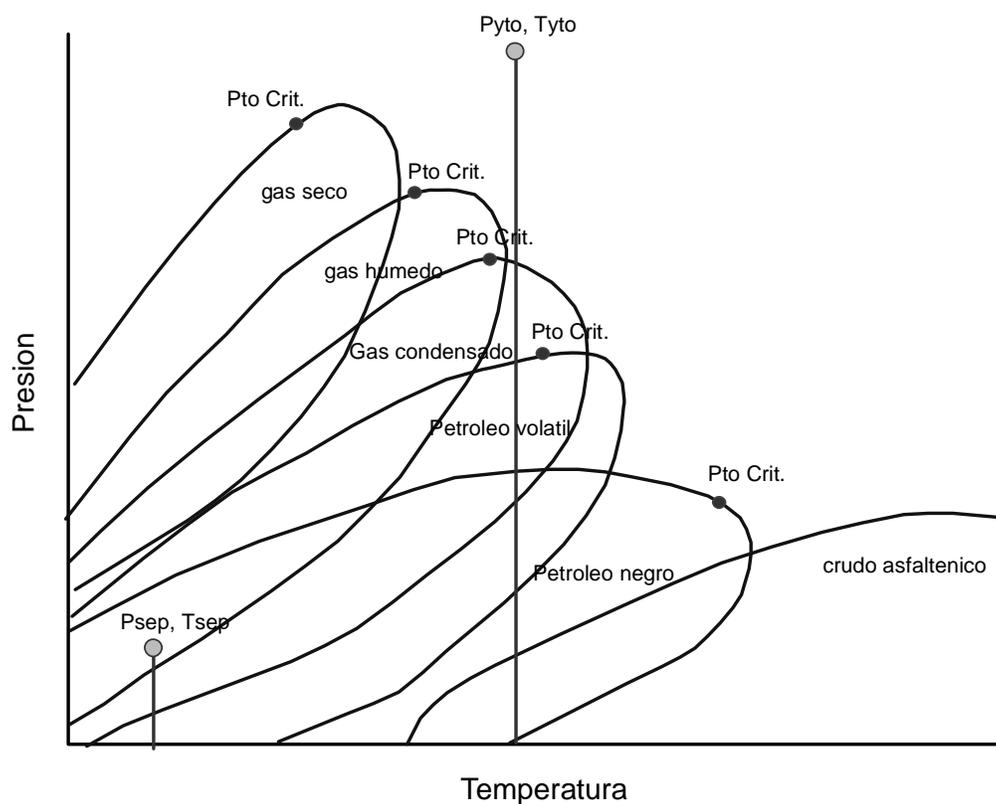


Fig. 1.7.b. Clasificación de los yacimientos de acuerdo al estado de los fluidos

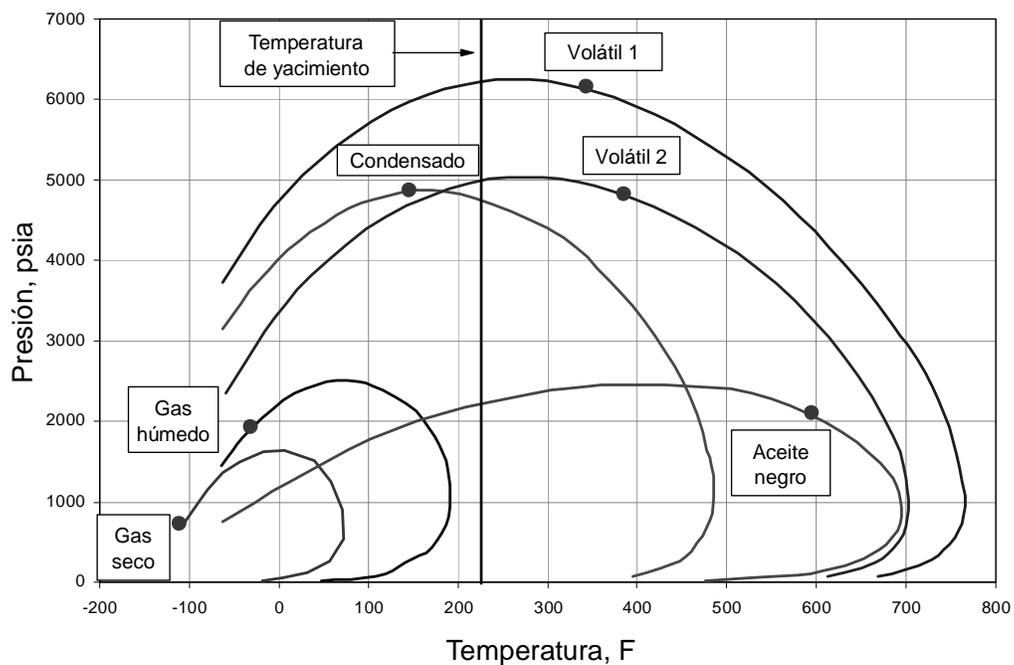


Fig. 1.7.c. Comportamiento de fases de diferentes mezclas con diferentes proporciones de los mismos hidrocarburos

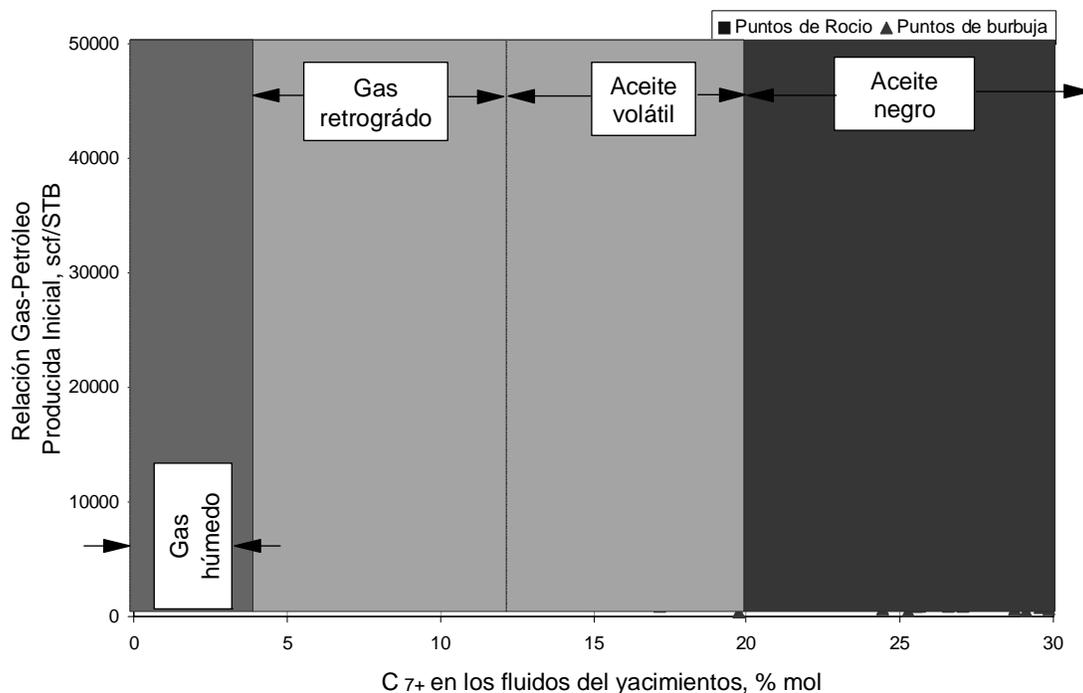


Fig. 1.8. Variación en el porcentaje de C_{7+} de acuerdo a la relación gas petróleo inicial (todos los fluidos)

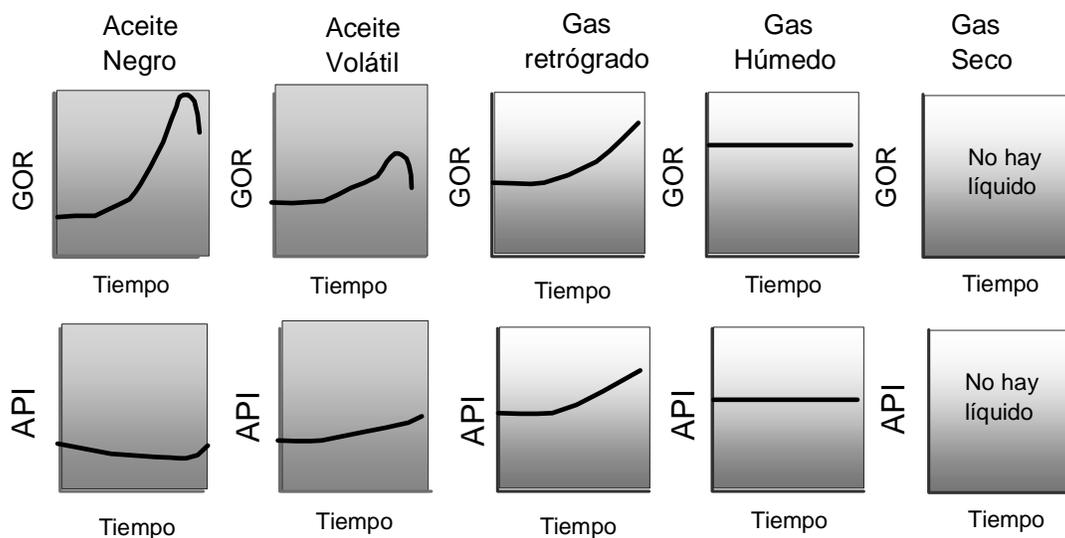


Fig. 1.9. Comportamiento del GOR y la gravedad API a través del tiempo

1.4.4. Clasificación de Acuerdo al Mecanismo de Producción

La producción inicial de hidrocarburos está acompañada por el uso de la energía natural de este y normalmente se conoce como *producción primaria*. El petróleo y el gas son desplazados hacia los pozos productores bajo producción primaria mediante a) expansión de

fluido, b) desplazamiento de fluidos, c) drenaje gravitacional y d) expulsión capilar. Cuando no existe ni acuífero ni inyección de fluidos, el recobro de hidrocarburos se debe principalmente a la expansión del fluido, sin embargo en crudo, este podría producirse mediante drenaje gravitacional. El uso de gas natural o inyección de agua es llamado *producción secundaria* y su principal propósito es mantener la presión del yacimiento (adición de energía), de modo que el término mantenimiento de presión normalmente se usa para describir procesos de recobro secundario. Cuando el agua procede de un acuífero o es inyectada en los pozos, el recobro es acompañado por un mecanismo de desplazamiento, el cual puede ser ayudado por drenaje gravitacional o expulsión capilar. El gas se inyecta como fluido de desplazamiento para ayudar al recobro de crudo y también como gas cíclico para recuperar condensados. Dicha inyección normalmente modifica la presión de rocío y por lo tanto desplaza el diagrama de fases.

Existen otros procesos de desplazamiento llamado *recuperación terciaria* y mejor referida como *recobro realzado* (Enhanced Oil Recovery, EOR) los cuales se desarrollaron para cuando los procesos secundarios resultan inefectivos. Adicional a la adición de energía al yacimiento, este proceso considera cambios en las propiedades de la roca (como la mojabilidad) o del fluido (como la viscosidad o la tensión interfacial). Sin embargo, el mismo proceso se considera para casos donde el recobro primario no se utilizó por bajo potencial de recobro. En este caso el término terciario está mal empleado. En algunos yacimientos es ventajoso iniciar un proceso secundario o terciario antes de terminar la producción primaria. En estos casos el término *recobro mejorado* (improved oil recovery, IOR) se ha convertido en popular y algunos consideran que la diferencia entre EOR e IOR es que esta última involucra un proceso de reingeniería y caracterización del yacimiento².

En muchos yacimientos pudieren simultáneamente operar varios mecanismos de producción, pero generalmente predomina uno o dos. Durante la vida del yacimiento la predominancia puede cambiar de un mecanismo a otro ya sea natural o artificialmente. Por ejemplo, un yacimiento volumétrico podría producir inicialmente por expansión de fluidos, cuando este se ha depletado lo suficiente la producción hacia los pozos podría deberse a drenaje gravitacional ayudado por un mecanismo de bombeo. Más tarde, un proceso de inyección de agua puede usarse para adicionar mayor empuje a los hidrocarburos. En este caso el ciclo de los mecanismos es expansión-gravitacional y desplazamiento de drenaje.

En general la producción de los yacimientos se debe a los siguientes mecanismos:

1. Hidráulico, cuando se presenta agua proveniente de un acuífero adyacente.
2. Gas en Solución (línea B-C en Fig. 1.2.a). Los fluidos gaseosos ayudan a producir la fase líquida cuando el gas intenta liberarse del seno del crudo.
3. Capa de gas (No hay distribución uniforme de los fluidos)
4. Expansión líquida y de roca (hasta el punto de burbuja) Línea A-B en Fig. 1.2.a.
5. Gravedad o segregación gravitacional, el cual es común en yacimientos con espesor considerable y que tienen buena comunicación vertical o en yacimientos que tienen alto buzamiento pues permiten la migración del gas a la parte superior de la estructura.
6. Combinado

7. En yacimientos gasíferos se tiene depleción o expansión gaseosa (línea D-E-F en Fig. 1.2.a).

1.4.5 Clasificación de Acuerdo a Variaciones del Volumen Originalmente Disponible a Hidrocarburos

1. Volumétricos, cuando no existe un acuífero adyacente al yacimiento (yacimiento cerrado).
2. No volumétricos. El volumen disponible a hidrocarburos se reduce por la intrusión de agua procedente de un acuífero aledaño.

Tabla 1.1. Características de los diferentes mecanismos de producción

Mecanismo	Presión de yacimiento	GOR	W_p	Eficiencia	Otros
Expansión líquida y roca	Declina rápida y continuo $P_i > P_b$	Permanece bajo y cte	No, excepto alto S_w	1-10 % Prm. 3 %	
Gas en solución	Declina rápida y continuo	1o. Alto, incrementa y cae	No, excepto alto S_w	5-35 % Prm. 20 %	Requiere bombeo temprano
Capa de gas	Cae lenta y continuo	Crece cont. En formaciones inclinadas	Despreciable	20-40 % Prm. 25% o >	Ruptura temprana de gas indica m
Empuje de agua	Permanece alta. P depende de caudal	Permanece bajo si P es alta	Pozos bajos tienen W_p que crece	35-80 % Prm. 50 %	N de BM crece si $W_e = 0$
Segregac. gravitacional	Declina rápida y continuo	Bajo en form. poco inclinado. Alto en form. inclinadas	Despreciable	40-80 % Prm. 60 %	

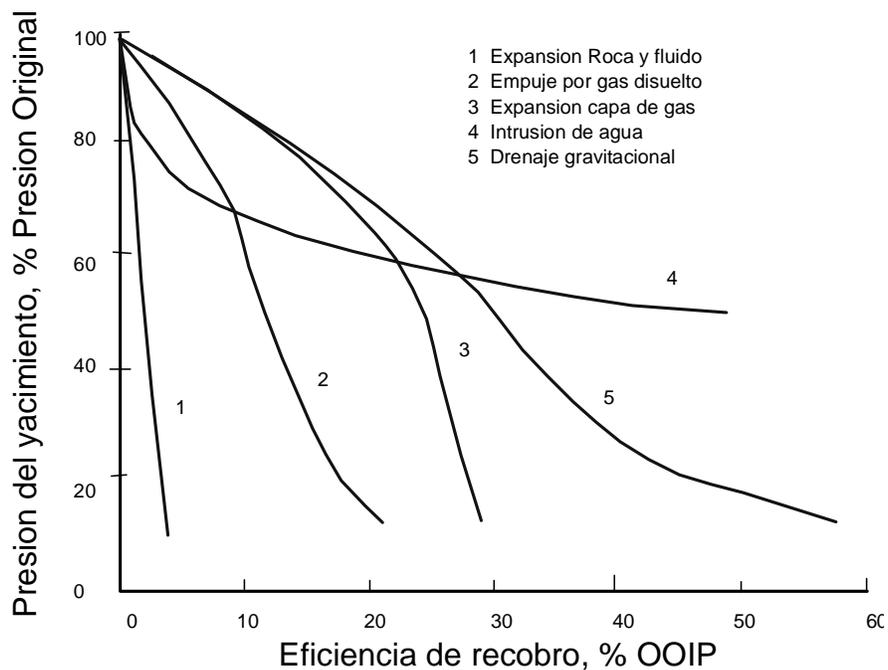


Fig. 1.10. Influencia de los mecanismos de producción en el recobro de petróleo

1.6. REGIMENES DE PRESIÓN DE FLUIDOS^{3,4}

La presión total a cierta profundidad es la combinación del peso de la roca + fluidos = Presión de sobrecarga. En la mayoría de las formaciones sedimentarias es aproximadamente 1 psi/ft.

$$OP = FP + GP$$

La presión de sobrecarga es constante, luego:

$$d(FP) = -d(GP)$$

Es decir, una reducción en la presión de fluido conduce a un incremento en la presión de grano o viceversa. Para un caso normal de agua:

$$P_w = \left(\frac{dP}{dD} \right)_{\text{agua}} D + 14.7$$

Esta ecuación asume que hay continuidad desde la superficie al fondo luego la salinidad es constante. El gradiente del agua dulce es 0.4335 psi/ft. Para un caso anormal de agua:

$$P_w = \left(\frac{dP}{dD} \right)_{\text{agua}} D + 14.7 + C$$

donde C es + (sobrepresión) o - (subpresionado). Los gradientes aproximados para agua salada (depende de salinidad) son 0.45, para oil 0.35 y para gas 0.08. Presiones anormales se deben a: (a) Cambios en temperatura. Un grado Fahrenheit causa un cambio de 125 psi en sistemas sellados, (b) Cambios geológicos por levantamiento del yacimiento, (c) Osmosis entre aguas que tienen diferente salinidad. Si el agua dentro de la formación es más salada que los alrededores, causa altas presiones anormales

Usando los gradientes promedios y de acuerdo con la figura, en el contacto agua-petróleo, WOC, a 5500 ft, la presión del agua y del petróleo deben ser iguales para que exista una interfase estática. De modo que:

$$P_w = 0.45D + 14.7 = 0.45(5500) + 15 = 2490 \text{ psi}$$

Ahora, la ecuación lineal para el aceite encima de la zona de agua es:

$$P_o = 0.35D + C$$

Puesto que $P_o = 2490$ a 5500 psi, la constante se evalúa de modo que:

$$2490 = 0.35(5500) + C \text{ de donde } C = 565, \text{ luego } P_o = 0.35D + 565$$

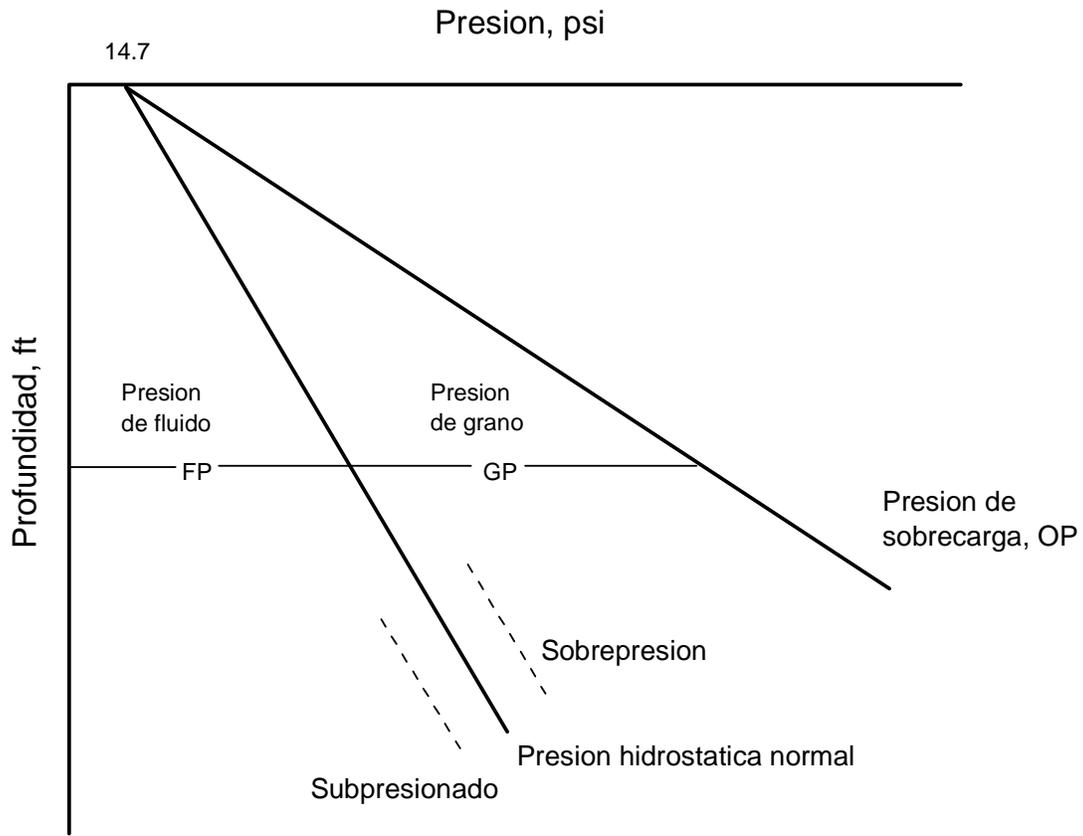


Fig. 1.11. Regímenes de presiones

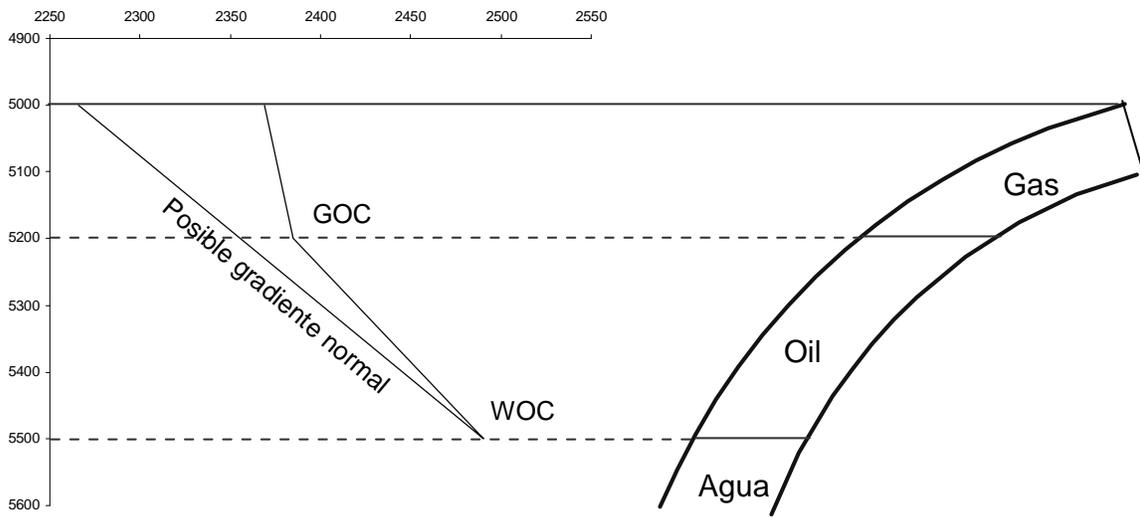


Fig. 1.12. Regímenes de presiones para ejemplo

En el GOC a 5200 ft, $P_g = P_o$, luego $P_o = 0.35D + 565 = 0.35(5200) + 565 = 2385$ psi

La ecuación de gas, arriba de la zona de petróleo, es $P_g = 0.08D + C$

Puesto que $P_g = P_o$ y a 5200 ft, 2385 psi, se tiene $2385 = 0.08(5200) + C$ de donde $C = 1969$, luego $P_g = 0.08D + 1969$.

La presión en el tope de la formación (5000 ft) es:

$P_g = 0.08D + 1969 = 0.08(5000) + 1969 = 2369$ psi. Si se asume que se está perforando una formación con agua dulce, a la profundidad de 5000 ft (tope) la presión será de:

$$P_w = 0.433D + 14.7 = 0.433(5000) + 14.7 = 2182 \text{ psi}$$

Lo que equivale a que se tendría una patada de $2369 - 2182 = 187$ psi al entrar a la zona de gas.

EJEMPLO

Un pozo penetra la arena First Bromide a una profundidad de 7500 ft. El pozo cruza el contacto gas-petróleo a 7510 ft y el contacto agua-petróleo a 7550 ft. La formación está normalmente presionada. Qué presiones se esperan en los contactos y en el tope de la formación. Asuma que los gradientes de agua, crudo y gas son 0.45, 0.35 y 0.08 psi/ft, respectivamente.

SOLUCIÓN

Es conveniente para la solución de este problema referirse al diagrama de la Fig. 1.13. La ecuación de agua está dada por:

$$P_w = 0.45D + 14.7$$

En el WOC la presión será:

$$P_w = 0.45(7550) + 14.7 = 3412.2 \text{ psi}$$

A la profundidad de 7550 ft, $P_o = P_w = 3412.2$ psi, luego:

$$P_o = 0.35D + C$$

$3412.2 = 0.35(7550) + C$ de donde $C = 769.7$ psi. En el contacto gas petróleo ($D=7510$ ft):

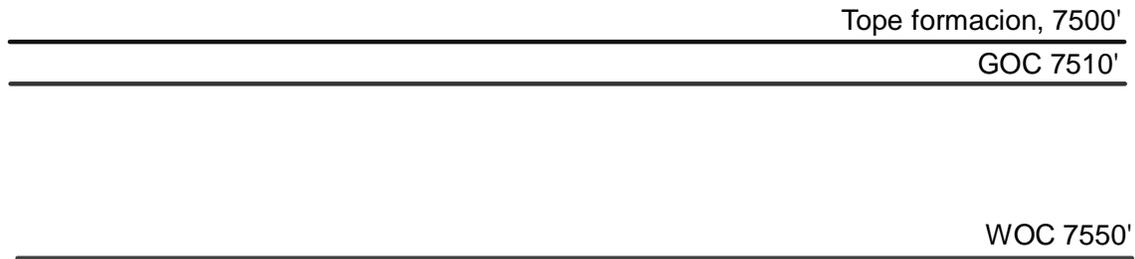


Fig. 1.13. Representación esquemática del ejemplo de la arena First Bromide

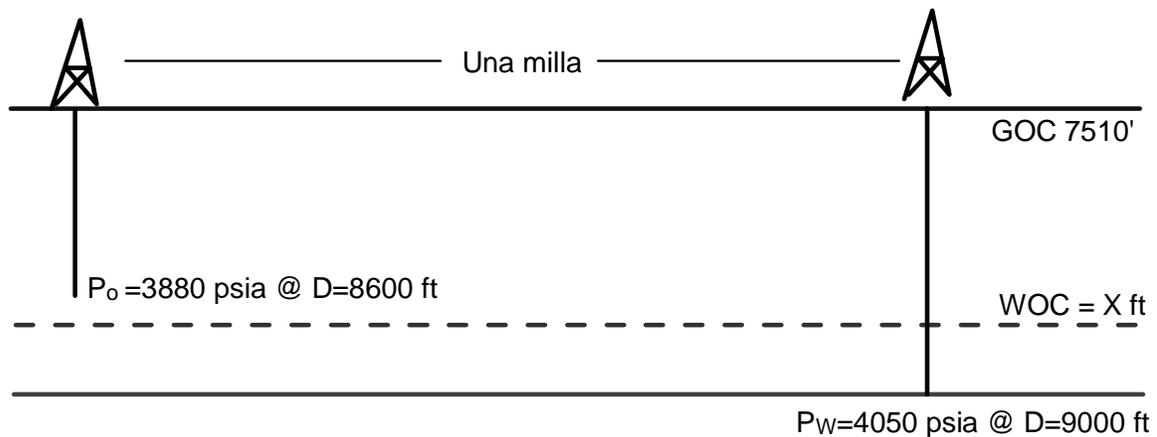


Fig. 1.14. Representación esquemática de las presiones en la formación Red Fork

$$P_o = 0.35D + 769.7$$

$$P_o = 0.35(7510) + 769.7 = 3398.2 \text{ psi}$$

En el contacto gas petróleo, $P_g = P_o = 3398.2$ psi, luego:

$$P_g = 0.08D + C$$

$3398.2 = 0.08(7510) + C$ de donde $C = 2797.4$ psi. En el tope de la formación, $D=7500$ ft, se tiene:

$$P_g = 0.08D + 2797.4 = 0.08(7500) + 2797.4 = 3397.4 \text{ psi}$$

EJEMPLO

Un pozo perforado en la ten Mile Falt encontró la formación Red Fork probó positivo para producción de crudo. El operador midió una presión de 3880 psia en el fondo del pozo a

una profundidad de 8600 ft. También sobre la formación Red Fork a una milla de distancia se midió una presión de 4050 psia en un pozo seco a una profundidad de 9000 ft.

- Esta presión anormal o normal? Porqué?
- Donde se localiza el contacto WOC?
- Suponga que el gradiente tiene un error de $\pm 5\%$ y localice nuevamente el contacto agua-petróleo
- Estime nuevamente la posición del WOC asumiendo que la herramienta de medida tiene una precisión de $\pm 0.5\%$ y la posición de la herramienta tiene un error de ± 10 ft

SOLUCIÓN

- Esta presión anormal o normal? Porqué?

De acuerdo con la Fig. 1.14 a la profundidad de 9000 ft, la ecuación gobernante (agua) está dada por:

$$P_w = \left(\frac{dG_w}{dP} \right) D$$

$$4050 = \left(\frac{dG_w}{dP} \right) 9000$$

De donde resulta un gradiente de 0.451 psi/ft por lo que se considera que la formación está normalmente presionada.

- Donde se localiza el contacto WOC?

Se sabe que en el WOC, las presiones de agua y petróleo ($P_o = P_w$) tienen el mismo valor para que halla equilibrio:

$$P_o = 0.35D$$

$$P_w = 0.45D$$

Se sabe, además, que la presión a 8600 ft es de 3880 psia. Luego en el contacto WOC, se tiene:

$$P_o = 3880 + 0.35(X - 8600)$$

Igualando las ecuaciones de agua y crudo:

$$3880 + 0.35(X - 8600) = 0.45X$$

De donde $X=WOC=8700$ ft.

- c) Suponga que el gradiente tiene un error de 5 % y localice nuevamente el contacto agua-petróleo

El máximo gradiente de crudo es de (0.35×1.05) 0.3675 psi/ft y el mínimo es de 0.3325 psi/ft. Efectuando un procedimiento similar al paso b, se obtienen las profundidades de los contactos de 8721 y 8685 pies, respectivamente.

- d) Estime nuevamente la posición del WOC asumiendo que la herramienta de medida tiene una precisión de 0.5 % y la posición de la herramienta tiene un error de ± 10 ft

Un error de 0.5 % en la medida de presiones resulta en (3880×1.005) 3860.6 y 3899.4 psi, respectivamente. Las posiciones respectivas de la herramienta serán 8590 y 8610 pies. Para la primera profundidad se tiene que $WOC=8541$ ft y para la segunda profundidad se tiene que la presión es 8859 psi.

EJEMPLO

De acuerdo con la Fig. 1.15, el pozo A está siendo perforado con un lodo base agua cuya densidad es 9 ppg y en la actualidad se encuentra a una profundidad de 4000 pies con respecto al nivel del terreno. Seis meses antes, se terminó de perforar el pozo B que resultó seco. El operador prudentemente midió la presión de fondo de este pozo correspondiente a 3100 psia. Con base en la información suministrada en la Fig. 1.15 determine las presiones en cada uno de los contactos y la densidad mínima para perforar la formación gasífera. Asuma que el gradiente del crudo es 0.35 psi/ft y el del gas es de 0.08 psi/ft.

SOLUCIÓN

Dada la presión a 6000 pies, es posible determinar el gradiente de presión mediante:

$$P = \left(\frac{dG}{dP} \right) D$$

$$3100 = \left(\frac{dG}{dP} \right) 6000$$

$$\left(\frac{dG}{dP} \right) = 0.517 \text{ psi / ft}$$

Con este valor de gradiente se determina la presión en el contacto agua petróleo ($D=5500$ ft):

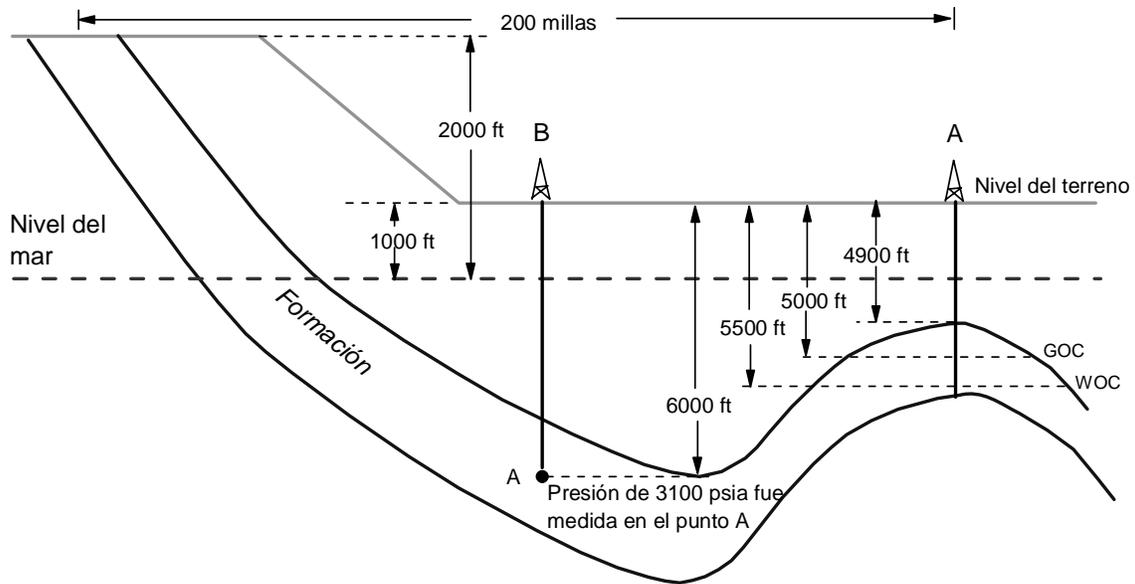


Fig. 1.15. Esquematzación de las presiones en los pozos A y B

$$P_{5500} = \left(\frac{dG}{dP} \right) D$$

Entonces:

$$P_{5500} = 0.517(5500) = 2843.3 \text{ psi}$$

La ecuación para presión de petróleo está dada por:

$$P_o = \left(\frac{dG_o}{dP} \right) D + C$$

Puesto que en el contacto agua petróleo la presión en la zona de petróleo y en la zona de agua debe ser la misma, se tiene:

$$2843.3 = 0.35(5500) + C$$

De donde $C = 918$ psi. En el contacto gas petróleo ($D=5000$ ft), la presión será:

$$P_o = 0.35D + 918 = 0.35(5000) + 918 = 2668 \text{ psi}$$

La ecuación en la zona de gas inmediatamente después de la zona del contacto está dada por:

$$P_g = 0.08D + C$$

De donde:

$$2668 = 0.08(5000) + C$$

Luego $C=2268$. La presión en el tope de la formación gasífera es:

$$P_g = 0.08(4900) + 2268 = 2660 \text{ psi}$$

Puesto que:

$$P_g = 0.052\rho h$$

Para $h = 4900$, la densidad del lodo debe ser de 10.4 ppg.

El tema del gradiente de presión toma auge con la aparición de herramientas, tales como el RFT y el aumento de herramientas similares, como el MDT. El primero ha estado en operación desde mediados de 1970 y ha revolucionado la relación presión-profundidad en columnas de hidrocarburos y acuíferos. La implicación de la ingeniería de yacimientos en este tema está en la ubicación de los fluidos en contacto con la formación que permite calcular el volumen neto de roca que aparece en la ecuaciones volumétricas (Capítulo 4). La situación representada en la Fig. 1.16a muestra una estructura masiva de cabalgamiento donde todos los pozos penetran directamente el contacto agua-aceite (WOC) el cual será detectado sobre corazones y registros. Las capas de los yacimientos con lutitas impermeables (Fig. 1.16b), sin embargo, representa un desafío para la ingeniería en cuanto al establecimiento de los contactos entre fluidos. En esta complicada, las presiones son controladas por la presión común del acuífero, pero el contenido de hidrocarburos en cualquiera de las capas individuales es dictado por trayectorias de migración, propiedades de la roca del yacimiento, etc.

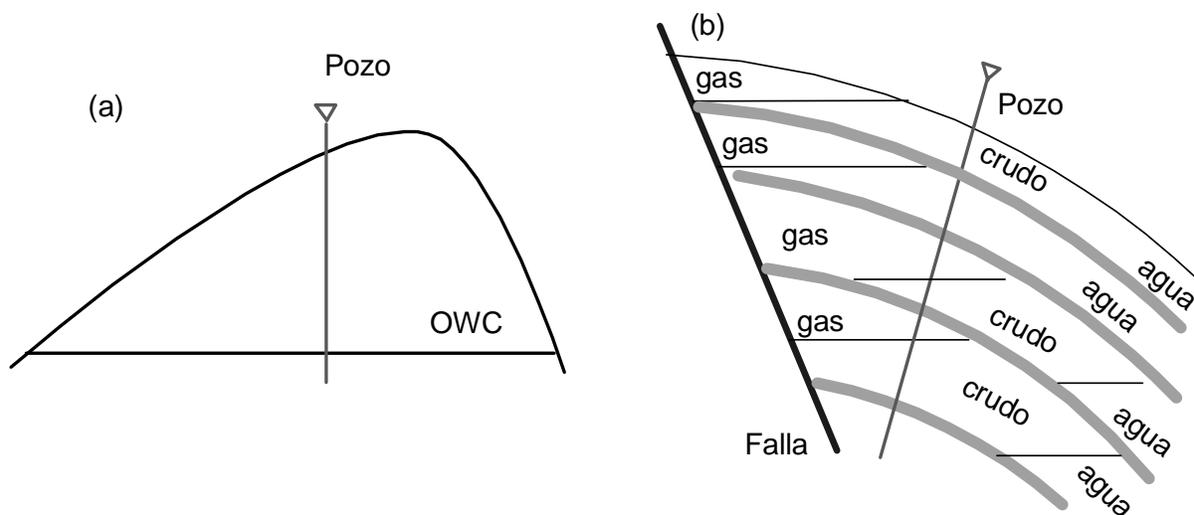


Fig. 1.16. (a) Estructura de cabalgamiento masiva. (b) sistema multi-capa

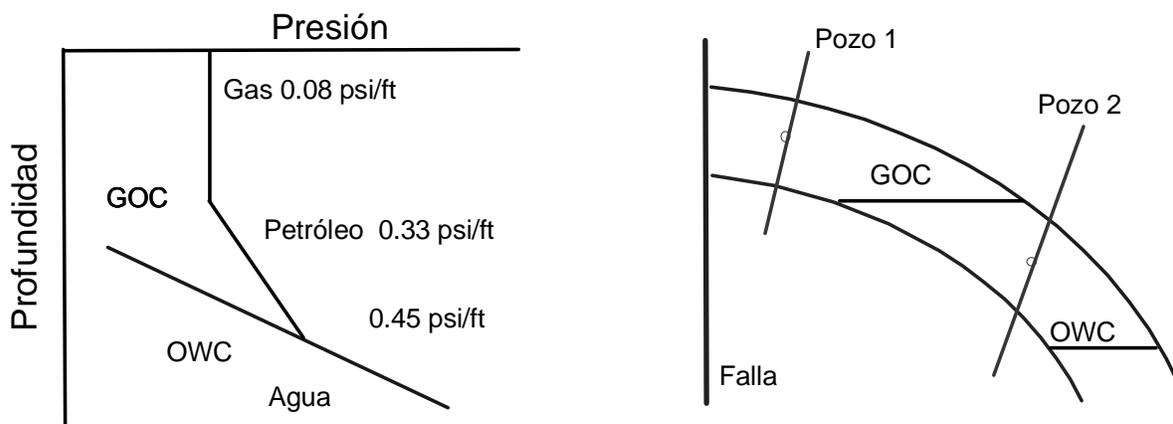


Fig. 1.17. Gráfica de presión-profundidad para un yacimiento de petróleo y gas³

$$\frac{dp_g}{dD} = \frac{0.0763\gamma_g E}{144} \quad (\text{psi/ft})$$

Dos incertidumbres potenciales se encuentran en la gráfica presión-profundidad, ilustrada en la Fig. 1.17. En el primer pozo hay una columna de crudo, pero la pregunta es, si puede levantarse una capa de gas en el yacimiento. Si P_o es la presión medida en la columna de crudo y P_b la presión en el punto de burbuja, entonces el posible incremento de la profundidad en el contacto gas-aceite (GOC), ΔD puede determinarse con la relación:

$$\Delta D = \frac{P_o - P_b}{dp/dD} \quad (\text{ft})$$

$$\Delta D = \frac{P_o - P_g}{dP_o / dD - dP_g / dD} \quad (\text{ft})$$

1.8. ESCALAS DEL YACIMIENTO⁶

Una manera de que tan bien entendemos el yacimiento puede obtenerse considerando la fracción del yacimiento que está siendo muestreada mediante las diferentes técnicas. Por ejemplo, supongamos que se desea hallar el tamaño del área muestreada desde un pozo que tiene un radio de 6 pulgadas. Si se asume un área circular, el área se puede estimar como πr^2 donde r es el radio muestreado. El área muestreada es entonces es 0.7854 pie². Si se normaliza el área muestreada con el área del yacimiento, digamos unas modestas 5 acres, Qué fracción del área es directamente muestreada por el pozo?. El área de drene es 218600 pie². La fracción del área muestreada es 3.59 partes por millón lo cual es diminuto comparado con el área de interés.

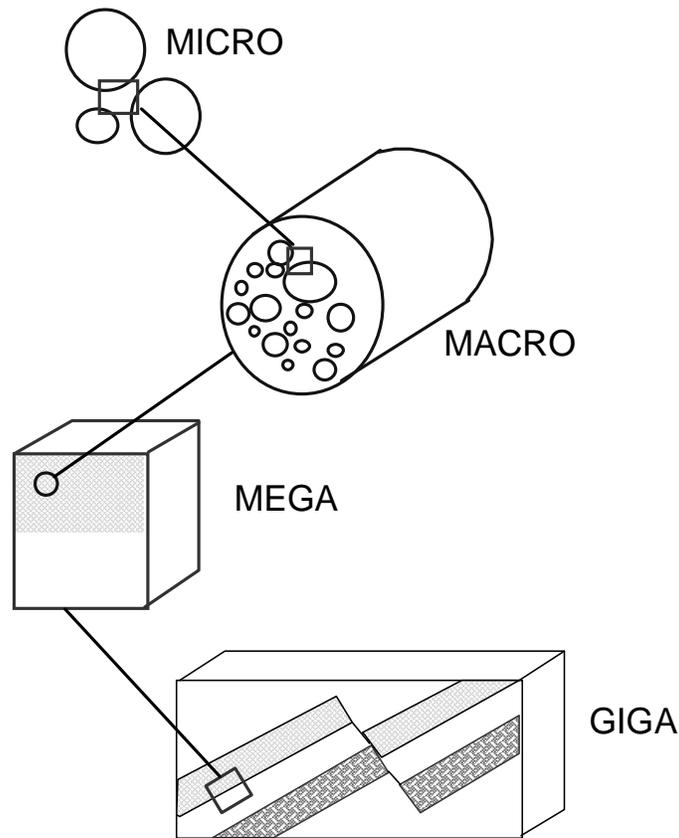


Fig. 1.18. Escalas del yacimiento⁶

Una señal de un registro eléctrico expande el área siendo muestreada. Suponga que un registro pueda penetrar la formación unos 5 pies desde el pozo, lo cual es razonable. La fracción del área siendo muestreada es 4 partes en 10000. El tamaño muestreado dentro del área de drenaje (5 acres) es todavía una fracción de un porcentaje.

Los corazones y registros eléctricos dan una visión muy limitada del yacimiento. Una sección sísmica expande la fracción del área muestreada, pero la interpretación de datos sísmicos es menos precisa. La credibilidad de la sísmica se puede mejorar Correlacionándola con datos de análisis de corazones o perfiles eléctricos.

La Fig. 1.18 presenta la definición de escala de yacimiento. Note que éstas no son universalmente aceptadas, pero ilustran la escala relativa asociada con la propiedad del yacimiento medida. La escala *Giga* incluye información asociada con geofísica, tales como arquitectura del yacimiento. Esta también incluye teorías de caracterización regional como tectónica de placas, sísmica y datos de satélite. La escala *Mega* de caracterización del yacimiento incluye perfiles de pozo, análisis de presiones de fondo y análisis de sísmica 3D. La escala *Macro* se enfoca en información obtenida de análisis de corazones y de propiedades de los fluidos. La escala *Micro* involucra datos a nivel de escala del poro obtenidos de secciones delgadas y medidas de distribución del tamaño del grano. Cada una de estas escalas contribuye al modelo final del yacimiento.

REFERENCIAS

1. Smith, C.R., and Tracy, G.W. “*Applied Reservoir Engineering*”. Oil & Gas Consultants, Inc. Tulsa, Ok. 1987.
2. Craft, B.C. and M.F., Hawkins. “*Applied Reservoir Engineering*”. Prentice-Hall International. New Jersey, 1991.
3. Dake, L.P. “*Fundamental of Reservoir Engineering*”. Elsevier Scientific Publishing Co. 1978.
4. Dake, L.P. “*The Practice of Reservoir Engineering - Revised edition*”. Elsevier Developments in Petroleum Science. Second impresión. Amstrerdam, Holanda, 2004.
5. McCain, W. “*The Properties of the Petroleum Fluids*”. Gulf Publishing Co. 1988.
6. Abdus S. and Ganesh T. “*Integrated Petroleum Reservoir Management: A Team Approach*”. PennWell Books. Tulsa, Ok. 1994.

CAPITULO 2

PROPIEDADES FÍSICAS DEL MEDIO POROSO

2.1. POROSIDAD

La porosidad se define como la relación entre el volumen poroso y el volumen total de la roca (la propiedad inversa a la porosidad es la compactación). Matemáticamente:

$$\phi = \frac{V_p}{V_t}$$

V_p = volumen poroso

V_t = volumen total

De acuerdo a la interconexión del volumen poroso, la porosidad se define en porosidades absoluta, efectiva y no efectiva.

2.1.1. Clasificación de Ingeniería de la porosidad

Durante el proceso de sedimentación y litificación, algunos de los poros que se desarrollaron inicialmente pudieron sufrir aislamiento debido a varios procesos diagenéticos o catagénicos tales como cementación y compactación. Por ende, existirán poros interconectados y otros aislados. Esto conlleva a clasificar la porosidad en absoluta y efectiva dependiendo de que espacios porales se miden durante la determinación del volumen de estos espacios porosos.

2.1.1.1. Porosidad absoluta. Es aquella porosidad que considera el volumen poroso de la roca esté o no interconectado. Esta propiedad es la que normalmente miden los porosímetros comerciales. Una roca puede tener una porosidad absoluta considerable y no tener conductividad de fluidos debido a la carencia de interconexión poral. La lava es un ejemplo típico de esto.

2.1.1.2. Porosidad efectiva. Es la relación del volumen poroso interconectado con el volumen bruto de roca. Esta porosidad es una indicación de la habilidad de la roca para conducir fluidos, sin embargo esta porosidad no mide la capacidad de flujo de una roca. La porosidad efectiva es afectada por un número de factores litológicos como tipo, contenido e hidratación de arcillas presentes en la roca, entre otros.

2.1.1.3. Porosidad no efectiva. Es la diferencia que existe entre las porosidad absoluta y efectiva.

2.1.2. Clasificación Geológica de la porosidad

A medida que los sedimentos se depositaron en los mares antiguos, el agua fue el primer fluido que llenó el espacio poroso. Esta agua se le denomina agua connata. Un método común de clasificación de la porosidad se basa en la condición si porosidad se formó inicialmente o si fue producto de una diagénesis subsiguiente (dolomitización), catagénesis, campo de esfuerzos o percolación de agua.

2.1.2.1. Porosidad primaria o intergranular. La cual se desarrolló al mismo tiempo que los sedimentos fueron depositados. Rocas sedimentarias con este tipo de porosidad son: areniscas (detríticas o clásticas) y calizas (no detríticas). La porosidad primaria a su vez se clasifica en:

2.1.2.1.1. Porosidad intercrystalina. Se refiere a los espacios existentes entre los planos de un cristal o espacios vacíos entre cristales. Muchos de estos poros son sub-capilares, v.g. poros menores de 0.002 mm de diámetro. La porosidad que se encuentra entre cristales o partículas tamaño lodo se llama comúnmente “microporosidad”.

2.1.2.1.2. Porosidad Intergranular. Es función del espacio vacío entre granos, es decir, de los espacios intersticiales de toda clase en todo tipo de roca. Esta porosidad comprende tamaño sub-capilar a super-capilar. Generalmente, los espacios tienen un diámetro mayor de 0.5 mm.

2.1.2.1.3. Planos estratificados. Existe concentración de espacios vacíos de diferentes variedades paralelos a los planos de estratificación. Las geometrías mayores de muchos yacimientos petroleros están controladas por este tipo de porosidad. Entre las causas de espacios vacíos en los planos estratificados se cuentan: diferencias de los sedimentos depositados, tamaño de partículas y arreglo de depositación y ambientes de depositación.

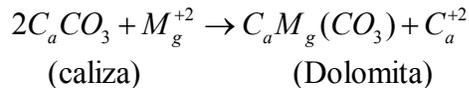
2.1.2.1.4. Espacios Sedimentarios Misceláneos. Esto se debe a: (1) espacios vacíos resultantes de la depositación de fragmentos detríticos de fósiles, (2) espacios vacíos resultantes del empaquetamiento de oolitas, (3) espacios cavernosos de tamaño irregular y variable formados durante el tiempo de depositación, y (4) espacios creados por organismos vivos en el momento de la depositación.

2.1.2.2. Porosidad secundaria, inducida o vugular. Ocurre por un proceso geológico o artificial subsiguiente a la depositación de sedimentos. Puede ser debida a la solución o fractura (artificial o natural) o cuando una roca se convierte en otra (caliza a dolomita). La porosidad secundaria es el resultado de un proceso geológico (diagénesis y catagénesis) que tomó lugar después de la depositación de los sedimentos. La magnitud, forma, tamaño e interconexión de los poros podría no tener relación directa de la forma de las partículas sedimentarias originales. La porosidad secundaria se clasifica en:

2.1.2.2.1. Porosidad de disolución. Integrada por canales resultantes de la disolución del material rocoso por acción de soluciones calientes o tibias que circulan o percolan a través

de la roca. Las aperturas causadas por meteorización (juntas alargadas y cavernas) y espacios vacíos causados por organismos vivientes pueden sufrir alargamiento debido a dilución.

2.1.2.2.2. Dolomitización. Es el proceso mediante el cual la caliza se transforma en dolomita según la siguiente reacción:



Algunas rocas carbonatas están constituidas solamente por calizas. Si el agua circulante a través del espacio poroso contiene suficientes cantidades de magnesio disuelto, el calcio en la roca puede intercambiarse por el magnesio en solución. Como el magnesio es considerablemente más pequeño que el calcio, la resultante dolomita tendrá una porosidad mayor, cuyo incremento oscila entre el 12-13 %.

2.1.2.2.3. Porosidad de Fractura. Son aperturas en la roca producto de fallamiento estructural de las rocas del yacimiento debido a tensión originada por actividades tectónicas tales como doblamiento y falla. Esta incluye juntas, fisuras, y fracturas. Las porosidades de fractura normalmente no superan el 1 % en carbonatos.

2.1.2.2.4. Espacios secundarios misceláneos. En esta clasificación se tienen: (1) arrecifes, los cuales son aperturas en las crestas de anticlinales estrechos, (2) pinchamientos y llanos, los cuales son aperturas formadas por la separación de estratos sometidos a un suave desplome, y (3) espacios vacíos causados por brechas submarinas y conglomerados que resultan de movimientos gravitatorios del material del fondo marino después de mitificación parcial.

2.1.3. Factores que afectan la porosidad

2.1.3.1. Tipo de empaque. Idealmente se pueden formar los siguientes tipos de empaquetamientos los cuales tienen diferente valor de porosidad. El incremento de la presión de confinamiento hace que los granos pobremente clasificados y angulares muestren un cambio progresivo de empaquetamiento aleatorio a un empaque más cerrado, reduciendo con ello la porosidad. Según el tipo de empaque se tienen los siguientes valores de porosidad:

Cúbico, porosidad = 47.6 %
 Romboedral, porosidad = 25.9 %
 Ortorrómbico, porosidad = 39.54 %
 Tetragonal esfenoïdal, porosidad = 30.91 %

Para el sistema cúbico se tiene:

$$V(cubo) = (4r)^3 = 64r^3$$

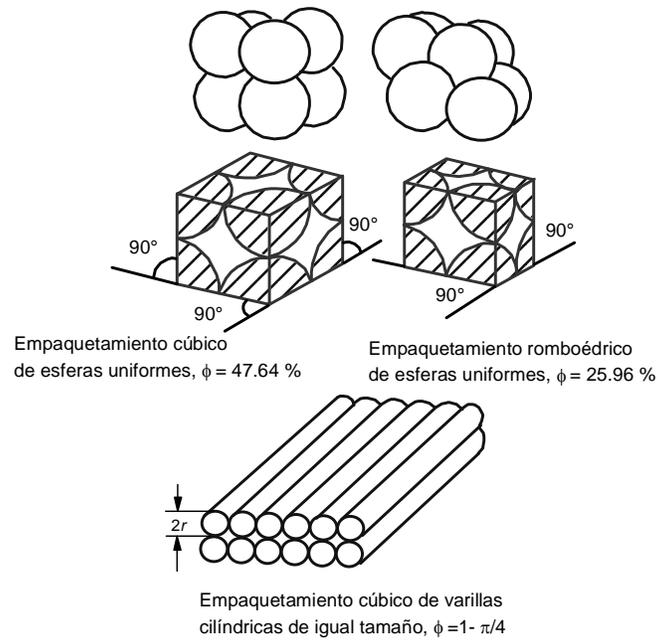


Fig. 2.1.a. Empaquetamiento cúbico, romboédrico y cúbico de varillas cilíndricas

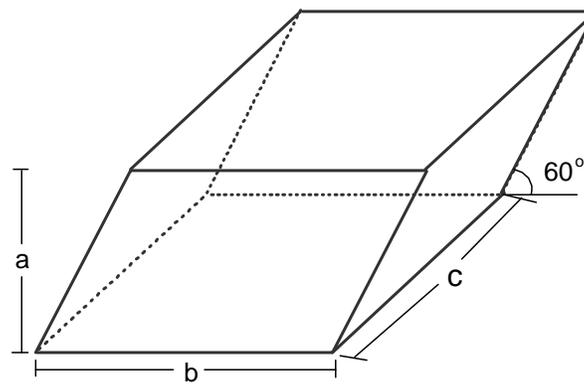


Fig. 2.1.b. Sistema ortorrómbico

$$\phi = \frac{\text{Vol. cubo} - \text{Vol. esferas}}{\text{Vol. cubo}} = \frac{64r^3 - 8(4/3)\pi r^3}{64r^3} = 47.6\%$$

Para el empaquetamiento cúbico de varillas se tiene:

$$V(\text{paralelepipedo}) = (4r)(12r)L = 48r^2L$$

$$V(\text{varillas}) = 12\pi r^2L$$

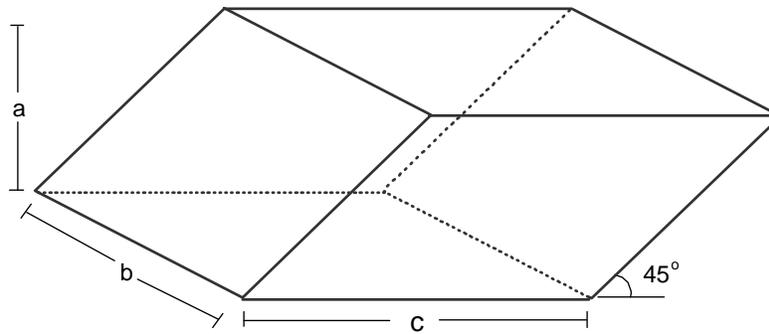


Fig. 2.1.c. Sistema romboédrico

$$\phi = \frac{\text{Vol. paral.} - \text{Vol. varillas}}{\text{Vol. paral.}} = \frac{48r^2L - 12\pi r^2L}{48r^2L} = 1 - \frac{\pi}{4}$$

De acuerdo con la Fig. 2.1.b,

$$V_t = a \cdot b \cdot c$$

donde:

$$a = 4r \cos 30^\circ$$

$$b = 4r$$

$$c = 4r$$

El volumen total del ortorrombo es:

$$V_t = 64r^3 \cos 30^\circ, \text{ ó}$$

$$V_t = 55.426r^3$$

El volumen de los 8 granos está dado por:

$$V_{gr} = 8 \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right)$$

$$V_{gr} = 33.51r^3$$

Puesto que la porosidad la definimos como:

$$\phi = \left(\frac{V_t - V_{gr}}{V_t} \right) \times 100 = \left(\frac{55.426r^3 - 33.51r^3}{55.426r^3} \right) \times 100 = 39.54 \%$$

De acuerdo con la Fig. 2.1.c,

$$V_t = a \cdot b \cdot c$$

$$a = 4r \cos 45^\circ$$

$$b = 4r$$

$$c = 4r$$

El volumen total del ortorrombo es:

$$V_t = 64r^3 \cos 45^\circ, \text{ ó}$$

$$V_t = 45.25r^3$$

El volumen de los 8 granos está dado por:

$$V_{gr} = 8 \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right)$$

$$V_{gr} = 33.51r^3$$

Puesto que la porosidad la definimos como:

$$\phi = \left(\frac{V_t - V_{gr}}{V_t} \right) \times 100 = \left(\frac{45.25r^3 - 33.51r^3}{45.25r^3} \right) \times 100 = 25.94 \%$$

2.1.3.2. Grado de cementación o consolidación. Cemento que une los granos y que se forma posterior a la depositación ya sea por dilución de los mismos granos o por transporte. Son cementos: carbonato de calcio, carbonato de magnesio, carbonato de hierro, limonita, hematita, dolomita de sulfato de calcio, arcillas, y combinación de estos. Las areniscas altamente cementadas presentan bajas porosidades. Lo contrario ocurre con rocas poco consolidadas. La cementación toma lugar tanto en el tiempo de mitificación como en el proceso de alteración de la rocas causada por agua circulante.

De la calidad del material cementante dependerá la firmeza y compactación de la roca. Se tiene, entonces, formaciones consolidadas, poco consolidadas y no consolidadas.

2.1.3.3. Geometría y distribución de granos. Se debe a la uniformidad o clasificación de los granos. Dicha clasificación depende, a su vez, de la distribución del tamaño del material, tipo de depositación, características actuales y duración del proceso sedimentario. Cuando los granos son más redondeados proporcionan más homogeneidad al sistema y por ende la porosidad será mayor.

2.1.3.4. Presión de las capas suprayacentes. Las capas suprayacentes pueden compactar el yacimiento y reducir el espacio poroso. La compactación tiende a cerrar los espacios vacíos, forzar el fluido a salir y permitir un mayor acercamiento de las partículas minerales, especialmente en rocas sedimentarias de grano fino.

2.1.3.5. Presencia de partículas finas. La arcillosidad afecta negativamente la porosidad.

2.1.4. Promedio de la porosidad

Existen varios promedios, los principales son: aritmético, ponderado y estadístico o geométrico.

2.1.4.1. Promedio aritmético

$$\phi = \frac{\sum_{i=1}^n \phi_i}{n}$$

2.1.4.2. Promedio ponderado

$$\phi = \frac{\sum_{i=1}^n \phi_i x_i}{\sum_{i=1}^n x_i}$$

Siendo x el área, volumen o altura

2.1.4.3. Promedio estadístico o armónico

$$\phi = \sqrt[n]{\phi_1 \phi_2 \phi_3 \dots \phi_n}$$

2.1.5. Correlaciones para porosidad

La porosidad se Correlaciona con la compresibilidad del volumen poroso, c_f , de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$c_f = \frac{97.32 \times 10^{-6}}{(1 + 55.871 \phi)^{1.42859}} \quad \text{Para areniscas consolidadas}$$

$$c_f = \frac{0.853531}{(1 + 2.47664 \times 10^6 \phi)^{0.9299}} \quad \text{Para formaciones limosas}$$

Alternativamente, la porosidad promedio puede calcularse con cualquiera de los promedios de porosidad dados anteriormente.

2.1.6. Distribución del tamaño del poro

Es imposible tener una descripción detallada del espacio poroso pero, con respecto a los granos en un material granular, es posible contar con una descripción estadística de una clase u otra. La determinación de la distribución del tamaño de poro es de importancia especial en materiales consolidados donde no puede obtenerse una distribución del tamaño de grano. Puesto que los medios porosos poseen una estructura porosa más o menos aleatoria, no es sorprendente que las muestras pequeñas del mismo material no tengan la misma porosidad o permeabilidad. Generalmente se observa que a mayor volumen, para muestras individuales, hay más probabilidad de que los mismos valores de permeabilidad y porosidad se observen. Estas características de los materiales porosos pueden entenderse por el siguiente análisis. Considere un volumen bruto de material poroso e imagine que este se divide en paralelepípedos muy pequeños. Estos elementos poseen una distribución de porosidad debido a la estructura aleatoria del medio poroso. Denótese esta función de distribución como $F(\phi)$, de modo que $F(\phi)d\phi$ es la fracción de los elementos que tienen porosidades entre ϕ y $\phi + d\phi$. La porosidad media de estos elementos, y la porosidad real del material bruto es:

$$\bar{\phi} = \int_0^1 \phi F(\phi) d\phi$$

La desviación estándar, σ , de la distribución de ϕ se define por:

$$\bar{\phi} = \int_0^1 (\phi - \bar{\phi})^2 F(\phi) d\phi$$

Suponga que se toman varias muestras del material poroso. La porosidad promedio de la muestra puede definirse como:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \phi_i$$

La función de distribución para la porosidad media debe aproximarse a la distribución Gaussiana, cuando n es grande. Aplicando el teorema del límite central:

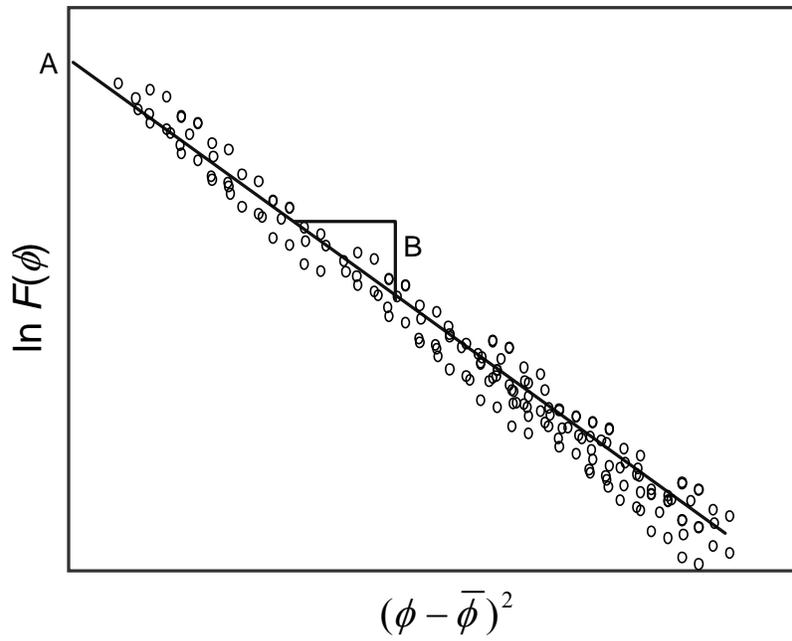


Fig. 2.2. Función de distribución de porosidad



Fig. 2.3. Muestra de roca para distribución de porosidad

$$F(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)} e^{-\frac{(\phi - \bar{\phi})^2}{2(\sigma/\sqrt{n})}}$$

Puesto que σ y n son constantes:

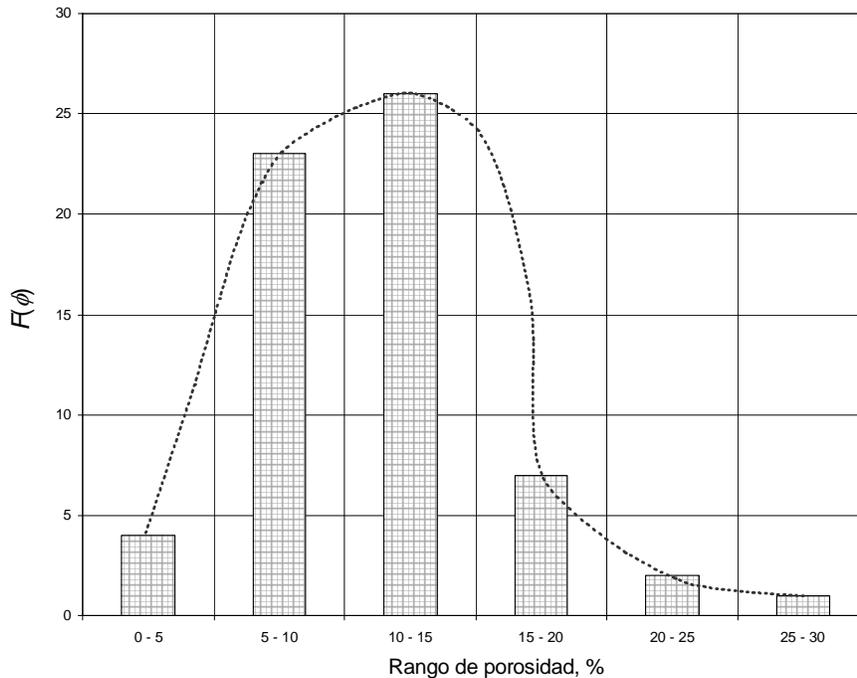


Fig. 2.4. Distribución de porosidad

$$F(\phi) = Ae^{-B(\phi - \bar{\phi})^2}$$

Es necesario encontrar los valores de A y B , para lo que se recurre a un gráfico como el de la Fig. 2.2 donde:

$$\ln F(\phi) = \ln A - B(\phi - \bar{\phi})^2$$

La muestra de roca de la Fig. 2.3 presenta la distribución gaussiana mostrada en la Fig. 2.4.

2.2. SATURACIÓN DE FLUIDOS, S_f

Es la relación que expresa la cantidad de fluido que satura el medio poroso. Conocida dicha cantidad y la extensión del volumen poroso se puede volumétricamente determinar cuanto fluido existe en una roca.

2.3. ESTADOS DE FLUJO

De acuerdo con la variación de una propiedad con respecto al tiempo existen principalmente tres estados de flujo a saber: flujo estable, flujo pseudoestable y flujo inestable, ver Figs. 2.5, 2.6.a, 2.6.b y 2.6.c, respectivamente. El flujo estable se caracteriza por que la presión del yacimiento no cambia con el tiempo en un punto dado e indica que cada unidad de masa

retirada está siendo reemplazada por una misma cantidad que se adiciona al sistema. Este toma lugar en yacimientos con empuje de agua o capa de gas. Además, puede aplicarse sin un margen de error significativo en las zonas aledañas al pozo. El flujo inestable presenta variaciones de la presión con el tiempo y el flujo pseudoestable (falso estable o semiestable) es un flujo inestable que se puede considerar temporalmente estable.

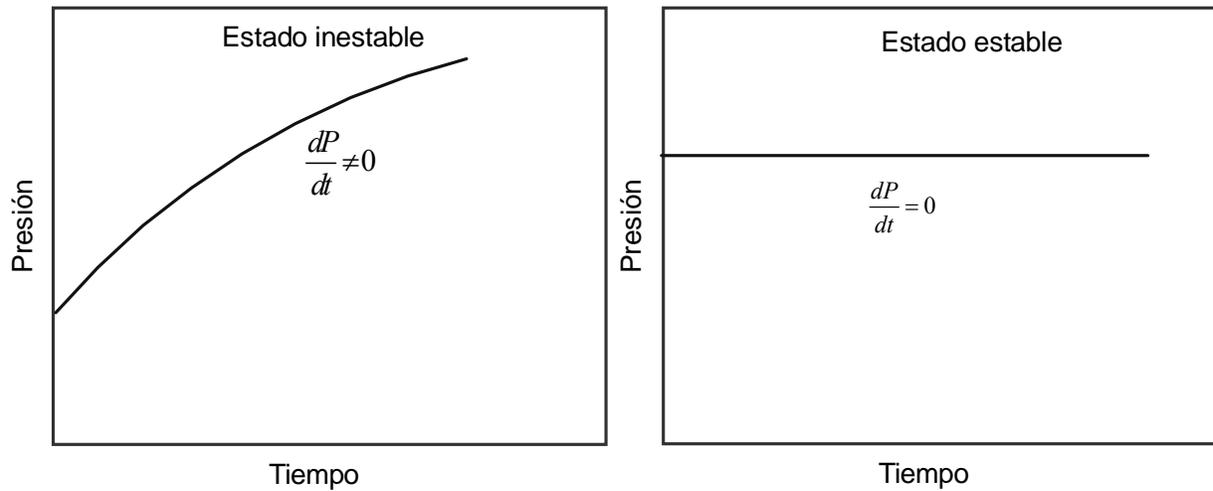


Fig. 2.5. Estados estable e inestable

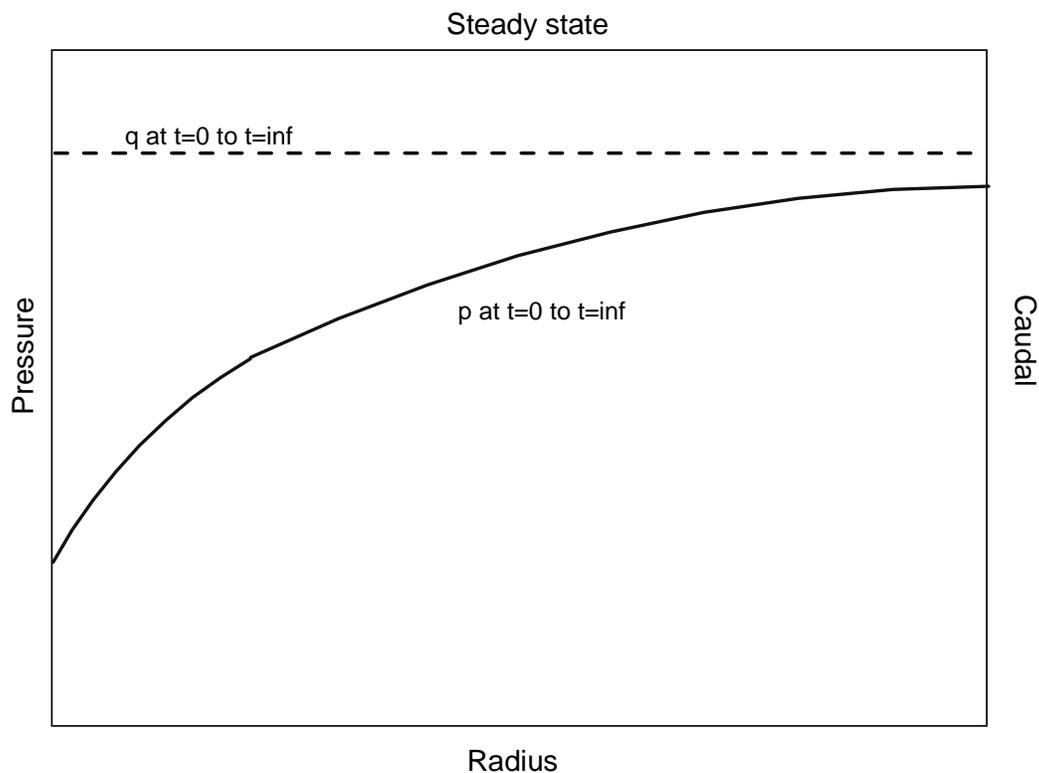
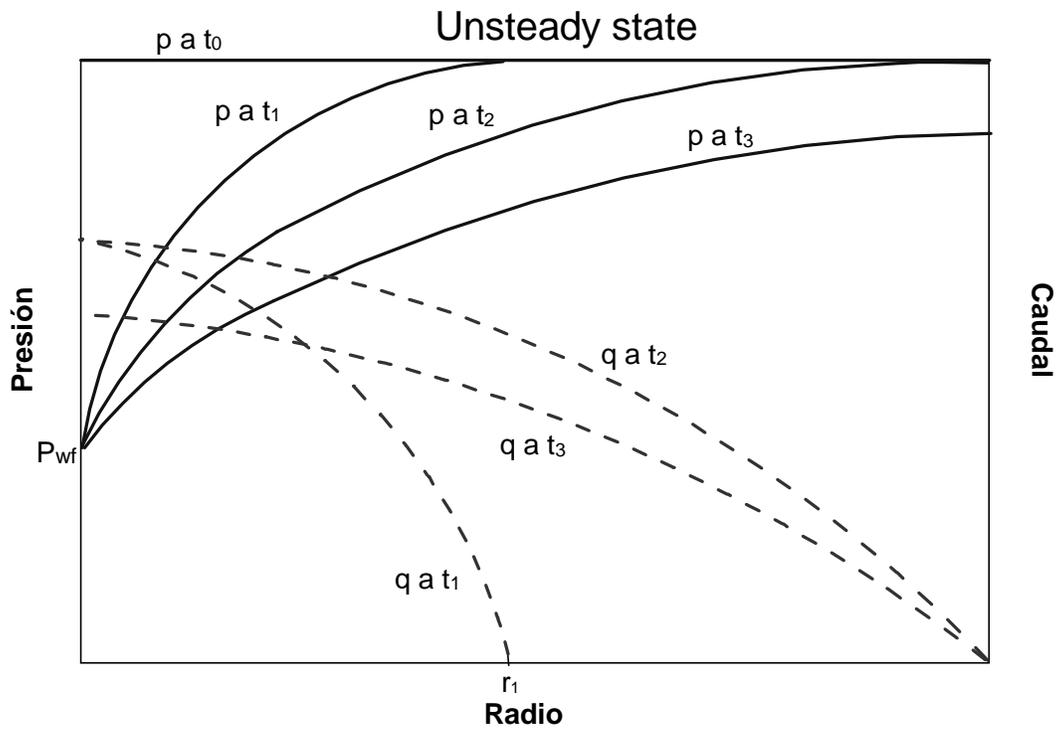
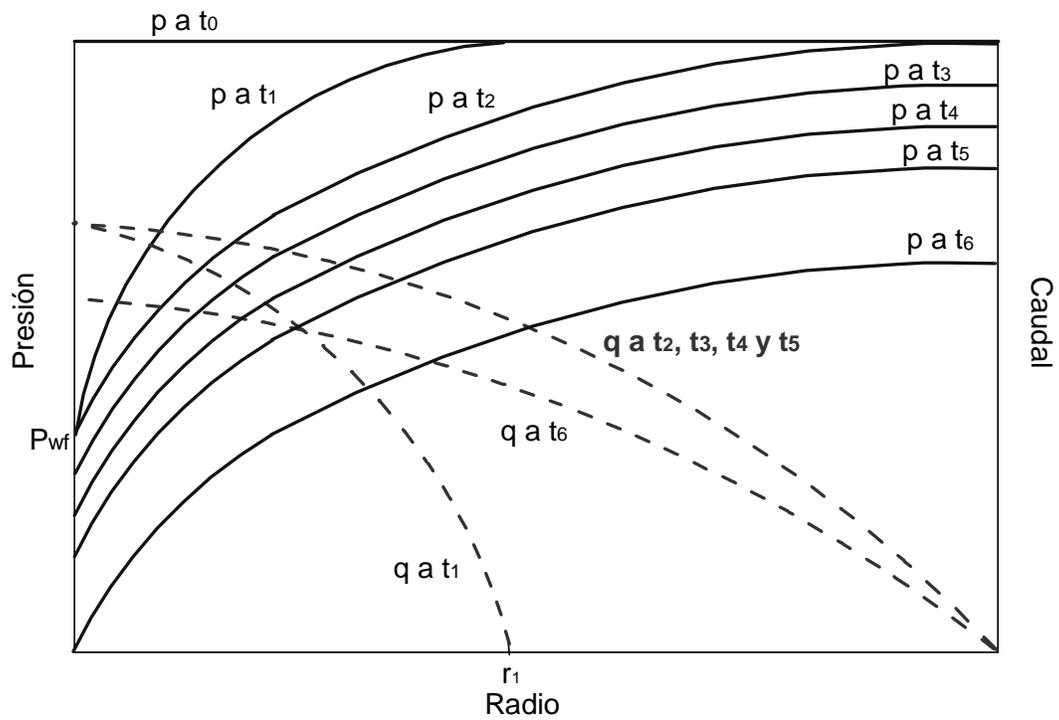


Fig. 2.6.a. Estado estable

Fig. 2.6.b. Estado inestable¹Fig. 2.6.c. Estado inestable/estado pseudoestable q_2 a q_5 ¹

En el estado inestable, Fig. 2.6.b, el pozo se somete a producción a condiciones de presión de fondo constantes. Es decir que si se desea mantener este valor, se debe variar la tasa de flujo. Inicialmente la presión avanza dentro del yacimiento y drena una cantidad determinada de fluidos. Más allá de ese punto no existe movimiento de fluidos. A medida que la presión avanza, el movimiento de fluidos es más interno, aunque menor, dentro del yacimiento. Una vez que la presión llega a la frontera, no existe un soporte para sostener la presión y esta debe caer a otro punto de modo que se mantenga la presión del pozo constante. Dicha caída de presión en la frontera hace que cada vez el caudal en el pozo se haga menor.

El estado pseudoestable es un caso especial del estado inestable. El estado estable se da cuando se toca la frontera y un barril de petróleo se reemplaza por uno de agua, si los factores volumétricos son iguales a 1.0. El flujo en estado pseudoestable es causado por expansión del fluido. Si P_{wf} es constante:

$$c = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP}$$

luego,

$$dV = -cVdP$$

Para que haya expansión tiene que haber una caída de presión. Mientras que la presión no afecte la frontera el comportamiento es infinito. Todos los yacimientos tienen ese comportamiento. En el estado pseudoestable el caudal en el fondo del pozo se mantiene constante lo que indica que para que esto ocurra tienen que haber líneas de presión paralelas como lo indica la Fig. 2.6.c. El principio es similar al estado inestable, pero cuando la presión afecta las fronteras, en todo punto del yacimiento dP/dt es el mismo y se obtienen líneas paralelas. Matemáticamente, dP/dt es constante y entonces la tasa será constante hasta que la presión de fondo fluyente no se pueda mantener.

Existen otras clasificaciones de los estados de flujo de acuerdo con la geometría que presenten las líneas isobáricas (flujo radial, lineal, esférico, etc.). Las figs. 2.7.a y 2.7.b describen las geometrías de flujo que se presentan más frecuentemente en yacimientos de hidrocarburos.

El flujo radial es la geometría de flujo más importante en un yacimiento. Este consta de líneas de flujo que se dirigen hacia el centro. Este flujo recibe mejor el nombre de flujo cilíndrico en virtud a su forma. Ver. Fig. 2.7.a. El flujo lineal se presente mediante líneas de corrientes paralelas que fluyen dentro del yacimiento. Este regimen no es muy común a menos que el yacimiento presente forma alargada, en lentes de arena o fracturas hidráulicas. Sin embargo, esta geometría es muy importante en análisis de laboratorio. Ver. Fig. 2.7.a. Cuando el pozo penetra una pequeña porción de la formación productora toma lugar el flujo hemisférico el cual está formado por líneas tridimensionales que se dirigen hacia el pozo en forma de una semiesfera o hemiesfera, ver. Figs. 2.7.a. y 2.7.b. Este flujo es importante para determinar la capacidad de flujo de la formación en la dirección vertical. Cuando el pozo se

completa en una pequeña parte en el interior del estrato, la geometría de una esfera puede tomar lugar. Este se le llama flujo esférico.

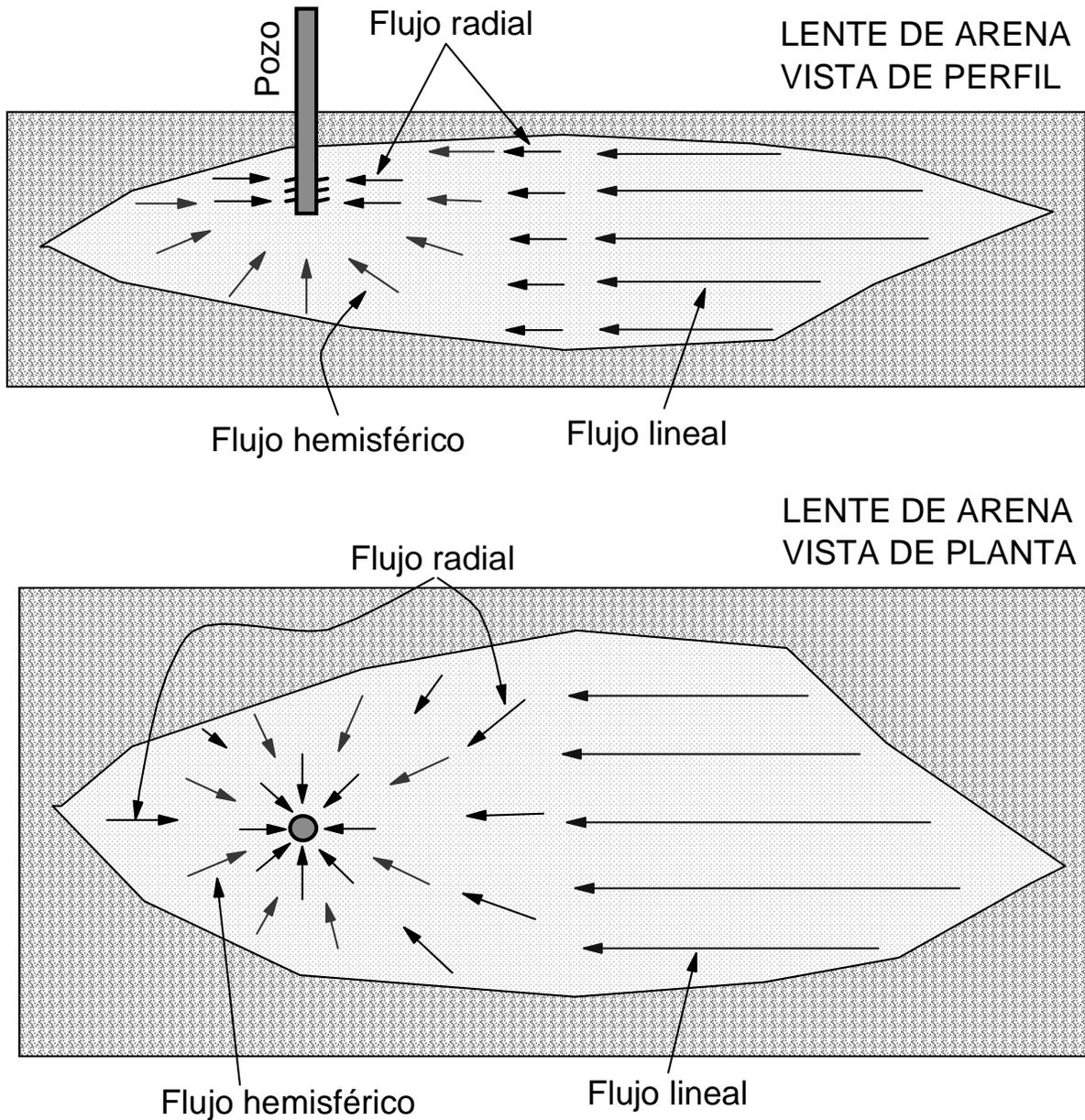


Fig. 2.7.a. Principales geometrías de flujo encontrados en yacimientos de hidrocarburos

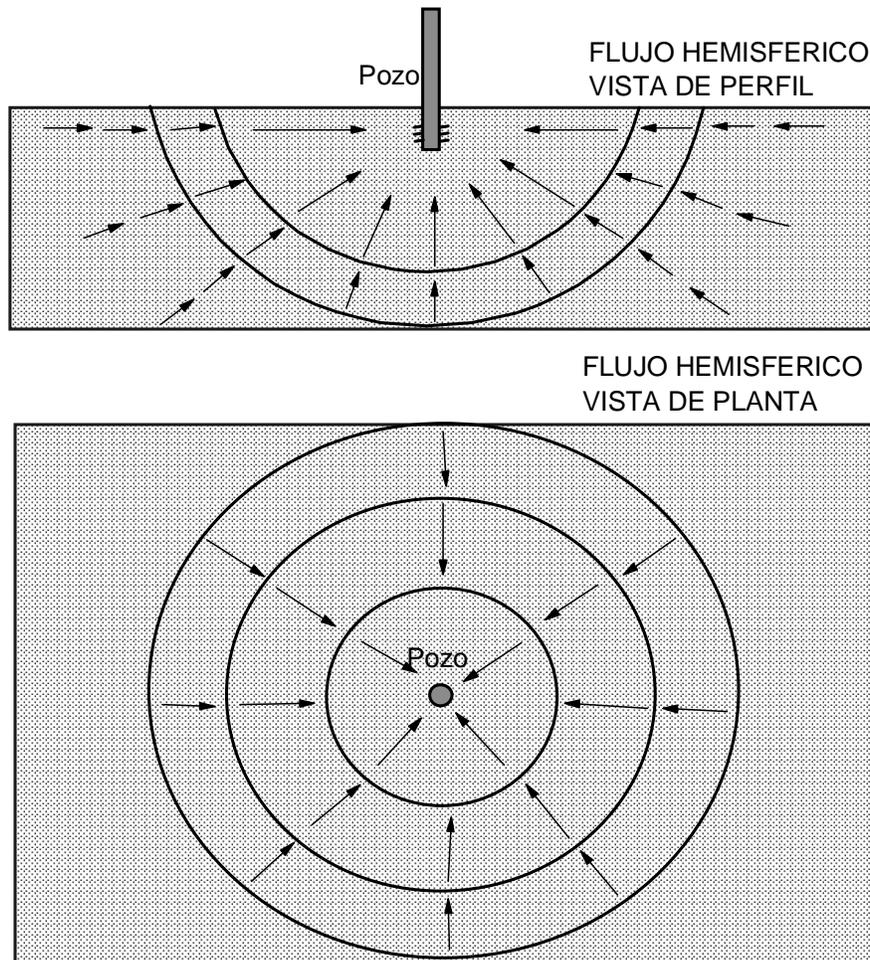


Fig. 2.7.b. Esquematización de la geometría de flujo hemisférico¹

2.4. PERMEABILIDAD Y LEY DE DARCY

La permeabilidad es la capacidad que tiene el medio poroso para permitir el flujo de fluidos. Para flujo lineal la ley de Darcy⁴ dice que la velocidad de un fluido homogéneo en un medio poroso es proporcional a la fuerza de empuje (gradiente de presión) e inversamente proporcional a la viscosidad. Darcy requiere que el fluido se adhiera a los poros de la roca, sature 100 % el medio y flujo homogéneo y laminar ocurra¹⁻⁴.

Slider¹ dice que si tratáramos de resolver todos los problemas de Ingeniería utilizando la ley de Darcy es comparada como “ir a la luna en caballo”. Por lo tanto, la Ley de Darcy puede aplicarse a condiciones muy particulares.

$$q = -cA \frac{k}{\mu L} \left[\frac{\Delta P}{L} + \rho g h \sin \theta \right]$$

Donde $c = 1.127$ para conversión. En unidades de campo esta ecuación se escribe como:

$$v = -0.00127 \frac{k}{\mu} \left(\frac{dp}{ds} - 0.433 \gamma \cos \theta \right)$$

$$v = -0.00127 \frac{k}{\mu} \frac{dp_{\text{flujo}}}{ds}$$

$$\Delta P_{\text{flujo}} = \Delta P \pm 0.433 \gamma \Delta D$$

v , es la velocidad aparente, bbl/(día-ft²)

k , md

μ , cp

P , psia

s , distancia a lo largo del flujo

γ , Gravedad específica

θ , Angulo medido en sentido horario desde la vertical a la posición s de la dirección.

ΔD , diferencia de altura

FLUJO LINEAL

$$v = - \frac{k}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x}$$

EL signo negativo se debe a que si x es medido en la dirección de flujo, P decrece cuando x crece. Hasta el momento se habla de un solo fluido saturando el medio poroso, luego, la permeabilidad de que habla la ecuación anterior es la absoluta.

$$q_o = \frac{1.127kA(P_1 - P_2)}{\mu L}$$

El flujo gaseoso difiere del flujo líquido ya que la rata de flujo volumétrico, q , varía con la presión. Es decir, un pie³/día a 1000 psi no representa la misma masa de gas que el mismo sistema a 100 psi. Para aliviar el anterior problema se introduce la ley de los gases reales

$$pV = znRT$$

Si se emplean psi, pies cúbicos, grados Ranking, la constante universal de los gases, R , es 10.73. Si un mol de gas a condiciones normales (14.7 psi y 60 °R) ocupa 379 ft³, se puede tener la siguiente expresión¹:

$$V / \text{scf} = z(1/379)(10.73) \frac{T}{P}$$

Si se multiplica esta expresión por la rata de flujo expresada en miles de pie³/día, q_g , y se hace la conversión a barriles se tiene:

$$V / \text{scf} = z(1/379)(10.73)q_g \frac{T}{P} \left(\frac{1000}{6.615} \right)$$

$$q = \frac{5.04q_g zT}{P}$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación de flujo:

$$q = -\frac{1.127kA}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x}$$

se tiene:

$$\frac{5.04q_g zT}{P} = -\frac{1.127kA}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta x}$$

Separando integrandos:

$$5.04q_g zT \int_0^L dx = -\frac{1.127kA}{\mu} \int_{P_1}^{P_2} P dP$$

Integrando a ambos miembros de la ecuación anterior:

$$5.04q_g zTL = -\frac{1.127kA}{2\mu} (P_2^2 - P_1^2)$$

Resulta en:

$$q_g = \frac{0.112kA(P_1^2 - P_2^2)}{T\mu LZ}$$

Normalmente, la turbulencia no es un factor importante en flujo lineal de gas puesto que no hay convergencia de flujo, la ecuación se puede trabajar tal como está.

FLUJO RADIAL

Para flujo radial ($c = 7.08$), se tiene:

$$q = \frac{2\pi krh}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta r}$$

Integrando:

$$\int_{P_w}^{P_e} dP = \frac{q\mu}{2\pi kh} \int_{r_w}^{r_e} \frac{dr}{r}$$

Integrando y despejando q ;

$$q = \frac{7.08kh}{\mu} \frac{(P_e - P_w)}{\ln(r_e / r_w)}$$

$$q_o = \frac{7.08kh}{\mu} \frac{(P_1 - P_2)}{\ln(r_1 / r_2)}$$

En una forma similar al caso lineal gaseoso, igualando el flujo volumétrico de gas con el flujo en geometría radial, se tiene:

$$\frac{5.04q_g zT}{P} = \frac{1.127k(2\pi rh)}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta r}$$

Separando integrandos:

$$5.04q_g zT \int_r^{r_e} r dr = \frac{7.08kh}{\mu} \int_{P_w}^{P_e} P dP$$

integrando:

$$5.04q_g zT \ln \frac{r_e}{r_w} = \frac{7.08kh}{2\mu} (P_e^2 - P_w^2)$$

De donde:

$$q_g = \frac{0.703kh}{T\mu Z} \frac{(P_2^2 - P_1^2)^n}{\ln(r_1 / r_2)}$$

El término n es un parámetro que se introduce para responder por los efectos de flujo rápido que toma lugar cada vez que el flujo se aproxima al pozo. Este término se evalúa mediante pruebas de presión y para efectos prácticos podría asumirse igual a la unidad.

Si el caudal de gas se determina mediante:

$$q = \frac{5.04q_g zT}{(P_e + P_w)/2}$$

En condiciones de estado pseudoestable, el caudal de crudo se determina de:

$$q_o = \frac{7.08kh}{\mu} \frac{(P_e - P_w)}{\left(\ln \frac{r_e}{r_w} - 0.5 + s \right)}$$

Luego, combinando las ecuaciones anteriores el caudal de gas en condiciones de estado pseudoestable es:

$$q_g = \frac{0.703kh}{T\mu Z} \frac{(P_e^2 - P_w^2)^n}{\left(\ln \frac{r_e}{r_w} - 0.5 + s \right)}$$

FLUJO HEMISFÉRICO

El flujo hemisférico, ver Fig. 2.7.b, para fluidos compresible e incompresibles puede derivarse de la misma manera que se hizo para la geometría radial y lineal, con la salvedad que para este caso la sección transversal de flujo es $2\pi r^2$ (media esfera). Con base en lo anterior para flujo radial de crudo se tiene¹:

$$q_o = \frac{1.127kA}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta r}$$

Usando la geometría de una media esfera:

$$q_o = \frac{7.0811kr^2}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta r}$$

Siguiendo el orden de ideas anotado anteriormente,

$$q_o \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{7.08k}{\mu} \int_{P_1}^{P_2} dP$$

$$q_o = \frac{7.08kh}{\mu} \frac{(P_1 - P_2)}{(1/r_1 - 1/r_2)}$$

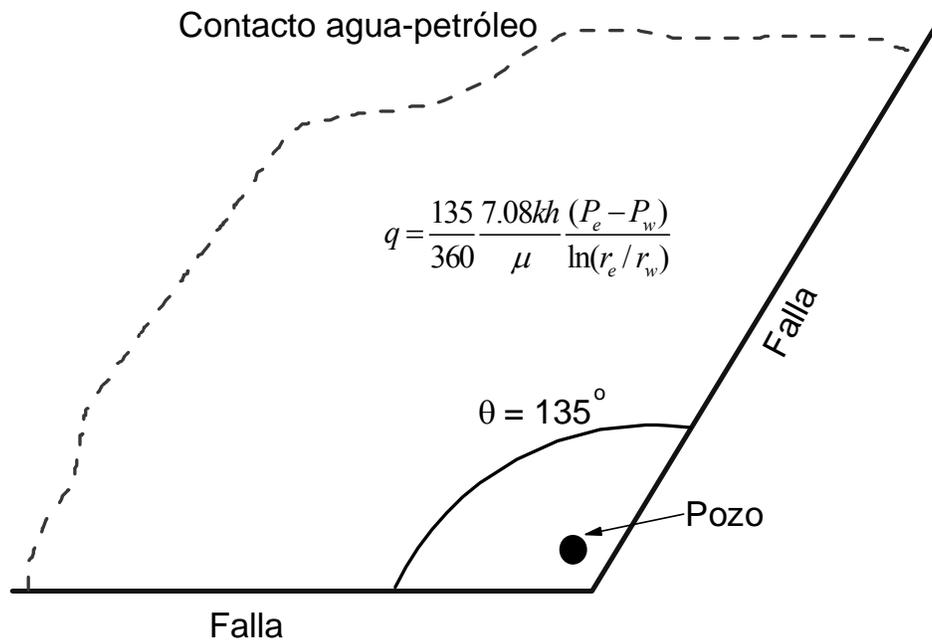


Fig. 2.7.c. Aplicación de la ecuación de flujo a una porción del círculo

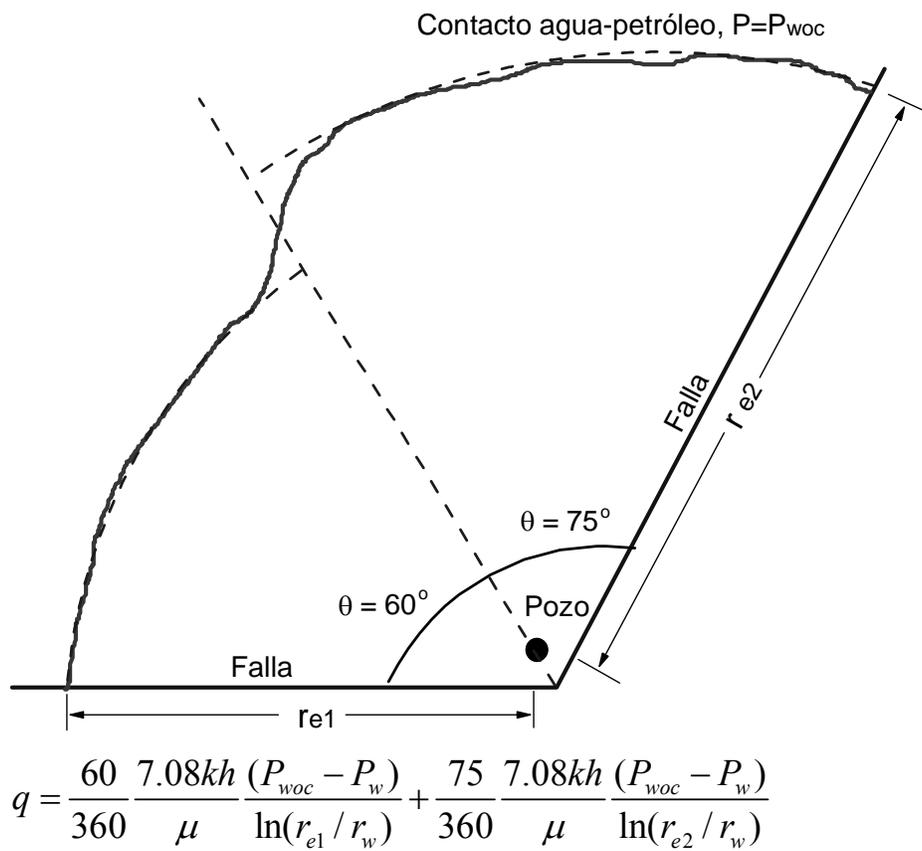


Fig. 2.7.d. Aproximación de las ecuaciones de flujo a dos sistemas en paralelo

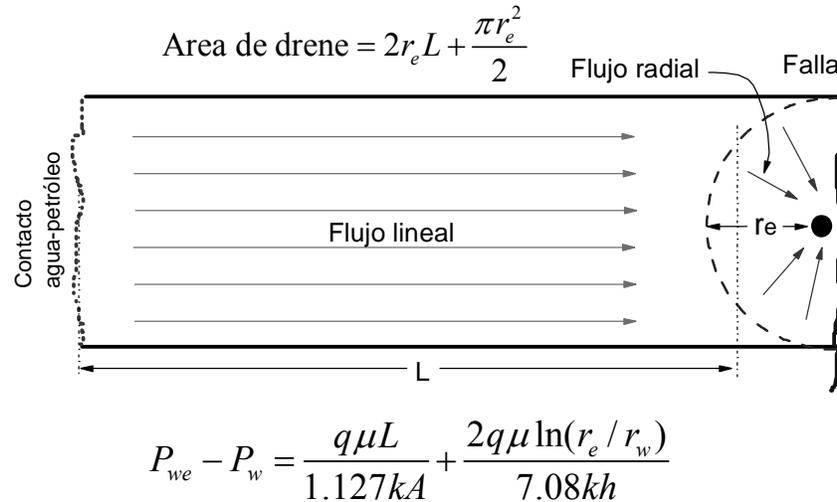


Fig. 2.7.e. Aproximación de las ecuaciones de flujo a dos sistemas en serie

El radio interno r_1 no es el radio del pozo. Es una función del radio del pozo y el intervalo perforado. Una aproximación a éste se puede obtener fijando el área seccional de flujo en el pozo igual a un área seccional hipotética:

$$2\pi r_w h = 2\pi (r_{1 \text{ hemisferico}})^2$$

$$r_{1 \text{ hemisferico}} = \sqrt{r_w h}$$

Efectuando un tratamiento similar para flujo de gas, se obtiene la siguiente expresión:

$$q_g = \frac{0.703kh}{T\mu Z} \frac{(P_2^2 - P_1^2)^n}{(1/r_1 - 1/r_2)}$$

En estas ecuaciones

n = constante de turbulencia

q_o = bbl/día medidos a condiciones de yacimiento

q_g = Mft³/D

A = Área en pie²

k = Permeabilidad, Darcy

P = Presión en psia

T = Temperatura del yacimiento en °R

2.4.1. Problemas Asociados con la Geometría de Flujo

Existen muchos casos donde no se presenta una geometría de flujo completamente definida sino parcial o combinada con dos muy diferentes. En estos casos se puede tener sistemas en serie y sistemas en paralelo¹.

El primer caso se describe en la Fig. 2.7.c donde al pozo no convergen líneas de flujo alrededor de los 360°, sino que se cubre un área de 135°, por lo que el flujo efectivo hacia el pozo resultaría siendo $135/360 = 0.375$. Esto indica que el 37.5 % del círculo es disponible al flujo por el ello se precisa modificar todas las ecuaciones de flujo mediante la siguiente expresión:

$$q_o = \frac{\theta}{360} \frac{7.08kh}{\mu} \frac{(P_1 - P_2)}{\ln(r_1/r_2)}$$

Un caso bastante particular que puede presentarse en yacimientos alargados o lentes de arena se presenta en la Fig. 2.7.e. Ninguna de las geometrías antes vista se ajusta a este caso. Sin embargo, el problema puede dividirse en dos geometrías similares que permita dar una aproximación del área total. El modelo resultante asume que las caídas de presión en ambos subsistemas son aditivas. Al sumar la caída de presión desde el contacto de agua hasta el radio de drene del pozo y del radio de drene del pozo hasta el pozo se puede tener una expresión que permita obtener el caudal o la presión en algún punto.

Si el sistema se divide de forma tal que la combinación de las geometrías implica sistemas en paralelo, entonces las tasas de flujo son aditivas. Ver Fig. 2.7.e. Esta geometría es similar a la mostrada en la Fig. 2.7.d, sin embargo, las distancias a los contactos no son uniformes. Por lo tanto una mejor aproximación es la combinar en dos sistemas radiales.

EJEMPLO

A menudo, Los ingenieros somos escépticos de la exactitud de la aplicación de la Ley de Darcy desarrollada con geometrías ideales a otra geometrías más realísticas como aquellas mostradas en las Figs. 2.7.c a la 2.7.e. Empleando la conjunción de diferentes geometrías de flujo, derive una ecuación para estimar la rata de flujo de un sistema de inyección de agua normal de cinco puntos, ver Fig. 2.7.f, y compare su ecuación con la que derivó Muskat por otros métodos, a saber

$$q = \frac{3.54kh(P_{wi} - P_{wp})}{\mu \left[\ln \frac{d}{r_w} - 0.619 \right]}$$

Siendo:

P_{wi} la presión de fondo en el pozo de inyección

P_{wp} la presión de fondo en el pozo productor

r_{wi} el radio del pozo inyector

r_{wp} el radio del pozo productor

r_{ei} el radio de drene del inyector

r_{ep} el radio de drene del productor

d la distancia entre los dos pozos. Asuma que $r_{wi} = r_{wp} = r_w$. Asuma valores para sus variables y compare los resultados de su ecuación con la de Muskat.

SOLUCION

Primero se determinan las relaciones de áreas del pozo inyector y del productor, obteniendo:

$$\text{Área de } \frac{1}{4} \text{ de Círculo: } A_{\text{Pozo Productor}} = A_{\text{Pozo Inyector}} = \frac{1}{4} \pi r_{ep}^2 = \frac{1}{4} \pi r_{ei}^2$$

Simulando esta área cuadrada inscrita en una circunferencia, para obtener por semejanza de triángulos:

$$\angle P_1IP_2 = \angle P_3IP_4 = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ, \text{ luego:}$$

$$\overline{P_1P_2} = l_4 = d\sqrt{2}, \quad \overline{P_1M} = \frac{\overline{P_1P_2}}{2} = \frac{d\sqrt{2}}{2} \quad \text{e} \quad \overline{IP_1} = d$$

$$\overline{IM}^2 = \overline{IP_1}^2 - \overline{P_1M}^2 = d^2 - \left(\frac{d\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{4d^2 - 2d^2}{4} = \frac{1}{2}d^2$$

$$\overline{IM} = \sqrt{\frac{1}{2}d^2} = \frac{d}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{d\sqrt{2}}{2}$$

Se sabe que el área del triángulo ΔIP_1M es igual al área del cuarto de círculo, y asumiendo $r_{ep} = r_{ei}$ resulta:

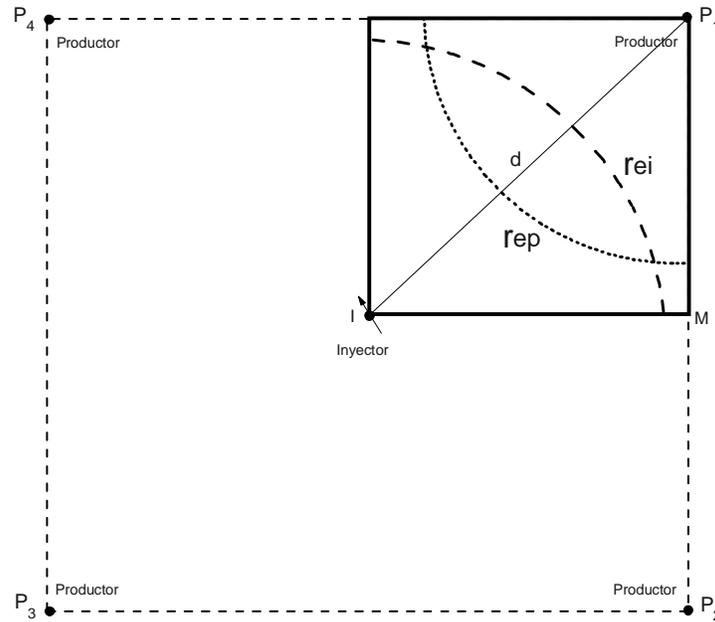
$$\frac{1}{4} \pi r_{ep}^2 = \frac{1}{4} \pi r_{ei}^2 = \frac{\overline{IM} \times \overline{P_1M}}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{d\sqrt{2}}{2} \times \frac{d\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{d^2}{4}$$

$$r_{ei} = \sqrt{\frac{d^2}{\pi}} = 0.56419d$$

Sabiendo que $\Delta P = \Delta P_{wi \text{ a } ei} + \Delta P_{wp \text{ a } ep} = P_{wi} - P_{wp}$ y que $r_{ep} = r_{ei}$ y $r_{wi} = r_{wp} = r_w$, se tiene:

$$\Delta P = \frac{q\mu \ln\left(\frac{r_{ei}}{r_{wi}}\right)}{7.08kh} + \frac{q\mu \ln\left(\frac{r_{ep}}{r_{wp}}\right)}{7.08kh} = 0.2825 \times \frac{q\mu}{kh} \times \left[\ln\left(\frac{d}{r_w}\right) - 0.5723 \right]$$

De donde:



2.7.f. Cuadrante de un sistema de inyección normal de cinco puntos

$$q = \frac{3.5398kh\Delta P}{\mu \times \left[\ln\left(\frac{d}{r_w}\right) - 0.5723 \right]}$$

Comparando con la solución de Muskat para $d = 5000$ ft, $k = 20$ Darcies, $h = 55$ pies, $\mu = 1.5$ cp, $r_w = 0.5$ ft, se tienen los siguientes resultados:

ΔP , (psia)	q Muskat, (bbl/día)	q, (bbl/día)
6500	2321174478	2308495038
6000	2142622595	2130918496
5500	1964070712	1953341955
5000	1785518829	1775765414
4500	1606966946	1598188872
4000	1428415063	1420612331
3500	1249863180	1243035789
3000	1071311297	1065459248
2500	892759414	887882707
2000	714207532	710306165
1500	535655649	532729624
1000	357103766	355153083

Usando la misma información y una caída de presión de 2500 psi, se obtienen los siguientes datos:

d (ft)	q Muskat (bbl/día)	q Obtenida (bbl/día)
6500	866304029	866304029
6000	874207379	874207379
5500	882964032	882964032
5000	892759414	892759414
4500	903843767	903843767
4000	916565440	916565440
3500	931428249	931428249
3000	949196956	949196956
2500	971108178	971108178
2000	999342071	999342071
1500	1038258883	1038258883
1000	1098554448	1098554448

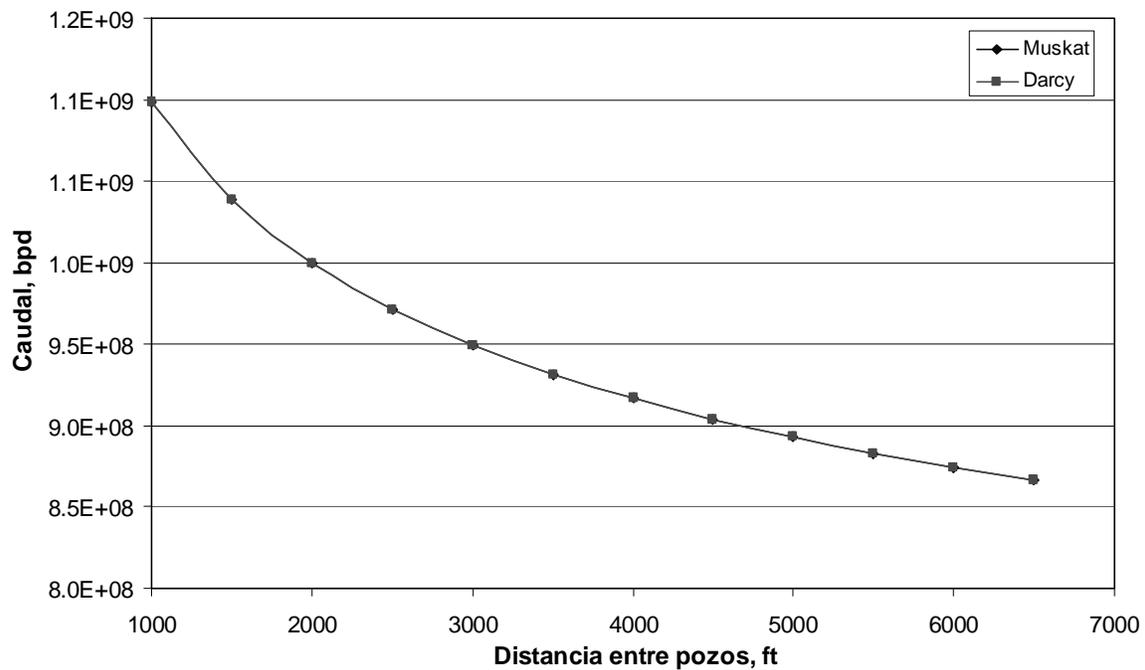


Fig. 2.7.g. Efecto de la distancia sobre el cálculo del caudal, Ecuación de Muskat vs. Ecuación de Darcy

Se puede apreciar en los resultados tabulados y en la Fig. 2.7.g, que los resultados obtenidos de las ecuaciones de Muskat y aquella obtenida aplicando Darcy son muy similares.

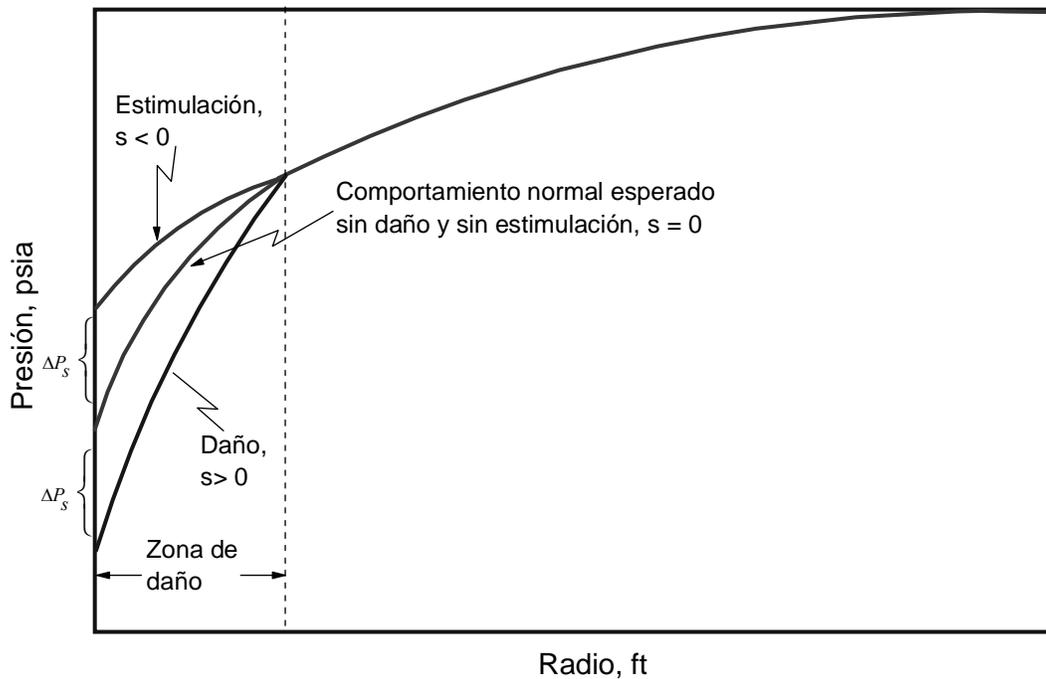


Fig. 2.7.h. Esquemática del daño en un pozo¹

2.4.2. Daño del Pozo

Cuando se perfora un pozo la invasión de los fluidos hacia la formación para controlar el filtrado causa disminución en la permeabilidad en las zona aledañas al pozo. Entre otros muchos factores, ésto hace que se genere una caída de presión adicional a la que se debería obtener en condiciones normales. Además, la estimulación es un mecanismo usado ampliamente en la industria petrolera para incrementar la productividad de un pozo. Lo anterior ocasiona que la caída de presión esperada sea menor. Luego existe una caída de presión adicional, pero favorable, en los alrededores del pozo. La Fig. 2.7.h clarifica este fenómeno que toma lugar en una zona infinitesimal alrededor del pozo. En dicha figura la zona de daño ha sido exagerada^{1,2,3}.

La caída o ganancia de presión adicional causada por el daño o skin factor, s , está dada por:

$$\Delta P_s = \frac{141.2q\mu B}{kh} s$$

En la anterior ecuación las unidades son:

ΔP_s	caída de presión en la zona de daño, psi
q	rata de flujo, bbl/día
μ	viscosidad, cp
B	factor volumétrico, bbl/STB
k	permeabilidad de la zona virgen, md

h espesor de la formación, ft
 s factor de daño, adimensional

Con base a lo anterior, la ley de Darcy incluyendo efectos de daño resulta ser:

$$q = \frac{7.08kh}{\mu} \frac{(P_e - P_w - \Delta P_s)}{\ln(r_e / r_w)}$$

o también:

$$q = \frac{7.08kh}{\mu} \frac{(P_e - P_w - \frac{141.2q\mu B}{kh} s)}{\ln(r_e / r_w)}$$

Puesto que para estado estable se tiene:

$$P_e = P_w + \frac{141.2q\mu B}{kh} \ln \frac{r_e}{r_w}$$

Incluyendo el daño a la anterior ecuación:

$$P_e = P_w + \frac{141.2q\mu B}{kh} \ln \frac{r_e}{r_w} + \frac{141.2q\mu B}{kh} s$$

Rearreglando:

$$P_e = P_w + \frac{141.2q\mu B}{kh} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} + s \right)$$

Entonces la ecuación de Darcy puede escribirse también como:

$$q = \frac{7.08kh}{\mu} \frac{(P_e - P_w)}{\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) + s}$$

Cuando un pozo está dañado, se tiene la impresión de que el radio del pozo tiene un valor diferente, el cual es más grande que el real cuando el pozo está estimulado o más pequeño que el verdadero cuando el pozo está dañado. Este radio aparente, r_w' se calcula mediante^{1,2}:

$$r_w' = r_w e^{-s}$$

Por lo que la última expresión de Darcy queda:

$$q = \frac{7.08kh (P_e - P_w)}{\mu \ln(r_e / r_w)}$$

El daño, también se puede estimar mediante:

$$s = \left(\frac{k}{k_s} - 1 \right) \ln \frac{r_s}{r_w}$$

Donde el sufijo s denota la zona de daño.

2.4.3. Flujo a Través de Fracturas

En yacimientos naturalmente fracturados normalmente la matriz (porosidad intergranular) tiene baja permeabilidad y contiene la mayor parte de los fluidos (96 – 99 % de crudo). Aunque estas fracturas contienen muy poco crudo, generalmente menor del 4 % del total, ellas juegan un papel importante en las tasas de flujo. La presencia de fracturas es común en rocas sedimentarias y se forman por tectonismo o reorientación del campo de esfuerzos^{5,6}.

El significado de las fracturas como medios para permitir el paso de fluidos se puede evaluar considerando una fractura simple extendida cierta distancia dentro de la roca, ver Fig. 2.8.a, usando la ecuación de hidrodinámica para flujo a través de placas paralelas⁶:

$$q_f = \frac{w^3 h \Delta P}{12 \mu L}$$

donde, h = altura o espesor de fractura, cm

w = ancho de fractura, cm

L = Longitud de fractura, cm

μ = viscosidad del fluido, poise

ΔP = Caída de presión, dinas/cm²

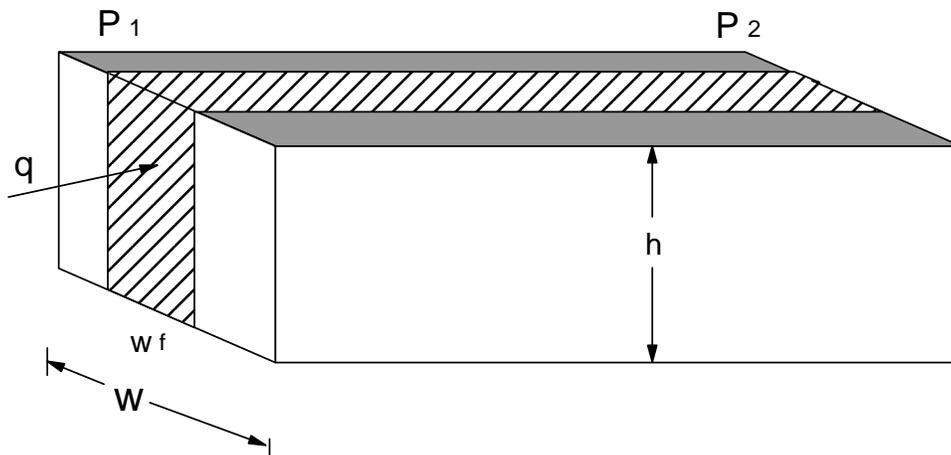


Fig. 2.8.a. Modelo de flujo lineal en fracturas⁶

La velocidad de flujo a través de las fracturas es:

$$v = \frac{q}{w \cdot h} = \frac{w^2}{12} \frac{\Delta P}{\mu L}$$

Si la porosidad de la fractura es la unidad y la saturación de agua connata dentro de la fractura es cero, la velocidad real de acuerdo con la ley de Darcy donde ΔP está en dinas/cm², k_f es la permeabilidad de la fractura en Darcy, μ en poise, y L en cm, es:

$$v = 9.869 \times 10^{-9} k_f \frac{\Delta P}{\mu L}$$

La combinación de las dos ecuaciones anteriores permite obtener la permeabilidad de la fractura:

$$k_f = 8.444 \times 10^{-9} w^2$$

La velocidad real se estima de:

$$v_r = \frac{v}{\phi_f (1 - S_{wc})}$$

Donde la porosidad de la fractura es la relación que hay entre su ancho por el ancho total de la muestra. Bajo estas condiciones la permeabilidad de la fractura en Darcies es:

$$k_f = 8.444 \times 10^{-9} \phi_f (1 - S_{wc}) w^2$$

El volumen de crudo contenido en la matriz y fracturas es:

$$V_o = V_{om} + V_{of}$$

El volumen de crudo en la matriz y en las fracturas (subíndices m y f, respectivamente) se pueden hallar mediante:

$$V_{om} = Ah\phi_m(1 - \phi_f)(1 - S_{wm}) / B_o$$

$$V_{of} = Ah\phi_f(1 - S_{wf}) / B_o$$

El volumen recuperable de crudo es:

$$V_{oR} = V_{om}FR_m + V_{of}FR_f$$

siendo FR el factor de recobro. Si la permeabilidad de la matriz se desprecia, i.e., menor de 0.1 mD, entonces:

$$V_{oR} \cong V_{of}FR_f$$

La permeabilidad promedio del sistema de flujo fractura-matriz se puede hallar de:

$$k_{mf} = \left(\frac{n_f wh}{A} \right) k_f + \left(1 - \frac{n_f wh}{A} \right) k_m$$

donde n_f es el número de fracturas por unidad de área, h es la altura de la fractura y A es el área seccional total.

EJEMPLO

Un bloque cúbico de roca carbonatada con porosidad intercrystalina-intergranular tiene una porosidad de 19 %. La permeabilidad de la matriz es un md. Determine (a) la permeabilidad de la fractura si cada pie cuadrado (1 ft^2) contiene una fractura en la dirección de flujo, (b) la rata de flujo total en unidades de campo a través de las fracturas y del sistema matriz-fracturas y (c) la permeabilidad promedio del sistema, siendo el ancho de la fractura es 0.0025 pulgadas (0.00635 cm), la viscosidad del fluido 1.5 cp y la caída de presión es de psia (tomado de la Ref. 6).

SOLUCIÓN

a) La permeabilidad de las fracturas se estima de:

$$k_f = 8.444 \times 10^{-9} w^2 = 8.444 \times 10^{-9} (0.00635)^2 = 340.5 \text{ Darcy}$$

b) El área de flujo es:

$$A_f = (0.0025 \times 1) / 12 = 2.08 \times 10^{-4} \text{ ft}^2$$

La rata de flujo a través de las fracturas se estima con la ley de Darcy:

$$q_o = \frac{1.127kA(P_1 - P_2)}{\mu L} = \frac{1.127(340.5)(2.08 \times 10^{-4})(10)}{1.5(1)} = 0.533 \text{ bbl / dia}$$

La rata de flujo a través de la matriz con un área aproximada de 1 ft^2 es:

$$q_o = \frac{1.127kA(P_1 - P_2)}{\mu L} = \frac{1.127(1)(1)(10)}{1.5(1)} = 7.51 \text{ bbl / dia}$$

Luego el caudal total es 0.54 bbl/día.

c) La permeabilidad promedio del medio fracturado se halla de:

$$k_{mf} = \left(\frac{n_f wh}{A} \right) k_f + \left(1 - \frac{n_f wh}{A} \right) k_m$$

$$k_m = \left(\frac{(1)(2.08 \times 10^{-4})(1)}{1} \right) 340.5 + \left(1 - \frac{(1)(2.08 \times 10^{-4})(1)}{1} \right) 0.001 = 0.072 \text{ Darcies}$$

2.4.4. Flujo a Través de Canales Disueltos

La tasa volumétrica de flujo, ecuación de Poiseuille, a través de un capilar de radio r_c y longitud L , ver Fig. 2.8.b, está dada por⁶:

$$q = \frac{\pi r_c^4 \Delta P}{8 \mu L}$$

De la ley de Darcy, asumiendo que la porosidad del canal es ϕ_c y la saturación de agua irreducible es uno y cero, respectivamente, la tasa de flujo es:

$$q = 9.369 \times 10^{-9} \pi r_c^2 k_c \frac{\Delta P}{\mu L}$$

Si las dos ecuaciones anteriores se igualan se tiene:

$$k_c = 12.6 \times 10^6 r_c^2$$

El área real abierta al flujo es:

$$A_r = \phi_c \pi r_c^2 (1 - S_{wi})$$

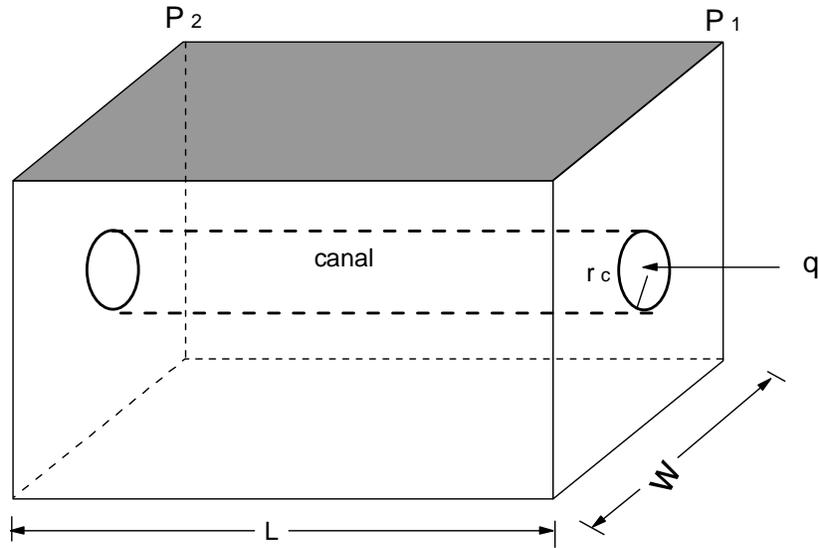
Con base en lo anterior la ecuación de permeabilidad del canal se transforma en:

$$k_c = 12.6 \times 10^6 \phi_c r_c^2 (1 - S_{wi})$$

Y la permeabilidad promedio de la matriz y los canales disueltos es:

$$k_{mc} = \left(\frac{n_c \pi r_c^2}{A} \right) k_c + \left(1 - \frac{n_c \pi r_c^2}{A} \right) k_m$$

donde n_c es el número de canales por unidad de área,

Fig. 2.8.b. Sistema canal-matriz⁶

EJEMPLO

Un bloque cúbico de una caliza tiene una permeabilidad de 1 mD y contiene 5 canales disueltos por cada ft^2 . El radio de cada canal es 0.05 cm. Determine (a) la permeabilidad del canal disuelto tiene una porosidad de 3 % y una saturación de agua irreducible de 18 %, y (b) la permeabilidad promedio de la roca (tomado de la Ref. 6).

SOLUCIÓN

a) La permeabilidad del canal se determina de:

$$k_c = 12.6 \times 10^6 \phi_c r_c^2 (1 - S_{wi}) = 12.6 \times 10^6 (0.03)(0.05^2)(1 - 0.18) = 775 \text{ Darcy}$$

b) Puesto que el área es $1 \text{ ft}^2 = 929 \text{ cm}^2$.

La permeabilidad promedio se estima de:

$$k_{mc} = \left(\frac{n_c \pi r_c^2}{A} \right) k_c + \left(1 - \frac{n_c \pi r_c^2}{A} \right) k_m$$

$$k_{mc} = \left(\frac{5\pi(0.05^2)}{929^2} \right) 775000 + \left(1 - \frac{5\pi(0.05^2)}{929^2} \right) (1) = 36.5 \text{ mD}$$

2.5. ECUACIÓN DE FORCHHEIMER

La ley de Darcy como tal considera que un solo fluido satura 100 % el medio poroso, por lo tanto, el estado estable prevalece. Otra consideración hecha por Darcy es que el flujo es homogéneo y laminar. La ecuación de Forchheimer tiene en cuenta los factores inerciales que determinan que el flujo no es laminar o no Darcy⁶.

$$-\frac{dP}{dL} = \frac{\mu v}{k} + \beta \rho v^2$$

β es la constante inercial y es obtenida normalmente por medio de correlaciones empíricas como la de Geertsma:

$$\beta = \frac{4.851 \times 10^4}{\phi^{5.5} \sqrt{k}}$$

La correlación de Firoozabadi and Katz:

$$\beta = \frac{2.6 \times 10^{10}}{k^{1.2}}$$

Estando k en md.

2.6. EFECTO KLINKENBER

Aunque este fenómeno no se presenta a menudo en campos petroleros, puede ser común en los laboratorios, donde a bajas presiones la molécula de gas puede tener el mismo tamaño que el de los poros por lo que no se presenta un perfil de flujo o no existe flujo viscoso. Realmente, para el caso de los gases, el fluido no se pega a la pared de los poros como requiere la ley de Darcy y un fenómeno llamado deslizamiento toma lugar. Este escurrimiento o desplazamiento del fluido a lo largo de los poros sugiere una aparente dependencia de la permeabilidad con la presión. La relación propuesta por Klinkenber entre presión y permeabilidad es^{1,2}:

$$k = k_{\infty} \left(1 + \frac{b}{\bar{P}} \right)$$

b constante que depende del medio poroso y del gas, unidades de presión

\bar{P} presión promedio en el poro, unidades de presión

Donde k_{∞} es la permeabilidad observada para fluidos incompresibles, \bar{P} es la presión promedio, $(P_a + P_b)/2$, y b es una constante característica del medio poroso y del gas.

2.7. PROMEDIO DE PERMEABILIDADES

Para el promedio de permeabilidades en paralelo, referirse a la Fig. 2.8, la sumatoria de cada uno de los caudales proporcionados por cada capa da lugar al caudal total^{1,2}:

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$\frac{1.127\bar{k}wh\Delta P}{\mu L} = \frac{1.127k_1wh_1\Delta P}{\mu L} + \frac{1.127k_2wh_2\Delta P}{\mu L} + \frac{1.127k_3wh_3\Delta P}{\mu L}$$

$$\bar{k} = \frac{k_1h_1 + k_2h_2 + k_3h_3}{h} = \frac{\sum_{j=1}^n k_j h_j}{h}$$

Para el promedio en serie, Ver Fig. 2.9, la caída de presión total corresponde a las contribuciones individuales de caídas de presión en cada uno de los elementos constituyentes. Matemáticamente:

$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta P_3$$

$$\frac{q\mu L}{1.127\bar{k}A} = \frac{q_1\mu L_1}{1.127k_1A} + \frac{q_2\mu L_2}{1.127k_2A} + \frac{q_3\mu L_3}{1.127k_3A}$$

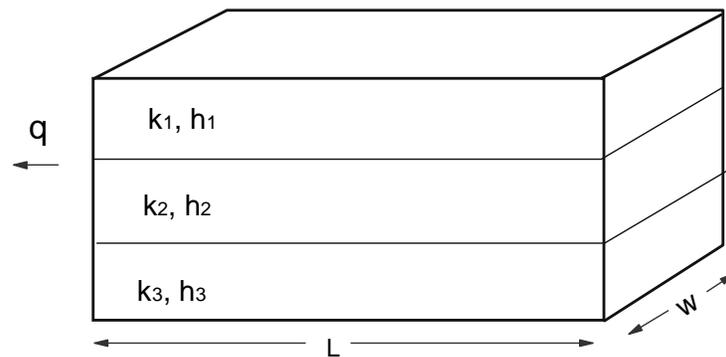


Fig. 2.8. Promedio de permeabilidades en paralelo^{1,2}

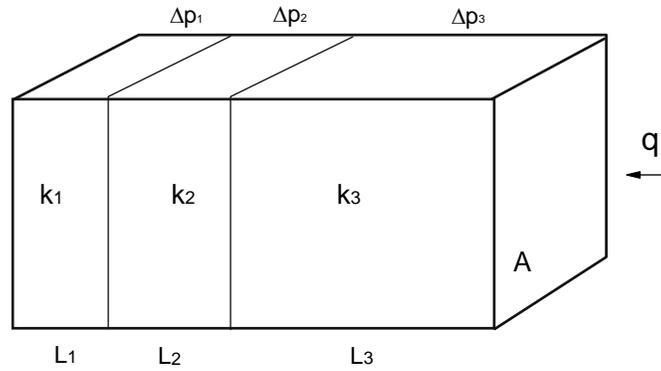


Fig. 2.9. Promedio de permeabilidades en serie^{1,2}

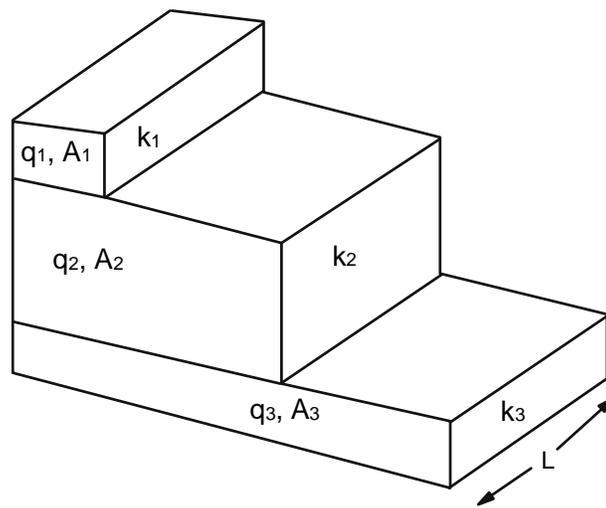


Fig. 2.10. Promedio de permeabilidades en paralelo^{1,2}

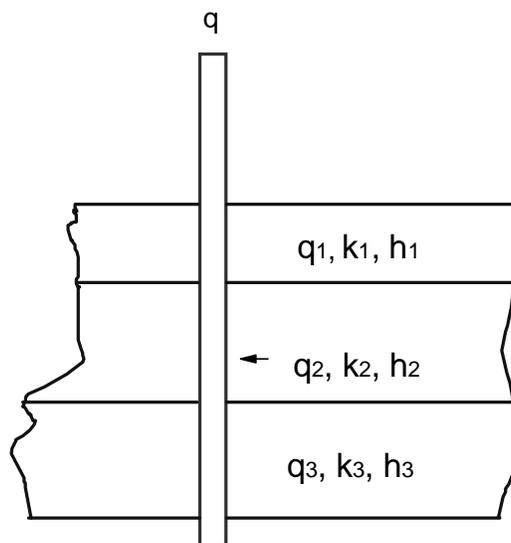


Fig. 2.11. Promedio de permeabilidades en paralelo – flujo radial

$$\bar{k} = \frac{L}{\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} + \frac{L_3}{k_3}} = \frac{L}{\sum_{j=1}^n L_j / k_j}$$

Otra variante del promedio de permeabilidades en paralelo se presenta en casos particulares como el de la Fig. 2.10. Aquí también se tiene que el caudal total es el resultado de los caudales individuales, luego:

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$\frac{1.127\bar{k}A_t\Delta P}{\mu L} = \frac{1.127k_1A_1\Delta P}{\mu L} + \frac{1.127k_2A_2\Delta P}{\mu L} + \frac{1.127k_3A_3\Delta P}{\mu L}$$

$$\bar{k} = \frac{k_1A_1 + k_2A_2 + k_3A_3}{A_t} = \frac{\sum_{j=1}^n k_jA_j}{A_t}$$

Para el caso de capas paralelas en geometría radial:

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$\frac{7.08\bar{k}h\Delta P}{\mu B \ln(r_e / r_w)} = \frac{7.08k_1h_1\Delta P}{\mu B \ln(r_e / r_w)} + \frac{7.08k_2h_2\Delta P}{\mu B \ln(r_e / r_w)} + \frac{7.08k_3h_3\Delta P}{\mu B \ln(r_e / r_w)}$$

$$\bar{k} = \frac{k_1h_1 + k_2h_2 + k_3h_3}{h} = \frac{\sum_{j=1}^n k_jh_j}{h}$$

En la geometría radial es muy común encontrar promedios de permeabilidad en serie. Ver Fig. 2.12. Este caso se tipifica cuando existe un radio de daño en alguna zona aledaña al pozo o cuando se sospecha la depositación de orgánicos o inorgánicos en ciertas zonas del yacimiento cercanas al pozo. La caída de presión total es el resultado de adicionar las caídas de presión en cada uno de los sectores que integran el sistema:

$$\Delta P = \Delta P_{w-s} + \Delta P_{s-e}$$

$$\frac{q\mu B \ln(r_e / r_w)}{7.08\bar{k}h} = \frac{q\mu B \ln(r_s / r_w)}{7.08k_s h} + \frac{q\mu B \ln(r_e / r_s)}{7.08k_e h}$$

$$\bar{k} = \frac{k_s k_e \ln(r_e / r_w)}{k_s \ln(r_e / r_s) + k_{ea} \ln(r_s / r_w)}$$

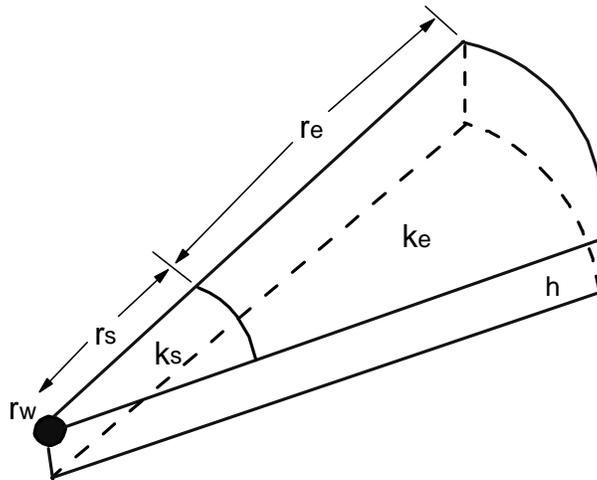


Fig. 2.12. Promedio de permeabilidades en serie – flujo radial

2.8. TIPOS DE PERMEABILIDAD

2.8.1. Permeabilidad absoluta. Es aquella permeabilidad que se mide cuando un fluido satura 100 % el espacio poroso. Normalmente, el fluido de prueba es aire o agua.

2.8.2. Permeabilidad efectiva. Es la medida de la permeabilidad a un fluido que se encuentra en presencia de otro u otros fluidos que saturan el medio poroso. La permeabilidad efectiva es función de la saturación de fluidos, siempre las permeabilidades efectivas son menores que la permeabilidad absoluta.

2.8.3. Permeabilidad relativa. Es la relación existente entre la permeabilidad efectiva y la permeabilidad absoluta. Esta medida es muy importante en ingeniería de yacimientos, ya que da una medida de la forma como un fluido se desplaza en el medio poroso. La sumatoria de las permeabilidades relativas es menor de 1.0. A la saturación residual de crudo, S_{or} o a la saturación de agua connata, S_{wc} se tiene que $k_f \approx k_{abs}$. Si un 2-3 % de fase no-mojante se introduce, esta se mete a los poros grandes y obstaculiza el flujo de la mojante (ver la sección de curvas de permeabilidades relativas). Si los poros fueran iguales, no habría obstáculos¹.

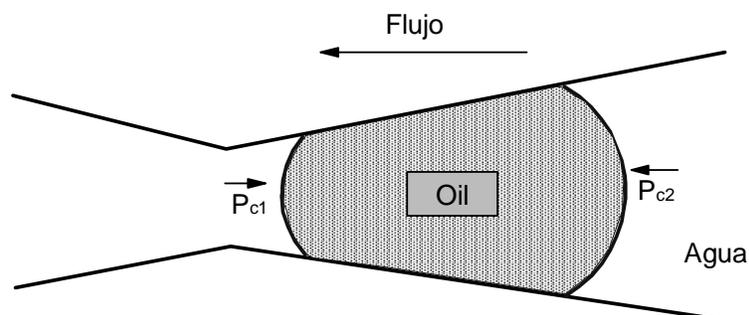


Fig. 2.13. Efecto de la presión capilar en el movimiento de una gota de petróleo. El fenómeno presente en la Fig. 2.13 se debe a que P_{c1} (presión capilar) quiere mover el aceite hacia la derecha y P_{c2} hacia la izquierda, puesto que el radio en la izquierda es menor, la presión capilar, P_c , es mayor y se requiere cierto gradiente de presión (mayor que P_c) para mover la gota.

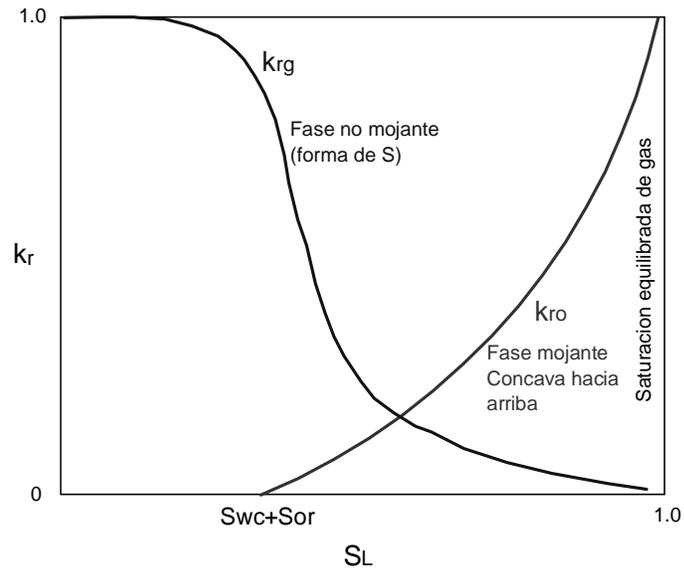


Fig. 2.14.a. Curva típica de permeabilidades relativas para sistema gas-aceite¹

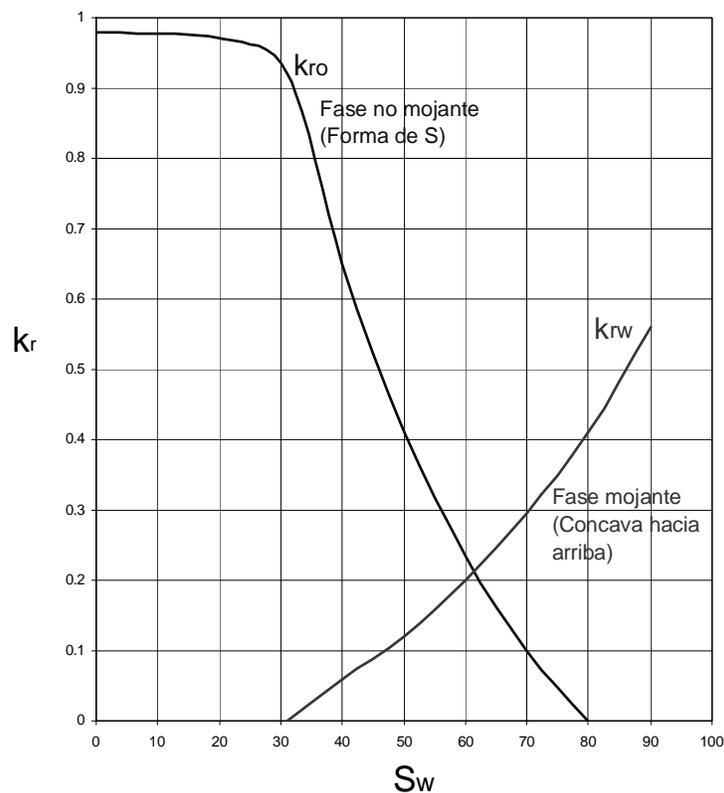


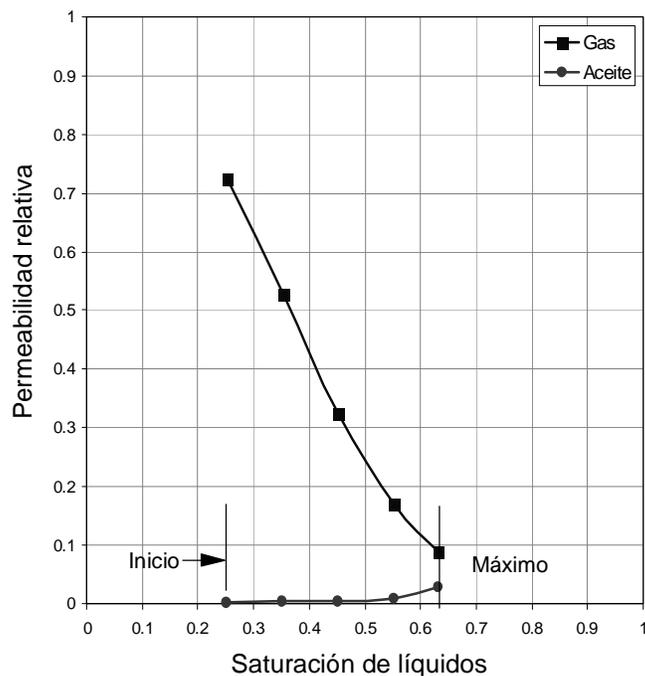
Fig. 2.14.b. Curva típica de permeabilidades relativas para sistema agua-aceite¹

Fig. 2.14.c. Curva típica de permeabilidades relativas para condensado

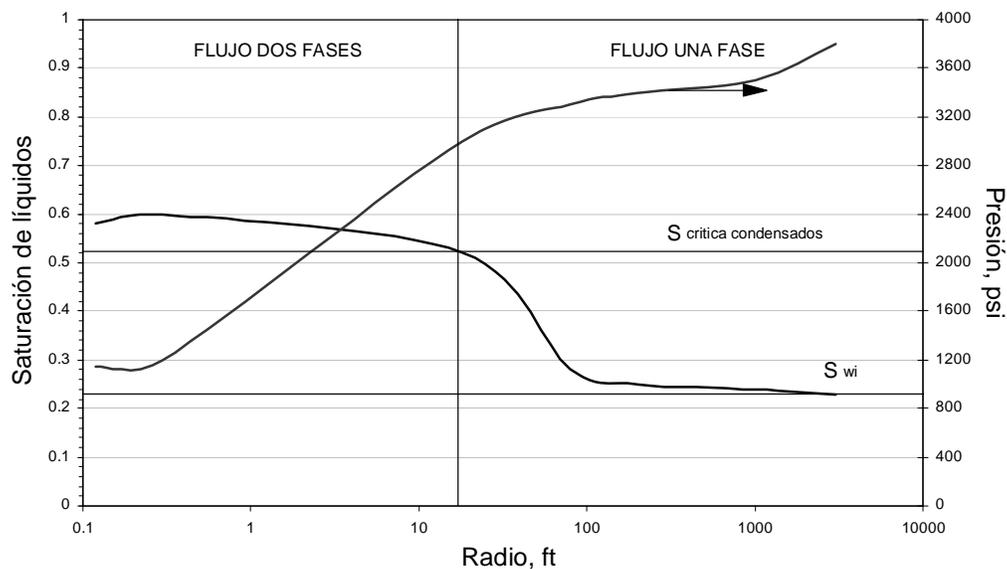


Fig. 2.14.d. Regiones de flujo en yacimientos de condensados

La saturación de gas remanente, S_{gr} , en el yacimiento es muy pequeña. De hecho, es menor que la que se predice en el laboratorio. Este factor se llama saturación equilibrada de gas. Ver Figs. 2.14.a. y 2.14.b.

Las curvas de permeabilidades relativas de la fase no mojante tiene forma de S . La curva de permeabilidad relativa de la fase mojante es cóncava. Para sistemas agua-aceite el agua es mojante (normalmente) en sistemas petróleo-gas, el petróleo es la fase mojante.

En sistemas trifásicos se forman bancos petróleo-agua o gas-petróleo lo cual no se presenta en el yacimiento, excepto, en la cara del pozo y en la zona de transición.

En sistemas de condensados se diferencian perfectamente tres regiones (ver Fig. 2.14.d):

- REGIÓN 3 ($P_R > P_D$ – Presión de rocío) : Fluye gas condensado en una fase, igual a la saturación inicial de gas ($S_{gi} = 1 - S_{wi}$).
- REGION 2 ($P_R < P_D$): Fluye gas condensado en una fase. Se acumula condensado retrógrado porque $S_L < S_{cc}$ (saturación crítica de condensados). Disminuye la k_{rg} .
- REGION 1 ($P_R < P_D$): Fluyen 2 fases a composiciones constantes. Hay pérdida de productividad debido a las disminución de k_{rg} .

En los yacimientos de condensados se presentan diversos problemas en la etapa de explotación, tales como: a) Producción y acumulación de líquido en los pozos, b) Producción y acumulación de condensado retrógrado alrededor de los pozos, c) Dispersión de gas condensado en zonas invadidas por agua, d) Irrupción prematura de gas en proyectos de mantenimiento de presión. Si la presión del yacimiento cae por debajo de la presión de rocío se presenta pérdida productividad. Son características fundamentales asociadas con este fenómeno, las siguientes: a) La productividad disminuye rápidamente (días) en más del 50%, b) La acumulación de líquido y por ende la pérdida de productividad aumenta con el aumento de la riqueza del gas condensado, c) Mientras $P_R > P_D$ la saturación de condensado se estabiliza en pocos días y el GOR permanece constante. Cuando $P_R < P_D$, el GOR empieza a aumentar.

Las permeabilidades relativas de los condensados son difíciles de modelar y de determinar experimentalmente debido a que a) Hay una fuerte dependencia del fluido y de las propiedades de la roca, b) existen complejos efectos termodinámicos composicionales, c) historia de la formación del condensado, d) la tasa de flujo, e) la tensión interfacial (normalmente < 2 dinas/cm) y f) a la transición de desplazamiento miscible a inmisible. Adicionalmente en estos yacimientos existe otro fenómeno asociado llamado flujo de película en donde existe flujo de líquidos a saturaciones de líquidos menores de la crítica, lo cual es importante en flujo vertical.

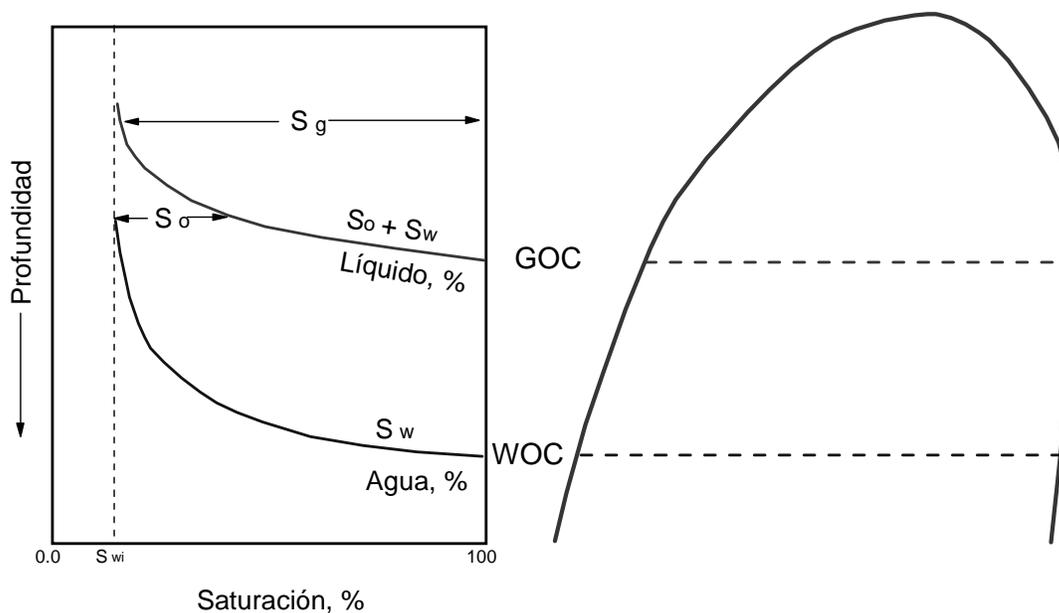


Fig. 2.14.e. Saturaciones iniciales en el yacimiento¹

Normalmente, los ingenieros asumen que hay un cambio brusco en la saturación en el sentido vertical cuando consideramos movimiento de fluidos procedente de la zona de agua a la zona de crudo o gas. Sin embargo, a menudo esta situación no se presenta. Una situación más realística de la distribución inicial de las saturaciones se presenta en la Fig. 2.14.e. Allí se puede observar que la saturación varía gradualmente de una zona 100 % agua a una zona de saturación de agua irreducible que está situada a cierta distancia vertical por encima de la zona de agua. La saturación total de líquido varía paulatinamente de 100 % a 0 % en la zona gaseosa. Esto resultaría en una transición gradual en la saturación de crudo y de gas si éstas se grafican separadamente. La Fig. 2.14.e también nos permite definir los contactos (agua-petróleo o gas-petróleo). El contacto agua-petróleo (WOC) es la profundidad mínima a la cual existe una saturación de agua del 100 %. Similarmente, el contacto gas-petróleo (GOC) es la mínima profundidad al cual una saturación de 100 % líquido (agua más crudo) existe en el yacimiento.

2.8.4. Correlaciones para permeabilidad relativa^{8,11}

Correlación de **Wahl y asociados**. Esta fue obtenida de mediciones de campo en yacimientos de areniscas.

$$\frac{k_{rg}}{k_{ro}} = A(0.0435 + 0.4556A)$$

$$A = \frac{1 - S_{gc} - S_{wi} - S_o}{S_o - S_{or}}$$

Correlación de **Corey y Asociados**. Para arenas no consolidadas durante procesos de drenaje:

$$k_{rw} = (1 - S)^2$$

$$k_{ro} = S^3$$

$$S = \frac{S_o}{1 - S_{wi}}$$

Para arenas no consolidadas durante procesos de imbibición:

$$k_{rw} = S^3$$

$$k_{ro} = (1 - S)^3$$

$$S = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}}$$

Para arenas consolidadas durante procesos de drenaje:

$$k_{rw} = (1 - S)^4$$

$$k_{ro} = S^3(2 - S)$$

$$S = \frac{S_o}{1 - S_{wi}}$$

Correlación de **Naar-Henderson**. Para yacimientos con empuje de agua (arenas consolidadas durante procesos de imbibición):

$$k_{rw} = S^4$$

$$k_{ro} = (1 - 2S)^{1.5} \left[2 - \sqrt{1 - 2S} \right]$$

$$S = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}}$$

Estas Correlaciones son válidas para $S_{wi} < S_w < 1 - S_{or}$.

Correlación de **Corey**¹. Para condiciones de drenaje (empuje de gas en solución):

$$k_{ro} = (1 - S)^4$$

$$k_{rg} = S^3(2 - S)$$

$$S = \frac{S_g}{1 - S_{wi}}$$

Correlación de **Willie**¹. Para arenas no consolidadas con grano bien clasificado:

$$k_{rw} = (1 - S)^3$$

$$k_{ro} = S^3$$

$$S = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}}$$

Para arenas no consolidadas con grano pobremente clasificado:

$$k_{rw} = (1 - S)^2(1 - S^{1.5})$$

$$k_{ro} = S^{3.5}$$

Para arenas cementadas y formaciones limosas:

$$k_{rw} = (1 - S)^2(1 - S^2)$$

$$k_{ro} = S^4$$

Correlación de **Torcaso y Willie**¹. Esta sólo es válida para procesos de drenaje en areniscas no consolidadas.

$$\frac{k_{rg}}{k_{ro}} = \frac{(1 - S^*)^2 [1 - (S^*)^2]}{(S^*)^4}$$

$$S^* = \frac{S_o}{1 - S_{wi}}$$

Correlación de **Pirson**. Para rocas con porosidad intergranular y para flujo de gas en condiciones de drenaje, las ecuaciones son:

$$k_{rw} = \sqrt{S_{wn}} S_w^3$$

$$k_{rg} = (1 - S_{wn}) \left[S_w \sqrt{1 - S_{wn}} \right]$$

$$S_{wn} = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}}$$

Para rocas con porosidad intergranular y para flujo simultáneo de agua y petróleo en condiciones de imbibición, las ecuaciones son:

$$k_{rw} = \sqrt{S_{wn}} S_w^3$$

$$k_{ro} = \left(\frac{1 - S_w - S_{wi}}{1 - S_{or} - S_{wi}} \right)$$

Correlación de **Spivak**.

$$k_{ro} = S_{on}^4$$

$$k_{rw} = S_{wn}^2$$

$$S_{on} = \left(\frac{S_o - S_{or}}{1 - S_{or} - S_{wi}} \right)$$

$$S_{wn} = \left(\frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{or} - S_{wi}} \right)$$

Correlación de **Jones**. Esta fue presentada para areniscas y areniscas arcillosas:

$$k_{rw} = \left(\frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc}} \right)^3$$

$$k_{ro} = \frac{(S_w - S_{wc})^{2.1}}{(1 - S_{wc})^2}$$

Correlación de **Willie y Gardner**. Estos presentaron correlaciones para sistemas trifásicos preferiblemente mojados por agua en condiciones de drenaje. Para arenas no consolidadas las ecuaciones son:

$$k_{rg} = \frac{S_g^3}{(1 - S_{wi})^3}$$

$$k_{ro} = \frac{S_o^3}{(1 - S_{wi})^3}$$

$$k_{rw} = \frac{(S_w - S_{wi})^3}{(1 - S_{wi})^3}$$

Para arenas consolidadas:

$$k_{rg} = \frac{S_g^2(1 - S_{wi})^2 - (S_w + S_o - S_{wi})^2}{(1 - S_{wi})^4}$$

$$k_{ro} = \frac{S_o^3(2S_w + S_o - 2S_{wi})}{(1 - S_{wi})^4}$$

$$k_{rw} = \frac{(S_w - S_{wi})^4}{(1 - S_{wi})^4}$$

Las ecuaciones anteriores pueden aplicarse a sistemas mojados por petróleo siempre y cuando la saturación de agua, S_w , se cambie por la saturación de petróleo, S_o , y viceversa.

Correlación de **Stone**. Este presentó un ajuste estadístico para estimar la permeabilidad relativa al petróleo en sistemas trifásicos con base a los datos de permeabilidades relativas para sistemas de agua, petróleo y gas:

$$k_{ro} = (k_{ro_w} + k_{rw})(k_{ro_g} + k_{rg}) - (k_{rw} + k_{rg})$$

k_{ro_w} es la permeabilidad relativa al petróleo para un sistema agua-petróleo

k_{ro_g} es la permeabilidad relativa al petróleo para un sistema gas-petróleo

Para unas saturaciones de agua y gas dadas, obtenga k_{rw} y k_{ro_w} de las curvas para el sistema agua-petróleo usando la saturación de agua y obtenga (usando la saturación de gas) k_{rg} y k_{ro_g} de las curvas para el sistema gas-petróleo. En caso que k_{ro} esté definida con respecto a la permeabilidad efectiva del petróleo a la saturación máxima de éste, la ecuación anterior toma la siguiente forma:

$$k_{ro} = \frac{(k_{ro_w} + k_{rw})(k_{ro_g} + k_{rg}) - (k_{rw} + k_{rg})}{k_{ro_w}(1 - S_{wc})}$$

$k_{ro_w}(1 - S_{wc})$ es k_{ro_w} a $S_o = 1 - S_{wc} - S_o$ máxima.

En caso de obtener valores negativos de permeabilidad relativa al petróleo, ésta se toma como cero. Otras correlaciones importantes son las introducidas por Honarpour y colaboradores (ver referencias).

EJEMPLO

Un pozo produce de un yacimiento formado por una arena consolidada cuya saturación inicial de agua era de 20 % y en la actualidad es de 35 %. Ver Fig. 2.15. El yacimiento está rodeado por un acuífero cuya presión es de 3000 psi y que se mantiene constante a través del tiempo. La arena consta de dos estratos con diferente permeabilidades iniciales. La permeabilidad de la arena superior es de 10 darcies y de la arena inferior es de 40 darcies. Iniciada la producción se presentó producción de escamas en un radio de 200 pies desde el pozo que causó una reducción de la permeabilidad en un 50 % en ambas capas. Adicionalmente, debido a la depositación de parafinas la permeabilidad original se redujo en ambos estratos en un 30 % en un radio de 200 a 2000 pies. Otros datos adicionales:

$$\begin{array}{llll} T = 180 \text{ }^\circ\text{F} & \mu_o = 2 \text{ cp} & \mu_w = 0.5 \text{ cp} & P_i = 3000 \text{ psia} \\ P_{wf} = 500 \text{ psi} & r_w = 6 \text{ pulg.} & API = 32 & \gamma_g = 0.8 \\ GOR = 5 \text{ scf/STB} & & & \end{array}$$

- Determine la permeabilidad promedia actual del yacimiento
- Determine los caudales de gas, agua y crudo en la cara del pozo
- Cual sería el caudal del crudo si el yacimiento fuese plano?

SOLUCIÓN

- Debido a los dos mecanismos de daño que ha sufrido la formación las permeabilidades quedan de la siguiente manera:

Efectuando un promedio aritmético ponderado por espesor en cada una de las zonas se tiene:

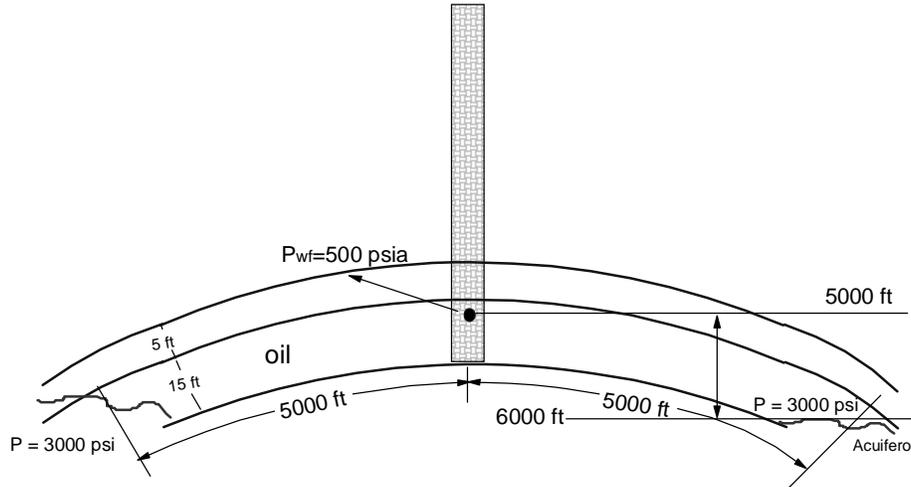
$$\bar{k} = \frac{k_s h_s + k_i h_i}{h_s + h_i} = \frac{(5000)(5) + (20000)(15)}{5 + 15} = 16250 \text{ md}$$

Para determinar la presión promedia en serie se tiene:

$$\Delta P_{0.5-5000'} = \Delta P_{0.5-200'} + \Delta P_{200-2000'} + \Delta P_{2000-5000'}$$

Fig. 2.15. Esquema del yacimiento para ejemplo

Radio	k Capa Superior, md	k Capa Inferior, md
0.5 - 200 ft	5000	20000
200 - 2000 ft	7000	28000
2000 - 5000 ft	10000	40000



Radio	\bar{k} , ponderado por espesor, md
0.5 - 200 ft	16250
200 - 2000 ft	22750
2000 - 5000 ft	32500

$$\frac{q\mu B \ln(r_e/r_w)}{0.00708\bar{k}h} = \frac{q\mu B \ln(r_{200}/r_w)}{0.00708k_1h} + \frac{q\mu B \ln(r_{2000}/r_{200})}{0.00708k_2h} + \frac{q\mu B \ln(r_{5000}/r_{2000})}{0.00708k_3h}$$

Como el espesor es 20 pies para los tres intervalos, se tiene:

$$\frac{\ln(r_e/r_w)}{\bar{k}} = \frac{\ln(r_{200}/r_w)}{k_1} + \frac{\ln(r_{2000}/r_{200})}{k_2} + \frac{\ln(r_{5000}/r_{2000})}{k_3}$$

$$\frac{\ln(5000/0.5)}{\bar{k}} = \frac{\ln(200/0.5)}{16250} + \frac{\ln(2000/200)}{22750} + \frac{\ln(5000/2000)}{32500}$$

De donde $\bar{k} = 18490.51$ md

b) El caudal se determina mediante:

$$q_o = \frac{0.00708\bar{k}k_{ro}h\Delta P_i}{\mu \ln(r_e/r_w)}$$

$$\Delta P_t = P_i - P_{wf} - 0.433\gamma\Delta D$$

$$\gamma = \frac{141.5}{API + 131.5} = \frac{141.5}{32 + 131.5} = 0.865$$

$$\Delta P_t = 3000 - 500 - 0.433(0.865)(6000 - 5000) = 2125.5 \text{ psi}$$

Las permeabilidades relativas se obtienen con la correlación de Corey y asociados:

$$S = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}} = \frac{0.35 - 0.2}{1 - 0.2} = 0.1875$$

$$k_{rw} = S^3 = 0.1875^3 = 0.006$$

$$k_{ro} = (1 - S)^3 = (1 - 0.1875)^3 = 0.537$$

$$q_o = \frac{0.00708 \bar{k} k_{ro} h \Delta P_t}{\mu \ln(r_e / r_w)} = \frac{0.00708(18490.51)(0.537)(20)(2125.5)}{2 \ln(5000 / 0.5)} = 162234 \text{ bpd}$$

$$q_w = \frac{0.00708 \bar{k} k_{rw} h \Delta P_t}{\mu \ln(r_e / r_w)} = \frac{0.00708(18490.51)(0.006)(20)(2125.5)}{(0.5) \ln(5000 / 0.5)} = 1812.7 \text{ bpd}$$

El punto de burbuja se determina con la correlación de Standing (Unidad 3):

$$y_g = 0.00091TF - 0.0125API = 0.00091(180) - 0.0125(32) = -0.2362$$

$$P_b = 18 \left(\frac{R_{sb}}{\gamma_g} \right)^{0.83} 10^{y_g} = 18 \left(\frac{5}{0.8} \right)^{0.83} 10^{-0.2362} = 47.83 \text{ psi}$$

Por lo tanto el flujo de gas en la cara del pozo es cero.

c) Si la formación fuera plana se tiene:

$$\Delta P_t = P_i - P_{wf} - 0.433\gamma\Delta D = 3000 - 5000 = 2500 \text{ psi}$$

$$q_o = \frac{0.00708 \bar{k} k_{ro} h \Delta P_t}{\mu \ln(r_e / r_w)} = \frac{0.00708(18490.51)(0.537)(20)(2500)}{2 \ln(5000 / 0.5)} = 190818 \text{ bpd}$$

EJEMPLO

Dos ingenieros discuten las maneras de mejorar la productividad de un pozo. El Ingeniero A sugiere que rimando el pozo e incrementar su radio en 2 pies e implantando un empaque de grava la permeabilidad se hace 5 veces mayor, es la mejor manera de resolver el problema. El ingeniero B dice que con la inyección de un químico “mágico” (estimulación) es capaz de aumentar la permeabilidad en un factor de 4 en un radio de 5 pies. Cuál idea es la mejor?

SOLUCIÓN

Asuma un valor de $r_w = 0.5$ ft y $r_e = 1000$ ft. Se sabe que para flujo radial en serie:

$$\frac{\ln(r_e / r_w)}{\bar{k}} = \frac{\ln(r_1 / r_w)}{k_1} + \frac{\ln(r_e / r_1)}{k_2}$$

El ingeniero A incrementa el radio del pozo a 2 ft, luego:

$$\frac{\ln(1000/0.5)}{\bar{k}} = \frac{\ln(2/0.5)}{5k_1} + \frac{\ln(1000/2)}{k_1}$$

$$\frac{7.6}{\bar{k}} = \frac{1.386}{5k_1} + \frac{6.215}{k_1} = \frac{0.2772}{k_1} + \frac{6.215}{k_1} = \frac{6.4922}{k_1}$$

De donde:

$$\bar{k} = 1.17k_1$$

El ingeniero B incrementa el radio a 5 ft y cuadriplica la permeabilidad, luego:

$$\frac{\ln(1000/0.5)}{\bar{k}} = \frac{\ln(5/0.5)}{4k_1} + \frac{\ln(1000/5)}{k_1}$$

$$\frac{7.6}{\bar{k}} = \frac{0.5756}{k_1} + \frac{6.215}{k_1} = \frac{0.2772}{k_1} + \frac{5.298}{k_1} = \frac{5.5752}{k_1}$$

$$\bar{k} = 1.363k_1$$

Luego, el ingeniero B proporciona mayor permeabilidad promedio, luego es la mejor opción.

2.9. MODIFICACIÓN DE LA LEY DE DARCY PARA CONSIDERAR EL UMBRAL DEL GRADIENTE DE PRESIÓN⁸

Antecedentes. Desde su introducción por Darcy, la ley de flujo, la ecuación de movimiento expresada por la Ec. 1, ha sido usada extensivamente para describir el flujo de fluidos en medios porosos. Sin embargo, la evidencia dada a continuación indica que la ley de Darcy

debe corregirse para considerar el gradiente mínimo de presión al cual el flujo inicia.

$$u = \frac{q}{A} = -\frac{k}{\mu} \left[\frac{\partial P}{\partial l} + \rho g \sin \theta \right] \quad (2.1)$$

La integración de la Ec. 1 sobre un corazón con propiedades homogéneas y de longitud L que yace horizontalmente a través del cual fluye un fluido con viscosidad constante es:

$$u = \frac{q}{A} = \frac{k}{\mu} \frac{\Delta P}{\Delta L} \quad (2.2)$$

Discusión. Las propiedades de los materiales porosos usados en las pruebas de flujo y los datos de diferencial de presión y ratas de flujo se presentan en las tablas 2.1 y 2.2, respectivamente. La Fig. 2.16 muestra el gráfico de los datos de q/A vs. $\Delta p/\Delta L$ obtenidos experimentalmente usando una salmuera saturada que fluía a través de arenisca arcillosa, una arenisca marrón y empaquetamientos. Observe que estos dan una línea recta que está algo desplazada del origen. Prada y Civan sugieren que este desplazamiento indica que la Ec. 2.2 debe corregirse, así:

$$u = \frac{q}{A} = \frac{k}{\mu} \left[\frac{\Delta P}{\Delta L} - \left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{cr} \right]$$

$$\text{cuando } \frac{\Delta P}{\Delta L} > \left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{cr} \quad (2.3a)$$

$$U = q/A = 0 \quad (2.3b)$$

Donde $(\Delta P/\Delta L)_{cr}$ representa el umbral del gradiente de presión por debajo del cual el fluido no puede fluir porque la fuerza de flujo no es suficiente para contrarrestar los efectos de fricción.

La tabla 2.3 muestra que el umbral del gradiente de presión obtenido de la Fig. 2.16 decrece a medida que la movilidad del fluido, k/μ , se incrementa. Típicamente, el valor del umbral del gradiente de presión es despreciable para gases pero puede ser significativo para líquidos. Un gráfico de estos datos se reporta en la Fig. 2.17 en un gráfico log-log sobre un amplio rango de movilidades, $57 < (k/\mu) < 2.8 \times 10^4$ md/cp. El mejor ajuste por mínimos cuadrados de estos datos:

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{cr} = 16 \left(\frac{1000k}{\mu} \right)^{-0.8} \quad (2.4)$$

Es importante clarificar que la permeabilidad en la Ec. 2.4 está dada en mD. El coeficiente de correlación es 0.96, indicando una fuerte correlación e los datos medidos con la Ec. 2.4.

Basado en esta ecuación, es aparente que el umbral del gradiente de presión se desprecia solamente cuando existen altas movilidades de los fluidos. Por lo tanto, para bajas movilidades, la ley de Darcy debe corregirse como sigue:

$$u = \frac{q}{A} = -\frac{k}{\mu} \left[\frac{\partial P}{\partial l} - \left(\frac{\partial P}{\partial l} \right)_{cr} + \rho g \sin \theta \right]$$

$$\text{cuando } -\left(\frac{\partial P}{\partial l} + \rho g \sin \theta \right) > -\left(\frac{\partial P}{\partial l} \right)_{cr} \quad (2.5a)$$

Tabla 2.1. Propiedades de los materiales porosos usados en los experimentos de flujo⁸

Muestra volumen	Longitud (cm)	Sección area (cm ²)	Peso seco (g)	Saturada Peso (g)	Porosidad (fracción)	Vol. Por. (cc)
Brown sandstone #1	30.7	20.2	1178	1354	0.284	176
Brown sandstone #2	30.7	20.2	1148	1317	0.273	169
Brown sandstone #3	30.7	20.2	1215	1373	0.255	158
Brown sandstone #4	30.7	20.2	1190	1355	0.266	165
Sandpack (20-40 mesh)	55.48	11.4	N.A.	N.A.	0.356	225
Sandpack (20-40 mesh)	55.48	11.4	N.A.	N.A.	0.334	211
Sandpack (20-40 mesh)	55.48	11.4	N.A.	N.A.	0.324	205
Shaly sandstone	6.35	11.4	190.83	203.87	0.18	13.04

Tabla 2.2. Diferencial de presión medido vs. rata de flujo⁸

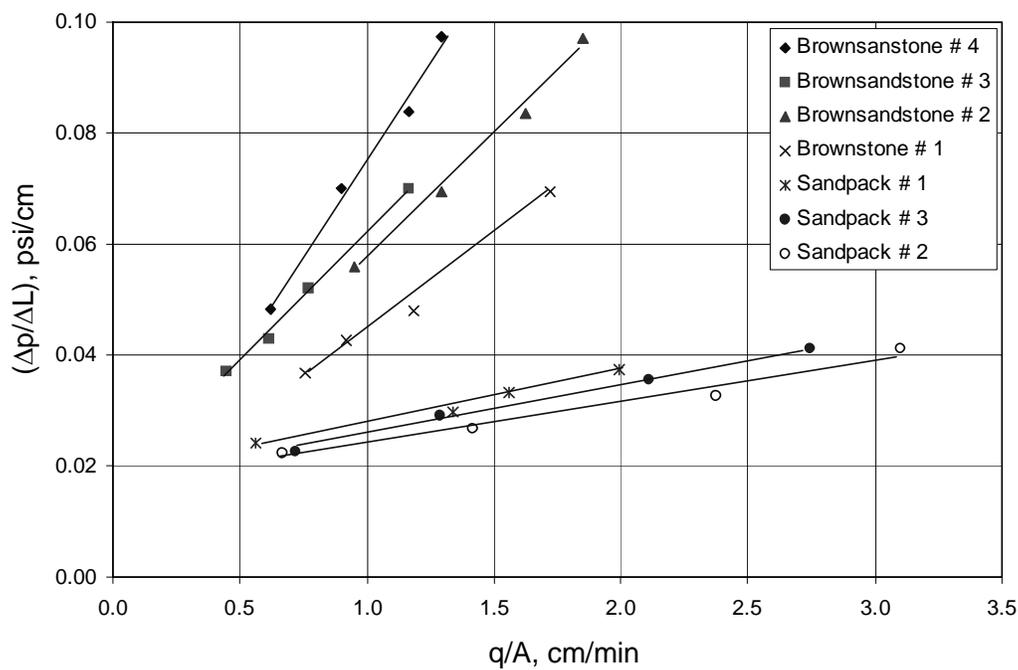
Brown-sandstone		Brown sandstone #2		Brown sandstone #3		Brown sandstone #4	
Δp (psi)	q (cc/min)	Δp (psi)	q (cc/min)	Δp (psi)	q (cc/min)	Δp (psi)	q (cc/min)
0.80	8.83	1.50	13.19	0.80	1.71	1.20	5.79
1.00	12.35	2.00	20.64	1.00	5.66	2.00	11.78
1.20	18.15	2.50	27.85	1.35	8.95	2.50	17.47
2.00	30.00	3.00	32.32	2.00	17.50	3.00	20.46
Sand packs		Sandpack #2		Sandpack #3			
Δp (psi)	q (cc/min)	Δp (psi)	q (cc/min)	Δp (psi)	q (cc/min)		
0.50	3.81	0.60	2.47	0.50	4.57		
0.80	13.34	1.00	12.34	1.00	11.59		
1.20	25.25	1.20	15.12	1.40	21.91		
1.80	34.30	1.50	20.34	1.80	29.92		
Shaly sandstone							
Δp (psi)	q (cc/min)						
9.89	2						
14.95	4						
19.52	6						

$$u = \frac{q}{A} = 0$$

$$\text{cuando } -\left(\frac{\partial P}{\partial l} + \rho g \sin \theta \right) \leq -\left(\frac{\partial P}{\partial l} \right)_{cr} \quad (2.5b)$$

Tabla 2.3. Umbral del gradiente de presión vs. la movilidad del fluido⁸

Muestra	$(\Delta P/\Delta L)_{cr}$ (psi/cm)	k/μ (md/cp)
Brown sandstone #1	8.46E-03	6.52E+03
Brown sandstone #2	1.40E-02	4.81E+03
Brown sandstone #3	2.03E-02	4.73E+03
Brown sandstone #4	1.70E-02	3.13E+03
Sandpack #1	4.60E-03	2.79E+04
Sandpack #2	7.89E-03	2.35E+04
Sandpack #3	5.84E-03	2.38E+04
Shaly sandstone	8.13E-01	5.66E+01

Fig. 2.16. Flujo volumétrico vs. Gradiente de presión⁸

Si la Ec. 2.4 se puede generalizar:

$$-\left(\frac{\partial P}{\partial l}\right)_{cr} = m \left(\frac{1000k}{1}\right)^{-n} \quad (2.6)$$

Invocando las Ecs. 2.5a y 2.5b, la ecuación de Darcy puede corregirse:

$$u = \frac{q}{A} = -\frac{k}{\mu} \left\{ \left[\frac{\partial P}{\partial l} + \rho g \sin \theta \right] - m \left[\frac{1000k}{\mu} \right]^{-n} \right\}$$

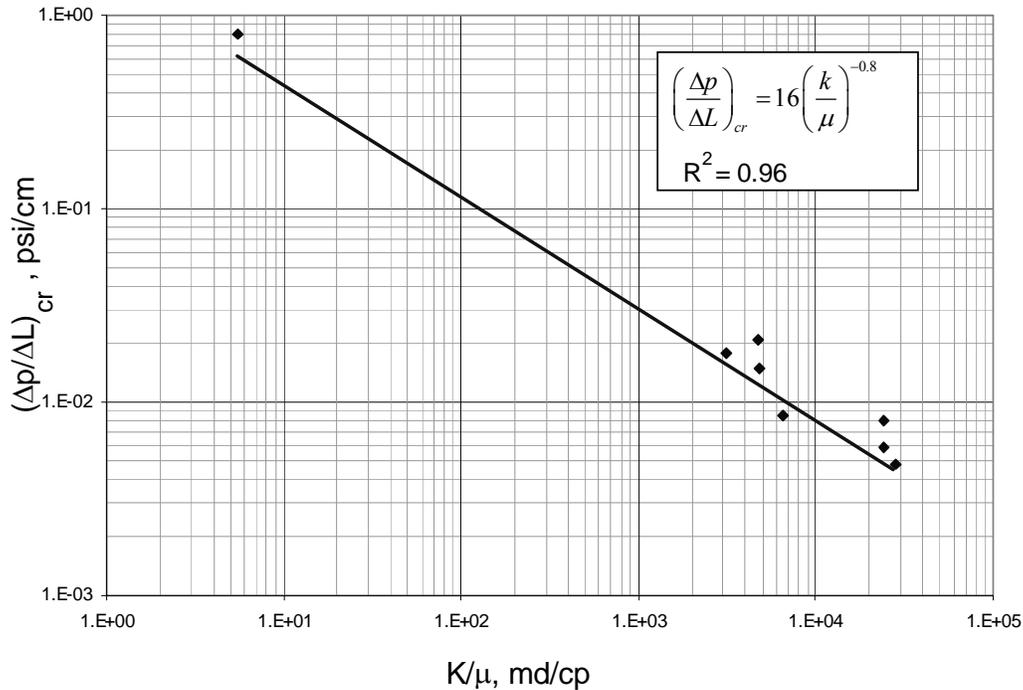


Fig. 2.17. Gráfica del umbral del gradiente de presión vs. Movilidad del fluido⁸

$$\text{cuando } -\left(\frac{\partial P}{\partial l} + \rho g \sin \theta\right) > m \left(\frac{1000k}{\mu}\right)^{-n} \quad (2.7a)$$

$$u = \frac{q}{A} = 0, \quad -\left(\frac{\partial P}{\partial l} + \rho g \sin \theta\right) \leq m \left(\frac{1000k}{\mu}\right)^{-n} \quad (2.7b)$$

Como puede observarse en las Ecs. 2.7a y 2.7b, la corrección es aditiva. El siguiente ejercicio indica que los fluidos fluyen a través de medios porosos solo si la fuerza sobre el fluido es suficiente para contrarrestar el umbral del gradiente de presión y, por lo tanto, la ley de Darcy debe corregirse para tener en cuenta este efecto. La corrección en la forma de la Ec. 2.6 ha sido obtenida mediante regresión de un número limitado de medidas y usando solo tres diferentes medios porosos y salmuera. Por lo tanto, para otros tipos de fluido y rocas, se requiere mejorar las correlaciones del umbral del gradiente de presión. En términos generales, el valor del umbral del gradiente de presión es una medida del grado de la mojabilidad de la roca, de la tensión interfacial petróleo-agua, y del tamaño de los poros más grandes en el exterior de la muestra de roca. Una alta presión de desplazamiento indica ya sea un fuerte grado de mojabilidad o poros pequeños, o ambos efectos.

Ejemplo. Una arenisca de 30 cm de longitud tiene una permeabilidad de un Darcy. Se inyectó agua en uno de sus extremos aplicando una presión de 3 atm. El otro extremo estaba abierto a la atmósfera. Hay suficiente presión para tener flujo? En caso positivo cual es la velocidad de flujo?Cuál es la diferencia comparado con la ley de Darcy sin modificar?

Cuál es la mínima presión para tener flujo a través del corazón? Asuma flujo horizontal y la viscosidad del agua de 1 cp.

Solución. De la Ec. 2.7a se tiene:

$$-\left(\frac{\partial P}{\partial l} + \rho g \sin \theta\right) > m \left(\frac{1000k}{\mu}\right)^{-n} \Rightarrow \left(\frac{3-1}{30}\right) > 16 \left(\frac{1000}{1}\right)^{-0.8}$$

Entonces $0.1 > 0.0637$. Por ende, hay suficiente presión para que exista flujo. La velocidad de flujo es calculada usando la Ec. 2.7a;

$$u = -\frac{k}{\mu} \left\{ \left[\frac{\partial P}{\partial l} + \rho g \sin \theta \right] - m \left[\frac{1000k}{\mu} \right]^{-n} \right\} = -\frac{1}{1} \left\{ \left(\frac{3-1}{30} \right) - 16 \left(\frac{1000(1)}{1} \right)^{-0.8} \right\} = -0.0694 \text{ cm/s}$$

Usando la Ley de Darcy sin modificar, Ec. 2:

$$u = \frac{q}{A} = -\frac{k \Delta P}{\mu \Delta L} = \frac{1}{1} \left(\frac{3-1}{30} \right) = -0.1 \text{ cm/s}$$

Como puede verse, hay una marcada diferencia entre las dos velocidades. La mínima presión para tener flujo es:

$$-\left(\frac{\partial P}{\partial l}\right) = 16 \left(\frac{1000k}{\mu}\right)^{-0.8}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial l}\right) = 0.0637 \text{ atm/cm}$$

Despejando P se haya un valor de 2.936 atm.

2.10. LA ECUACIÓN DE DIFUSIVIDAD

Para la mayoría de los fluidos hidrocarburos, el esfuerzo de corte y la rata de corte pueden describirse mediante la ley de fricción de Newton la cual combinada con la ecuación de movimiento resulta en la bien conocida ecuación de Navier-Stokes. La solución de dicha ecuación para las condiciones de frontera apropiadas da lugar a la distribución de velocidad del problema dado. Sin embargo, la geometría de los poros, no permite la formulación adecuada de las condiciones de frontera a través del medio poroso. Luego, una aproximación diferente se debe tomar. Darcy descubrió una relación simple entre el gradiente de presión y el vector velocidad para una sola fase⁴.

De acuerdo con la Fig. 2.18, el volumen de fluido contenido en el anillo es:

$$V = (2\pi rhdr)\phi \quad (2.8)$$

Pero,

$$c = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP}$$

Luego;

$$dV = -cVdP$$

De la Ec. 2.8, se tiene:

$$dV = -c(2\pi rhdr)\phi dP$$

Si $dq = \frac{\partial V}{\partial t}$ entonces:

$$dq = -c\phi (2\pi rhdr) \frac{\partial P}{\partial t}$$

ó;

$$\frac{\partial q}{\partial r} = -c\phi (2\pi rh) \frac{\partial P}{\partial t} \quad (2.9)$$

De la ley de Darcy, sabemos que:

$$q = -(2\pi rh) \frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} \quad (2.10)$$

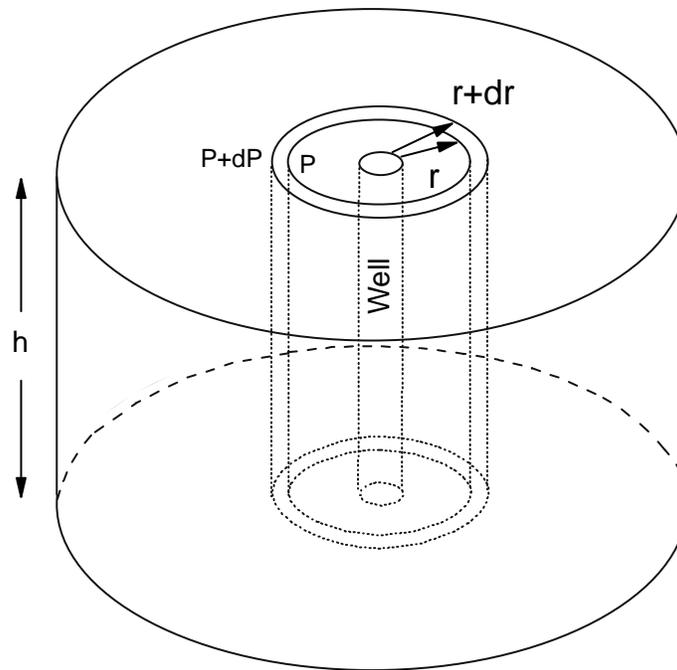


Fig. 2.18. Elemento de volumen

Si derivamos la Ec. 2.9 con respecto a r , se obtiene:

$$\frac{\partial q}{\partial r} = -(2\pi h) \frac{k}{\mu} \left[\frac{\partial P}{\partial r} + r \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \right] \quad (2.11)$$

Igualando las Ecs. 2.9 y 2.11, se tiene:

$$-c\phi (2\pi rh) \frac{\partial P}{\partial t} = -(2\pi h) \frac{k}{\mu} \left[\frac{\partial P}{\partial r} + r \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \right]$$

ó;

$$c\phi r \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{k}{\mu} \left[\frac{\partial P}{\partial r} + r \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \right]$$

Rearreglando,

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{c\phi \mu}{k} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (2.12)$$

La Ec. 2.12 es la ecuación de difusividad.

2.10.1. Limitaciones de la ecuación de difusividad

- a) Medio poroso isotrópico, horizontal, homogéneo, permeabilidad y porosidad constantes
- b) Un solo fluido satura el medio poroso
- c) Viscosidad constante, fluido incompresible o ligeramente compresible
- d) El pozo penetra completamente la formación. Fuerzas gravitacional despreciables
- e) La densidad del fluido es gobernada por la Ec. (1.2)

2.11. SOLUCIONES A LA ECUACIÓN DE DIFUSIVIDAD

2.11.1. Estado Estable⁶

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = 0$$

Integrando:

$$r \frac{\partial P}{\partial r} = c_1 \quad (2.13)$$

Imponiendo una condición de frontera en la cara del pozo (de la ley de Darcy):

$$q = (2\pi r h) \frac{k}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r}$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} \Big|_{r_w} = \frac{q\mu}{2\pi k h r_w} \quad (2.14)$$

Aplicando la condición de frontera (2.14) en (2.13):

$$r_w \left(\frac{q\mu}{2\pi k h r_w} \right) = c_1$$

$$c_1 = \frac{q\mu}{2\pi k h}$$

Reemplazando en (2.14):

$$r \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{q\mu}{2\pi k h}$$

Separando variables:

$$\frac{q\mu}{2\pi k h} \int_{r_w}^{r_e} \frac{dr}{r} = \int_{P_w}^{P_e} dp$$

Integrando:

$$q = \frac{7.08kh (P_e - P_w)}{\mu \ln(r_e / r_w)}$$

Esta ecuación debería expresarse en términos de la presión promedio del yacimiento. A medida que $r_e \gg r_w$, el promedio volumétrico de la presión es:

$$\bar{P} = \frac{2}{r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} Pr dr \quad (2.15)$$

si,

$$q = \frac{7.08kh (P - P_w)}{\mu \ln(r / r_w)}$$

Despejando P y reemplazándolo en la Ec. 2.15:

$$\bar{P} = \frac{2}{r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} \left(P_w r + \frac{q\mu}{2\pi kh} r \ln \frac{r}{r_w} \right) dr$$

$$\int x \ln x dx = -\frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{2} \ln x$$

Después de integrar y aplicar los límites⁶:

$$\bar{P} = \frac{2}{r_e^2} \left(\frac{P_w r_e^2}{2} - \frac{P_w r_w^2}{2} + \frac{q\mu}{2\pi kh} \left[-\frac{r_e^2}{4} + \frac{r_e^2}{2} \ln \frac{r_e}{r_w} + \frac{r_w^2}{4} - \frac{r_w^2}{2} \ln \frac{r_w}{r_w} \right] \right)$$

$$\bar{P} = \frac{2}{r_e^2} \frac{P_w r_e^2}{2} - \frac{2}{r_e^2} \frac{P_w r_w^2}{2} + \frac{q\mu}{2\pi kh} \left[-\frac{r_e^2}{4} + \frac{2}{r_e^2} \frac{r_e^2}{2} \ln \frac{r_e}{r_w} + \frac{2}{r_e^2} \frac{r_w^2}{4} - \frac{2}{r_e^2} \frac{r_w^2}{2} \ln \frac{r_w}{r_w} \right]$$

Simplificando:

$$\bar{P} = \left(P_w - \frac{P_w r_w^2}{r_e^2} + \frac{q\mu}{2\pi kh} \left[-\frac{1}{2} + \ln \frac{r_e}{r_w} + \frac{r_w^2}{2r_e^2} - \frac{r_w^2}{r_e^2} \ln \frac{r_w}{r_w} \right] \right)$$

Puesto que $(r_w/r_e)^2 \approx 0$, entonces:

$$\bar{P} = \left(P_w + \frac{q\mu}{2\pi kh} \left[-\frac{1}{2} + \ln \frac{r_e}{r_w} \right] \right)$$

de donde:

$$q = \frac{7.08kh(\bar{P} - P_w)}{\mu B [\ln(r_e/r_w) - 0.5]}$$

2.11.2. Estado Pseudoestable

Después de un tiempo suficiente de producción, la declinación de presión se una función lineal del tiempo⁶:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{-q}{cV_p}$$

Luego la ecuación de difusividad se convierte en:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = -\frac{c\phi\mu}{k} \frac{q}{cV_p}$$

Puesto que $V_p = \pi r_e^2 h\phi$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = -\frac{q\mu}{\pi k r_e^2 h}$$

Separando:

$$\int \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = -\frac{q\mu}{\pi k r_e^2 h} \int r dr$$

Después de integrar:

$$\left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = -\frac{q\mu r^2}{2\pi k r_e^2 h} + c1$$

Aplicando la condición de frontera cuando $r = r_e$, $dP/dr = 0$ porque el sistema debe ser cerrado. Entonces⁶:

$$c_1 = \frac{q\mu r_e^2}{2\pi k r_e^2 h}$$

Luego:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial r}\right) = -\frac{q\mu r}{2\pi k r_e^2 h} + \frac{q\mu}{2\pi k h r}$$

Separando;

$$\int_{P_w}^{P_e} dP = -\frac{q\mu}{2\pi k r_e^2 h} \int_{r_w}^{r_e} r dr + \frac{q\mu}{2\pi k h} \int_{r_w}^{r_e} \frac{dr}{r}$$

Integrando:

$$P_e - P_w = -\frac{q\mu}{2\pi k h} \left(\frac{r_e^2 - r_w^2}{2r_e^2} \right) + \frac{q\mu}{2\pi k h} \ln \frac{r_e}{r_w}$$

Puesto que r_e^2 es mucho mayor que r_w^2 , el termino r_w^2 se puede ignorar.

$$P_e - P_w = \frac{q\mu}{2\pi k h} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - 0.5 \right)$$

$$\text{Si } e^{-0.5} = 0.606$$

$$P_e - P_w = \frac{q\mu}{2\pi k h} \left(\ln \frac{0.606 r_e}{r_w} \right)$$

Si se considera la presión promedio, como se ha visto anteriormente⁶:

$$q = \frac{7.08kh(\bar{P} - P_w)}{\mu B \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - 0.75 \right)} = \frac{7.08kh(\bar{P} - P_w)}{\mu B \left(\ln \frac{0.472 r_e}{r_w} \right)}$$

Demostración de lo anterior. Como se vio, pero considerando ahora r variable:

$$P_e - P_w = -\frac{q\mu}{2\pi k h} \left(\frac{r^2 - r_w^2}{2r_e^2} \right) + \frac{q\mu}{2\pi k h} \ln \frac{r}{r_w}$$

Pero se puede considerar que $r^2 \gg r_w^2$. Luego, se tiene:

$$P_e - P_w = -\frac{q\mu}{2\pi kh} \left(\frac{r^2}{2r_e^2} \right) + \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{r}{r_w}$$

Factorizando:

$$P - P_w = \frac{q\mu}{2\pi kh} \left(\ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^2}{2r_e^2} \right) \quad (2.16)$$

De acuerdo con el teorema del valor medio:

$$\bar{P} = \frac{\int_{r_w}^{r_e} P dV}{\int_{r_w}^{r_e} dV}$$

Puesto que:

$$dV \Big|_{r_w}^{r_e} = 2\pi r h \phi dr \Big|_{r_w}^{r_e} \quad \text{entonces:}$$

$$\bar{P} = \frac{2\pi h \phi \int_{r_w}^{r_e} P r dr}{2\pi h \phi \int_{r_w}^{r_e} r dr}$$

Simplificando e integrando el denominador:

$$\bar{P} = \frac{2 \int_{r_w}^{r_e} P r dr}{(r_e^2 - r_w^2)}$$

Puesto que r_e^2 es mucho mayor que r_w^2 :

$$\bar{P} = \frac{2}{r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} P r dr$$

Usando la Ecuación 2.16:

$$\bar{P} = \frac{2}{r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} \left\{ \frac{q\mu}{2\pi kh} \left(\ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^2}{2r_e^2} \right) + P_w \right\} r dr$$

$$\bar{P} = \frac{q\mu}{\pi khr_e^2} \int_{r_w}^{r_e} \left(\ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^2}{2r_e^2} \right) r dr + \frac{2}{r_e^2} \int_{r_w}^{r_e} P_w r dr$$

$$\bar{P} = \frac{q\mu}{\pi khr_e^2} \int_{r_w}^{r_e} \left(r \ln \frac{r}{r_w} - \frac{r^3}{2r_e^2} \right) dr + \frac{2}{r_e^2} P_w \frac{r_e^2 - r_w^2}{2}$$

$$\bar{P} = \frac{q\mu}{\pi khr_e^2} \left[\int_{r_w}^{r_e} r \ln \frac{r}{r_w} dr - \left(\frac{r_e^4 - r_w^4}{8r_e^2} \right) \right] + P_w \left(1 - \frac{r_w^2}{r_e^2} \right)$$

Puesto que r_e^2 es mucho mayor que r_w^2 se tiene que:

$$\bar{P} = \frac{q\mu}{\pi khr_e^2} \left[\int_{r_w}^{r_e} r \ln \frac{r}{r_w} dr - \left(\frac{r_e^2}{8} \right) \right] + P_w \quad (2.17)$$

Pero, $\int_{r_w}^{r_e} r \ln \frac{r}{r_w} dr$ debe integrarse por partes:

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$u = \ln \frac{r}{r_w} \quad \text{entonces:} \quad du = \frac{1}{(r - r_w)r_w}$$

$$dv = r dr \quad \text{entonces:} \quad v = \frac{r^2}{2}$$

$$\int_{r_w}^{r_e} r \ln \frac{r}{r_w} dr = \frac{r^2}{2} \ln \frac{r}{r_w} \Big|_{r_w}^{r_e} - \int_{r_w}^{r_e} \frac{r^2}{2} \frac{1}{r} dr$$

$$\int_{r_w}^{r_e} r \ln \frac{r}{r_w} dr = \frac{r_e^2}{2} \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{r_w^2}{2} \ln \frac{r_w}{r_w} - \left[\frac{r_e^2}{4} - \frac{r_w^2}{4} \right]$$

De nuevo, en virtud a que r_e^2 es mucho mayor que r_w^2

$$\int_{r_w}^{r_e} r \ln \frac{r}{r_w} dr = \frac{r_e^2}{2} \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{r_e^2}{4}$$

Reemplazando la anterior respuesta en la Ec. 2.17, se tiene:

$$\bar{P} = \frac{q\mu}{\pi khr_e^2} \left[\frac{r_e^2}{2} \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{r_e^2}{4} - \left(\frac{r_e^2}{8} \right) \right] + P_w$$

$$\bar{P} - P_w = \frac{q\mu}{\pi kh} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \right]$$

$$\bar{P} - P_w = \frac{q\mu}{2\pi kh} \left[\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right]$$

$$\bar{P} - P_w = \frac{q\mu}{2\pi kh} \left[\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} \right]$$

2.12. MOVILIDAD

Es la relación que existe entre la permeabilidad efectiva y la viscosidad de un fluido.

$$\lambda_f = \frac{k_f}{\mu_f}$$

En un proceso de flujo multifásico, existe relación entre las movilidades de los fluidos, a esto se le conoce como relación de movilidad, M , normalmente se expresa como la relación entre el fluido desplazante sobre el desplazado (algunos autores consideran la definición contraria). Si el fluido desplazante es agua²:

$$M = \frac{\lambda_w}{\lambda_o}$$

Si $M < 1$, significa que el crudo se mueve más fácilmente que el agua, si $M = 1$ significa que ambos fluidos tienen igual movilidad y si $M > 1$, significa que el agua es muy móvil con respecto al crudo.

2.13. TENSIÓN INTERFACIAL Y SUPERFICIAL

La interfase que separa a dos fases es una región con solubilidad limitada, que a lo sumo tiene el espesor de unas pocas moléculas. Se puede visualizar como una barrera que se forma debido a que las fuerzas atractivas entre las moléculas de la misma fase son mucho mayores que aquellas que existen en dos fases diferentes. La tensión superficial es una propiedad termodinámica fundamental de la interfase. Se define como *la energía disponible para incrementar el área de la interfase en una unidad*. Cuando dos fluidos están en contacto, las moléculas cerca a la interfase se atraen desigualmente por sus vecinas porque unas son más grandes que las otras, esto origina una superficie de energía libre/unidad de área que se llama tensión interfacial. En otras palabras, es la unidad de fuerza/unidad de

longitud. La tensión interfacial, σ , es la tensión que existe entre la interfase de dos fluidos inmiscibles. Es una medida indirecta de la solubilidad. A medida que la tensión interfacial se hace más baja, las dos fases se aproximan más a la miscibilidad. Si los fluidos son un líquido y su vapor, entonces se aplica el término de *tensión superficial*. A medida que el sistema se aproxima al punto crítico, las dos fases se hacen indistinguibles y la tensión superficial se hace cero. El valor de la tensión interfacial entre crudo y agua, σ_{ow} , oscila entre 10 y 30 dinas/cm (10 a 30 mN/m). La tensión superficial para sistemas hidrocarburos se puede calcular mediante:

$$\sigma^{\frac{1}{4}} = \frac{P}{PM}(\rho_L - \rho_{vap})$$

σ está en dinas/cm, ρ esta en gr/cm^3 y P es un parámetro adimensional característico de cada componente y está dado por:

$$P = 40 + 2.38 * PM_{liq}$$

La tensión interfacial juega un papel importante en el recobro de petróleo especialmente en los procesos terciarios, ya que si este parámetro se hace despreciable, entonces existirá un único fluido saturando el medio, el cual, fluye más fácilmente.

2.14. MOJABILIDAD

Tendencia de un fluido en presencia de otro inmisible con él a extenderse o adherirse a una superficie sólida. Los compuestos polares orgánicos en el crudo reaccionan con la superficie de la roca convirtiéndola en mojable por petróleo.

Geológicamente el agua es mojable. El grado de mojabilidad está relacionado de la siguiente forma: Gas < Oil < Agua. Cuando dos fluidos inmiscibles están en contacto, el ángulo formado por ellos (medido sobre el agua) se llama ángulo de contacto.

Medida de la mojabilidad. El ángulo de contacto es una medida indirecta de mojabilidad. Si $\theta < 90^\circ$ se dice que el sistema es mojado por agua y si $\theta > 90^\circ$ hace referencia a un sistema mojado por aceite. En virtud a la variación del contenido mineralógico del medio poroso y a la depositación de compuestos orgánicos procedentes del crudo, habrá zonas de diferente mojabilidad. Esto se conoce como mojabilidad dalmata. En un medio poroso el fluido mojante ocupa los poros menores y el no-mojante los mayores. La mojabilidad de un gas prácticamente no existe, esto hace que el gas se localice en las zonas de mayor permeabilidad y porosidad. La Fig. 2.20 ilustra este principio.

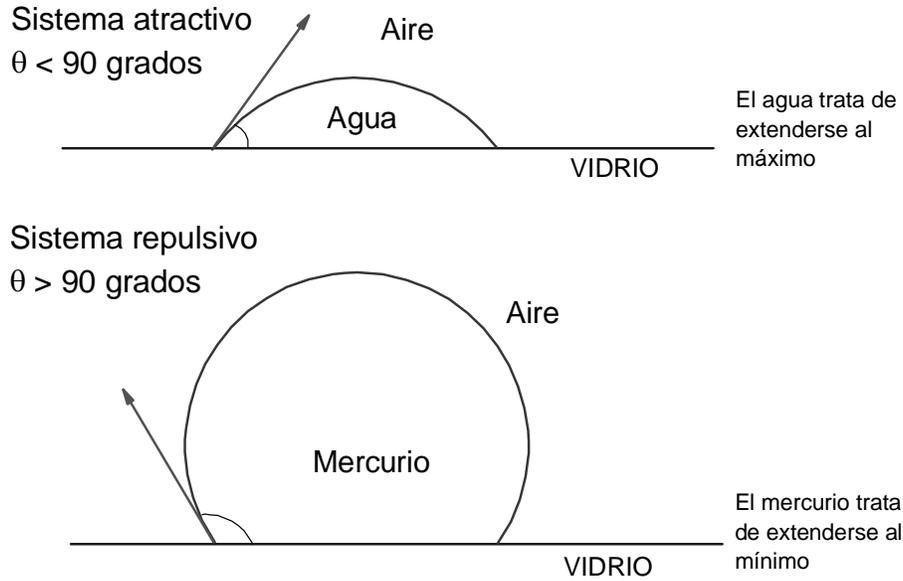


Fig. 2.19. Sistema atractivo y repulsivo

De acuerdo con la Fig. 2.22, para que exista el proceso de IMBIBICIÓN se requiere que $\theta < 90^\circ$, $P_2 > P_1$, $P_c = P_2 - P_1 > 0$. Otras particularidades de la imbibición son a) $P_e > P_s$ Imbibición forzada, b) $P_e = P_s$ Imbibición espontánea, y c) $P_e < P_s$ Imbibición inhibida. Si $\theta < 90^\circ$ existe succión. Aquí se requiere contrapresión (igual a P_c) para que no avance el menisco.

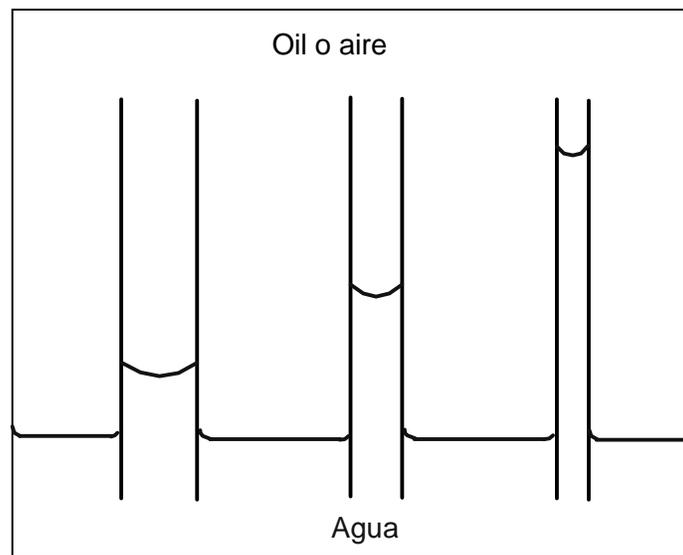


Fig. 2.20. Atracción preferencial del fluido en función del diámetro

En un sistema con DRENAJE, ver Fig. 2.23, $\theta > 90^\circ$, $P_1 > P_2$, $P_c = P_2 - P_1 < 0$ $P_e - P_s > P_c$ existe drenaje forzado.

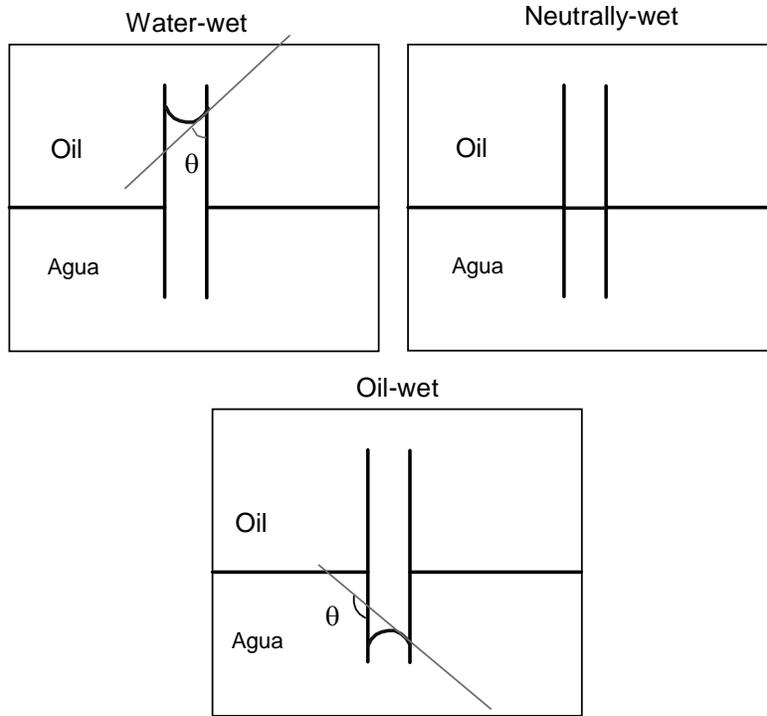


Fig. 2.21. Tipos de mojabilidad

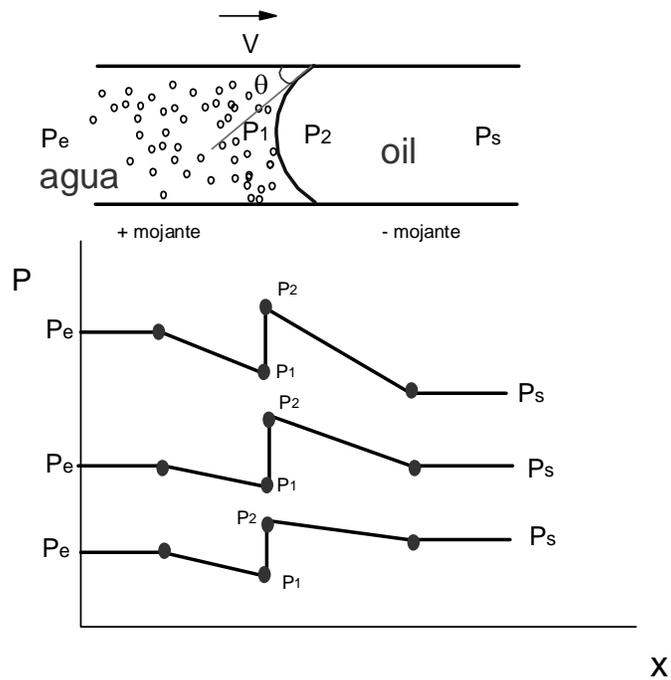


Fig. 2.22. Principio de la imbibición

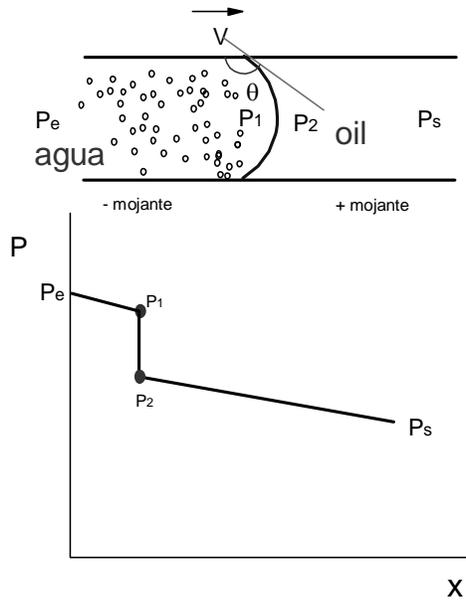


Fig. 2.23. Principio del drenaje

Las condiciones de mojabilidad con respecto al ángulo son:

Mojante, $0 < \theta < 70$

Neutro, $70 < \theta < 110$

No mojante, $110 < \theta < 180$

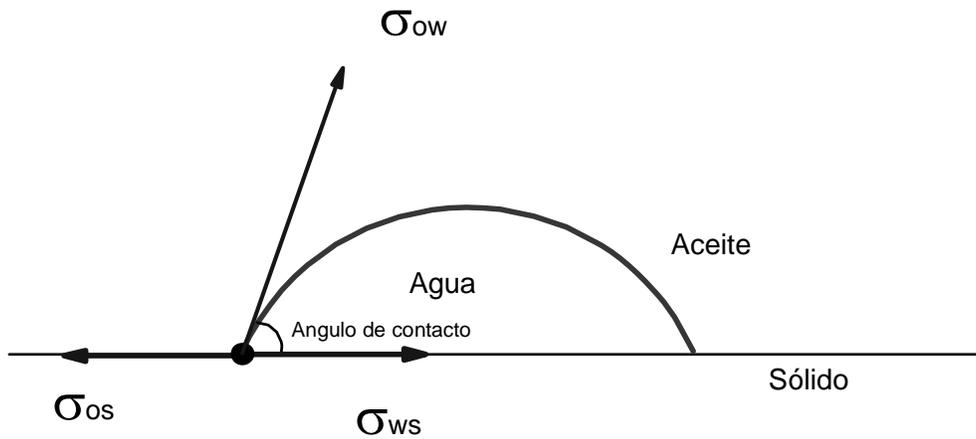


Fig. 2.24. Balance de fuerzas

La ecuación de Young-Dupre (balance de fuerzas en el punto de intersección de las líneas de tensión superficial - para el análisis matemático despréciase la gravedad) es:

$$\sum F = -\sigma_{os} + \sigma_{ow} \cos \theta + \sigma_{ws}$$

Despejando el ángulo de contacto, se tiene:

$$\theta = \arccos \left[\frac{\sigma_{OS} - \sigma_{WS}}{\sigma_{OW}} \right]$$

Si las tensiones de adhesión son iguales, $\theta = 90^\circ$. De aquí también se tiene que:

$$\sigma_{OS} - \sigma_{OW} = \sigma_{WO} \text{Cos}\theta \text{ que equivale a } \sigma_{os} - \sigma_{ws} = \sigma_{ow} \text{Cos}\theta$$

θ es medido con microscopio. θ cambia con el tiempo, pero se estabiliza después de unos pocos días. θ es función de la fuerza de adhesión líquido-sólido. En medios porosos, se recurre a una medida indirecta de la mojabilidad, la cual se conoce como índice de mojabilidad, IW , o índice USBM que va desde 1 para altamente humectable por agua hasta -1.5 para fuertemente humectable por petróleo. Ver Figs. 2.25 y 2.26. Luego esto incide en las curvas de permeabilidad relativa. Fig. 2.27.

$$IW = \log \left(\frac{A_1}{A_2} \right)$$

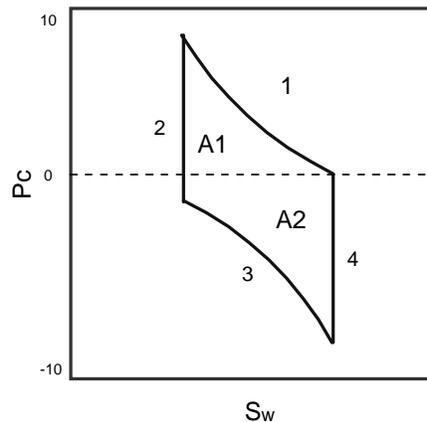


Fig. 2.25. Índice de mojabilidad

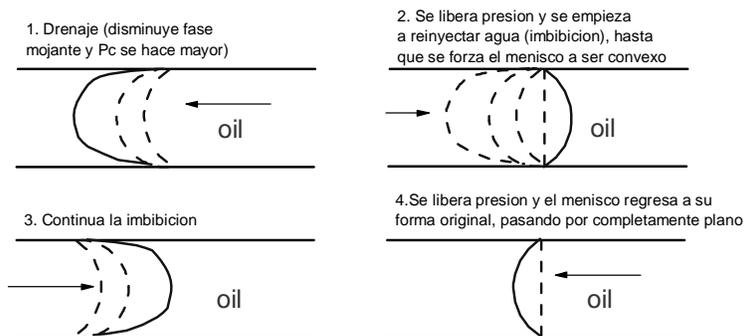


Fig. 2.26. Cambio del ángulo de contacto en función del desplazamiento

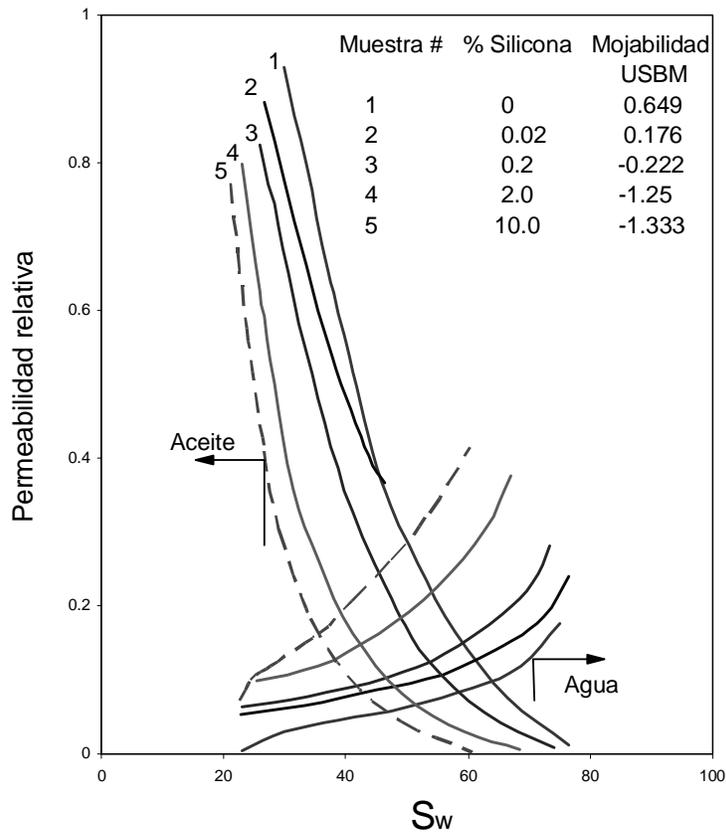


Fig. 2.27. Efecto de la mojabilidad en la permeabilidad relativa

2.15. DRENAJE, IMBIBICIÓN E HISTÉRESIS

Llámesse drenaje la disminución de la fase mojante e imbibición el aumento de la fase mojante. Experimentalmente se demostró, que θ es mayor cuando la fase mojante avanza sobre la roca que cuando se retira (histéresis). En un proceso de saturación y desaturación las presiones capilares medidas no son las mismas en un proceso de imbibición que en un proceso de drenaje, debido a que el camino termodinámico es aleatorio y por tanto diferente, tal diferencia en los valores de presión capilar se conoce como Histéresis^{2,3}.

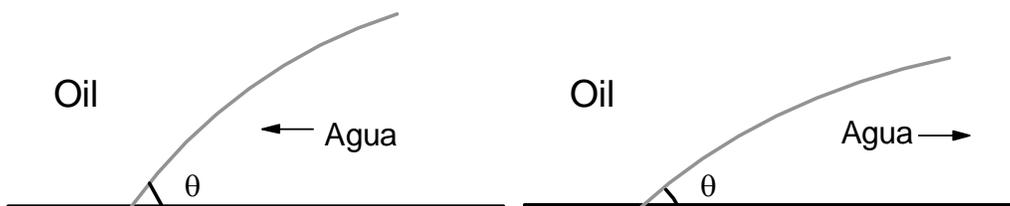


Fig. 2.28. Histéresis del ángulo de contacto

El desplazamiento de petróleo por agua es un proceso de imbibición. Las curvas de presión capilar y permeabilidades relativas deben hacerse bajo condiciones de imbibición debido a futuros procesos de inyección de agua.

2.16. ECUACIÓN DE LAPLACE

Una propiedad fundamental de los líquidos es la tendencia a contraerse y dar la menor área superficial posible produciendo una forma esférica en gotas pequeñas. La explicación a este comportamiento puede expresarse como un desbalance de fuerzas moleculares atractivas en la superficie del líquido. Considere un líquido coexistiendo con gas. Las moléculas en el interior están rodeadas por otras en todos los lados, sujetándolas a una atracción molecular uniforme en todas las direcciones. En la superficie externa, sin embargo, las moléculas son atraídas hacia adentro en todos los lados, pero no existe fuerza de atracción hacia fuera para balancear la fuerza hacia adentro. Este desbalance de fuerzas causa que la superficie se contraiga a la menor área posible y produce la tensión superficial, σ . Se debe efectuar trabajo para extender la superficie en oposición a la tensión superficial forzando las moléculas desde el interior a la superficie. Esto indica que existe una energía libre asociada con la superficie que tiene las mismas dimensiones que la tensión superficial.

Considere un segmento de una superficie interfacial que separa a dos fluidos con presiones diferenciales a través de la interfase, produciendo un rectángulo curvilíneo como se ilustra en la Fig. 2.29.a. Ambos centros de curvatura están al mismo lado, por lo tanto, R_1 y R_2 son positivos. El trabajo realizado para expandir la superficie mediante el incremento de la presión en el lado convexo, es el trabajo contra la tensión superficial. Las longitudes de los arcos en los lados se incrementa de L_1 a $L_1 + (L_1/R_1)dz$ y de L_2 a $L_2 + (L_2/R_2)dz$. El área de la superficie original ABCD se expande a la superficie A'B'C'D' donde⁶:

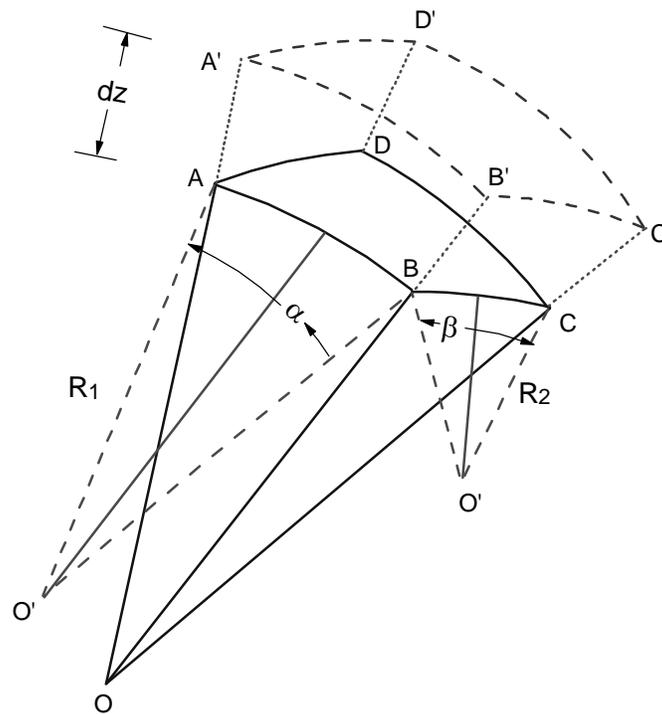


Fig. 2.29.a. Radio de curvatura de la interfase entre dos fluidos⁶

$$\text{Area } ABCD = L_1 \times L_2$$

$$\text{Area } A'B'C'D' = \left(L_1 + \frac{L_1}{R_1} dz \right) \times \left(L_2 + \frac{L_2}{R_2} dz \right)$$

$$\text{Area } A'B'C'D' = L_1 L_2 \left(1 + \frac{dz}{R_1} + \frac{dz}{R_2} + \frac{dz^2}{R_1 R_2} \right)$$

El término dz^2 es muy pequeño y puede despreciarse, luego el incremento en el área es igual a:

$$A'B'C'D' - ABCD = L_1 L_2 dz \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

El trabajo isotérmico contra la tensión superficial requerido para expandir el área es:

$$\text{Trabajo(1)} = \sigma L_1 L_2 dz \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

El trabajo isotérmico realizado para incrementar la presión para avanzar la superficie a la distancia dz es:

$$\text{Trabajo(2)} = PL_1 L_2 dz$$



Fig. 2.29.b. Principio de la presión capilar

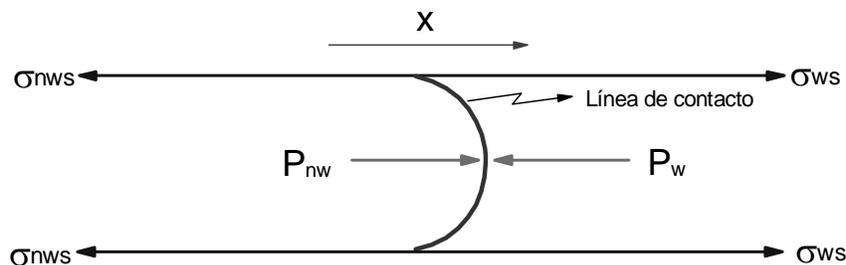


Fig. 2.29.c. Diagrama de fuerzas

Igualando los dos trabajos y cancelando términos comunes da la presión capilar en función de la tensión interfacial y los radios de curvatura:

$$P_c = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Cuando se habla de medios porosos, R_2 es negativo (ver Fig. 2.31), por lo tanto, una forma más general de la ecuación anterior es:

$$P_c = \sigma \left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \right)$$

2.17. PRESIÓN CAPILAR

Es la *diferencia de presión entre el fluido de la fase no mojante y la fase mojante*. En un sistema poroso, se observa que las fuerzas inducidas por la mojabilidad preferencial del medio con uno de los fluidos se extiende sobre toda la interfase, causando diferencias de presión medibles entre los dos fluidos a través de la interfase. Cuando los fluidos están en contacto, las moléculas cerca a la interfase se atraen desigualmente por sus vecinas. Si la interfase es curvada la presión sobre un lado (cóncavo con respecto al fluido más denso) excede la del otro lado (convexo con respecto al fluido más denso), luego, esa diferencia es la presión capilar. El concepto de la presión capilar como característica de una roca porosa resultó de la representación de fenómenos capilares en tubos de diámetro pequeño (capilares). La interfase de un sistema petróleo-agua en un tubo de diámetro grande es plana porque las fuerzas en las paredes del tubo se distribuyen sobre un perímetro grande y no penetran en el interior. Por lo tanto, las presiones de los fluidos en las interfaces son iguales. Los poros de las rocas son análogos a los tubos capilares. En diámetros pequeños, las fuerzas inducidas por la preferencia humectable del sólido por uno de los fluidos se extiende sobre toda la interfase, causando diferenciales de presión entre los dos fluidos a través de la interfase.

Considere el sistema de la Fig. 2.29.c donde existe equilibrio estático. El agua moja fuertemente la superficie con un ángulo de contacto. Se puede observar que la presión de petróleo es mayor que la de agua, sin importar la longitud del tubo. El agua puede desplazarse mediante inyección de aceite. El aceite se desplazará espontáneamente si la presión de la fase de aceite se reduce, aunque la presión en la fase de agua es menor que la de aceite. Este fenómeno puede verse en el análisis de fuerzas dado a continuación. En equilibrio, $\Sigma F_x = 0$, luego:

$$P_{nw}(\pi r^2) + \sigma_{ws}(2\pi r) - P_w(\pi r^2) - \sigma_{nws}(2\pi r) = 0$$

$$P_{mw} - P_w = \frac{2(\sigma_{nws} - \sigma_{ws})}{r}$$

Como se vio anteriormente:

$$\sigma_{os} - \sigma_{ws} = \sigma_{ow} \text{Cos}\theta$$

$$\sigma_{nws} - \sigma_{ws} = \sigma_{nww} \text{Cos}\theta$$

Luego:

$$P_{mw} - P_w = \frac{2\sigma_{nww} \text{Cos}\theta}{r}$$

Por convención la presión capilar $P_o - P_w$ es negativa para sistemas mojados por aceite. En términos generales, la presión capilar se define como la diferencia de presión entre la presión de la fase mojannte y no mojannte y siempre se considera positiva. Existen formaciones menos mojables, intermediamente mojables y fuertemente mojannte. La presión capilar tiene aplicaciones en simulación de yacimientos y en ingeniería de yacimientos para calcular, principalmente, la altura de la zona de transición y la saturación de agua irreducible.

$$P_c = P_{nw} - P_w$$

En la Fig. 2.30, la longitud sobre la cual la fuerza σ es aplicada en el capilar de radio r es $2\pi r$. Luego el total de la fuerza capilar será $2\pi r\sigma$. Y la fuerza vertical es $2\pi r\sigma \text{Cos}\theta$. Puesto que la presión se define como F / A , entonces:

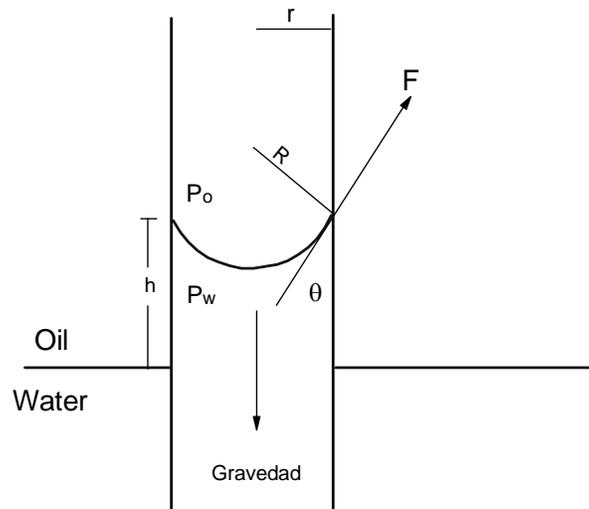


Fig. 2.30. Diagrama de fuerzas⁶

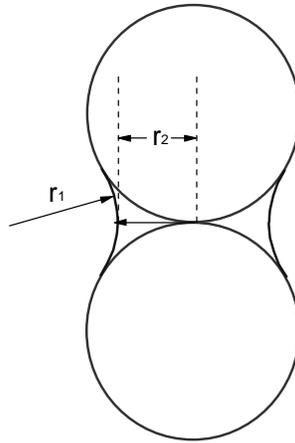


Fig. 2.31. Efecto del tamaño de poro en la presión capilar

$$P_c = \frac{2\pi r \sigma \cos \theta}{\pi r^2}$$

que simplificando resultará:

$$P_c = \frac{2\sigma \cos \theta}{r}$$

La anterior expresión implica que la P_c aumenta a medida que r disminuye. La presión capilar está originalmente dada por la Ecuación de Laplace:

$$P_c = P_{nw} - P_w = P_o - P_w = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

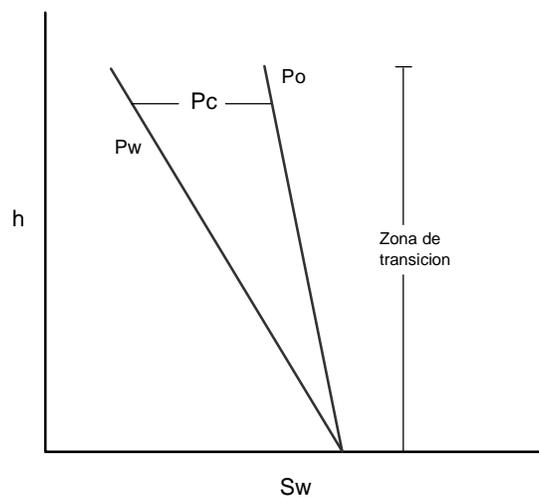


Fig. 2.32. Efecto de la saturación (altura) sobre la presión capilar

donde r_1 se mide sobre el petróleo. En términos generales r_1 y r_2 son los radios de curvatura en el mismo lado de la interfase, para el caso del tubo capilar ambos tienen valores positivos. De lo contrario el radio más pequeño es positivo y el más grande es negativo. r_1 y r_2 son iguales a $r/\cos\theta$ para un capilar uniforme de radio r . En la Fig. 2.30, a la altura h , cuando existe equilibrio hidrostático capilaridad-gravedad, las presiones deben ser iguales, para el caso del aceite y agua, respectivamente:

$$P = P_o + \rho_o gh$$

$$P = P_w + \rho_w gh$$

Mediante substracción:

$$P_c = P_o - P_w = \Delta\rho gh$$

Si $r = R \cos \theta$ y $r_1 = r_2 = R$, después de hacer estos reemplazos en Laplace se tiene:

$$P_c = \sigma \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R} \right) = \Delta\rho gh$$

$$P_c = \sigma \left(\frac{2}{R} \right) = \Delta\rho gh$$

Puesto que $R = r/\cos \theta$. Luego:

$$P_c = P_o - P_w = \frac{2\sigma \cos \theta}{r} = \Delta\rho gh$$

Existe un grupo adimensional que representa la relación de las fuerzas viscosas y las fuerzas capilares. Este grupo se conoció como número capilar, N_{ca} :

$$N_{ca} = \frac{\text{Fuerzas Viscosas}}{\text{Fuerzas Capilares}} = \frac{v \mu_w}{\sigma_{ow} \cos \theta}$$

Este, más tarde se generalizó como:

$$N_{ca} = \frac{u \mu_w}{\sigma_{ow}}$$

EJEMPLO

Estime la *tensión superficial* de agua a 77° F para un capilar sumergido en agua, si el ángulo de contacto es 38°, el radio del capilar es 100 μm y el peso de la columna de agua es de 12 cm¹².

SOLUCIÓN

La Tensión superficial es la diferencia de presiones entre dos fases, en este caso el líquido y su vapor.

$$\sigma_w = \frac{P_c r}{2 \cos \theta} \quad (a)$$

La presión capilar se define así:

$$P_c = (\rho_w - \rho_{aire})gh \quad (b)$$

Como la densidad del aire es despreciable, queda:

$$P_c = \rho_w gh \quad (c)$$

Reemplazando la Ec. (c) en (a)

$$\sigma_w = \frac{\rho_w g h r}{2 \cos \theta} \quad (d)$$

Sustituyendo en (d) lo siguiente: $\theta = 38^\circ$, $\rho_w = 1 \text{ gr/cc}$, $h = 12 \text{ cm}$ y $r = 100 * 10^{-6} \text{ m}$:

$$\sigma_w = \frac{(1)(980)(12)(0.01)}{2 \cos 38^\circ} = 74.6 \text{ dina / cm}$$

EJEMPLO

Calcule el gradiente de presión para el flujo de agua con viscosidad de 1 cp que fluye a una rata de un yacimiento de 1 ft/día a través de un capilar con diámetro de 0.04 pulgadas.

SOLUCIÓN

Utilizando la ecuación de Hagen-Poiseuille:

$$\frac{\Delta P}{L} = -6.22 * 10^{-8} \frac{\mu V}{r^2 g_c}$$

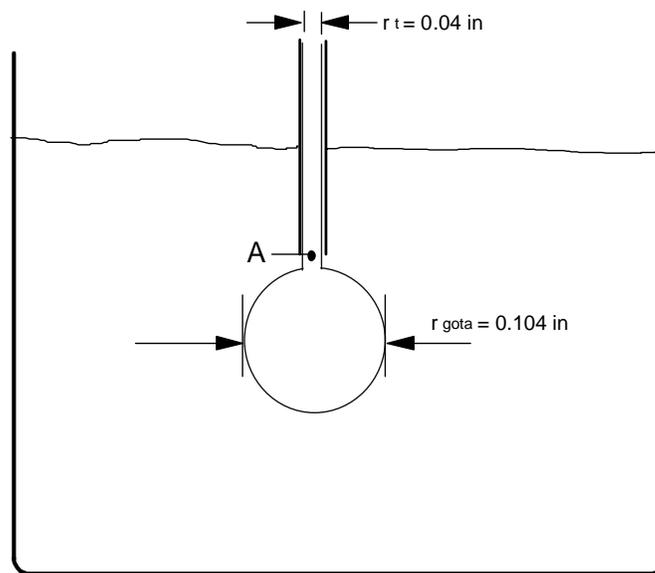


Fig. 2.32.a. Esquema para determinar la tensión interfacial

$$\frac{\Delta P}{L} = -6.22 \cdot 10^{-8} \frac{(1cp)(1ft/día)}{(1.66 \cdot 10^{-3})^2 (32.2 \frac{lbm ft}{lbf s^2})} = -0.0007 \text{ psi / ft}$$

EJEMPLO

Para determinar la tensión interfacial entre agua y crudo, el agua está siendo desplazada a través de un tubo en un baño de crudo. El agua forma una gota esférica la cual se rompe o separa del agua en el tubo de inyección cuando alcanza cierto tamaño y cae al fondo del recipiente. Ver Fig. 2.32.a. Otros datos son: $\rho_w = 1.02 \text{ gr/cc}$, $\rho_o = 0.8 \text{ gr/cc}$ ¹².

SOLUCIÓN

$\Sigma F_A = \text{Fuerza de boyancia} - \text{Fuerzas interfaciales}$

$$(\rho_w - \rho_o)V_{gota}g - IFT \cdot L = 0$$

$$V_{gota} = \frac{4}{3} \pi r_{gota}^3$$

$$L = \text{perímetro en el cuello, } A = 2\pi r_t$$

$$IFT = \frac{(\rho_w - \rho_o)V_{gota}g}{L} = \frac{(1-0.75) \cdot \frac{4}{3} \pi r_{gota}^3 \cdot 980}{2\pi(0.04)(2.54)} = 29.63 \text{ dina / cm}$$

2.18. FUNCIÓN *J* DE LEVERETT O CURVA PROMEDIA DE PRESIÓN CAPILAR

El hecho que las curvas de presión capilar de casi todos los materiales naturalmente porosos tienen muchas características en común y ha conducido a introducir algunas ecuaciones generales desde el punto de vista adimensional. Basado en el hecho que la presión depende de la porosidad, la fuerza interfacial y la geometría del poro, Leverett definió su función adimensional de saturación la cual la llamó la función *J*. La **Función *J* de Leverett** es una herramienta poderosa para el desarrollo de técnicas nuevas y veloces de mejoramiento de procesos que intentan obtener un punto de vista más exacto de la distribución de los fluidos del yacimiento. Algunas de estas aplicaciones son: recobro de inyección de agua, inicialización de modelos de simulación, que mejoran la distribución inicial de la saturación de agua para una representación tridimensional, distribución de presiones y saturaciones en yacimientos dinámicos y otros. Esta función tiene una gran importancia y una relación fuerte con el mejor entendimiento del comportamiento del yacimiento^{9,10}. Referirse a las Figs. 2.33.b a la 2.36.

$$J(S_w) = \frac{P_c}{\sigma} \sqrt{\frac{k}{\phi}}$$

Esta función adimensional sirve muy bien en muchos casos para remover discrepancias en las curvas de presión capilar y las reduce a una curva común. Para derivar *J*, se tiene en cuenta que la permeabilidad tiene unidades L^2 , luego el radio en la Ec. de P_c se substituye por $(k/\phi)^{0.5}$. Las curvas de permeabilidad relativa también sufren de histéresis que está relacionada con la histéresis de las curvas de presión capilar. Yacimientos que son candidatos a ser inyectados con agua usualmente tienen saturaciones de petróleo inferior a la inicial. Luego, la condición inicial del yacimiento estará sobre uno de los caminos de desplazamiento. Si el proceso de recobro moviliza aceite, creando un banco de petróleo con saturación incrementada de petróleo, el camino de saturación cambia de imbibición a drenaje o viceversa. La histéresis del ángulo de contacto y la rugosidad de las superficies son posibles contribuyentes a la histéresis de las permeabilidades relativas. La pendiente de la curva de presión capilar durante drenaje, es una buena medida cualitativa del rango de distribución del tamaño del poro. Entre más cerca de la horizontalidad o entre más plana sea la curva de presión capilar es más uniforme el tamaño de los poros dentro de la roca.

2.19. ANÁLISIS DE DATOS DE PRESIÓN CAPILAR¹⁰

Dadas las curvas de presión capilar medidas sobre 75 corazones tomadas al azar frente a intervalos de yacimientos de arena. Cinco de estas curvas son mostradas en la Fig. 2.41. Otros datos requeridos son los siguientes:

σ_{ow} , tensión interfacial agua-aceite a condiciones de yacimiento = 33 dinas/cm

σ_w , tensión superficial aire-agua a condiciones de prueba = 71 dinas/cm

ρ_w , densidad de la salmuera a condiciones de yacimiento = 0.45 psi/ft

ρ_o , densidad del yacimiento de petróleo a condiciones de yacimiento = 0.31 psi/ft

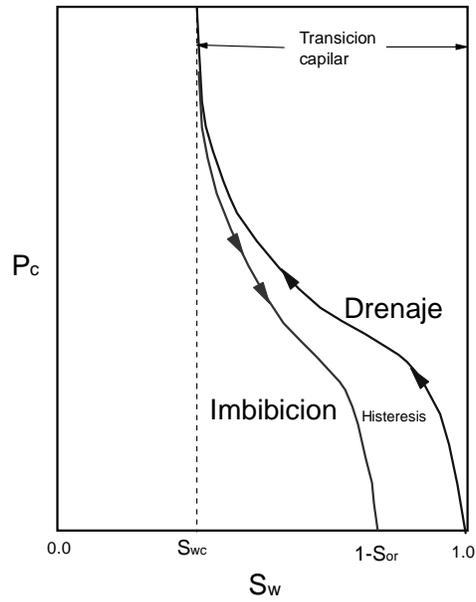


Fig. 2.33.b. Histéresis de la curva de presión capilar

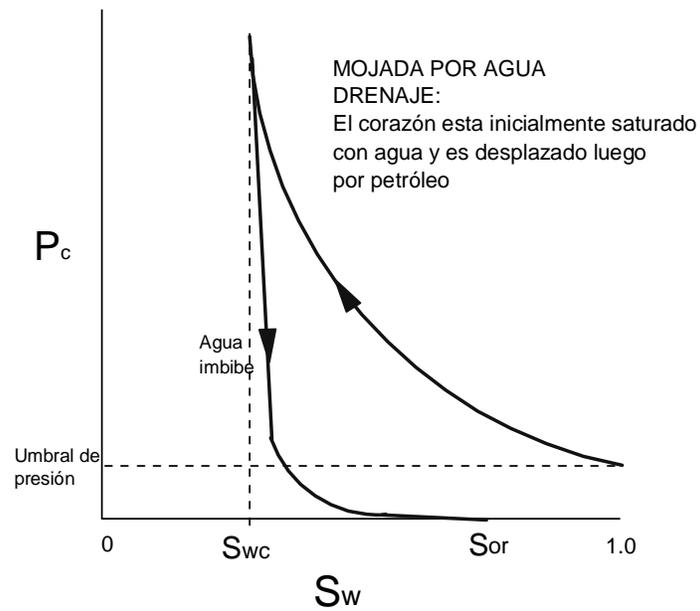


Fig. 2.34. Curva de presión capilar en un sistema mojado por agua

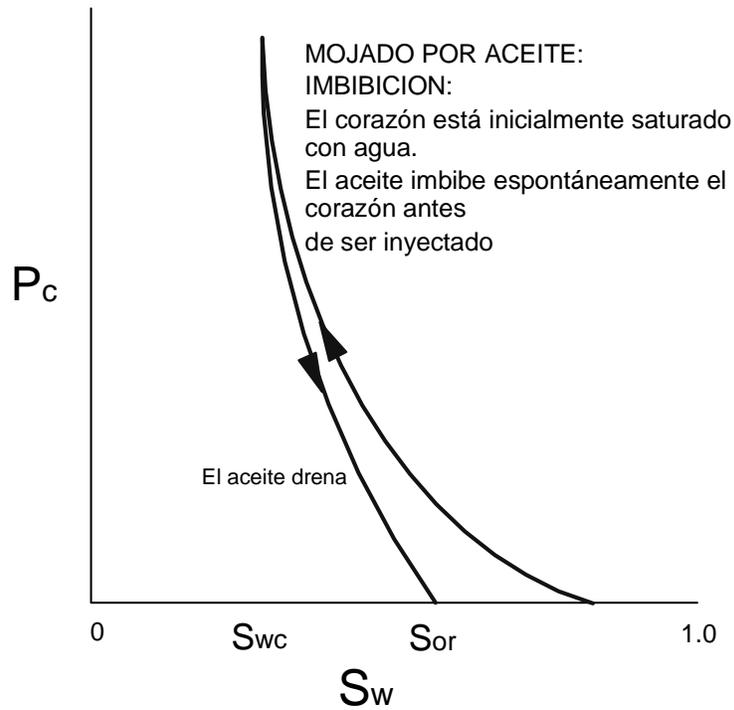


Fig. 2.35. Curva de presión capilar en un sistema mojado por aceite

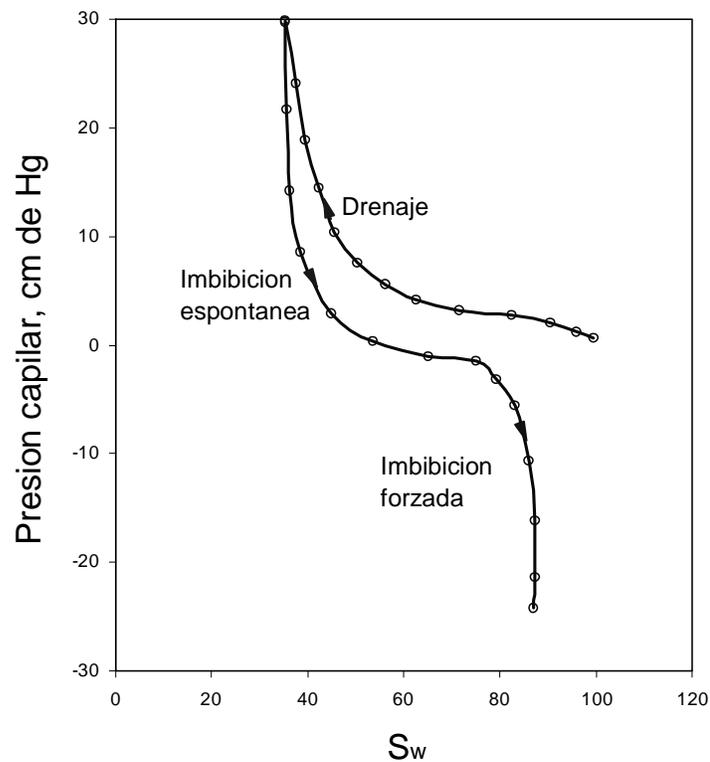


Fig. 2.36. Curva de presión capilar para un sistema con mojabilidad intermedia – Se presenta en el 47 % de los casos

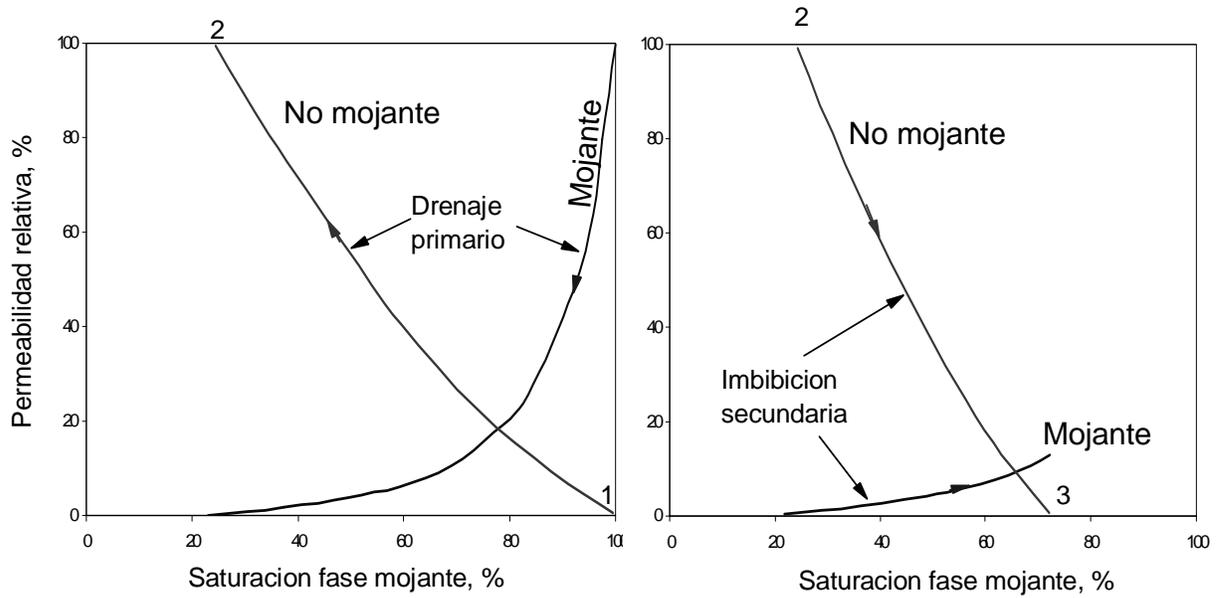


Fig. 2.37. Efecto de la mojabilidad en las curvas de permeabilidades relativas

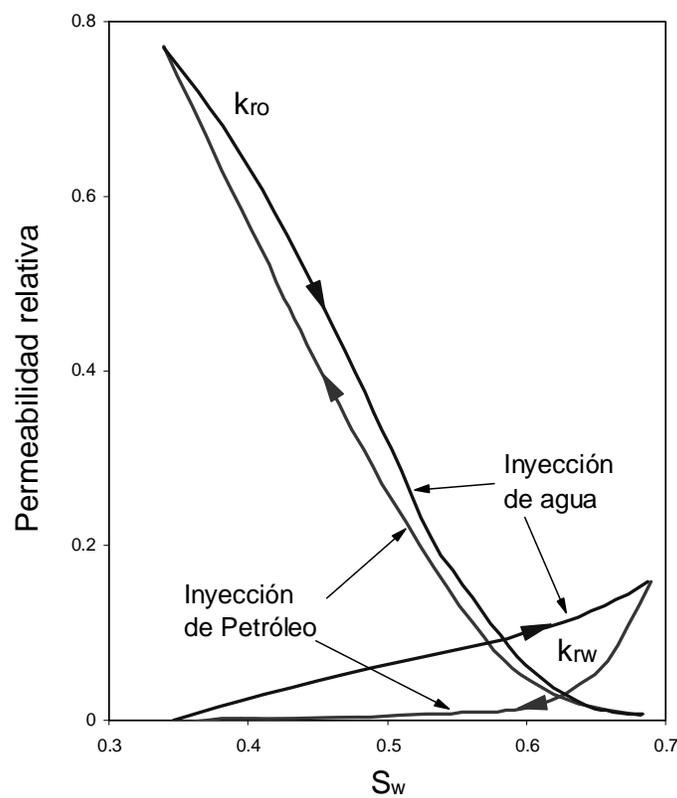


Fig. 2.38. Histéresis de las curvas de permeabilidad relativa durante inyección de agua y de petróleo, respectivamente

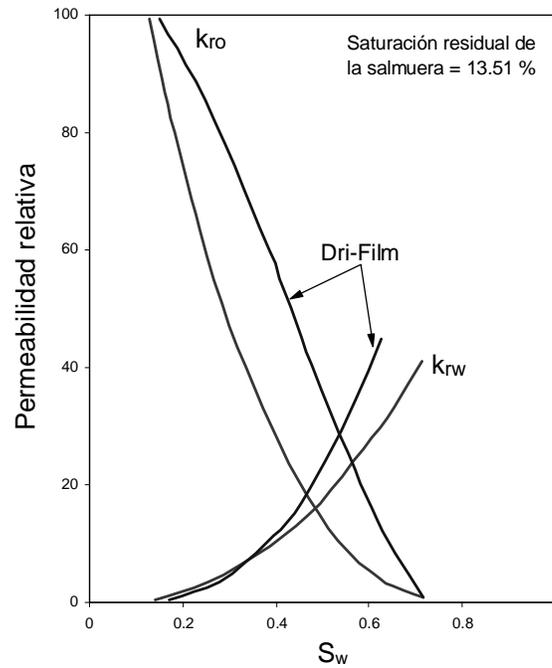


Fig. 2.39. Curvas de permeabilidades relativas para una arenisca Berea antes y después de un tratamiento Dri-film

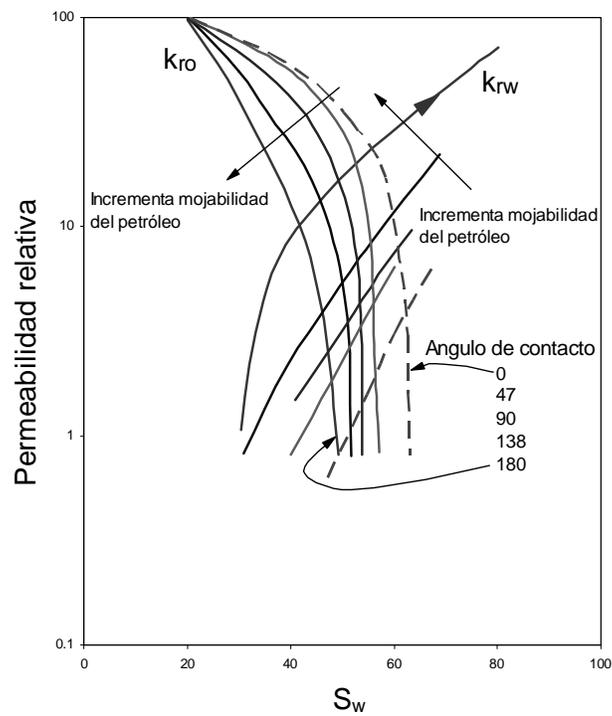


Fig. 2.40. Permeabilidades relativas para un rango determinado de mojabilidades (dado por el ángulo de contacto) de la arenisca Torpedo

k_{av} , Permeabilidad absoluta promedio del yacimiento obtenida de 1000 muestras analizadas 155 md.

Determinar:

1. Correlaciones entre permeabilidad y saturación de agua.
2. Curva de presión capilar promedio para el yacimiento.
3. Factor de conversión para relacionar la escala de presión capilar con la elevación desde el nivel de agua libre.
4. Saturación mínima de agua intersticial.

A continuación se da el procedimiento detallado para determinar los datos de presión capilar.

1. La Fig. 2.41 muestra 5 curvas típicas de presión capilar de 75 involucradas en este problema. Cada curva fue obtenida de un corazón individual con su respectiva permeabilidad, las cuales son anotadas sobre la curva. Usando una presión capilar constante de 75 psi, la saturación de agua para cada curva fue leída y graficada contra permeabilidad, ver la Fig. 2.42. La tabla 2.4 muestra los valores leídos de la Fig. 2.41 para presión capilar constante de 75, 50, 25, 10 y 5 psi.

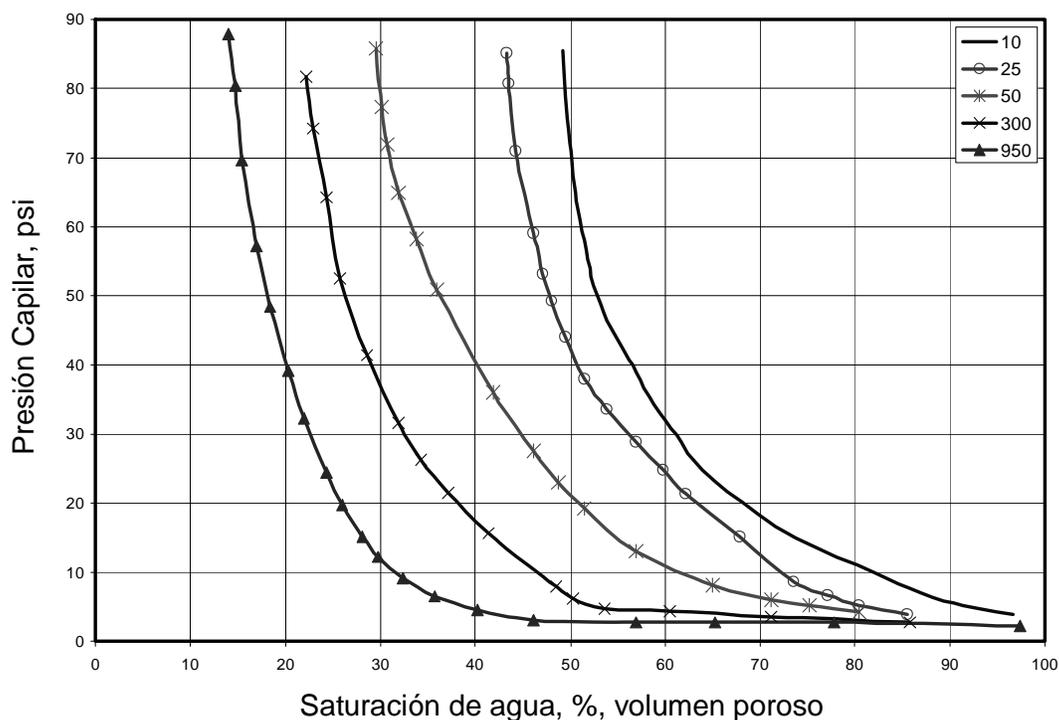


Fig. 2.41. Curva típica de presión capilar para un yacimiento de arena (aire-agua)¹⁰

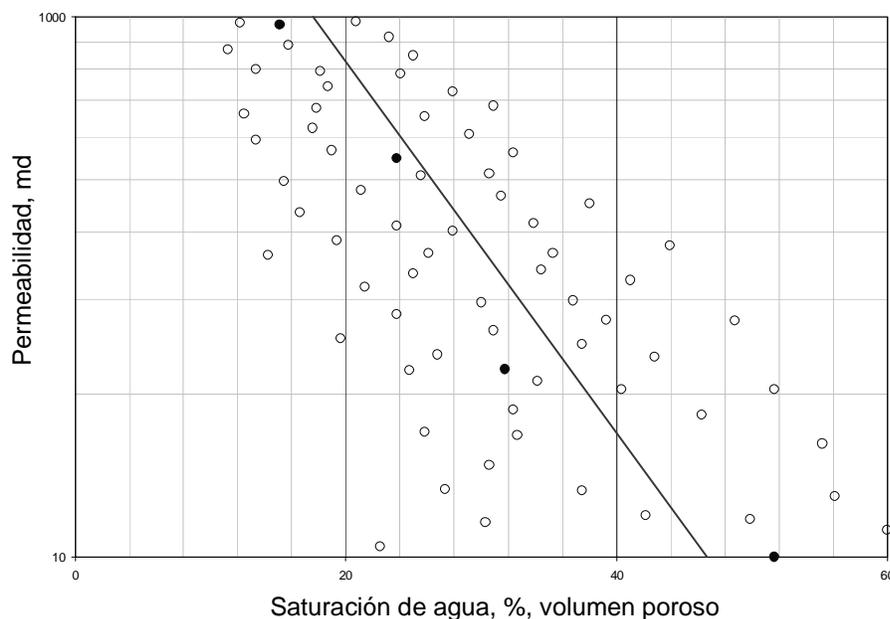


Fig. 2.42. Variación de la saturación de agua con la permeabilidad a presión capilar constante de 75 psi¹⁰

Tabla 2.4. Permeabilidad vs. saturación de agua a presión capilar constante¹⁰

Permeabilidad	Saturación de agua para presión capilar constante, %				
	75 psi	50 psi	25 psi	10 psi	5 psi
950	14.0	16.5	22.0	30.0	39.0
300	22.5	25.5	34.0	45.5	56.0
50	30.0	36.0	47.0	61.5	78.0
25	44.5	47.5	59.0	71.5	83.0
10	50.5	53.0	63.5	81	92.0

Se traza una línea promedio a través de los datos para dar una relación entre permeabilidad y saturación de agua a una presión capilar constante (ésto se hizo para presión capilar de 75 psi en la Fig. 2.42). La Fig. 2.43 muestra curvas de cinco presiones capilares; ésto fue derivado individualmente, en la misma forma que la curva de 75 psi.

2. Las Figs. 2.41, 2.42 y 2.43 muestran un método aceptable para promediar los datos de presión capilar. Según todos los datos de análisis de corazones se encontró una permeabilidad promedio del yacimiento y ésta se usa para obtener la curva promedio de presión capilar del yacimiento de datos promediados de la Fig. 2.43. Los datos de la tabla 2.5 fueron leídos de la Fig. 2.44 para una permeabilidad promedio de yacimiento de 155 md y se presentan en la Fig. 2.44. Las condiciones promedio de la Fig. 2.44 se muestran como la curva típica de permeabilidad relativa para agua y aceite de la Fig. 2.45. La última gráfica se construyó para mostrar la relación entre las curvas de presión capilar y permeabilidad relativa.

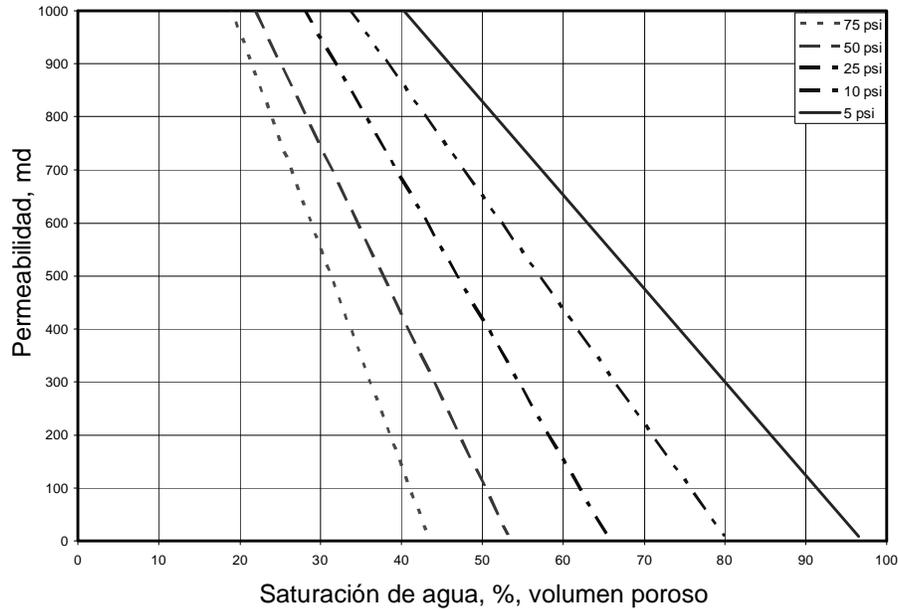


Fig. 2.43. Variación de la saturación de agua con la permeabilidad a presiones capilares seleccionadas, obtenido de igual forma que la Fig. 2.43¹⁰

Tabla 2.5. Datos de presión capilar promedio de yacimiento, ($k_{av} = 155 \text{ md}$)¹⁰

Presión capilar, psi	Saturación de agua, %
75	27.0
50	33.0
25	41.0
10	51.0
5	61.5

3. Se encontró una correlación entre presión capilar y distancia desde el nivel de agua libre de los datos dada y la ecuación es:

$$P_{cl} = \frac{\sigma_w}{\sigma_{ow}} (\rho_w - \rho_o) h$$

$$P_{cl} = (71/33)(0.45 - 0.35)h$$

$$P_{cl} = (2.15)(0.14)h = 0.301h$$

$$\text{ó } h = 3.3 P_{cl}$$

En este caso 3.3 es el factor para relacionar los datos de presión capilar promedio medida en el laboratorio, P_{cl} , con la correspondiente distancia vertical desde el nivel de agua libre (extremo inferior al final de la zona de transición o elevación más alta a la cual se encuentra el 100% de la saturación de agua).

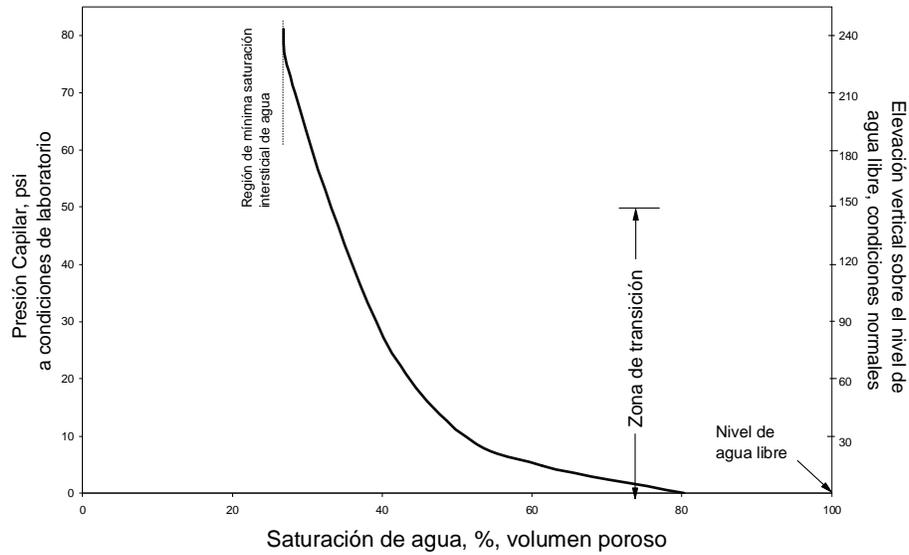


Fig. 2.44. Datos leídos de la Fig. 2.43 para una permeabilidad promedio de 155 md y usados para graficar curva de presión capilar promedio de yacimiento¹⁰

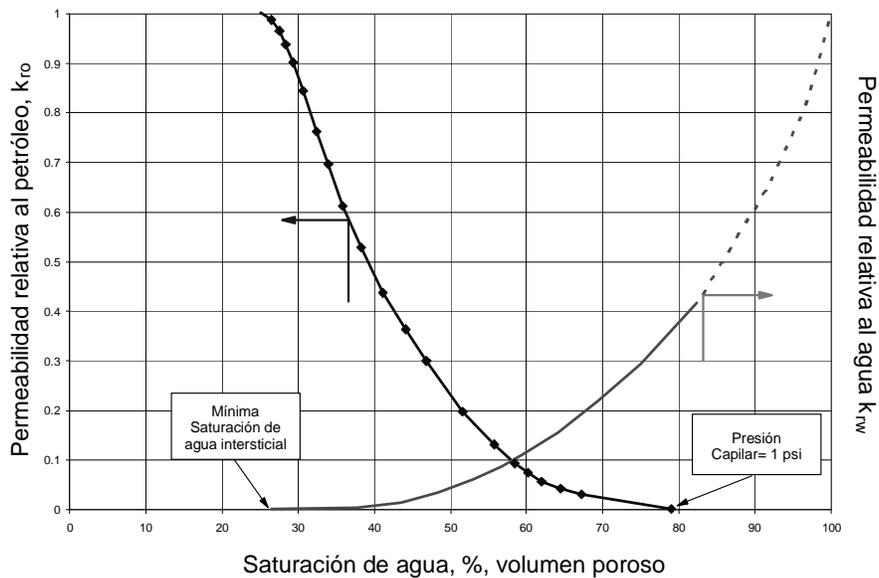


Fig. 2.45. Curvas típicas de permeabilidad relativa petróleo-agua para el promedio de propiedades estudiadas¹⁰

4. De la Fig. 2.44 se observa que la mínima saturación de agua intersticial es cerca al 26 %.

DISCUSIÓN: La presión capilar esta definida como la presión diferencial a través de una interfase entre dos fases de fluido. Esto es dado en la ecuación:

$$P_c = \sigma(1/R_1 + 1/R_2)$$

Y también con la ecuación:

$$P_c = \Delta\rho gh$$

Considerando la primera ecuación a condiciones de laboratorio y a condiciones de yacimiento y la segunda ecuación a condiciones de yacimiento, es fácil llegar a la ecuación $P_{cl} = \sigma_w / \sigma_{ow} (\rho_w - \rho_o) h$, la cual relaciona las condiciones de laboratorio y yacimiento. Usando estas relaciones, se asume lo siguiente: 1) Se requiere limpieza de laboratorio y otros procesos para que no se alteren las características de la superficie de la matriz de la roca; 2) La roca esté 100 % humectada por agua; 3) los radios de curvatura en el yacimiento y a condiciones de laboratorio son iguales; 4) El yacimiento inicialmente estuvo completamente saturado por agua, la cual fue subsecuentemente desplazada por hidrocarburos; el desplazamiento con agua no fue completo pero se retuvo suficiente agua para satisfacer las fuerzas de presión capilar; 5) Al descubrirse el yacimiento las cantidades de agua e hidrocarburos eran equivalentes a aquellas requeridas para que exista equilibrio entre fuerzas gravitacionales capilares. Obviamente, las primeras tres asunciones son muy difíciles de satisfacer completamente. los procesos de restauración en laboratorio, se cree que pueden alterar la humectabilidad y otras propiedades de superficie de la roca. El grado de alteración y su efecto final sobre los resultados, no se conoce muy bien. Se cree que muchas rocas del yacimiento son preferiblemente humectadas por agua, pero hay algunas que son humectadas por aceite, incluyendo algunas de campos importantes.

Los datos de presión capilar han sido ampliamente usados para encontrar saturación de agua intersticial. Es necesario analizar bastantes corazones para asegurar que los datos sean representativos. En este caso (yacimiento grande) se analizaron 75 muestras. La Fig. 2.41 muestra la curva de presión capilar para cinco de estas muestras. Note que la presión capilar incrementa cuando la saturación de agua disminuye. Se alcanza un punto cuando cambios significativos en presión no cambian apreciablemente la saturación. Esta región de la curva da la llamada mínima saturación de agua intersticial. Otra característica de algunas de estas curvas es que una cantidad considerable de desaturación puede tomar lugar con un pequeño incremento en la presión capilar. Esto es verdad en la curva de la muestra de 950 md. Dicho comportamiento indica una ligera uniformidad en la muestra. La presión capilar a la cual la fase no mojante (aceite en un sistema humectado por agua), puede ser forzada primero dentro de los poros (por ejemplo la presión capilar mas baja a la cual existe cierta saturación de aceite) es llamada presión de desplazamiento. En los 950 md del ejemplo de la Fig. 2.41 esta presión es 3 psi. Los conceptos teóricos indican que la permeabilidad y la presión capilar están relacionadas. Esto es, para una roca particular y una saturación de agua dada, la presión capilar debería incrementarse más ampliamente en muestras ordenadas con la permeabilidad decreciente. Este fenómeno se observa en la Fig. 2.41. La distribución de la Fig. 2.42 muestra la influencia de otros factores. La distribución de puntos de la Fig. 2.43 es similar a la Fig. 2.42.

La Fig. 2.44 muestra la curva promedio de presión capilar del yacimiento obtenida de la Fig. 2.43 usando la permeabilidad promedio absoluta del yacimiento. Observe que esta gráfica tiene dos escalas de presión capilar, una a condiciones de laboratorio y otra a condiciones de yacimiento. Con esta gráfica es posible obtener un valor de saturación de agua (para la permeabilidad promedio de la roca) en algún punto por encima del nivel de agua libre. Por ejemplo a 90 pies la saturación de agua libre es el 40 %. Si desea, las curvas de la Fig. 2.43 pueden ser usadas para determinar las curvas de presión capilar medias para segmentos del yacimiento (compartimiento). A partir de datos de corazones para cada segmento respectivo, las permeabilidades promedio son calculadas y usadas en la Fig. 2.43.

Muchos ingenieros y geólogos definen el contacto agua-aceite como la elevación más baja a la cual puede obtenerse la producción de aceite libre de agua. La máxima saturación de agua por debajo de la cual solamente aceite libre será producido es definida por las características de permeabilidad relativa petróleo-agua de la roca del yacimiento con sus fluidos. La Fig. 2.45 muestra que aun a una saturación del 40 % muy poca agua fluye con el aceite producido. Cuando los datos de permeabilidad relativa no son disponibles, usualmente se asume la saturación de agua en la zona que produce aceite libre, se representa por aquella correspondiente presión capilar de 45 a 75 psi. Esta es una consideración razonable para arenas limpias de buena y alta porosidad y permeabilidad porque la zona de transición posee solo unos pocos pies de altura y el mínimo valor de agua intersticial puede ser aproximado al orden de 10 pies por encima del nivel de agua libre. Además, hay una pequeña diferencia en la saturación de agua a este nivel y a niveles altos con sus correspondientes presiones capilares más altas.

En arenas sucias o apretadas la mínima saturación de agua intersticial puede alcanzarse únicamente al alcanzar altas presiones capilares. En tales casos hay una variación considerable de agua con el espesor dentro de la zona productora de aceite libre. Asumir una presión capilar de 45 a 75 psi, puede conducir a errores considerables. La zona de transición es definida como el intervalo en el cual la saturación es tal que el petróleo y el agua fluyen. Aquí nuevamente estos intervalos son definidos de acuerdo a datos de permeabilidad relativa petróleo-agua para la roca del yacimiento y sus fluidos. En esta zona es donde se cree que existen reservas de petróleo y la determinación de la saturación de agua promedio del yacimiento llega a ser más compleja.

El método de determinación capilar de saturación de agua intersticial ha sido encontrado satisfactorio (en muchos campos) para puntos por encima de la zona de transición. Para tales condiciones las medidas de laboratorio pueden ser limitadas a un dato por muestra tomado a presión suficientemente alta para asegurar mínima saturación de agua. Si se obtienen suficientes puntos para definir la curva de presión capilar, la prueba se hace tediosa, consumidora de tiempo y costosa. Se han realizado comparaciones entre la determinación de saturación de agua al analizar corazones con lodo base aceite y el método de presiones capilares, de acuerdo a esto se encuentran buenos resultados. No obstante, deberían ser encontrados casos donde existan grandes diferencias, generalmente cuando la saturación intersticial de agua del yacimiento es baja, 15% o menos. Esta saturación de agua baja indica que en condiciones de humectabilidad al aceite son posibles. La

restauración en el laboratorio de corazones humectados con petróleo puede resultar en cambios de las características de humectabilidad y así explicar las diferencias encontradas⁹.

EJEMPLO

Cuatro juegos de presiones capilares petróleo-agua se dan en la tabla 2.6, para cuatro corazones del mismo yacimiento. La tensión interfacial del sistema aceite-agua es 72 dinas/cm y $\theta = 45^\circ$. Calcule y grafique la función J. Los factores de conversión son $6894.757 \text{ Pa} = 6894.57 \text{ dinas/cm}^2 = 1 \text{ psi}$, lo cual da $1 \text{ dina/cm}^2 = 1.450377 \times 10^{-5}$ y $1 \text{ darcy} = 0.989633 \mu\text{m}^2$.

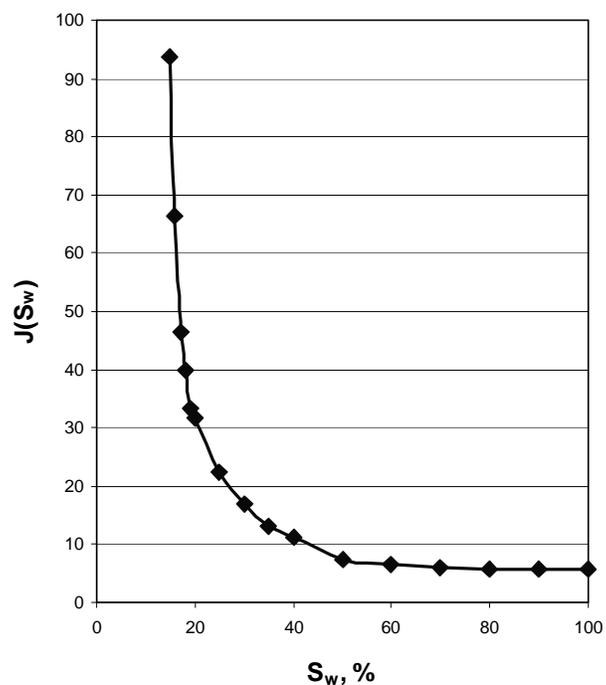
Tabla 2.6. Juegos de presión capilar, P_c

S_w %	P_c , psi			
	$k = 1 \text{ md}$ $\phi = 8 \%$	$k = 15 \text{ md}$ $\phi = 11 \%$	$k = 100 \text{ md}$ $\phi = 15 \%$	$k = 500 \text{ md}$ $\phi = 22 \%$
15	93.59	28.34	12.82	6.94
16	66.48	20.13	9.10	4.93
17	46.54	14.09	6.37	3.45
18	39.89	12.08	5.46	2.96
19	33.24	10.06	4.55	2.47
20	31.82	9.63	4.36	2.36
25	22.46	6.80	3.08	1.67
30	16.85	5.10	2.31	1.25
35	13.1	3.97	1.79	0.97
40	11.23	3.40	1.54	0.83
50	7.49	2.27	1.03	0.56
60	6.55	1.98	0.90	0.49
70	6.08	1.84	0.83	0.45
80	5.62	1.70	0.77	0.42
90	5.62	1.70	0.77	0.42
100	5.62	1.70	0.77	0.42

SOLUCIÓN

Se debe tener especial cuidado en las unidades cuando se resuelve este problema. Haciendo los cálculos para $S_w = 20 \%$, $k = 500$ y $\phi = 0.22$ se tiene⁹:

$$J(S_w) = \frac{P_c}{\sigma \cos \theta} \sqrt{\frac{k}{\phi}}$$

Fig. 2.56. Función J de Leverett⁹Tabla 2.6. Función J de Leverett⁹

S_w %	$J(S_w)$			
	$k = 1$ md $\phi = 8$ %	$k = 15$ md $\phi = 11$ %	$k = 100$ md $\phi = 15$ %	$k = 500$ md $\phi = 22$ %
15	1.4097	1.4097	1.4097	1.4097
16	1.0014	1.0014	1.0014	1.0014
17	0.7010	0.7010	0.7010	0.7010
18	0.6008	0.6008	0.6008	0.6008
19	0.5007	0.5007	0.5007	0.5007
20	0.4793	0.4793	0.4793	0.4793
25	0.3383	0.3383	0.3383	0.3383
30	0.2537	0.2537	0.2537	0.2537
35	0.1974	0.1974	0.1974	0.1974
40	0.1692	0.1692	0.1692	0.1692
50	0.1128	0.1128	0.1128	0.1128
60	0.0987	0.0987	0.0987	0.0987
70	0.0916	0.0916	0.0916	0.0916
80	0.0846	0.0846	0.0846	0.0846
90	0.0846	0.0846	0.0846	0.0846
100	0.0846	0.0846	0.0846	0.0846

$$J(S_w) = \left[2.36 \text{ psi} \left(\frac{100 \text{ cm}}{m} \right) \sqrt{\frac{0.5 \text{ darcy} \left(\frac{0.9869233 \times 10^{-12} \text{ m}^2}{1 \text{ darcy}} \right)}{0.22}} \right] \div$$

$$\left[\frac{72 \text{ dina}}{\text{cm}} \cos 45 \left(\frac{1.450377 \times 10^{-5} \text{ psi}}{1 \text{ dina} / \text{cm}^2} \right) \right] = 0.4793$$

Los demás valores se presentan en la tabla 2.7 y en la Fig. 2.46.

2.20. RELACIONES ENTRE k - ϕ

2.20.1. Ecuación de Karman-Kozeny

En la Fig. 2.47, todos los tubos tienen el mismo radio, r . La tortuosidad, τ expresa la relación entre el largo del corazón y el largo de un camino⁶.

$$\tau = \left(\frac{L_h}{L} \right)^2$$

De acuerdo con la Ley de Hagen-Poiseuille:

$$q = \left(\frac{n\pi r^4}{8\mu} \right) \frac{\Delta P}{L} \quad (2.18)$$

Siendo n el número de tubos. La ley de Darcy para flujo lineal es:

$$q = \left(\frac{kA}{\mu} \right) \frac{\Delta P}{L} \quad (2.19)$$

Combinando las Ecs. (2.18) y (2.19), resulta;

$$k = \frac{n\pi r^4}{8A} \quad (2.20)$$

Si;

$$\phi = \frac{V_p}{V_t} = \frac{n\pi r^2 L}{AL} \quad (2.21)$$

Despejando el área, A , se tiene:

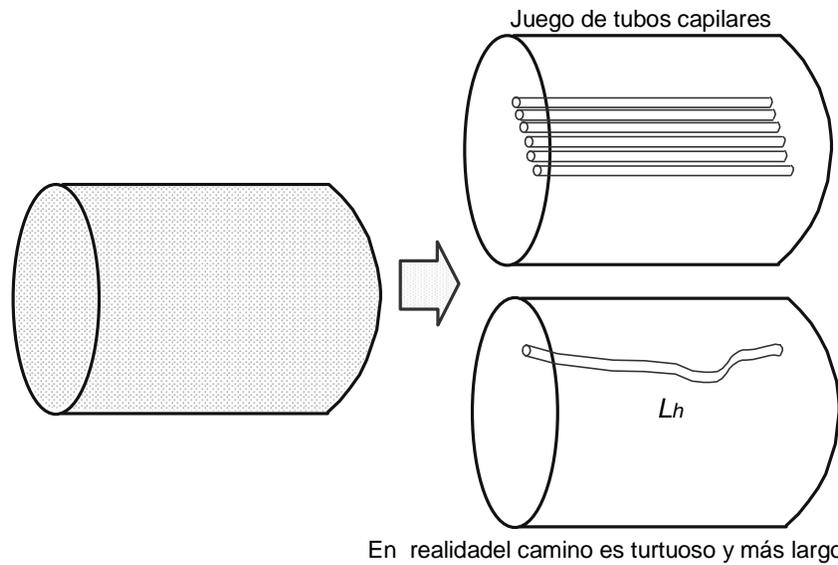


Fig. 2.47. Comparación de un sistema tortuoso con un sistema de tubos capilares

$$A = \frac{n\pi r^2}{\phi} \quad (2.22)$$

Sustituyendo la Ec. (2.22) en (2.20), se obtiene:

$$k = \left(\frac{r^2}{8}\right)\phi \quad (2.23)$$

La ecuación (2.23) es la ecuación genérica de Kozeny, r está en cm, k en cm^2 y la porosidad en fracción. El radio hidráulico se define como:

$$r_h = 2\sqrt{\frac{k}{\phi}}$$

Defina S_{pv} = Area superficial por unidad de volumen poroso, $1/\text{cm}$. En otras palabras, es la superficie total de los poros por unidad de volumen de poros de la roca.

$$S_{pv} = \frac{A_s}{V_p} = \frac{n(2\pi rL)}{n\pi r^2 L} = \frac{2}{r_p} = \frac{4}{d_p} \quad (2.24)$$

r_p y d_p son el radio y el diámetro del capilar, respectivamente. Defina S_{gv} = Area superficial por unidad de volumen de grano.

$$S_{gv} = \frac{A_s}{AL(1-\phi)} = \frac{n2\pi rL}{AL(1-\phi)} = \frac{n\pi r^2}{A} \frac{2}{r} \frac{1}{(1-\phi)} \quad (2.25)$$

En la Ec. 2.25:

$$\phi = \frac{n\pi r^2}{A} \quad (2.26)$$

Combinando las Ecs. (2.24) a (2.26):

$$S_{gv} = S_{pv} \left[\frac{\phi}{1-\phi} \right] \quad (2.27)$$

Puesto que $S_{pv} = 2/r_p$, luego $r_p^2 = \frac{4}{S_{pv}^2}$, entonces la Ec. (2.23) se convierte en:

$$k = \left(\frac{r^2}{8} \right) \phi = \left(\frac{4/S_{pv}^2}{8} \right) \phi$$

$$k = \frac{\phi}{2S_{pv}^2} \quad (2.28)$$

Combinando las Ecs. (2.27) y (2.28), se obtiene:

$$k = \frac{1}{2S_{gv}^2} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} \quad (2.29)$$

Más tarde, Karman introdujo el concepto de tortuosidad, definido como:

$$\tau = \left(\frac{L_h}{L} \right)^2 = \frac{\text{Camino real}}{\text{Longitud corazon}} \quad (2.30)$$

de donde;

$$L_h = L\sqrt{\tau}$$

La ecuación de Poiseuille para modelo de tubo capilar tortuoso es entonces:

$$q = \left(\frac{n\pi r^4}{8\mu} \right) \frac{\Delta p}{L\sqrt{\tau}} \quad (2.31)$$

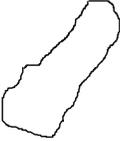
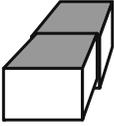
Forma de grano	Modelo	Valor de S_{gv}
		$9/d_g$
		$6/d_g$
		$6/d_g$
		$5/d_g$
		$4/d_g$
		π

Fig. 2.48. Consideraciones de Tiab¹³ para el S_{gv}

Aplicando un procedimiento similar. En otras palabras combinando la Ec. (2.31) con la ley de Darcy, se llega a:

$$k = \left(\frac{r_p^2}{8\tau} \right) \phi \quad (2.32)$$

y;

$$k = \frac{\phi}{2\tau S_{pv}^2} \quad (2.33)$$

Luego, la ecuación de Carman-Kozeny resulta:

$$k = \frac{1}{2\tau S_{gv}^2} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} \quad (2.34)$$

Usando granos esféricos, Carman halló que τ puede ser aproximado a 2.5, luego las Ecs. (2.33) y (2.34) se convierten en:

$$k = \frac{\phi}{5 S_{pv}^2} \quad (2.35)$$

$$k = \frac{1}{5 S_{gv}^2} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} \quad (2.36)$$

Algunos valores de S_{gv} pueden hallarse de la Fig. 2.48.

2.20.2. Correlación de Timur

$$k = 0.135 \frac{\phi^{4.4}}{S_{wi}^2}$$

Limitaciones:

- Se asume que S_{wi} es una función lineal del área superficial.
- S_w es uniforme a lo largo del yacimiento
- La geometría del poro es constante y uniforme
- El corazón está saturado con agua-aire
- Los exponentes 4.4 y 2 son específicos para las muestras

2.20.3. Correlación de Coates-Denoo

$$k = (10\phi_e)^4 \left(\frac{1-S_{wi}}{S_{wi}} \right)^2$$

ϕ_e es la porosidad efectiva, en fracción

k es la permeabilidad es md

REFERENCIAS

1. Slider, H.C. "*Worldwide Practical Petroleum Reservoir Engineering Methods*". PennWell Books. Tulsa, Ok. 1983.
2. Craft, B.C. and M.F., Hawkins. "*Applied Reservoir Engineering*". Prentice-Hall International. New Jersey, 1991.
3. Dake, L.P. "*Fundamental of Reservoir Engineering*". Elsevier Scientific Publishing Co. 1978.
4. Darcy, H. Les fontaines Publiques de la Ville de Dijon, Victor Dalmont, Paris. pp. 304-311. 1856.
5. Nelson, R.A., "*Geologic Analysis o Naturally Fractured Reservoirs*". Gulf Publishing Co. Second Edition. 2001.
6. Tiab, D., and Donaldson, E.C. "*Petrophysics*". Gulf Publishing Co. 1996.
7. Honarpour, M., Koederitz, L.F. and Hervert Harvey, A. "*Empirical Equations for Estimating Two-Phase Relative Permeability in Consolidated Rock*". JPT Dec. 1982. P. 2905.
8. Prada, A., and Civan, F. "*Modification of Darcy's law for the threshold pressure Gradient*". Journal of Petroleum Science and Engineering 22. pp. 237-240. 1999.
9. Towler, B.F. "*Fundamental Principles of Reservoir Engineering*". SPE Textbook Series Vol. 8. Richardson, TX., 2001.
10. Guerrero. "*Practical Reservoir Engineering*". The Petroleum Publishing Co. Tulsa, Ok. 1956.
11. Universidad del Zulia. "*Curso Básico de Ingeniería de Yacimientos*".
12. Green, D.W. y Willhite, G.P., "*Enhanced Oil Recovery*". SPE Textbook Series Vol. 6. Society of Petroleum Engineers. Richardson, TX., 1998.
13. Tiab, D. "Advanced Petrophysics". Lectura notes. Summer 1994. The University of Oklahoma.

CAPITULO 3

PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS DEL YACIMIENTO

3.1. PROPIEDADES PVT

Consiste en determinar en el laboratorio una serie de propiedades físicas de un fluido en el yacimiento (petróleo, agua o gas) que relacionan presión, volumen y temperatura. Un paso previo a un buen análisis PVT, consiste en la obtención de una muestra representativa del yacimiento que esté a las condiciones de presión y temperatura del mismo. A este respecto existen normas muy detalladas y compañías especializadas para tomarlas de acuerdo al tipo de fluido que se debe muestrear.

Un análisis PVT es costoso y muchas veces se trata de yacimientos viejos que no poseen ésta información o muy nuevos que todavía no han sido evaluados. Por estas razones se han desarrollado una serie de ecuaciones o correlaciones empíricas que permiten determinar las propiedades de los fluidos del yacimiento. A continuación se presentan las principales características del gas y el petróleo y las correlaciones más usadas en su determinación. En general, el PVT se refiere al conjunto de propiedades de volumen medidas a una presión y temperatura determinada. Estas propiedades son factor volumétrico de formación del petróleo, que es función de la presión del yacimiento, del factor volumétrico y de la compresibilidad del crudo, factores volumétricos del gas y el agua., gas disuelto en crudo que es función de la gravedad del crudo, temperatura, presión y gravedad del gas. La viscosidad del crudo es función de la Temperatura, presión y gas disuelto. El factor volumétrico bifásico, $\beta_t = \beta_o + (R_{si} - R_s)\beta_g$. La compresibilidad del crudo es función de P , API , T y γ_g . La compresibilidad del agua es función del gas disuelto en agua y la concentración de cloruro de sodio dado en parte por millón, ppm.

NOTA: En los gráficos que se presentan a continuación, los puntos de arranque de cada curva son muy diferentes y no se ven reflejados allí.

$$\beta_g = \frac{\text{Volumen en yacimiento}}{\text{Volumen en superficie}}$$

De acuerdo con la ley de los gases:

$$V = \frac{znRT}{p}$$

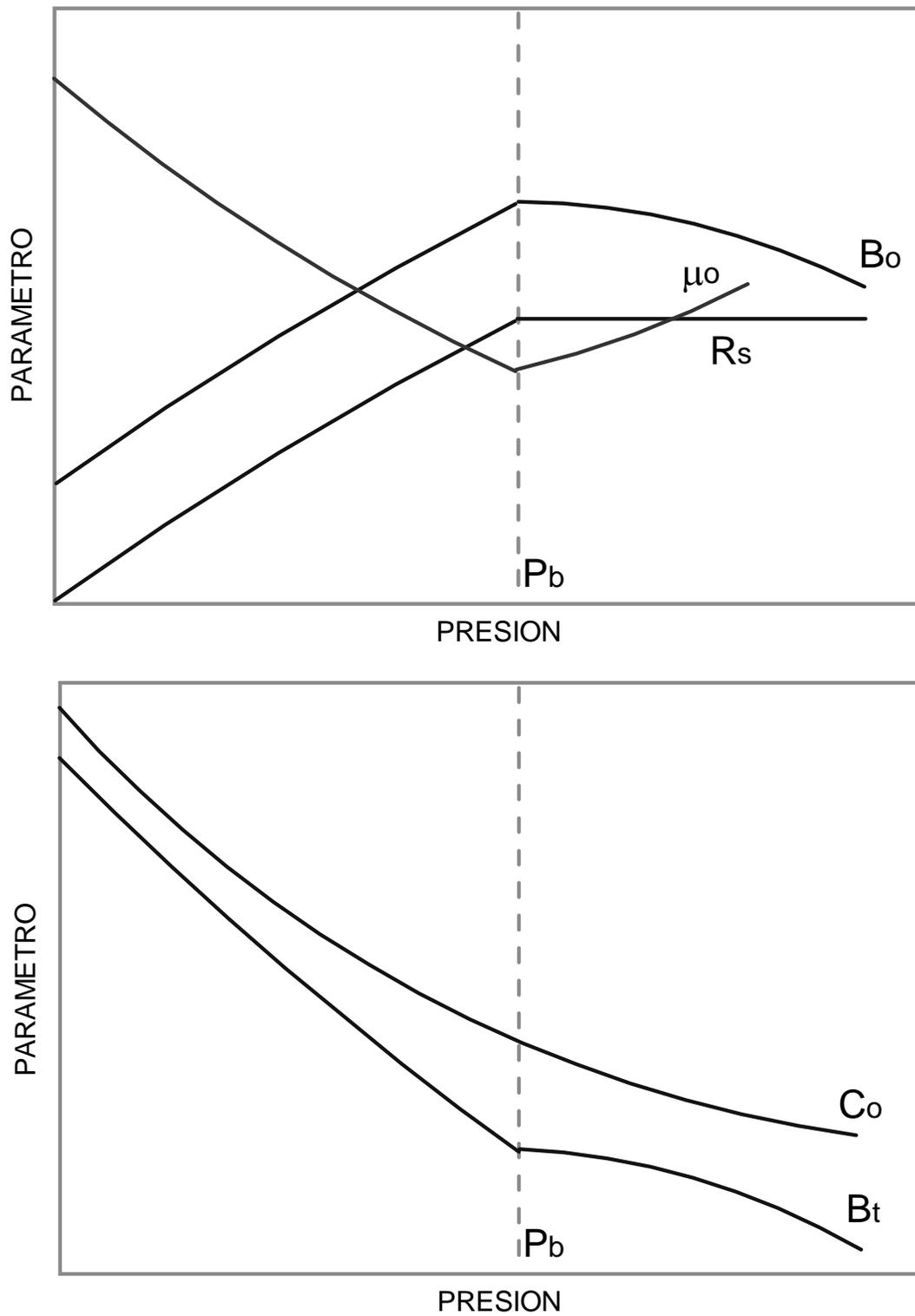


Fig. 3.1. PVT para el aceite

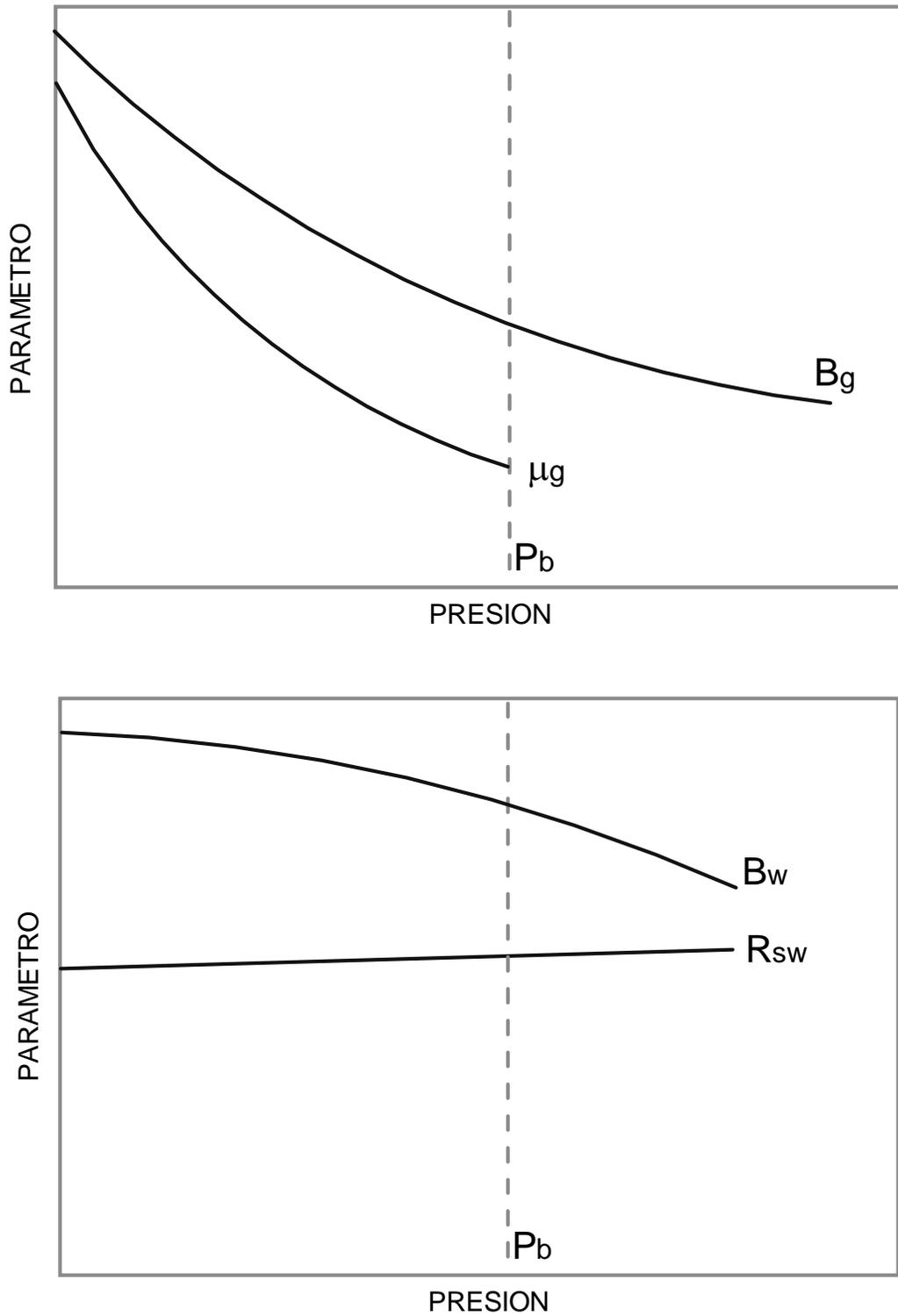


Fig. 3.2. PVT para el gas y agua

luego β_g se expresa como:

$$\beta_g = \frac{znRT_{yto}/p_{yto}}{nRT_{sup}/p_{sup}}$$

Expresando las cantidades conocidas en superficie, la constante universal de los gases y reagrupando todo ello en una constante llamada cte, se tiene

$$\beta_g = cte \cdot z \left(\frac{T}{p} \right)_{yto}$$

De acuerdo a las unidades de medida, se tienen las siguientes constantes:

$$\beta_g = 0.02829 \cdot z \left(\frac{T}{p} \right)_{yto} ; \frac{ft^3}{pcn}$$

$$\beta_g = 0.00504 \cdot z \left(\frac{T}{p} \right)_{yto} ; \frac{bbl}{pcn}$$

$$\beta_g = 35.35 \cdot z \left(\frac{T}{p} \right)_{yto} ; \frac{PCN}{ft^3}$$

$$\beta_g = 198.4 \cdot z \left(\frac{T}{p} \right)_{yto} ; \frac{pcn}{bbl}$$

3.2. LIBERACIÓN INSTANTÁNEA

Es utilizada para determinar el punto de burbujeo. Se eleva la Presión mayor a la presión del punto de burbuja y se miden los volúmenes de fluido. El factor volumétrico sobre el punto de burbuja se calcula mediante:

$$c = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP} = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dP}$$

La compresibilidad del petróleo juega un papel importante entre P_b y $P > P_b$, de modo que:

$$c \int_{P_b}^P dP = -\int_{V_b}^V \frac{dV}{V}$$

Integrando resulta:

$$c(P_b - P) = -\ln \frac{V}{V_b}$$

$$e^{c(P_b - P)} = \frac{V}{V_b}$$

Puesto que existe una relación de volúmenes, se pueden reemplazar éstos por los factores volumétricos, Por lo tanto:

$$\beta_o = \beta_{ob} e^{c(P_b - P)}$$

Para calcular el factor de desviación del gas, Z:

$$P_{sr} = P / P_{cr}$$

$$T_{sr} = T / T_{cr}$$

Con estos valores se va a la gráfica de Standing y Katz y se lee el valor de Z. Para una mezcla de gases, las propiedades críticas del gas y su peso molecular promedio se obtienen por ponderación con la composición molar, de modo que:

$$\bar{P}\bar{M} = \sum_{i=1}^n PM_i \cdot x_i$$

$$\bar{P}_{cr} = \sum_{i=1}^n P_{cr_i} \cdot x_i$$

$$\bar{T}_{cr} = \sum_{i=1}^n T_{cr_i} \cdot x_i$$

Más adelante, en esta unidad, se detallará la determinación de las propiedades críticas. A partir de la ley de los gases:

$$pV = znRT$$

De acuerdo con la definición de densidad:

$$\rho = \frac{nPM}{V}$$

Combinando estas dos ecuaciones se tiene:

$$\rho = \frac{nPM}{znRT/p} = \frac{PM \cdot p}{zRT}$$

Puesto que la gravedad específica del gas es la relación entre la densidad del gas y la densidad del aire, se tiene:

$$\gamma_g = \frac{\rho_{gas}}{\rho_{aire}} = \frac{PM_{gas}p/zRT}{PM_{aire}p/zRT} = \frac{PM_{gas}}{28.97}$$

Compresibilidades y su influencia en el recobro de crudo. La compresibilidad total es:

$$c_t = c_o S_o + c_w S_w + c_g S_g + c_f$$

Y la compresibilidad efectiva es:

$$c_e = \frac{c_t}{1 - S_w}$$

Si la definición de compresibilidad se aplica:

$$c_e = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp} = \frac{1}{N} \frac{N - Nr}{\Delta p} = \frac{1}{N} \frac{Np}{\Delta p}$$

Para verificar la importancia de las compresibilidades considérese un yacimiento subsaturado que tiene una presión inicial de 5000 psia, una presión de burbuja de 3600 psia, una saturación de agua de 20 % y una porosidad de 9 %. Los factores volumétricos de formación del aceite a condiciones inicial y de burbuja son 1.354 y 1.375 bbl/BF, respectivamente. A la presión de burbuja se han producido 1.25 MMSTB de crudo y cero barriles de agua. Las compresibilidades del petróleo, agua y volumen poroso son 10.7×10^{-6} , 3.6×10^{-6} y 5×10^{-6} 1/psia. Cuál es el efecto de despreciar la c_f sobre el volumen in-situ de petróleo en el yacimiento.

$$c_t \text{ (con } c_f) = 14.28 \times 10^{-6} \text{ 1/psia}$$

$$c_t \text{ (sin } c_f) = 9.28 \times 10^{-6} \text{ 1/psia}$$

$$N \text{ con } c_f = 50.796 \text{ MMBF}$$

$$N \text{ sin } c_f = 78.16 \text{ MMBF}$$

$$\Delta N = 28 \text{ MM}; \quad \% \text{ desviacion} = 53.9\%$$

3.3. LIBERACIÓN DIFERENCIAL

Es un proceso similar al anterior, la diferencia radica en que a medida que se miden los volúmenes, el gas es retirado de la muestra en cada decremento de presión.

3.4. CORRELACIONES PARA SISTEMAS DE PETRÓLEO

3.4.1. Presión del punto de burbuja

Se denota como P_b . Es la presión a la cual la primer burbuja de gas comienza a liberarse del petróleo. También es llamada presión de saturación. Cada yacimiento tiene su presión de burbuja particular. La presión del punto de burbuja se determina en función de la temperatura, la gravedad específica del gas, γ_g , la gravedad específica del petróleo, γ_o , y la cantidad de gas disuelto en el crudo, R_s . La **correlación de Standing**^{1,2,3} fue obtenida con 105 experimentos, utilizando petróleos de California. El promedio de error de la correlación fue aplicado a los datos usados para desarrollar el método y resultó ser 4,8 % a una presión de 106 psi. El rango de datos utilizados para desarrollar el método se da en la tabla 3.1. Los gases involucrados en el desarrollo del método no contenían Hidrógeno ni Sulfuro de Hidrógeno. Alguno de los gases contenían Dióxido de Carbono en cantidades insignificantes. La correlación podrá aplicarse a otros petróleos teniendo en cuenta que las características de los petróleos y el gas sean similares a las usadas para desarrollar el método. Fuera de éste rango se incurre en un margen de error. La correlación de Standing, matemáticamente se expresa como:

$$P_b = 18 \left(\frac{R_{sb}}{\gamma_g} \right)^{0.83} 10^{yg}$$

$$yg = 0.00091TF - 0.0125API$$

Esta ecuación graficada en papel doblemente logarítmico es una línea recta. El rango de aplicación de la correlación de Standing es:

Parámetro	Rango
P_b	130 a 7000 psi
TF	100 a 258 °F
R_{sb}	20 a 1.425 pcn/BF
API	16.5 a 63.8
γ_g	0.59 a 0.95

Base de datos: 22 mezclas de gas natural/aceite, de crudos de California. 105 presiones en el punto de burbuja determinadas experimentalmente. Error promedio 4.8 %.

Existen otras dos correlaciones para calcular la presión del punto de burbuja, a saber:

Correlación de Vásquez & Beggs³

$$P_b = \left[\frac{GOR}{a \gamma_g e^{c API / (T+460)}} \right]^{1/b}$$

La exactitud de la correlación es mayor si se divide para rangos de gravedad específica del petróleo.

	API < 30	API > 30
a	0.0362	0.178
b	1.937	1.870
c	25.240	23.310

Vásquez & Beggs, determinaron su correlación en el rango de variables expresadas a continuación:

Parámetro	Rango
P_b	50 a 5250 psi
TF	70 a 295 °F
GOR	20 a 2070 pcn/BF
API	16 a 50 °API
γ_g	0.56 a 1.18

Base de datos: 600 análisis PVT de crudos de todo el mundo. Un total de 6004 datos medidos.

Correlación de Lasater³

$$A = \frac{R_b}{379.3}$$

$$Y_g = \frac{A}{A + 350\gamma_o / Mo}$$

Para API > 40,

$$Mo = 73110API^{-1.562}$$

Para API ≤ 40

$$Mo = 630 - 10API$$

Si $Y_g \leq 0.6$

$$P_b = \left(0.679e^{2.786Y_g} - 0.0323\right) \frac{(TF + 460)}{\gamma_g}$$

Si $Y_g > 0.6$

$$P_b = (8.26\gamma_g^{3.56} + 1.95) \frac{(TF + 460)}{\gamma_g}$$

La correlación fue desarrollada en el rango dado a continuación:

Parámetro	Rango
P_b	48 a 5780 psi
TF	82 a 272 °F
API	17.9 a 51.1 °API
γ_g	0.574 a 1.223
R_{sb}	3 a 2905 pcn/BF

Base de datos: 137 sistemas independientes de crudos del Canadá, Estados Unidos y Sur América. Un total de 158 presiones en el punto de burbuja medidas experimentalmente. Error promedio 3.8%

Correlación de Glaso⁵

Glaso ajustó la correlación de Standing para el rango manejado en la base de datos.

$$P_b = 10^{(1.7669 + 1.7447 \log(F) - 0.38(\log(F))^2)}$$

$$F = \left(\frac{R_{sb}}{\gamma_g} \right)^{0.816} \left(\frac{TF^{0.172}}{API^{0.989}} \right)$$

Para Crudos Volátiles:

$$P_b = \left(\frac{R}{\bar{\gamma}_g} \right)^{0.816} \left(\frac{TF^{0.130}}{API^{0.989}} \right)$$

Parámetro	Rango
P_b	165 – 7142 psi
TF	80 – 280 °F
API	22.3 - 48.1 °API
γ_g	0.650 - 1.276
R_{sb}	90 - 263 pcn/BF

Base de datos: Datos de 45 muestras de aceite de crudos del Mar del Norte, Medio Oriente, Algeria y Estados Unidos. Error promedio 1.28 %.

Correlación de Hernández y Pichon⁶

$$P_b = a \left(\frac{R_{sb}}{\gamma_g} \right)^b \left(\frac{10^{C*TF}}{\gamma_g^{d*API}} \right)$$

°API	a	b	c	d
≤10	12.8470	0.9636	0.000993	0.034170
10-35	25.2755	0.7617	0.000835	0.011292
35-45	216.4711	0.6922	-0.000427	0.023140

Base de datos: 289 análisis PVT del Area Mayor de Oficina, en el Oriente de Venezuela.

Correlación de Al-Marhoun⁶

$$P_b = 0.00538088 R_{sb}^{0.715002} \gamma_g^{-1.87784} \gamma_o^{3.1437} TF^{1.32657}$$

Parámetro	Rango
P_b	130 - 3513 psi
TF	74 - 240 °F
API	-----
γ_g	0.752 - 1.367
R_{sb}	20 - 1602 pcn/BF

Base de datos: 69 análisis PVT de muestras de fondo de 69 yacimientos, de crudos del Medio Oriente. Un total de 160 datos de presiones en el punto de burbuja, obtenidas experimentalmente. Error promedio relativo 0.03 %.

Correlación de Kartoatmodjo^{6,13}

Para °API ≤ 30

$$P_b = \left(\frac{R_{sf}}{0.05958 \gamma_{g100}^{0.7972} \times 10^{13.1405 API / (TF + 460)}} \right)^{0.9086}$$

Para °API > 30

$$P_b = \left(\frac{R_{sf}}{0.03150 \gamma_{g100}^{0.7587} \times 10^{11.2895 API / (TF + 460)}} \right)^{0.9143}$$

Parámetro	Rango
-----------	-------

P_b	14.7 - 6054.7 psi
TF	75 - 320 °F
API	14.4 - 58.9 °API
γ_{g100}	0.752 - 1.367
R_{sf}	0.0 - 2890 pcn/BF

R_{sf} es el gas en el separador y en el tanque a una presión menor que la P_b en 1 STB de aceite, SCF/STB

γ_{g100} es la gravedad específica del gas a la temperatura de separador y a la presión de separador de 100 psig (aire=1)

Base de datos: Reportes PVT del Sur de Asia, Norte América, Medio Oriente y Latinoamérica, en total 5392 datos de 740 crudos diferentes. Error promedio relativo de 3.34 %.

Correlación de F. Frashad, Leblanc, J. D. Garber y J. G. Osorio⁷

Para la primera etapa de separación:

$$P_b = 10^{[0.3058 + 1.9013 \log(A) - 0.26 (\log(A))]}$$

$$A = \gamma_g^{-1.378} R_s \times 10^{(0.00069 TF - 0.0208 API)}$$

Parámetro	Rango
P_b	31.7 - 4137.7 psi
TF	95 - 260 °F
Temp. Tanque	71-108 °F
API	14.4 - 58.9 °API
γ_g	0.657-1.731
R_s	6-1645 pcn/BF
B_{ob}	1.060 – 2.064 rb/STB

Para la segunda etapa de separación:

$$P_b = 10^{[1.771 + 1.558 \log(A) - 0.3194 \log(A)]}$$

$$A = R_{sc}^{1.061} \gamma_{gc}^{-0.8714} TF^{0.03496} \times 10^{(0.00069 TF - 0.0208 API)}$$

Parámetro	Rango
P_b	549.7-3789.7 psi
TF	95-256 °F
Temp. Tanque	68-108 °F
API	14.3-45.1 °API

γ_g en separador	0.573-1.337
R_s	6-1645 pcn/BF
B_{ob}	1.045 – 1.995rb/STB
Presión de separación	34.7-514.7 psi
R_s en el separador	66-1571 pcn/BF

Para la tercera etapa de separación:

$$P_b = 64.14 \left[R_s^{0.6343} \gamma_g^{-1.15036} \times 10^{(0.000335TF - 0.00797API)} - 7.2818 \right]$$

Parámetro	Rango
P_b	3190 - 4058.7 psi
TF	162 - 260 °F
API	40.3-46.5 °API
γ_g	0.657-1.731
R_s total	961.3 - 1400.1 pcn/BF
B_{ob}	1.569-1.905 rb/STB

Base de datos: Un total de 98 muestras de fluido de yacimiento de 32 campos colombianos. 43 datos obtenidos de la primera etapa de separación, 146 datos de la segunda etapa de separación y 15 datos de la tercera.

	Error Relativo	Desviación Estándar
1 Etapa	-3.49 %	14.61 %
2 Etapa	-0.95 %	13.08 %
3 Etapa	1.91 %	9.80 %

Factores de corrección por Componentes No Hidrocarburos

Glaso⁵ reportó factores correctivos para la Presión en el punto de burbuja, cuando están presentes el dióxido de carbono, el nitrógeno y el sulfuro de hidrógeno.

$$C_{N_2} = 1.0 + \left[-2.65 \times 10^{-4} API + 0.0055TF + (0.0931API - .8295) \right] Y_{N_2} \\ + \left[1.954 \times 10^{-11} API^{4.699} TF + (0.027API - 0.36666) \right] (Y_{N_2})^2$$

$$C_{CO_2} = 1.0 - 693.8 Y_{CO_2} TF^{-1.553}$$

$$C_{H_2S} = 1.0 - (0.9035 + 0.015API) Y_{H_2S} + 0.019(45 - API)(Y_{H_2S})$$

3.4.2. Gas en Solución

Se denota como R_s . También se le denomina solubilidad del gas en petróleo, razón gas disuelto y relación gas petróleo, RGP (en inglés GOR). Se define como la cantidad de gas medido a condiciones de superficie, que se disuelven en un barril de petróleo, también medido a condiciones de superficie. Los factores que afectan la solubilidad del gas en el petróleo, R_s , son:

- Presión, al aumentar la presión, aumenta R_s
- Temperatura, al aumentar la temperatura, disminuye R_s
- API, al aumentar la gravedad API, aumenta R_s

El gas en solución, R_s , se calcula en función de la presión, temperatura, gravedad API y gravedad específica del gas, γ_g . Si la presión es mayor o igual que la presión del punto de burbuja, se obtiene el R_s en el punto de burbuja (R_{sb}). Por encima de la presión de Burbuja, el R_s es constante e igual a R_{sb} . La **correlación de Standing**^{1,2,3} para determinar R_{sb} o R_s es:

$$R_{sb} = \gamma_g \left(\frac{P_b}{18 \times 10^{\gamma_g}} \right)^{1.204}$$

Base de datos: 105 datos experimentales de 22 diferentes crudos y mezclas de gases naturales de crudos de California. Error promedio 4.8 %.

Parámetro	Rango
P_b	130 - 7000 psi
TF	100 - 258 °F
API	16.5 - 63.8 °API
γ_g	0.590 - 0.95
R_{sb}	20 - 1425 pcn/BF

Correlación de Vásquez & Beggs³

Vásquez y Beggs y Lasater, también desarrollaron correlaciones para determinar la relación gas disuelto en el petróleo crudo, a partir de las mismas investigaciones dedicadas al desarrollo de las correlaciones para la presión del punto de burbuja.

$$R_s = a \gamma_g P^b e^{c API / (TF + 460)}$$

$$\gamma_{gc} = \gamma_g \left[1 + 5.91 \times 10^{-5} API \times T_s \log \left[\frac{P_s}{114.7} \right] \right]$$

	API < 30	API > 30
a	0.0362	0.178
b	1.937	1.870
c	25.240	23.310

Base de datos: 600 análisis PVT de crudos de campos de todo el mundo. Un total de 6004 datos medidos. Error promedio de 0.7 %.

Parámetro	Rango
P_b	50-5250 psi
TF	70 - 295 °F
API	16 - 58 °API
γ_g	0.56 - 1.18
R_{sb}	20-2070 pcn/BF

Correlación de Lasater³

$$A = P \frac{\gamma_g}{TF}$$

Para $A < 3.29$

$$Y_g = 0.359 \ln(1.473A + 0.476)$$

Para $A \geq 3.29$

$$Y_g = (0.121A - 0.236)^{0.281}$$

$$R_s = 132.755 \frac{\gamma_g \gamma_o}{Mo(1 - Y_g)}$$

Mo , se obtiene de la misma forma que para el cálculo de la presión del punto de burbuja usando la correlación de Lasater. Base de datos: 137 sistemas independientes del Canadá, Estados Unidos y Sur América.

Parámetro	Rango
P_b	48 - 5780 psi
TF	82 - 275 °F
API	17.9 - 51.1 °API
γ_g	0.574 - 1.123
R_{sb}	3 - 2090 pcn/BF

Correlación de Glaso⁵

$$R_{sb} = \gamma_g * \left[F * \frac{API^{0.989}}{T^{0.172}} \right]^{1.2255}$$

$$F = 10^{2.8869 - \sqrt{14.1811 - 3.3093 \log(P_b)}}$$

Parámetro	Rango
P_b	165-7142 psi
TF	82 - 275 °F
API	22.3-48.1 °API
γ_g	0.650-1.276
R_{sb}	90-2637 pcn/BF

Base de datos: 45 muestras de aceite del Mar del Norte, Medio Oriente, Algeria y Estados Unidos. Error promedio 1.28 %.

Correlación de Hernández y Pichón

$$R_{sb} = \gamma_g \left(P_b \frac{10^{(a \cdot API - b \cdot T)}}{c} \right)^d$$

°API	a	b	c	d
≤10	0.30405	0.000000	12.2651	0.9699
10-35	0.015200	0.4484x10 ⁻³	15.0057	1.0950
35-45	0.024800	-0.001469	112.9250	1.1290

Base de datos: 289 análisis PVT de Area Mayor de Oficina, en el Oriente de Venezuela.

Correlación de Al-Marhoun⁶

$$R_s = [a \gamma_g^b \gamma_o^c TF^d * P]^e$$

$$a = 185.843208 \quad b = 1.877840 \quad c = -3.1437 \quad d = -1.32657 \quad e = 1.398441$$

Parámetro	Rango
TF	74 - 240 °F
R_s	26 - pc 1602 pcn/BF

Base de datos: 69 análisis PVT de muestras de fondo de pozo de crudos del Medio Oriente.

Correlación de Kartoatmodjo⁵

Para °API ≤ 30

$$R_{sf} = 0.05958 \gamma_{g100}^{0.7972} P^{1.0014} \times 10^{13.1405 API / (TF + 460)}$$

Para °API > 30

$$R_{sf} = 0.0315 \gamma_{g100}^{0.7587} P^{1.0937} \times 10^{11.2895 API / (TF + 460)}$$

Donde:

$$\gamma_{g100} = \gamma_{gsep} \times \left(1 + 0.1595 API^{0.4078} T_s^{-0.2466} \log \frac{P_s}{114.7} \right)$$

Parámetro	Rango
TF	75 - 320 °F
API	14.4 - 58.9 °API
γ_{g100}	0.752 - 1.367
γ_{gsep}	0.379 - 1.709
R_{sf}	0.0 - 2890 pcn/BF
T_s	65 - 186 °F
P_s	14.7 - 514.7 psia

P_s = Presión de separación, PSIA

T_s = Temperatura de separación, °F

γ_{gsep} = Gravedad específica del gas a presión y temperatura de separación.

Base de datos: Reportes PVT del Sudeste de Asia, Norte América, Medio Oriente y Latinoamérica. Fueron usados 5392 datos representados en 740 diferentes crudos. Error promedio -4.6839%.

Correlación de Frashad, J. Leblanc, J.D. Garber y J.G. Osorio⁷

Para la primera etapa de separación:

$$R_s = \frac{0.01456 P_b^{1.2073} \times 10^{(0.01714 API - 0.00004467 TF)}}{1 - 24.663(\gamma_o / T_s)}$$

Para la segunda etapa de separación:

$$R_s = 0.01936 P_b^{1.1574} \gamma_{gc}^{0.73495} \times 10^{0.000337 TF + 0.01771 API}$$

Para la tercera etapa de separación:

$$R_s = (0.0156 P_b + 7.282)^{1.577} \gamma_{gc}^{1.814} \times 10^{0.01257 API + 0.000528 TF}$$

Base de datos: Un total de 98 muestras de fluido de yacimiento de 32 campos colombianos. 43 datos obtenidos de la primera etapa de separación, 146 datos de la segunda etapa de separación y 15 datos de la tercera.

	Error Relativo	Desviación Estándar
1 etapa	-7.90 %	22.70 %
2 etapa	0.79 %	16.85 %
3 etapa	3.56 %	16.85 %

3.4.3. Factor de compresibilidad del petróleo

Se denota como c_o . Cuando la presión es mayor que la presión del punto de burbuja, el petróleo en el yacimiento tiene todo el gas en solución. Cuando se aplica presión en exceso a éste sistema, el líquido sufre una disminución no lineal en su volumen que depende de la temperatura y composición del petróleo. Esa pequeña variación en el volumen es lo que se conoce como factor de compresibilidad del petróleo, que es muy significativa en cálculos de Ingeniería de Yacimientos aunque en las demás ciencias se desprecia tal factor debido a la poca compresibilidad (en algunos casos ninguna) de los líquidos. La correlación de Vásquez y Beggs es un medio excelente para obtener valor de la compresibilidad del petróleo. Vásquez y Beggs usaron aproximadamente 2.000 medidas experimentales de compresibilidad del petróleos en más de 600 crudos diferentes para desarrollar una correlación en función de R_{sb} , TF , γ_g , API y presión. La correlación obtenida por **Vásquez y Beggs**³ fue:

$$c_o = \frac{5R_{sb} + 17.2T - 1180\gamma_g + 12.61API - 1433}{100000P}$$

Correlación de Ahmed⁵

$$c_o = \frac{1}{24841.0822 + 14.07428745R_s} e^{-0.00018473P}$$

Base de datos: 245 datos experimentales, fueron utilizados para determinar la compresibilidad. Error Absoluto Promedio: 3.9%

Correlación de Kartoatmodjo^{5,13}

$$c_o = 6.8257 \frac{10^{-6}}{P} R_{sf}^{0.5002} API^{0.3613} TF^{0.76606} \gamma_{g100}^{0.35505}$$

Parámetro	Rango
TF	75 - 320 °F
API	14.4 - 58.9 °API
R_{sf}	0.0 - 2890 pcn/BF

Base de datos: Reportes PVT del Sureste de Asia, Norte América, Medio Oriente y Latinoamérica. Fueron usados 5392 datos representados en 740 diferentes crudos. Error promedio: 0.30078 %.

3.4.4. Factor volumétrico de formación del petróleo

Se denota mediante B_o o β_o . Se define como el volumen de petróleo (más su gas en solución) en el yacimiento, requerido para producir un barril de petróleo medido a condiciones de superficie. Por ejemplo, $\beta_o = 1.5$ B/BF significa que para tener un barril de petróleo en superficie (Barril Fiscal, BF) se requiere 1.5 barriles de petróleo en el yacimiento. Lógicamente, el valor de β_o será mayor de la unidad debido al gas que entra en solución. De otro modo, al pasar el petróleo de yacimiento a superficie sufre disminución en presión y temperatura y ocurre liberación de gas presente en el líquido (petróleo). Este proceso conduce a una merma del volumen de petróleo del yacimiento al pasar a superficie. El β_o se calcula en función de R_s , API , γ_g y temperatura. **La correlación de Standing**³ para determinar β_o en petróleos saturados, matemáticamente se expresa como:

$$\beta_o = 0.972 + 0.000147 \left\{ R_s \sqrt{\frac{\gamma_g}{\gamma_o}} + 1.25T \right\}$$

Correlación de Arps⁴

$$B_{ob} = 1.05 + 0.0005R_{sb}$$

Correlación de Vasquez y Beggs³

$$B_{ob} = 1 + aR_{sb} + b(TF - 60) \left[\frac{API}{\gamma_{gc}} \right] + cR_{sb}(T - 60) \left[\frac{API}{\gamma_{gc}} \right]$$

	$API < 30$	$API > 30$
a	0.0362	0.178
b	1.937	1.870
c	25.240	23.310

$$^{\circ} API \leq 30: a = 4.677 \times 10^{-4}, \quad b = 1.151 \times 10^{-5}, \quad c = -1.811 \times 10^{-8}$$

$$^{\circ} API > 30: a = 4.670 \times 10^{-4}, \quad b = 1.100 \times 10^{-5}, \quad c = 1.337 \times 10^{-9}$$

Parámetro	Rango
B_{ob}	1.042 - 1.545 rb/STB
TF	70 - 295 °F
API	16 - 58 °API

γ_{gc}	0.590 - 0.950
R_{sb}	20-2070 pcn/BF

Base de datos: 600 análisis PVT de crudos de campos de todo el mundo.

Correlación de Glaso⁵

$$B_{ob} = 1 + 10^{-6.58511 + 2.91329 \log(F) - 0.27683(\log(F))^2}$$

Parámetro	Rango
B_{ob}	1.025 - 2.588 rb/STB
TF	80 - 280 °F
API	16 - 58 °API
γ_o	0.788 - 0.920
γ_g	0.650 - 1.276
R_{sb}	90 - 2637 pcn/BF

Base de datos: Datos de 45 muestras de aceites de crudos del Mar del Norte, Medio Oriente, Algeria y Estados Unidos. Error promedio -0.43%

Correlación de Hernandez y Pichon⁵

$$B_{ob} = A + B \times R_{sb} + C(TF - 60) \frac{API}{\gamma_g} + D(T - 60) \frac{API}{\gamma_g} R_{sb}$$

$$A = 1.022, \quad B = 4.854 \times 10^{-4}, \quad C = -2.009 \times 10^{-6}, \quad D = 17.569 \times 10^{-9}$$

Base de datos: 289 análisis PVT del Area Mayor de oficina, en el Oriente de Venezuela.

Correlación de Al-Marhoun⁶

$$B_{ob} = 0.497069 + 0.00862963TF + 0.00182594F + 0.318099 \times 10^{-5} F^2$$

$$F = R_{sb}^{0.742390} \gamma_g^{0.323294} \gamma_o^{-1.202040}$$

Parámetro	Rango
B_{ob}	1.032 - 1.997 rb/STB
TF	74 - 240 °F
API	16 - 58 °API
γ_o	0.788 - 0.920
γ_g	0.752 - 1.367
R_{sb}	26 - 1602 pcn/BF

Base de datos: 69 análisis PVT de muestras de fondo de 69 yacimientos de crudo del Medio Oriente. Error promedio de 0.03 %.

Correlación de Kartoatmodjo⁵ para $P < P_b$

$$B_{of} = 0.98496 + 0.0001F^{1.50}$$

Donde:

$$F = R_{sf}^{0.755} \gamma_{g100}^{0.25} \gamma_o^{-1.5} + 0.45TF$$

$$\gamma_{g100} = \gamma_{gsep} \left(1 + 0.1595 API^{0.4078} T_s^{-0.2466} \log \left(\frac{P_s}{114.7} \right) \right)$$

Parámetro	Rango
B_{of}	1.007 - 2.747 rb/STB
TF	75 - 320 °F
API	14.4 - 58.9 °API
$\gamma_{g,sep}$	0.379 - 1.709
R_{sf}	0 - 2890 pcn/BF
T_s	65 - 186 °F
P_s	14.7 - 514.7 psia

B_{of} es el aceite requerido a una presión de yacimiento menor que la P_b para producir 1 STB de aceite a 60 °F, cuando se somete a liberación flash a través del separador a condiciones de tanque, R_{sf} es el gas en el separador y en el tanque a una presión menor que la P_b en 1 STB de aceite.

Base de datos: Reportes PVT del Sudeste de Asia, Norte América, Medio Oriente y Latinoamérica. Fueron usados 5392 datos representados en 740 diferentes crudos. Error promedio: -0.1040%

Correlación de Frashad, L. Leblanc, J.D. Garber y J.G. Osorio⁷

Basado en la 1, 2 y 3 etapa de separación:

$$B_o = 1 + 10^{(-2.6541 + 0.5576 \log(A) + 0.3331 * [\log(A)])}$$

Donde:

$$A = R_s^{0.5956} \gamma_{gc}^{0.2369} \gamma_o^{-1.3282} + 0.0976TF$$

Error promedio: 0.00028 %.

Basado en la 2 etapa de separación:

$$B_o = 1 + 3 \times 10^{-5} R_{sc}^{1.3267} + A$$

Donde:

$$A = (0.00292 + 0.00045 R_{sc}^{0.4595}) (TF - 60)^{0.567} API^{0.72} \gamma_{gc}^{-0.215}$$

Error promedio: 0.073 %

Base de datos: Un total de 98 muestras de fluido de yacimiento de 32 campos colombianos. 43 datos obtenidos de la primera etapa de separación, 146 datos de la segunda etapa de separación y 15 datos de la tercera.

Para **petróleos subsaturados**, el β_o es función directa de la compresibilidad del petróleo y de la presión a que está sometido (derivado previamente):

$$\beta_o = \beta_{ob} e^{c_o(P_b - P)}$$

Correlación de Vazquez³

$$B_o = B_{ob} e^{-A \ln \frac{P}{P_b}}$$

$$A = 10^{-5} \left[-1433 + 5R_s + 17.2TF - 1180\gamma_g + 12.61API \right]$$

Parámetro	Rango
B_{ob}	1.025-2.588 rb/STB
TF	70 - 295 °F
API	16 - 58 °API
γ_g	0.560-1.180
R_s	20-2070 pcn/BF
P_b	50-550 psi

Base de datos: 600 análisis PVT de crudos de todo el mundo. Un total de 6004 datos medidos.

Densidad del Aceite en el Punto de Burbuja

Correlación de Calhoun⁸

$$\rho_{ob} = \frac{(350\gamma_o) + (0.0764\gamma_g \times R_{sb})}{5.615B_{ob}}$$

Esta correlación se puede usar para calcular la densidad del aceite a presiones $P < P_b$, haciendo B_{ob} igual B_o y R_{sb} igual a R_s .

Densidad del Aceite por Debajo del Punto de Burbuja

Correlación de Pelaez et al⁸

$$\rho_o = \rho_{ob} \frac{1}{1 - Mo(1 - (P/P_b))}$$

$$M_o = 10^a R_{sep}^b P_s^c TF^d 10^{-e(TF)}$$

°API ≤ 30.9	°API > 30.9
a = -4.2813556	a = -15.8440636
b = 0.69554094	b = -0.0453632
c = -0.1433826	c = 2.189815
d = 0.80404294	d = 4.52362730
e = 0.00331662	e = 0.00639220

R_{sp} es a relación gas en solución-aceite en el separador, scf/STB

Base de datos: Se utilizaron un total de 177 PVT disponibles de crudos colombianos. Error absoluto máximo: 3.15%

Densidad del Aceite por Encima del Punto de Burbuja

La siguiente ecuación se obtiene por integración de la definición de compresibilidad:

$$\rho_o = \rho_{ob} e^{c_o(P-P_b)}$$

Correlación de Vasquez y Beggs³

$$\rho_o = \rho_{ob} e^{A \ln \frac{P}{P_b}}$$

$$A = 10^{-5} \left[-1433 + 5R_s + 172TF - 1180\gamma_g + 12.61API \right]$$

Parámetro	Rango
B_{ob}	1.025-2.588 rb/STB
TF	70 - 295 °F
API	16 - 58 °API

γ_g	0.560-1.180
P_b	50-5250 psi

Base de datos: 600 análisis PVT de crudos de campos de todo el mundo. Un total de 6004 datos medidos.

Correlación de Ahmed³

$$\rho_o = \rho_{ob} e^{B(e^{-0.00018473P} - e^{-0.00018473BP})}$$

$$B = -(4.588893 + 0.025999 R_s)^{-1}$$

3.4.5. Factor volumétrico total

Se denota por B_t o β_t . Es un factor que representa el volumen de petróleo en el yacimiento a determinada presión y temperatura de la unidad volumétrica de petróleo a condiciones normales más su gas disuelto. El volumen en el yacimiento estará formado por petróleo saturado con gas (a las condiciones de yacimiento) más gas libre. Matemáticamente, el factor volumétrico total, β_t , se evalúa mediante la siguiente fórmula:

$$\beta_t = \beta_o + (R_{si} - R_s) \beta_g$$

Correlación de Glaso⁵

$$B_t = 10^{0.080135 + 0.47257 \log(F) + 0.17351 \log(F)^2}$$

$$F = R_s \left[\frac{\sqrt{TF}}{\gamma_g^{0.3}} \right] \gamma_o^{2.9 \times 10^{(-0.00027 R_s)}} P^{-1.1089}$$

Parámetro	Rango
TF	80 -280 °F
γ_g	0.650-1.276
R_s	90 – 263 pcn/BF

Base de datos: 45 muestras de crudos del Mar del Norte, Medio Oriente, Algeria y Estados Unidos. Error promedio de 6.54 %.

Correlación de Al-Marhoun⁶

$$B_t = 0.314693 + 0.1006253 \times 10^{-4} F + 0.188830 \times 10^{-10} F^2$$

$$F = R_s^{0.644516} \gamma_g^{-1.079340} \gamma_o^{0.724874} TF^{2.006210} P^{-0.761910}$$

Parámetro	Rango
<i>TF</i>	70 - 240 °F
γ_g	0.752 - 1.367
γ_o	0.804 - 0.938
R_s	20 - 1602 pcn/BF

Base de datos: 69 análisis PVT de muestras de fondo de 69 yacimientos de crudo del Medio Oriente. Error absoluto promedio de 4.11 %.

3.4.6. Viscosidad del petróleo

Se denota como μ_o . Se define como la medida de la resistencia del petróleo al flujo. Es usualmente medida en centipoises, **cp**, (gr/cm*seg). La resistencia al flujo es causada por fricción interna generada cuando las moléculas del fluido tratan de desplazarse unas sobre otras. Los valores de μ_o se requieren a diferentes presiones, tanto en Ingeniería de Yacimientos como en Ingeniería de Producción. Si se dispone de un análisis PVT las medidas de la viscosidad se reportan a la presión y temperatura del yacimiento y a diferentes presiones. No obstante, a medida que el fluido fluye a superficie su temperatura disminuye, lo que involucra la necesidad de corregir la viscosidad para cambios de temperatura, mediante correlaciones empíricas. Los principales factores de interés en Ingeniería de Petróleos que afectan μ_o son: La composición del petróleo, la temperatura, el gas disuelto y la presión. La μ_o aumenta cuando disminuye la API y también aumenta con un decremento en la temperatura. El efecto del gas disuelto es alivianar el petróleo y por tanto disminuir su viscosidad. Mientras exista un incremento en la presión sobre un petróleo subsaturado, su viscosidad se incrementará. El método más común de obtener la viscosidad del petróleo, μ_o , consiste en evaluar la propiedad para petróleo muerto (petróleo sin gas disuelto) para luego corregirla por efectos del gas disuelto. Para sistemas saturados se utilizan la **correlación de Beggs y Robinson**^{1,2}, desarrollada con más de 2000 mediciones de viscosidad, usando 600 muestras distintas de petróleo. El rango de variables de los datos usados se da a continuación:

Variable	Rango
R_s	20 a 2070 pcn/BF
<i>API</i>	16 a 58
<i>P</i>	0 a 5250 psi
<i>TF</i>	70 a 245 °F

La correlación de Beggs y Robinson¹ para determinar la viscosidad del petróleo muerto, μ_{od} , es:

$$\mu_{od} = 10^X - 1$$

$$X = T^{-1.163} e^{6.9824 - 0.04658 API}$$

La ecuación para corregir la viscosidad por efecto del gas disuelto es:

$$\mu_{ob} = A \mu_{od}^B$$

$$A = 10.715(R_s + 100)^{-0.515}$$

$$B = 5.44(R_s + 150)^{-0.338}$$

Error promedio: -1.83%

Para evaluar la viscosidad de petróleos subsaturados se utiliza la correlación de **Vásquez y Beggs**^{1,3}, la cual es una extensión de Beggs y Robinson.

$$\mu_o = \mu_{ob} (P/P_b)^m$$

$$\mu_o = 2.6P^{1.187} e^{-11.513 - 0.0000898P}$$

Correlación de Chew y Connally¹

$$\mu_{ob} = A [\mu_{od}]^B$$

$$A = 0.20 + 0.80 \times 10^{-0.000001R_{sb}}$$

$$B = 0.43 + 0.57 \times 10^{-0.00072R_{sb}}$$

Variable	Rango
μ_{od}	0.377-50 cp
R_{sb}	51-3544 pcn/BF
API	16 a 58
P_b	132 a 564 psi
TF	72 a 297 °F

Base de datos: 457 muestras de aceite, de crudos de Canadá, Estados Unidos y Sur América.

Correlación de Khan

$$\mu_{ob} = \frac{0.09 \sqrt{\gamma_g}}{R_s^{0.333} \left(\frac{TF}{460} \right)^{4.5} (1 - \gamma_o)^3}$$

Variable	Rango
R_s	24 - 1901 pcn/BF
API	14.3 – 44.6
P	100 – 4315 psi
TF	75 – 240 °F

Base de datos: 1841 datos de 75 muestras de fondo de pozo de 62 campos diferentes de Arabia Saudita. Error relativo promedio de -1.33 %.

Correlación de Santos y Allred⁸

$$\mu_{ob} = A[\mu_{od}]^B$$

$$A = 10^{R_{sb}(2.2 \times 10^{-7} R_{sb} - 7.4 \times 10^{-4})}$$

$$B = \frac{0.68}{10^{8.62 \times 10^{-5} R_{sb}}} + \frac{0.25}{10^{1.1 \times 10^{-3} R_{sb}}} + \frac{0.062}{10^{3.74 \times 10^{-3} R_{sb}}}$$

Para **crudos saturados** se tienen las siguientes correlaciones.

Correlación de Khan⁹

$$\mu_o = \mu_{ob} (P / P_b)^{-0.14} e^{-2.5 \times 10^{-4} (P - P_b)}$$

Base de datos: 1503 datos experimentales de crudos de Arabia Saudita. Error promedio del 2 %.

Correlación de Kartoatmodjo⁵

$$\mu_o = -0.06821 + 0.9824f + 0.0004034f^2$$

Donde:

$$f = (0.2001 + 0.8428 \times 10^{-0.001127 R_{sf}}) * \mu_{od}^{(0.43 + 0.5165y)}$$

$$y = 10^{-0.00081 R_{sf}}$$

Variable	Rango
μ_o	0.1 – 586 cp
μ_{od}	0.5 – 682 cp
R_{sf}	0 – 289 rb/STB

Base de datos: Se usaron 5392 reportes PVT del Sureste de Asia, Norte de América, Medio Oriente y Latinoamérica. Error promedio de 0.08034%

Correlación de Petrosky y Farshad¹⁰

$$\mu_o = A(\mu_{od})^x$$

$$A = 0.1651 + 0.6165 \times 10^{-6.0866 \times 10^{-4} R_s}$$

$$B = 0.5131 + 0.5109 \times 10^{-1.183 \times 10^{-3} R_s}$$

Base de datos: Un total de 126 análisis PVT de el Golfo de México fueron utilizados para el desarrollo de las correlaciones. Error relativo promedio de -3.12 %.

Para **crudos subsaturados** se dan las siguientes correlaciones:

Correlación de Beal¹

$$\mu_o = \mu_{ob} + A(P - P_b)(B\mu_{ob}^C + D\mu_{ob}^E)$$

$$A = 0.001, \quad B = 0.024, \quad C = 1.600, \quad D = 0.038, \quad E = 0.560,$$

Variable	Rango
μ_o	0.160 - 315 cp
μ_{ob}	0.142 - 127 cp
P	1515 - 5515 psi

Base de datos: 20 yacimientos individuales, 11 de los cuales están en California. 26 viscosidades de 26 muestras de aceite.

Correlación de Khan⁹

$$\mu_o = \mu_{ob} e^{9.6 \times 10^{-5} (P - P_b)}$$

Base de datos: 1841 datos de viscosidad de 15 muestras de fondo de pozo de 62 campos diferentes de Arabia Saudita.

Correlación de Kartoatmodjo⁵

$$\mu_o = 1000081\mu_{ob} + 0.001127(P - P_b)(-0.006517\mu_{ob}^{1.8148} + 0.038\mu_{ob}^{1.59})$$

Variable	Rango
μ_o	0.2 - 517 cp
μ_{ob}	0.2 - 184.8 cp
P_b	14.7 - 6054.7 psi

Base de datos: Reportes PVT del Sureste de Asia, Norte de América, Medio Oriente y Latinoamérica. Fueron usados 5392 datos representados en 740 diferentes crudos. Error promedio -4.2870%

Correlación de Petrosky y Farshad¹⁰

$$\mu_o = \mu_{ob} + 1.3449 \times 10^{-3} * (P - P_b) \times 10^4$$

$$A = -1.0146 + 1.3322 \log(\mu_{ob}) - 0.4876 [\log(\mu_{ob})]^2 - 1.15036 [\log(\mu_{ob})]^3$$

Base de datos: Un total de 126 datos experimentales del Golfo de México fueron utilizados, para el desarrollo de las correlaciones. Error relativo promedio: -0.19%

3.5. CORRELACIONES PARA SISTEMAS DE GAS

3.5.1. Gravedad específica de una mezcla de gases

Se denota como γ_g . La gravedad específica de un gas, se define como la relación entre su densidad y la densidad del aire. En el campo ésta propiedad se mide fácilmente en la cabeza del pozo, por lo tanto, es usada como una indicación de la composición del gas. La gravedad específica del gas es proporcional a su peso molecular, PM , cuando éste se mide a bajas presiones donde el comportamiento del gas se aproxima a la idealidad. Una vez se obtiene el peso molecular, la gravedad del gas se determina dividiendo su peso molecular entre 28.966 (peso molecular del aire). La gravedad específica también se usa para Correlacionar otras propiedades físicas de los gases como las propiedades críticas. En algunas ocasiones cuando existe la presión y temperatura en el separador, es necesario corregir la gravedad específica del gas para tener unos datos de PVT óptimos. La correlación de **Vázquez y Beggs**^{1,3} permite efectuar este proceso:

$$\gamma_{gs} = \gamma_g \left(1 + 2.215 \times 10^{-5} API T_s \ln \frac{P_s}{114.7} \right)$$

Correlacion de Katz¹¹

$$\gamma_g = 0.25 + 0.02 API - 3571.5 \times 10^{-9} API \times R_{sb}$$

Correlacion de Hernandez y Pichon⁸

$$\gamma_g = 0.4657 + 0.01438API$$

Base de datos: 76 análisis PVT del Area Mayor de oficina, en el Oriente de Venezuela.
Error promedio: El 85% de los 76 valores de γ_g calculados con la correlación, presentan un error menor del 20%

3.5.2. Propiedades críticas

Es el conjunto de condiciones físicas de presión, temperatura y volumen, a las cuales la densidad y otras propiedades del líquido y gas se vuelven idénticas, es decir, es un punto a una presión y temperatura dada donde físicamente no puede diferenciarse si se trata de gas o líquido. Estas propiedades críticas son únicas (una sola presión, una sola temperatura) para una sustancia dada y se requiere para la determinación de otras propiedades de la sustancia. La presión crítica, P_{cr} , y la temperatura crítica, T_{cr} , son medidas en el laboratorio y usualmente son desconocidas por lo que se requiere su determinación por medio de correlaciones, como la de Brown et al, para determinar las propiedades críticas en función de la gravedad específica del gas.

Para gas en superficie¹

$$P_{cr} = 677 + 15\gamma_g - 37.5\gamma_g^2$$

$$T_{cr} = 168 + 325\gamma_g - 12.5\gamma_g^2$$

Para condensados¹

$$P_{cr} = 706 - 51.7\gamma_g - 11.1\gamma_g^2$$

$$T_{cr} = 187 + 330\gamma_g - 71.5\gamma_g^2$$

y la gravedad específica se obtiene mediante:

$$\gamma_g = \frac{\gamma_{g1} + \gamma_{g2}}{2}$$

$$\gamma_{g1} = (P_{cr} - 175.5)/307.97$$

$$\gamma_{g2} = (T_{cr} - 700.55)/(-47.94)$$

Las propiedades críticas están sujetas a variaciones por presencia de contaminantes (Dióxido carbónico, CO_2 y Sulfuro de Hidrógeno, H_2S). La correlación de **Wichert y Aziz**¹ es utilizada para efectuar éstas correcciones:

$$T_{cr}' = T_{cr} - e$$

$$P_{cr}' = \frac{P_{cr} T_{cr}'}{T_{cr} + Y_{H_2S} (1 - Y_{H_2S}) e}$$

$$e = 120 \left[Y_{CO_2} + Y_{H_2S} - (Y_{CO_2} + Y_{H_2S})^{1.6} \right] + 15 \left(\sqrt{Y_{H_2S}} - Y_{H_2S}^4 \right)$$

Método de Carr-Kobayashi-Burrows¹

$$T_{cr}' = T_{cr} - 80y_{CO_2} + 130y_{H_2S} - 250y_{N_2}$$

$$P_{cr}' = P_{cr} - 440y_{CO_2} + 600y_{H_2S} - 170y_{N_2}$$

Calculo de Presión y Temperatura Pseudo-reducidas¹

$$P_{sr} = \frac{P}{(677 + 15\gamma_g - 37.7\gamma_g^2)}$$

$$T_{sr} = \frac{T}{(168 + 325\gamma_g - 12.5\gamma_g^2)}$$

3.5.3. Obtención de las propiedades críticas y gravedad específica del gas

Generalmente, las propiedades críticas y la gravedad específica del gas se desconocen, pero, casi siempre se da la composición de la mezcla de gases, es decir, se lista cada uno de los componentes del gas con su respectivo porcentaje o fracción volumétrica de la cantidad existente en la mezcla. A continuación se da un ejemplo de un reporte típico de una mezcla de gases.

Compuesto	Fracción volumétrica, Y_i
Metano	0.8612
Etano	0.0591
Propano	0.0358
n-Butano	0.0172
Pentano	0.0500
Gas Carbónico	0.0100
Nitrógeno	<u>0.0207</u>
	1.0000

Para evaluar las propiedades críticas de la mezcla de gases se toma la presión crítica, la temperatura crítica tabulados a continuación, cada una de las cuales se multiplica por su fracción volumétrica y la sumatoria constituye la presión crítica, P_{cr} , y la temperatura crítica, T_{cr} , respectivamente.

$$P_{cr} = \sum_{i=1}^n P_{cr_i} Y_i$$

$$T_{cr} = \sum_{i=1}^n T_{cr_i} Y_i$$

Para evaluar la gravedad específica de la mezcla gaseosa se lee de la tabla anterior los pesos moleculares de cada compuesto presente en la mezcla, cada uno de ellos se multiplica por la fracción volumétrica, Y_i , y su sumatoria se divide entre 28,966.

$$\gamma_g = \frac{1}{28,966} \sum_{i=1}^n PM_i * Y_i$$

Los Heptanos y compuestos más pesados (C_{7+}) no fueron tabulados anteriormente debido a que no tiene una composición ni peso molecular fijo. Por tal razón, las propiedades críticas se determinan por medio de la correlación gráfica en función del peso molecular y la gravedad específica de este grupo de compuestos. La correlación gráfica mostrada en la Fig. 3.3 permite obtener estos parámetros a partir de su peso molecular y su gravedad específica.

Compuesto	Peso Molecular	Presión Crítica Psi	Temperatura Crítica °F
Metano	16.043	667.8	-116.68
Etano	30.070	707.8	90.1
Propano	44.097	616.3	206.01
n-Butano	58.124	570.7	305.62
iso-Butano	58.124	529.1	274.96
n-Pentano	72.151	448.6	385.6
iso-Pentano	72.151	490.4	369.03
neo-Pentano	72.151	464.0	321.08
n-Hexano	86.178	436.9	453.6
n-Estaño	100.205	396.8	512.7
n-Octano	114.232	360.6	564.10
n-Nonano	128.259	331.8	610.54
n-Decano	142.286	304.4	651.6
CO ₂	44.010	1071.0	87.87
H ₂ S	34.076	-1306.0	212.6
Aire	28.964	546.9	-221.4
Oxígeno	31.999	736.9	-181.2
Nitrógeno	28.013	493.0	-232.7
Agua	18.015	3207.9	705.5

3.5.4. Determinación de las propiedades críticas de los Heptanos y compuestos más pesados¹¹

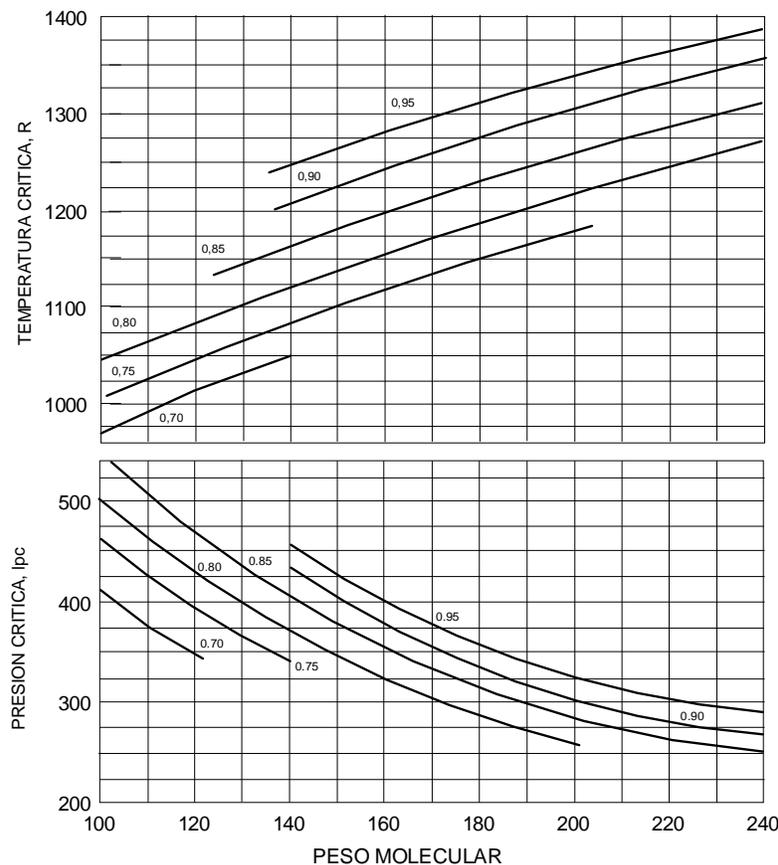
Normalmente, suele reportarse en la composición del gas natural, la presencia de Heptanos y demás (Heptanos y más pesados o en inglés: Heptanos plus), C_{7+} , acompañado de su peso molecular y de su gravedad específica, para con éstos determinar sus propiedades críticas utilizando la Fig. 3.3 dada en la página siguiente, por tanto, es necesario conocer el peso molecular y la gravedad específica.

Las correlaciones de Sutton and Whitson para las propiedades críticas de los C_{7+} son:

$$P_{cr} = \exp \left\{ \begin{array}{l} 8.3634 - 0.0566 / \gamma_{C_{7+}} - (0.24244 + 2.2898 / \gamma_{C_{7+}} + 0.11857 \gamma_{C_{7+}}^2) 10^{-3} T_B \\ + (1.4685 + 3.648 / \gamma_{C_{7+}} + 0.47227 \gamma_{C_{7+}}^2) 10^{-7} T_B^2 \\ - (0.42019 + 1.6977 \gamma_{C_{7+}}^2) 10^{-10} T_B^3 \end{array} \right\}$$

$$T_{cr} = 341.7 + 811 \gamma_{C_{7+}} + (0.4244 + 0.1174 \gamma_{C_{7+}}) T_B + (0.4669 - 3.2623 \gamma_{C_{7+}}) 10^5 / T_B$$

CORRELACION PARA ESTIMAR LA PRESION
Y TEMPERATURA CRITICAS DE LOS C7+



FUENTE : CRAFT B.C. y M.F. HAWKINS. Ingeniería Aplicada de Yacimientos Petrolíferos. Madrid (Esp). Editorial Tecnos. 1a. ed. 1977. p. 99.

NOTA: Cada curva representa una Gravedad Específica

Fig. 3.3. Propiedades críticas de los C_{7+} ¹

La temperatura de ebullición se estima mediante:

$$T_B = \left(4.5579 P M_{C_{7+}}^{0.15178} \gamma_{C_{7+}}^{0.15427} \right)^3$$

3.5.6. Factor de compresibilidad del gas

En la realidad no existen gases ideales o perfectos; sin embargo, muchos gases cerca de la temperatura y presión atmosféricas se aproximan a la idealidad. El **gas ideal** puede definirse como el gas cuyo volumen se reduce a la mitad al duplicarse la presión y cuya presión se dobla si se duplica la temperatura manteniendo el volumen constante. Esto no es más que los enunciados de la leyes de Boyle y Charles Mariotte. En muchos gases en particular los gases naturales de interés para los Ingenieros de Petróleos, se ha observado que si el volumen del gas se comprime a la mitad, la presión resulta ser menor del doble de la presión inicial; es decir, el gas es más compresible que el gas ideal.

Debido a que el volumen de un gas se reduce a menos de su mitad, si se dobla la presión se dice que el gas es supercompresible. Al valor numérico que representa una medida de la desviación del comportamiento ideal del gas se denomina factor de supercompresibilidad, o más frecuentemente factor de compresibilidad. También se le conoce como factor de desviación del gas y se denota por la letra **Z**, este valor adimensional generalmente varía entre 0,7 y 1,2. El valor de 1 representa el comportamiento ideal.

Matemáticamente, **Z** es obtenido mediante complejas correlaciones empíricas, que arrojan resultados con suficiente exactitud. Entre las correlaciones más usadas se destaca la de Standing. La **correlación de Standing**^{4,11} es una modificación al método de Beggs y Brill:

$$A = 1.39 \sqrt{T_{sr} - 0.92} - 0.36 T_{sr} - 0.101$$

$$B = (0.62 - 0.23 T_{sr}) P_{sr}$$

$$C = (0.066 / (T_{sr} - 0.86) - 0.37) P_{sr}^2$$

$$D = 0.32 \frac{P_{sr}^6}{10^{9(T_{sr}-1)}}$$

$$E = B + C + D$$

$$F = 0.132 - 0.32 \log T_{sr}$$

$$G = 10^{0.3106 - 0.49 T_{sr} + 0.0824 T_{sr}^2}$$

$$Z = A + (1 - A)e^{-E} + F * P_{sr}^G$$

Correlación de Dranchuk et al⁴. Este algoritmo converge rápidamente. Requiere máximo cinco iteraciones para proporcionar resultados exactos. La densidad reducida se evalúa iterativamente por el método de Newton-Raphson:

$$\rho_{r(i+1)} = \rho_{r(i)} - \frac{f(\rho_r)}{g(\rho_r)}$$

$$Z = 0.27 P_{sr} / (\rho_r T_{sr})$$

Donde T_{sr} y P_{sr} son la presión y temperatura pseudoreducidas.

$$f(\rho_r) = A \rho_r^6 + B \rho_r^3 + C \rho_r^2 + D \rho_r + E \rho_r^3 + (1 + F \rho_r^2) e^{(-F \rho_r^2 - G)}$$

$$g(\rho_r) = 6A \rho_r^3 + 3B \rho_r^2 + 2C \rho_r + D + E \rho_r^2 * (3 + F \rho_r (3 - 2F \rho_r^2)) e^{(-F \rho_r^2)}$$

$$A = 0.06424$$

$$B = 0.5353 T_{sr} - 0.6123$$

$$C = 0.3151 T_{sr} - 1.467 - 0.578/T_{sr}^2$$

$$D = T_{sr}$$

$$E = 0.6816/T_{sr}^2$$

$$F = 0.6845$$

$$G = 0.27 P_{sr}$$

$$\rho_{r(0)} = 0.27 P_{sr}/T_{sr}$$

Correlación de Beggs y Brill⁴. Este método radica en un ajuste efectuado sobre una de las curvas de la gráfica de Standing y Katz.

$$A = 0,101 - 0,36 T_{sr} + 1,3868 \sqrt{T_{sr} - 0,919}$$

$$B = 0.021 + 0.04275/(T_{sr} - 0.65)$$

$$C = 0.6222 - 0.224 T_{sr}$$

$$D = 0.0657/(T_{sr} - 0.86)$$

$$E = 0.32^{-19.53(T_{sr}-1)}$$

$$F = 0.122^{-11.53(T_{sr}-1)}$$

$$G = P_{sr} (C + D P_{sr} + E P_{sr}^4)$$

$$Z = A + B P_{sr} + (1-a) e^G - F (0.1 P_{sr})^4$$

Debe tenerse en cuenta, que si los exponentes de e son menores de 100, todo este valor se anula.

Correlación de Yarborough y Hall⁴. Este método, exceptuando las isothermas de baja presión, reproduce el gráfico de Standing y Katz con una exactitud promedia del 0.3%. Fue diseñado entre una gran variedad de condiciones y concentraciones de contaminantes.

$$Z = \frac{(1 + X + X^2 + X^3) + A X + B X^C}{(1 - X)^3}$$

$$A = 14.76 T_{sr} - 9.76 T_{sr} + 4.58 T_{sr}$$

$$B = 90.7 T_{sr} - 242.2 T_{sr}^2 + 42.4 T_{sr}^3$$

$$C = 1.18 + 2.82 T_{sr}$$

$$X_i = b \rho_r / 4$$

$$b = 0.245(R T_{sr}) e^{-1.2(1-T_{sr})}$$

Método de Burnett⁴

$$Z = 1 + (Z' - 1) \left[\sin \frac{90 P_{sr}}{P_{sr}'} \right]$$

Donde:

$$Z' = 0.3379 \ln(\ln T_{sr}) + 1.091$$

$$T_{sr} = \frac{T}{(315.1G + 170.4)}$$

$$P_{sr} = \frac{P}{(697.2 - 43G)}$$

$$P_{sr}' = 21.46 * Z' - 11.9 * Z^2 - 5.9$$

$$G = \left[1.1 + 0.26T_{sr} + (1.04 - 1.42T_{sr}) \frac{P_{sr}}{P_{sr}'} \right] \frac{e^{P_{sr}/T_{sr}}}{T_{sr}}$$

Método de Hakinson-Thomas-Phillips⁴

$$Z - 1 + \left[A_4 * T_{sr} - A_2 - \frac{A_6}{T_{sr}^2} \right] * \left[\frac{P_{sr}}{Z^2 * T_{sr}^2} \right] + (A_3 * T_{sr} - A_1) * \left[\frac{P_{sr}^2}{Z^3 * T_{sr}^3} \right] + \left[\frac{A_1 * A_5 * A_7 * P_{sr}^5}{Z^6 * T_{sr}^6} \right] \left(1 + \frac{A_8 * P_{sr}^2}{Z^2 * T_{sr}^2} \right) e^{\frac{-A_1 P_{sr}^2}{Z^2 * T_{sr}^2}} = 0$$

Coefficientes	P_{sr} de 0.4-5.0	P_{sr} de 5-15
A_1	0.001290236	0.0014507882
A_2	0.38193005	0.37922269
A_3	0.022199287	0.024181399
A_4	0.12215481	0.11812287
A_5	-0.015674794	0.037905663
A_6	0.027271364	0.19845016
A_7	0.023834219	0.048911693
A_8	0.43617780	0.0631425417

Esta ecuación puede ser resuelta utilizando el método iterativo de Newton-Raphson.

3.5.7. Compresibilidad Isotérmica del Gas¹

Esta correlación requiere la densidad reducida obtenida iterativamente para la solución del factor de compresibilidad del gas. Mediante la correlación de Dranchuk et al, se obtiene la compresibilidad del gas.

$$C_g = CR / P_{cr}$$

$$\frac{dZ}{d\rho_r} = \frac{5A\rho_r^5 + 2B\rho_r^2 + C\rho_r + 2E\rho_r^2(1 + F\rho_r^2 - F^2\rho_r^4)e^{(-F\rho_r^2)}}{\rho_r T_{sr}}$$

$$CR = \frac{1}{P_{sr}} \frac{1}{\left(1 + \frac{\rho_r}{Z}\right) \frac{dZ}{d\rho_r}}$$

3.5.8. Factor volumétrico de Formación del gas

Se denota como B_g o β_g . Es un factor que relaciona el número de barriles de gas que se necesitan en el yacimiento para producir un pie cúbico de gas a condiciones normales (pcn). Las ecuaciones para determinar β_g se presentaron anteriormente.

3.5.9. Viscosidad del gas

Se denota como μ_g . Es una propiedad importante para determinar la resistencia al flujo que presenta el gas durante su producción y transporte. Generalmente, la viscosidad del gas aumenta con los incrementos de presión. A presiones bajas la viscosidad del gas (al contrario que los líquidos) se incrementa con la temperatura. Sus unidades son los centipoises, cp. la viscosidad del gas también se determina por medio de correlaciones empíricas con un margen de error inferior al 2 %. La correlación de Carr et al permite obtener la viscosidad del gas a la presión atmosférica, μ_1 . Este valor, es llevado a cualquier presión, mediante la correlación de Dempsey.

Correlación de Carr et al.^{1,11}

$$\mu_1 = \mu_1 + \text{Correcciones por } N_2, CO_2 \text{ y } H_2S$$

$$\mu_1 = (1.709 \times 10^{-5} - 2.062 \times 10^{-6} \gamma_g) + 0.008188 - 0.00615 \log \gamma_g$$

$$Y_{CO_2} = Y_{CO_2} (0.00908 - 3 \log \gamma_g + 0.00624)$$

$$Y_{N_2} = Y_{N_2} (0.00848 - 3 \log \gamma_g + 0.00959)$$

$$Y_{H_2S} = Y_{H_2S} (0.00849 - 3 \log \gamma_g + 0.00373)$$

Correlación de Dempsey^{1,11}

$$\ln \left(\frac{T_{sr} \mu_g}{\mu_1} \right) = A_0 + A_1 P_{sr} + A_2 P_{sr}^2 + A_3 P_{sr}^3 + T_{sr} (A_4 + A_5 P_{sr} + A_6 P_{sr}^2 + A_7 P_{sr}^3) + \xi$$

$$\xi = T_{sr}^2 (A_8 + A_9 P_{sr} + A_{10} P_{sr}^2 + A_{11} P_{sr}^3) + T_{sr}^3 (A_{12} + A_{13} P_{sr} + A_{14} P_{sr}^2 + A_{15} P_{sr}^3)$$

$$A_0 = -2.4622$$

$$A_1 = 2.9705$$

$$A_2 = -0.2862$$

$$A_3 = 0.0805$$

$$A_4 = 2.8086$$

$$A_5 = -3.4980$$

$$A_6 = 0.3603$$

$$A_7 = -0.014$$

$$A_8 = -0.7933$$

$$\begin{array}{lll}
 A_9 = 1.3964 & A_{10} = -0.1491 & A_{11} = 0.0044 \\
 A_{12} = 0.8393 & A_{13} = -0.1864 & A_{14} = 0.2033 \\
 A_{15} = -0.000609 & &
 \end{array}$$

3.6. CORRELACIONES PARA SISTEMAS DE AGUA

3.6.1. Factor Volumétrico de Formación del Agua^{4,11}

Esta propiedad se evalúa mediante la correlación de Donson y Standing.

$$\beta_w = (A + B P + C P^2) SALCOR$$

Agua sin gas

$$A = 0.9947 + 5.8 \times 10^{-6} + 1.02 \times 10^{-6} T^2$$

$$B = -4.288 \times 10^{-6} + 1.8376 \times 10^{-8} T - 6.77 \times 10^{-11} T^2$$

$$C = 1.3 \times 10^{-10} + 1.3853 \times 10^{-12} T + 4.285 \times 10^{-15} T^2$$

Para agua saturada con gas

$$A = 0.9911 + 6.35 \times 10^{-5} T + 8.5 \times 10^{-7} T^2$$

$$B = -1.903 \times 10^{-6} - 3.497 \times 10^{-9} T + 4.57 \times 10^{-12} T^2$$

$$C = -5.1 \times 10^{-10} + 6.429 \times 10^{-13} T - 1.43 \times 10^{-15} T^2$$

$$SALCOR = 5.1 \times 10^{-8} P + (5.47 \times 10^{-6} - 1.95 \times 10^{-10} P)(T - 60) + (-3.23 \times 10^{-8} + 0.0085 P)(T - 60) Nacl + 1$$

3.6.2. Viscosidad del Agua

Esta propiedad se estima mediante la correlación de Meehan¹¹:

$$\mu_w = PRESCOR(SALCOR) 0.02414 \times 10^{\frac{247.8}{TK} - 140}$$

$$SALCOR = (1 - 0.00187 \sqrt{Nacl} + 0.000218 Nacl^{2.5} + \sqrt{T} - 0.0135 T)(0.0827 Nacl - 0.00034 Nacl^{1.5})$$

$$PRESCOR = 1.0031 + 3.5 \times 10^{-12} P^2 (T - 60)$$

3.6.3. Compresibilidad del agua y gas disuelto¹¹

Aparte de la presión, la compresibilidad del agua depende de la concentración de sal y el efecto de gas disuelto. Donson y Standing, presentaron su correlación para estimar la compresibilidad del agua y el gas disuelto:

$$C_w = SALCOR(1 + 0.0089 R_{sw})(A + B T + C T^2)/1000000$$

$$SALCOR = (0.052 + 0.0002T - 1.14 \times 10^{-6} T^2 + 1.121 \times 10^{-9} T^3) Nacl^{0.7} + 1$$

$$R_{sw} = (A + B P + C P^2) SALCOR$$

$$A = 2.12 + 0.00345T - 0.0000359T^2$$

$$B = 0.0107 - 0.0000526T + 0.000000148 T^2$$

$$C = -8.75 \times 10^{-7} + 3.9 \times 10^{-9} T - 1.02 \times 10^{-11} T^2$$

$$SALCOR = 1 - (0.0753 - 0.000173T) Nacl$$

Nota: La concentración de cloruro de sodio se entra en ppm y se divide por 10000.

3.6.4. Gravedad Específica del Agua¹¹

Cuando se desconoce la gravedad específica del agua, pero se conoce el contenido de sólidos disueltos en mg/lt, *SDC*, la gravedad específica del agua puede calcularse con:

$$\gamma_w = 1 + 0.695 \times 10^{-6} SDC$$

3.6.5. Tensión Superficial⁴

Sistemas gas-aceite. La correlación de Baker relaciona la tensión superficial con la presión, la temperatura y la gravedad del crudo.

$$\sigma_{68} = 39 - 0.2571 API$$

$$\sigma_{100} = 37.5 - 0.2571 API$$

$$\sigma_o = [\sigma_{68} - (T - 68)(\sigma_{68} - \sigma_{100})/32]$$

$$FCOR = 0.99984 \times 10^{-3.229268012P}$$

FCOR es el factor de corrección por efecto del gas disuelto. Se obtiene por el ajuste estadístico de la correlación gráfica de Baker y Swerdloff.

Sistemas gas-agua. La correlación de Katz et al, es el producto de la combinación gráfica del trabajo de varios investigadores. Este gráfico se ajustó por medios estadísticos, obteniéndose:

Para presiones ≤ 4.000

$$\sigma_{74} = -2.217387286 (\log (1/P))^2 + 83.3571155$$

Para presiones > 4.000

$$\sigma_{74} = -0.000714285714 P + 56.78571429$$

Para presiones ≤ 5.000

$$\sigma_{280} = 0.0063 P + 53$$

Para presiones > 5.000

$$\sigma_{280} = [1/(-1.456667652 \times 10^{-7} P + 0.003056517642)]^{1/2}$$

Para cualquier temperatura entre 74 y 280 °F

$$\sigma_w = (\sigma_{74} - \sigma_{280})/206 (T - 74)(-\sigma_{74})$$

3.7. FACTORES QUE AFECTAN EL RECOBRO DEL YACIMIENTO

- 1) **Presión del yacimiento,** La solubilidad del gas en el crudo es función de la presión. Se obtiene un aumento general en el recobro cuando la presión inicial es menor. Cuando la presión es más alta la curva de solubilidad alcanza un máximo al final debido a que se ha liberado una gran cantidad de gas para producir un barril de petróleo. Gran parte de la energía del yacimiento se desperdicia en la formación de canales de flujo de gas. La baja recuperación cuando la presión inicial es alta también se debe a una mayor contracción de petróleo al pasar a condiciones normales. Ver Fig. 3.3 y 3.4.
- 2) **Viscosidad y gravedad API.** El factor de recobro disminuye al aumentar la viscosidad. Ver Fig. 3.6.

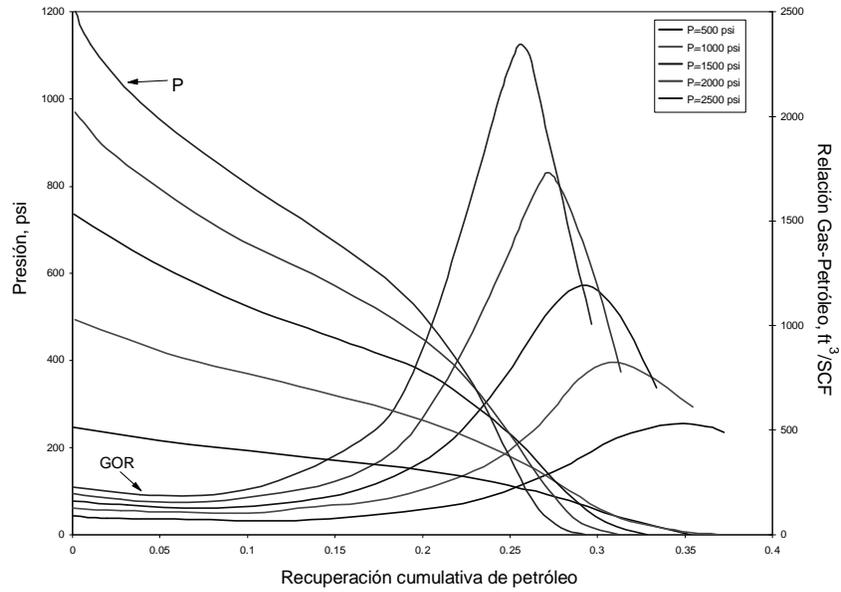


Fig. 3.3. Efecto de presión sobre el recobro, Presión de abandono de 14.7 psi¹²

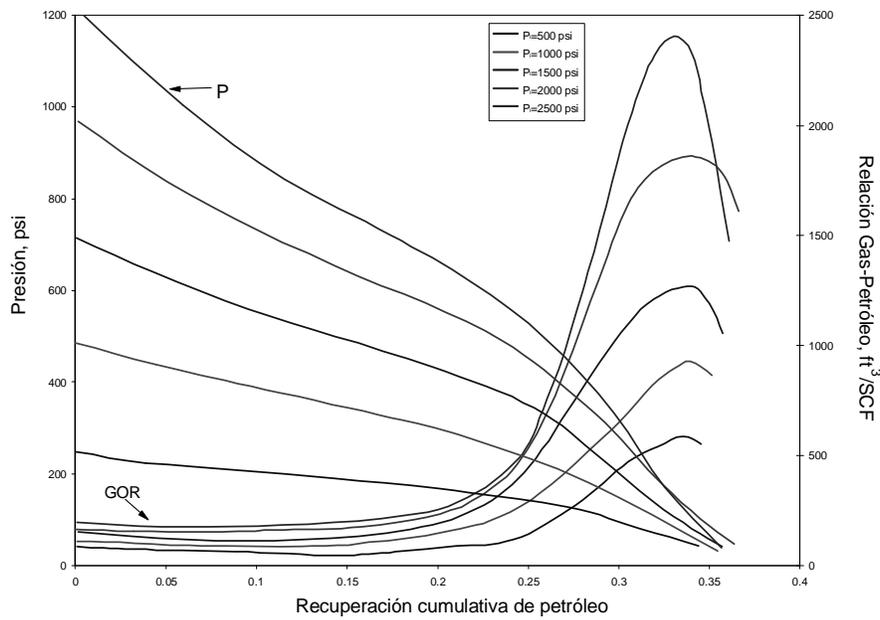


Fig. 3.4. Efecto de presión sobre el recobro, Presión de abandono de 100 psi¹²

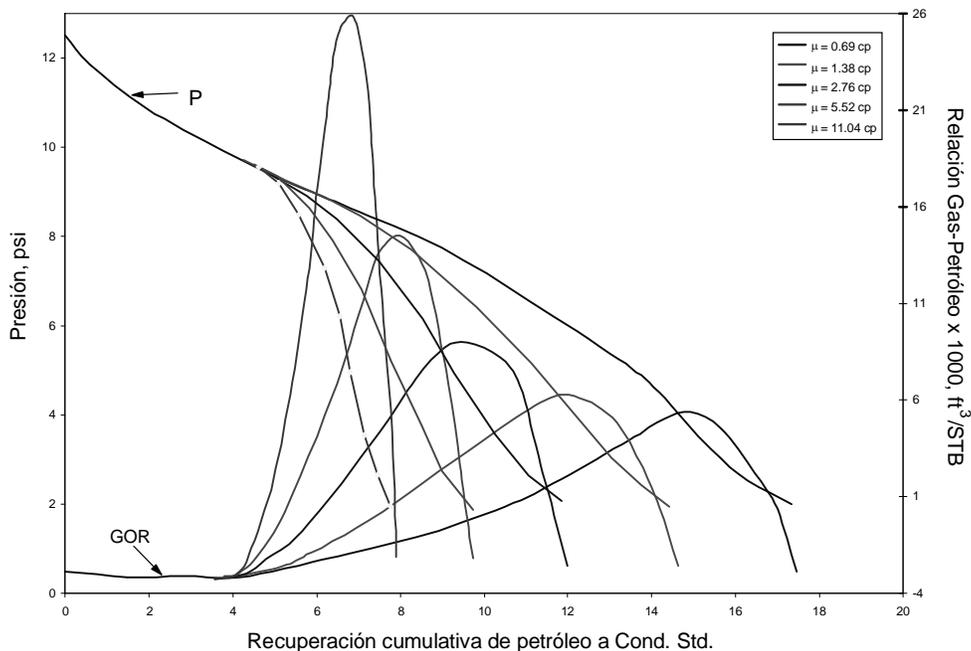


Fig. 3.5. Efecto de viscosidad sobre el recobro¹²

- 3) **Gas en solución.** A menor gas en solución mayor será el recobro de crudo. El crudo del yacimiento que contiene menor gas disuelto requiere una mayor contracción para tener una saturación de gas crítica además existe una mayor caída de presión en las primeras etapas de la vida del yacimiento. El petróleo con mayor solubilidad se crea un vacío para permitir la formación de la saturación de gas crítica.

El recobro se incrementa a medida que se incrementa la gravedad *API* hasta 40 °*API* y después disminuye. Los petróleos con mayor gravedad *API* tienen más contracción. Los yacimientos con más de 500 psi y solubilidades de gas mayores a 100 ft³/STB, tienen recobros que dependen más del movimiento de los fluidos que de la energía del yacimiento. Ver Fig. 3.6.

- 4) **Forma de las curvas de permeabilidades relativas.** Para casos donde la saturación de gas crítica es cero no hay mínimo en el *GOR*. La existencia de una saturación de gas crítica contribuye a un mayor recobro. Cuando no hay saturación de gas crítica la solubilidad es mayor lo cual es adverso al recobro. Ver Fig. 3.7.
- 5) **Saturación de agua connata.** Cuando hay agua connata hay más recuperación ya que las curvas de permeabilidades relativas se desvían hacia la región de saturación baja de petróleo. En otras palabras, sin agua connata, el agua fluye más rápido. Ver Figs. 3.7 y 3.8.

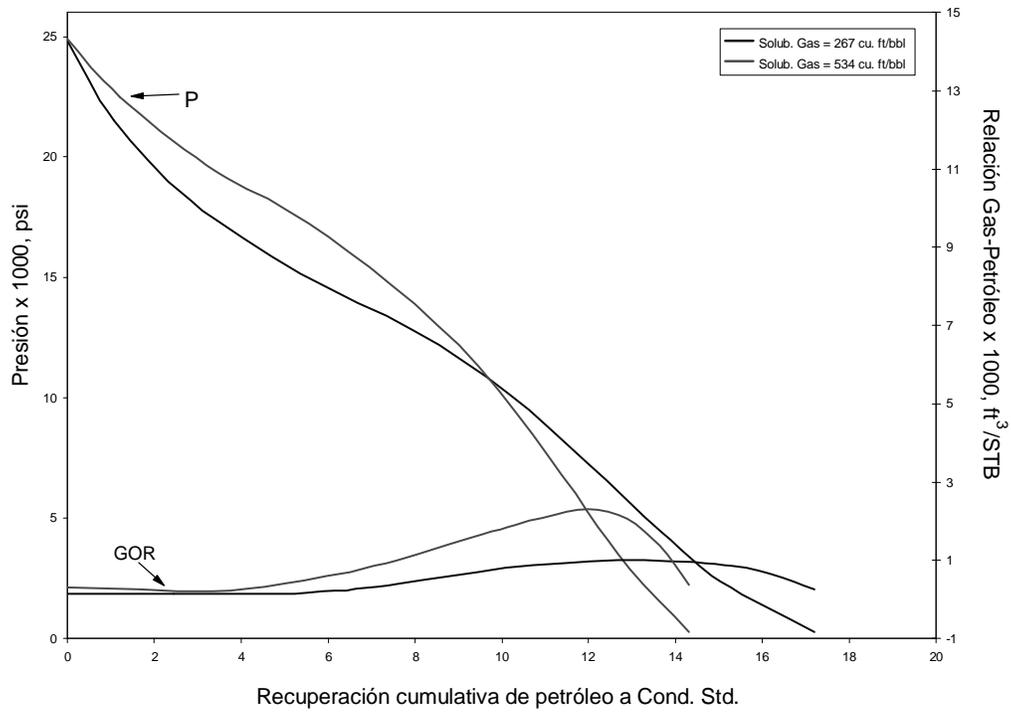


Fig. 3.6. Efecto de la solubilidad sobre el recobro¹²

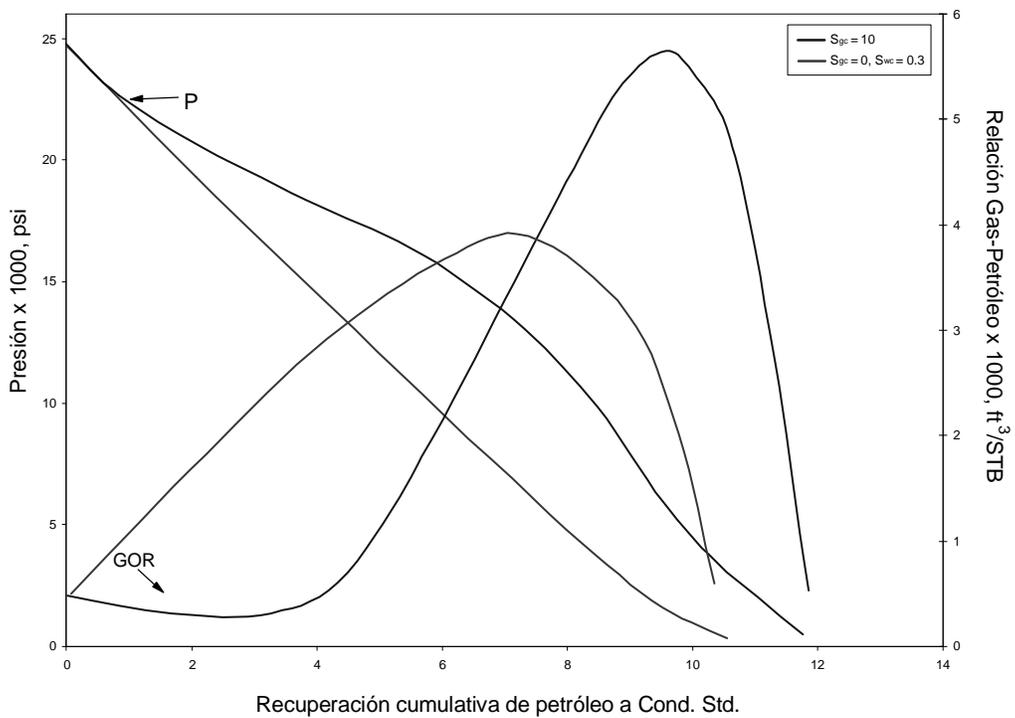


Fig. 3.7. Efecto de la curva de permeabilidades relativas sobre el recobro¹²

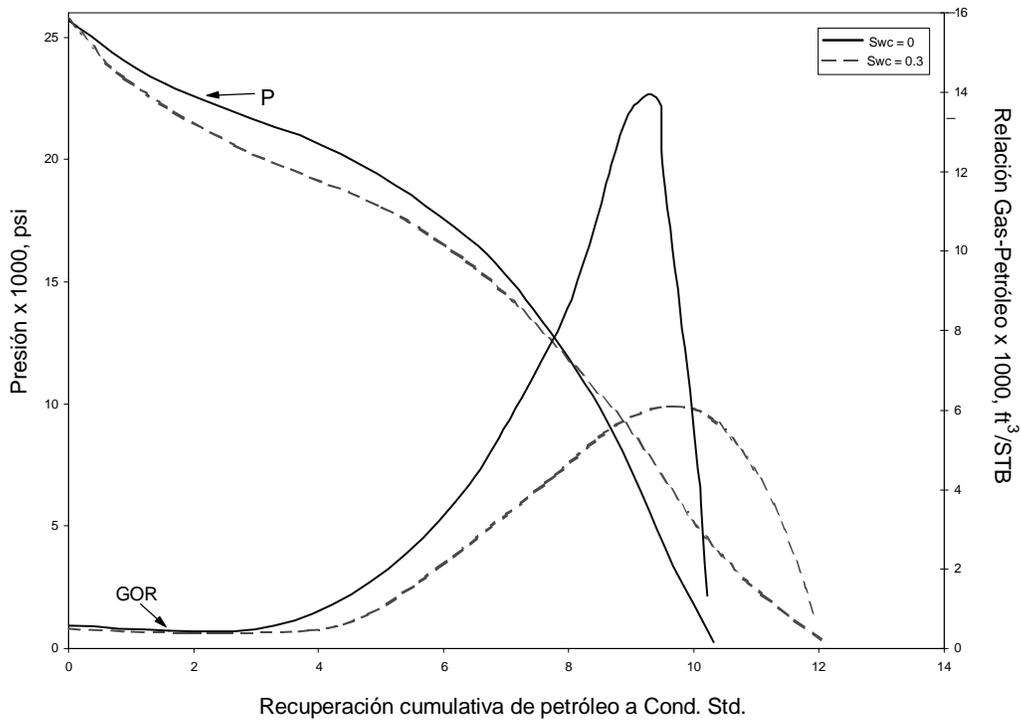


Fig. 5.24. Efecto de la S_{wc} sobre el recobro¹²

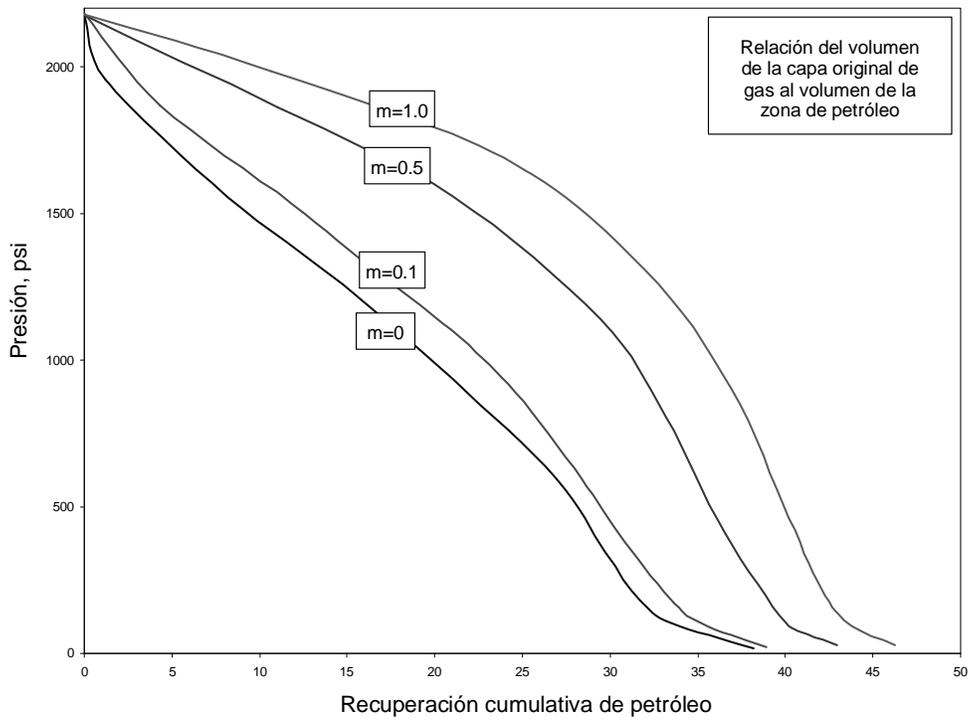


Fig. 3.8. Efecto de la presencia de capa de gas sobre el recobro¹²

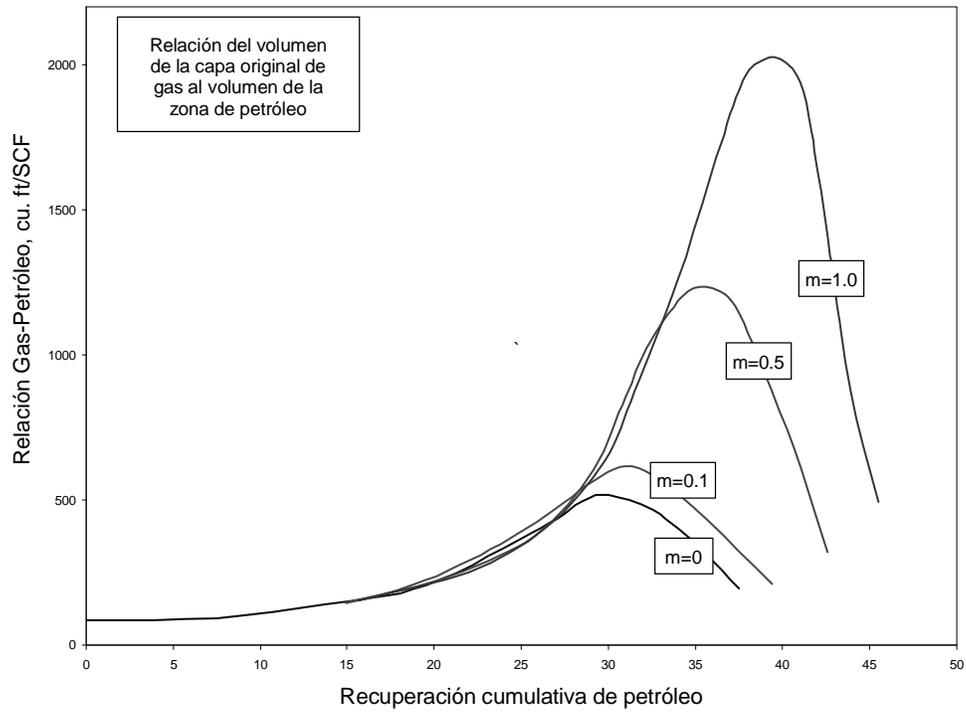


Fig. 3.9. Efecto de la presencia de capa de gas sobre el recobro¹²

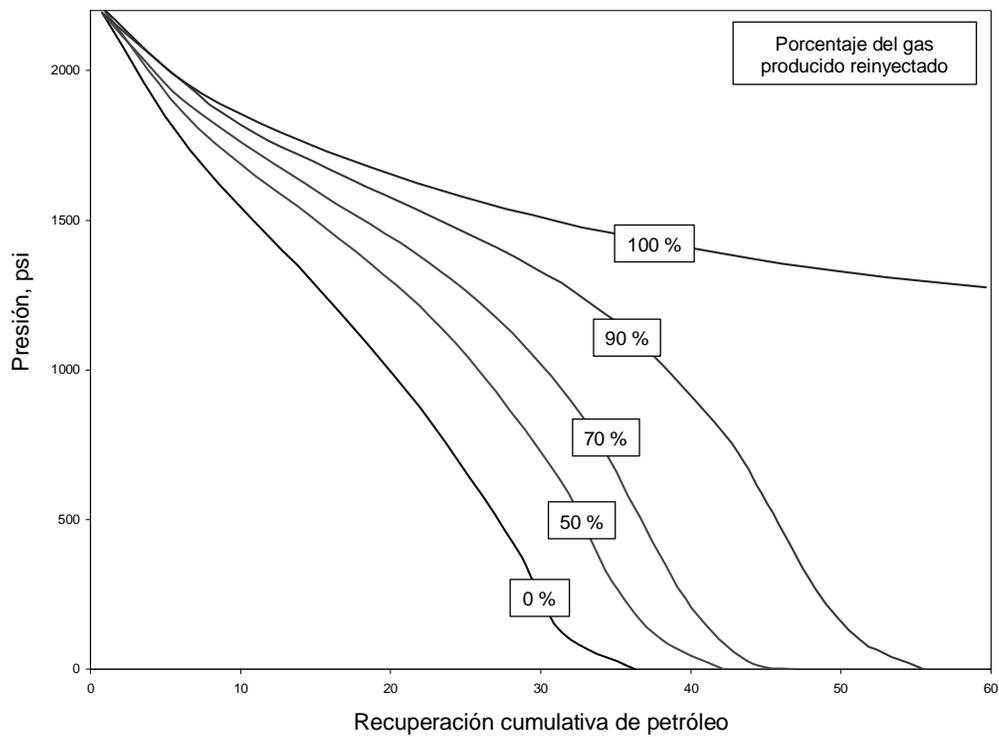


Fig. 3.10. Efecto de reinyección de gas sobre el recobro¹²

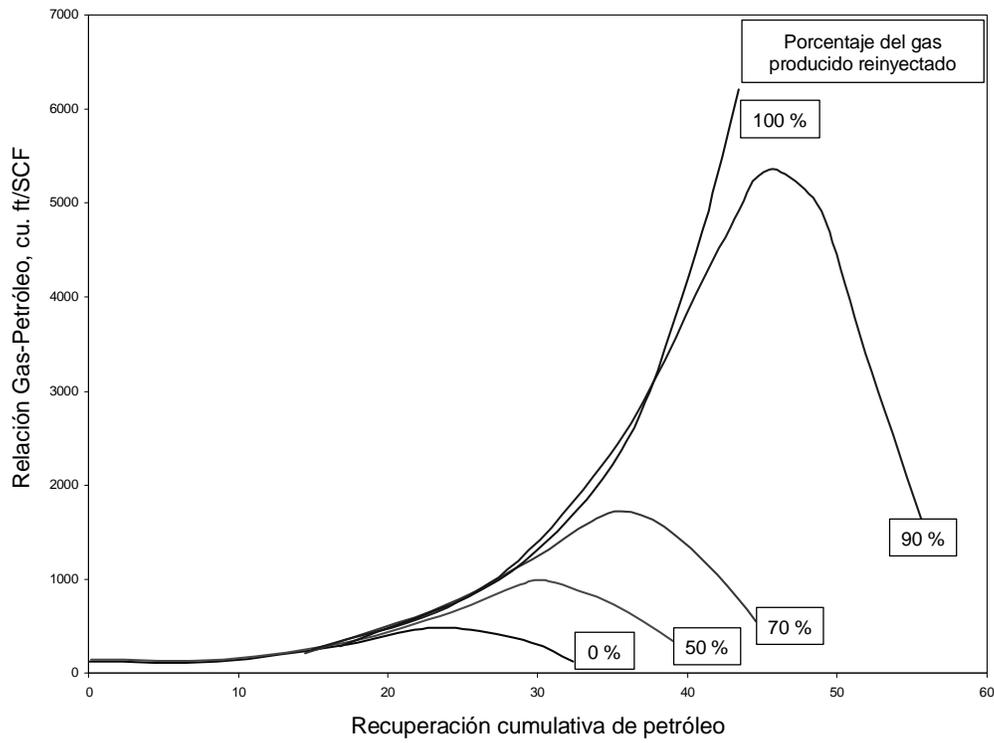


Fig. 3.11. Efecto de reinyección de gas sobre el recobro¹²

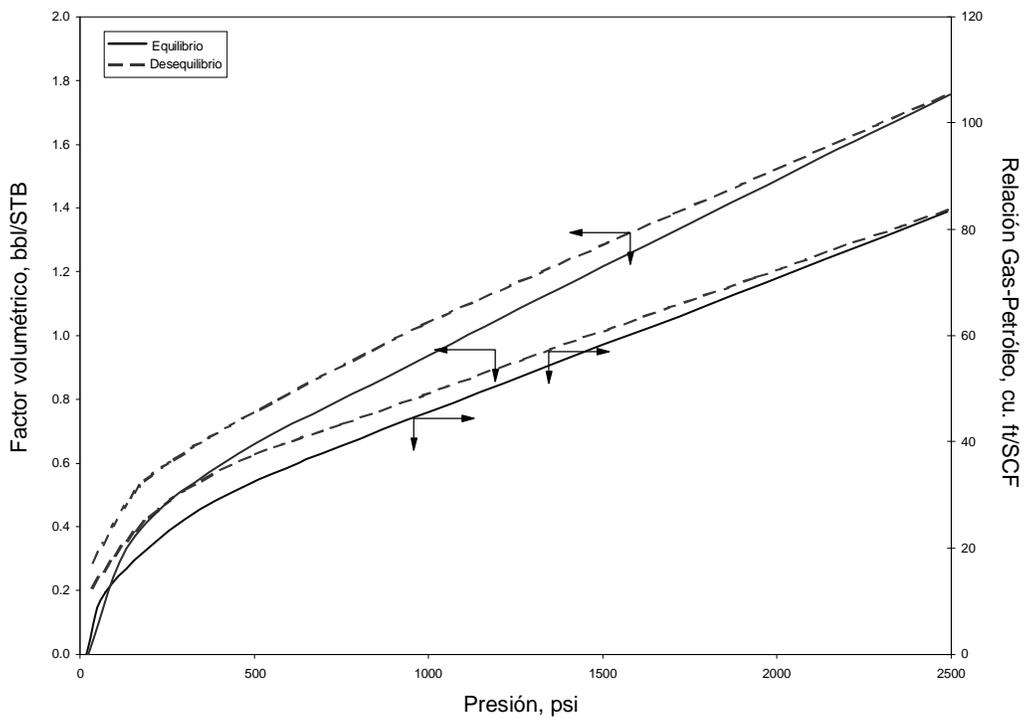


Fig. 3.12. Efecto de histéresis de vaporización sobre el recobro¹²

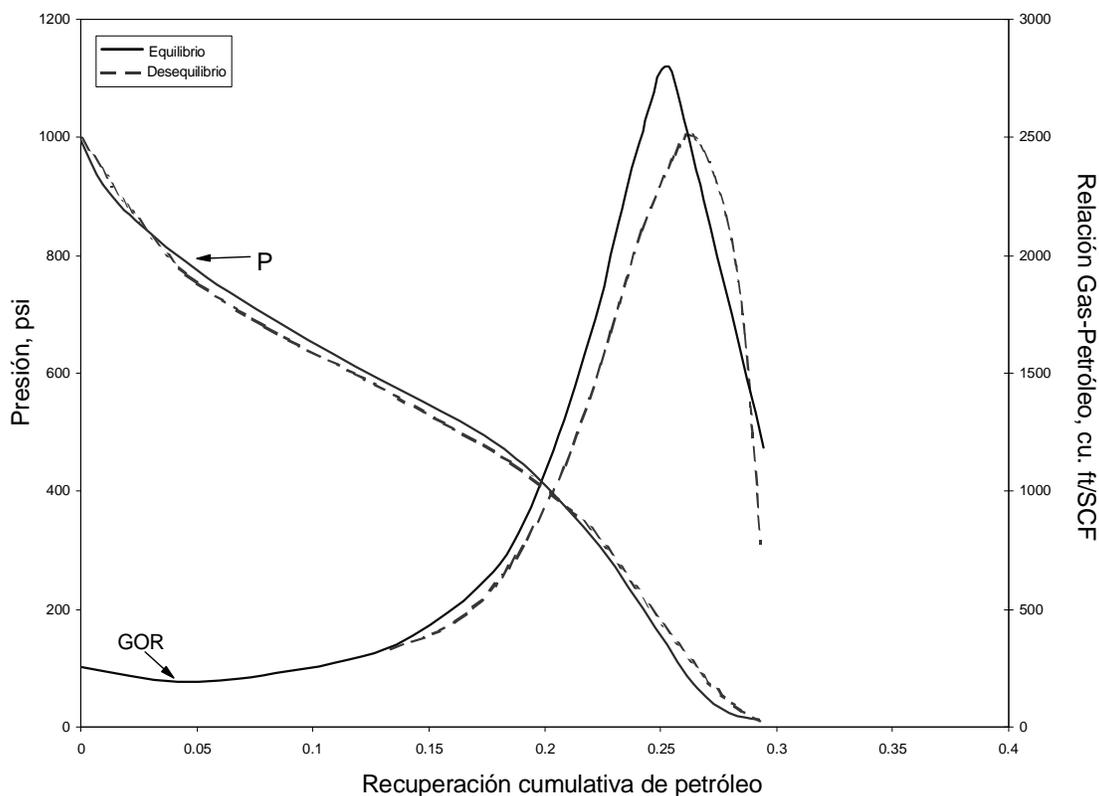


Fig. 3.13. Efecto de histéresis de vaporización sobre el recobro¹²

- 6) **Presencia y formación de capa de gas.** Cuando m pasa de 0 a 1, el recobro pasa de 37.6 a 45.5 (experimento). Ver Figs. 3.8 y 3.9.
- 7) **Rata y método de inyección de gas.** Esto se hace principalmente para mantenimiento de la presión. Una rata exagerada permite que no haya equilibrio. Ver Fig. 3.10 y 3.11.
- 8) **Espaciamiento entre pozos.** A mayor espaciamiento mayor eficiencia de expulsión y mayor recobro. El gas debe recorrer más camino.
- 9) **Histéresis de vaporización del yacimiento.** La histéresis es función de la presión. Al haber desequilibrio en las fases hay pérdida de recobro. Ver Figs. 3.12 y 3.13.
- 10) **Ratas de producción de los fluidos y caída de presión.** Un alto caudal trae como consecuencia una alta presión diferencial lo que impide el establecimiento de equilibrio en la vaporización quedando el petróleo sobresaturado de gas lo que causa histéresis de vaporización y la consecuente pérdida de recobro.
- 11) **Gradiente de la saturación de gas en procesos de inyección.** Al inyectar gas, éste no se dispersa uniformemente en el yacimiento sino que forma un gradiente de saturación,

siendo la saturación de líquido mayor en la vecindad del pozo productor. Si este gradiente es muy alto perjudica el recobro de petróleo.

11) Volatilidad del crudo en el yacimiento. Cuando el crudo es de alta volatilidad, las proporciones relativas de líquido y vapor no son las mismas a condiciones de superficie y yacimiento. A mayor volatilidad menor recobro por la formación e bancos de gas.

REFERENCIAS

1. Craft, B.C. and M.F., Hawkins. "*Applied Reservoir Engineering*". Prentice-Hall International. New Jersey, 1991.
2. Smith, C.R., and Tracy, G.W. "*Applied Reservoir Engineering*". Oil & Gas Consultants, Inc. Tulsa, Ok. 1987.
3. Bradley, H.B., "*Petroleum Engineering Handbook*". Revised edition (July 1, 1987). SPE.
4. Brill, J.P. and Beggs, H. D. "*Two-Phase Flow in Pipes*". PennWellBooks, 1978.
5. Kartoatmodjo, T. and Schmidt, Z. "*New Correlations for Crude Oil Physical Properties*". Artículo SPE 23556, 1991.
6. Al-Marhoun, Muhammad, A. "*PVT Correlations for Middle East Crude Oils*". Artículo SPE 17718. 1988.
7. Frashad, F., LeBlanc, J.L., Garber, J.D., Osorio, J.G. "*Empirical PVT Correlations for Colombian Crude Oils*". Artículo SPE 36105, 1996.
8. De Ghetto, G. and Villa, M. "*Reliability Analysis on PVT Correlations*". Artículo SPE 28904, 1994.
9. Khan, S.A. "*Development of Viscosity Correlations for Crude Oils*". Artículo SPE 17132. 1987.
10. Petrosky Jr., G.E., and Farshad, F. "*Pressure-Volume-Temperature Correlations for Gulf of Mexico Crude Oils*". Artículo SPE 51395. 1998.
11. McCain, W. "*The Properties of the Petroleum Fluids*". Gulf Publishing Co. 1988.
12. Pirson, S. "*Ingeniería de Yacimientos Petrolíferos*". Ediciones Omega. Barcelona. 1965.
13. Kartoatmodjo, T. and Schmidt, Z. "*Large Data Bank Improves Crude Physical Property Correlations*". Oil & Gas Journal, p. 51-54. Jul. 1994.

CAPITULO 4

CALCULO VOLUMETRICO DE HIDROCARBUROS

El cálculo volumétrico de petróleo y/o gas es de una de las herramientas para la estimación de reservas. Los métodos para cuantificar reservas son:

- Método volumétrico
- Ecuación de balance de materia
- Curvas de declinación
- Simulación numérica y/o matemática de yacimientos

4.1. TIPOS DE PRODUCCIONES O RECOBROS

Se consideran tres tipos de recobro en la etapa de vida de un yacimiento, a saber:

- Producción primaria: El pozo/yacimiento produce por energía propia o flujo natural
- Producción secundaria: Se introduce energía externa al sistema. Esta comprende el levantamiento artificial e inyección de agua fría
- Producción terciaria: Además de energía, el fluido o la roca sufre un cambio en sus propiedades. En este grupo se consideran: la inyección de agua caliente, gas, químicos, combustión in-situ, etc.

4.2. ECUACIONES VOLUMÉTRICAS

El método volumétrico para el cálculo de petróleo original se hace a través de¹⁻⁴:

$$N = \frac{7758 Ah \phi S_{oi}}{\beta_{oi}}$$

Para aplicar el método volumétrico se requiere conocer la porosidad, la saturación inicial de agua, el volumen total del yacimiento y los factores volumétricos. La constante resulta de 43560 (ft²/acre)/5.615 ft³/bbl.

A está en acres, N es el aceite original in-situ, OOIP, en BF y ϕ es la porosidad en fracción. El gas original encontrado en solución se calcula mediante la ecuación:

$$G = 43560 Ah \phi S_{gi} / B_{gi}$$

G está dado en pcn, β_{gi} está dado en bbl/pcn y h está dado en pies (intervalo de gas)

4.2.1. Correlaciones API para calcular el factor de recobro^{4,5}

Para gas en solución

$$FR = 41.85 \left\{ \phi \left(\frac{1 - S_{wi}}{\beta_{ob}} \right) \right\}^{0.1611} \left(\frac{k}{\mu_{ob}} \right)^{0.0979} S_{wi}^{0.3722} \left(\frac{P_b}{P_a} \right)^{0.1741}$$

$$FR = 41.85 \left\{ \phi \left(\frac{1 - S_{wi}}{\beta_{ob}} \right) \right\}^{0.312} \left(\frac{k}{\mu_{ob}} \right)^{0.0816} S_{wi}^{0.463} \left(\frac{P_b}{P_a} \right)^{0.249}$$

Para empuje de agua

$$FR = 54.898 \left\{ \phi \left(\frac{1 - S_{wi}}{\beta_{oi}} \right) \right\}^{0.0422} \left(\frac{k \mu_{wi}}{\mu_{oi}} \right)^{0.077} S_{wi}^{-0.1903} \left(\frac{P_b}{P_a} \right)^{-0.2159}$$

Para empuje de agua y yacimientos de areniscas

$$FR = 11.4 + 27.2 \log(k) + 25.6 S_{wi} - 13.6 \log(\mu_o) - 153.8 \phi - 0.035h$$

Yacimientos de condensados

$$N_p^* = -0.061743 + 143.55 / R_{pi} + 0.00012184T + 0.0010114API$$

$$G_p^* = -2229.4 + 148.43 \left(\frac{R_{pi}}{100} \right)^{0.2} + 124130 / T + 21.831API$$

Las unidades de N_p^* están en STB/rb volumen poroso de hidrocarburos (HCPV). Válido para presiones de abandono de 500 psia.

FR es el factor de recobro

k en permeabilidad absoluta en milidarcies

P_a es la presión de abandono del yacimiento en psia

T temperatura del yacimiento, °R

R_{pi} relación gas producido/petróleo producido a condiciones iniciales

Ejercicio: Dada la siguiente información determinar el factor de recobro para un yacimiento que produce por gas en solución.

$$S_{wi} = 32 \%$$

$$\phi = 19.4 \%$$

$$k = 80 \text{ md}$$

$$API = 27.8$$

$$T = 120 \text{ °F}$$

$$R_{si} = 200 \text{ pcn/BF}$$

$$P_i = 1100 \text{ psia}$$

$$P_a = 100 \text{ psia}$$

$$\gamma_g = 0.84$$

Ejercicio: Dada la siguiente información determine el factor de recobro para un yacimiento que tiene empuje de agua.

$$\begin{array}{llll} \phi = 12.42 \% & S_w = 16 \% & k = 120 \text{ md} & P_i = 3400 \text{ psia} \\ API = 35 & GOR_{ini} = 450 \text{ pcn/BF} & P_a = 1000 \text{ psi} & \end{array}$$

4.3. CALCULO DE VOLÚMENES

4.3.1. Cálculos de volumen manualmente

Para hallar volúmenes de roca a partir de mapas geológicos se utiliza el planímetro. Con este dispositivo se miden las áreas de cada contorno. Los volúmenes se proyectan, ver Figs. 4.1.a y 4.1.b, de modo que se tengan áreas para leer.

$$A = \text{lectura planímetro} * \frac{247 \text{ acre} / 1 \text{ km}}{\text{lectura inicial}}$$

El volumen de un cuerpo irregular tridimensional se halla aproximándolo a una serie de figuras incrementales a cada una de las cuales se les aplica la regla trapezoidal. Para una figura de dos áreas, el volumen se obtiene promediando las áreas y multiplicando el resultado por la altura (volumen de un trapecioide)^{1,4}:

$$\Delta V = \frac{h}{2} (A_n + A_{n+1})$$

El volumen de una serie de trapecoides^{1,4}:

$$\Delta V = \frac{h}{2} (A_0 + 2A_1 + 2A_2 + \dots + 2A_{n-1} + A_n) + \bar{h}_n \cdot A_n$$

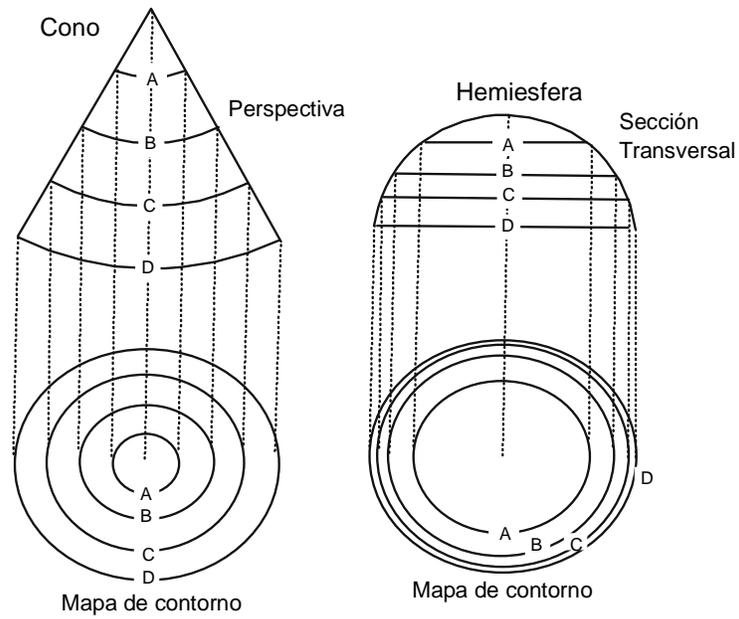
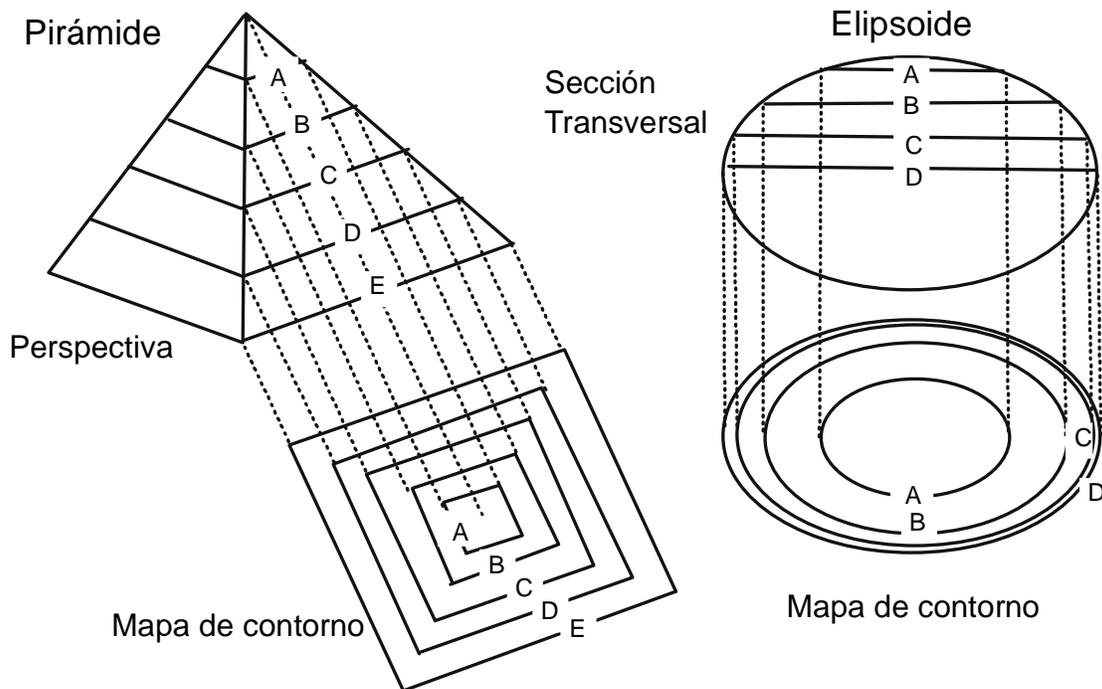
El último término en la expresión anterior es responsable por la forma de copa invertida que normalmente se halla en el tope de un yacimiento y se utiliza como un pequeño factor de corrección siendo \bar{h}_n es la altura media de dicha porción del tope de la estructura.

Volumen del tronco de una pirámide^{1,4}:

$$\Delta V = \frac{h}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2})$$

Con esta regla piramidal, el volumen total se da mediante^{1,4}:

$$\Delta V = \frac{h}{3} (A_1 + 2A_2 + 2A_3 + \dots + 2A_{n-1} + 2A_n + \sqrt{A_1 A_2} + \sqrt{A_2 A_3} + \dots + \sqrt{A_{n-1} A_n})$$

Fig. 4.1.a. Proyección de áreas⁴Fig. 4.1.b. Proyección de áreas⁴

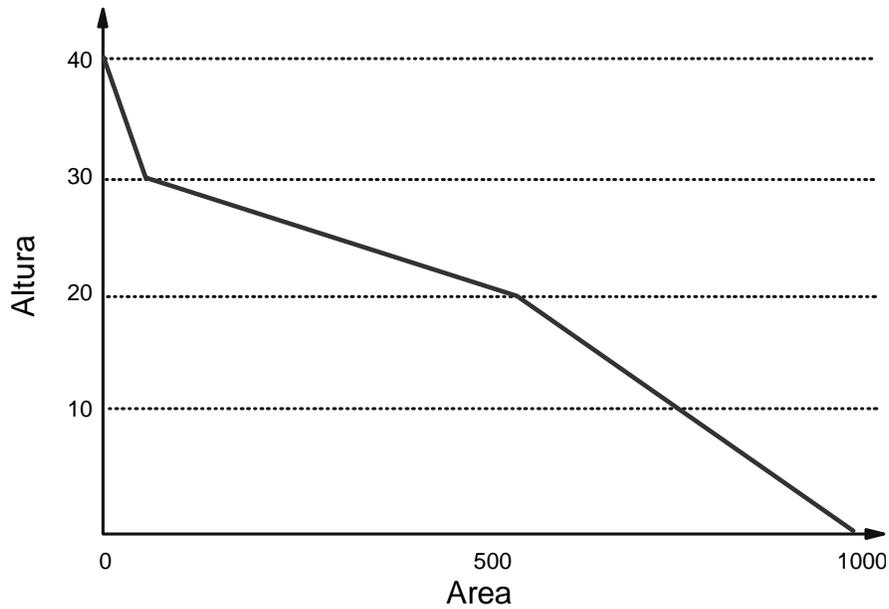


Fig. 4.2. Estimación de volumen

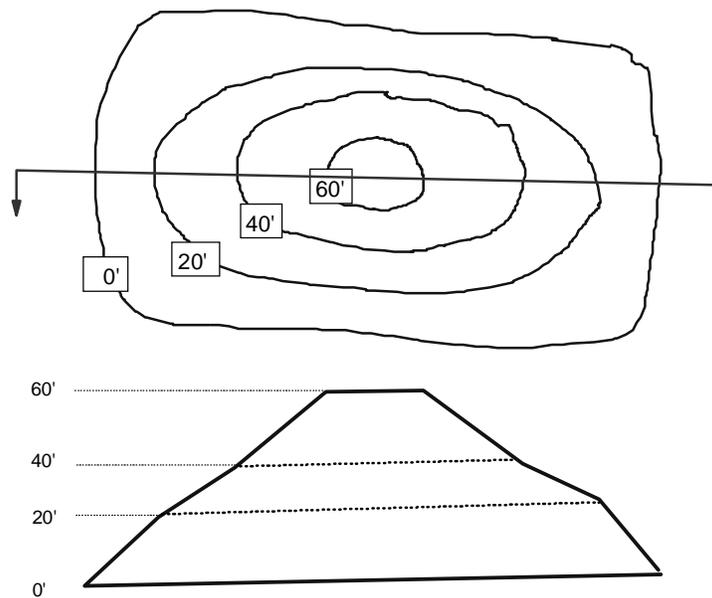


Fig. 4.3. Mapa isópaco de la arena Gusher

Utilizando la regla de integración numérica de Simpson del área bajo la curva extendida a un volumen for n figuras pares:

$$\Delta V = \frac{h}{3} (A_1 + 4A_2 + 2A_3 + 4A_4 \dots + 2A_{n-2} + 4A_{n-1} + A_n)$$

Ejemplo, se determinaron las siguientes áreas y alturas:

	h , ft	A , Ac
A_0	0	1000
A_1	10	720
A_2	30	640
A_3	30	30

El volumen se obtiene como el área bajo la curva de la Fig. 4.2.

EJEMPLO

El mapa isópaco para la arena petrolífera Gusher se presenta en la Fig. 4.3. La porosidad promedio es de 23 %, la saturación de agua connata es 32 % y el factor volumétrico inicial del crudo fue de 1.32 rb/STB. Este yacimiento ha producido a la fecha 3.53 MM STB. Las áreas dentro de los contornos son: $A_0 = 640$ Ac, $A_{20} = 480$ Ac, $A_{40} = 320$ Ac y $A_{60} = 160$ Ac.

- Calcule la cantidad de petróleo original
- Cuál es el factor de recobro?

a) El volumen de hidrocarburos se estima con la fórmula trapezoidal:

$$HCPV = \frac{h}{2} [A_0 + 2A_{20} + 2A_{40} + A_{60}]$$

$$HCPV = \frac{20}{2} [640 + 2 \times 480 + 2 \times 320 + 160] \times 43560 = 1045440000 \text{ ft}^3 = 1.862 \times 10^8 \text{ bbl}$$

$$N = \frac{V\phi(1-S_w)}{\beta_0} = \frac{1.86 \times 10^8 (0.23)(1-0.32)}{1.32} = 2.206 \times 10^7 \text{ STB}$$

b) Conocido el petróleo producido acumulado, el factor de recobro se calcula mediante:

$$FR = \frac{N_p}{N} = \frac{3.53 \times 10^6}{2.206 \times 10^7} = 16 \%$$

4.3.2. Cálculos de volumen asistido por computador

El trazado manual de mapas y la planimetría pueden resultar tediosos y consumidores de tiempo, de modo que es razonable asignar esta labor al computador. El mapeo computarizado no siempre produce los mismos resultados que aquellos efectuados manualmente; sin embargo, todo el proceso es más eficiente y los resultados pueden ser muy satisfactorios si se realizan ciertos ajustes.

El problema de contorno computarizado es que el computador realiza mapeo en áreas donde no hay datos. El método de interpolación entre puntos y extrapolación fuera de la región de datos afecta la forma, la apariencia y el estilo del mapa. El programa usado en este curso es el Surfer de la compañía Golden Software Inc., el cual corre en ambiente Windows.

4.3.2.1. Método Krigging

Este es el método más recomendado. Los mapas mostrados en las Figs. 4.4 y 4.5 fueron generados por el programa Surfer con los datos de la tabla 4.1 usando el método de interpolación Krigging. Algunos problemas que no se presentan en el trazado manual son obvios en estos mapas. Primero, la estructura de los contornos tiende a agrandarse o abultarse hacia el sur, suroeste y noreste, áreas donde no existen puntos. Otros métodos de interpolación son: curvatura mínima, distancia inversa, método de Shepherd, triangulación, regresión polinómica y funciones de bases radiales.

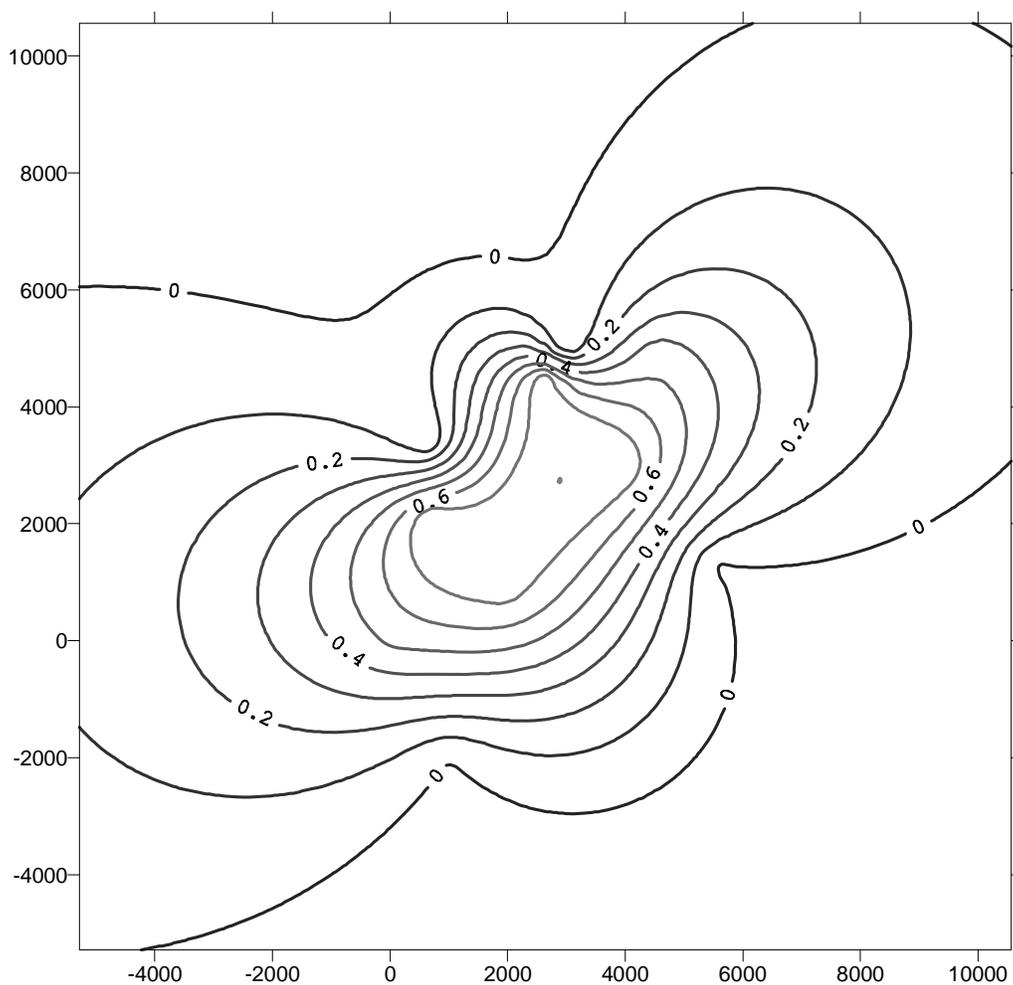


Fig. 4.4. Mapa de contorno de la saturación de petróleo por el método Krigging

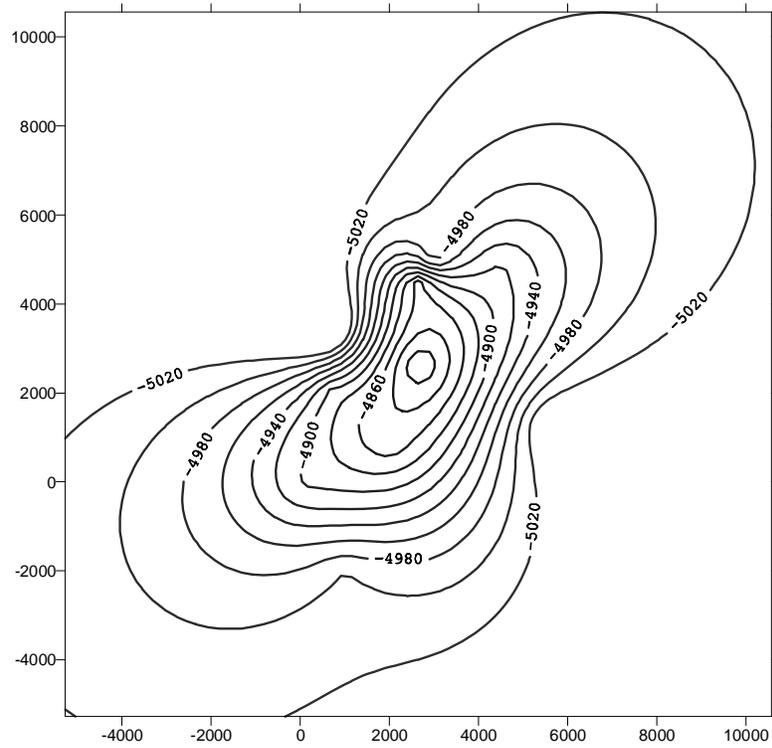


Fig. 4.5. Mapa estructural por el método Kriging

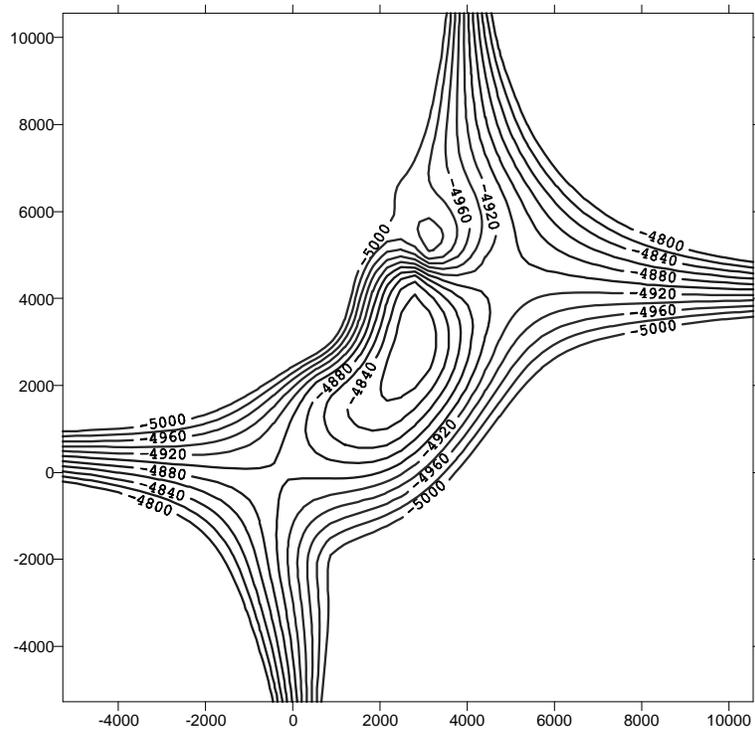


Fig. 4.6. Mapa estructural por el método de curvatura mínima

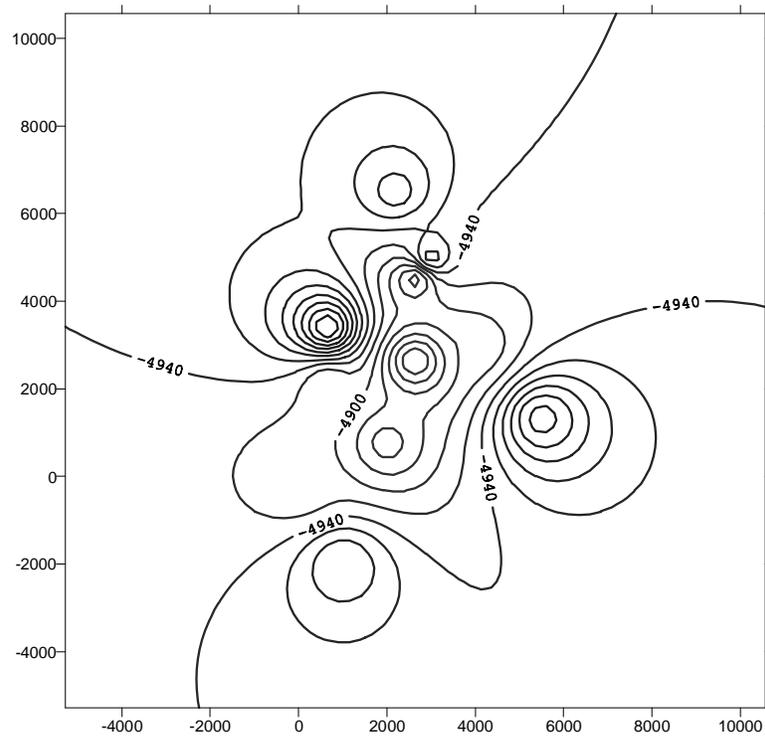


Fig. 4.7. Mapa estructural por el método de la distancia inversa cuadrática

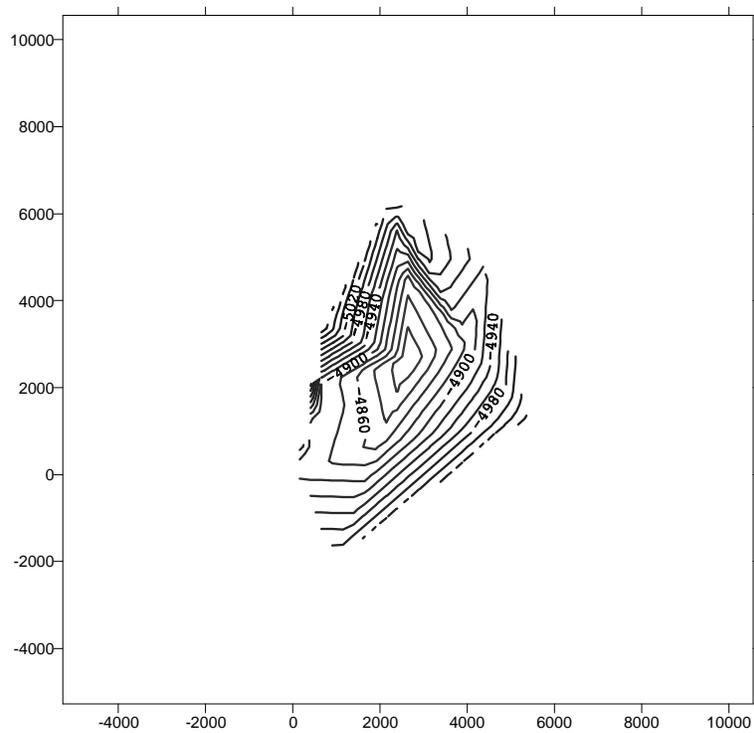


Fig. 4.8. Mapa estructural por el método de triangulación

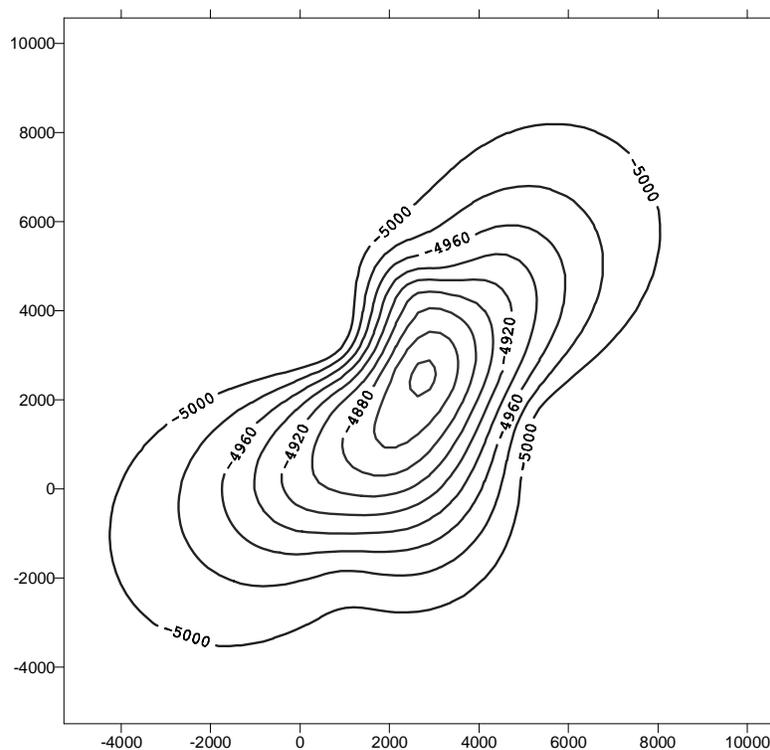


Fig. 4.9. Mapa estructural por el método de bases radiales

Tabla 4.1. Datos de pozos para ejemplo volumétrico

Pozo	x , ft	y , ft	D , ft	h , ft	ϕ	S_w
1	0	-110	-4900	25	0.2	0.5
2	4500	4970	-4920	33	0.205	0.55
3	2640	2640	-4800	44	0.2	0.2
4	660	2100	-4900	36	0.19	0.22
5	2000	770	-4850	22	0.023	0.27
6	2640	4500	-4850	45	0.242	0.23
7	4000	3000	-4880	23	0.235	0.22
8	660	3400	-5100	34	0.23	1
9	5500	1320	-5050	24	0.19	1
10	2200	6500	-5010	11	0.21	1
11	1000	-2000	-5000	24	0.18	1
12	3000	5000	-4990	28	0.12	1
Prom.				31.73	0.2023	

4.3.2.2. Método de Curvatura Mínima

Este método tiende a producir curvas más suavizadas que satisfacen los datos en una manera muy cercana. Sin embargo, lejos de los datos, este método tiende a reversar la pendiente y

producir puntos de cabalgamiento. La Fig. 4.6 fue generada con los mismos datos de la tabla 4.1. Otro problema adicional, es que se puede observar que el contacto agua petróleo está a -4900 ft cuando en realidad está a -4960 ft como lo indicará el próximo ejemplo.

4.3.2.3. Método de la Distancia Inversa

Este y el método de Shepherd tienden a producir estructuras que se centran alrededor de los datos con elevaciones alrededor de los pozos altos y zonas bajas en los pozos bajos que a menudo parecen ojos de toro. Ver Fig. 4.7. El contacto está aproximadamente a -4920 ft. La forma general difiere de la que se espera por construcción manual. El exponente de la fórmula puede fijarse en cualquier valor pero valores mayores de 2 no son recomendables y exponentes menores de uno produce resultados inusables.

4.3.2.4. Método de Triangulación

Este algoritmo crea triángulos mediante el trazado de líneas entre puntos. Los triángulos resultantes se usan para interpolar entre puntos produciendo resultados aceptables en las zonas donde hay datos. El método trabaja mejor cuando hay cientos o miles de puntos espaciados uniformemente a lo largo y ancho de la malla, pero no produce ningún contorno donde no hay datos⁴. Es muy bueno para reproducir fallas cuando hay suficientes datos. Ver Fig. 4.8.

Tabla 4.2. Medida de las áreas de los contornos

Contorno	Area, in ²	Area, ft ²
0	3.52862E+0 1	3.52862E+07
0.1	2.56503E+0 1	2.56503E+07
0.2	1.95401E+0 1	1.95401E+07
0.3	1.46552E+0 1	1.46552E+07
0.4	1.05954E+0 1	1.05954E+07
0.5	7.33082E+0 0	7.33082E+06
0.6	3.92856E+0 0	3.92856E+06
0.7	2.10524E+0 0	2.10524E+06
0.8	4.04760E-01	4.04760E+06
0.9	1.30941E-02	1.30941E+04

1 in = 1000 ft (escala del mapa)

4.3.2.5. Método de Funciones de Bases Radiales

Es un conjunto de diversos métodos de interpolación entre los cuales el mejor es la función multicuadrática. Los resultados son suavizados y comparables con el método Krigging.

EJEMPLO

Un campo petrolero contiene siete y cinco pozos secos cuyos datos se dan en la tabla 4.1. $B = 1.435$ rb/STB y OWC = -4960 ft sobre el nivel del mar. Use la información suministrada en la tabla 4.1 para determinar petróleo in-situ por el método volumétrico y con la ayuda del Surfer.

SOLUCIÓN

La tabla 4.2 presenta las áreas leídas con el planímetro del mapa isosaturación de la Fig. 4.4. Los contornos se tomaron de 0 a 0.9 con intervalos de 0.1 ($h = 0.1$). La regla piramidal se usa para calcular el volumen de crudo:

$$\Delta V = \frac{h}{3} (A_1 + 2A_2 + 2A_3 + \dots + 2A_9 + A_{10} + \sqrt{A_1 A_2} + \sqrt{A_2 A_3} + \dots + \sqrt{A_9 A_{10}})$$

$$\Delta V = 3402030 \text{ ft}^2 / 43560 \text{ ft}^2 / \text{Ac} = 78.1 \text{ Ac (incluye la saturación de crudo)}$$

Calculando el volumen de crudo:

$$N = \frac{7758 Ah \phi}{\beta_{oi}} = \frac{7758(78.1)(31.73)(0.2023)}{1.435} = 10658020 \text{ STB}$$

Otra forma más exacta es generando el valor de cada una de las propiedades (espesor, porosidad y saturación de crudo) para cada una de las diferentes celdas en que puede dividirse el yacimiento, se debe tener cuidado con anular aquellos valores donde el espesor o la saturación son cero y el programa puede colocarle algún valor. Surfer permite exportar los valores de cada celda. Para este ejemplo se tomaron 6500 celdas (100*65) teniendo cada celda un área de 38600.86 ft² de acuerdo con los límites del yacimiento de la Fig. 4.4. Valores de saturación menores de 0.01 (incluyendo valores negativos fueron asumidos como cero). Usando esta forma el petróleo in-situ resulto ser 19724505 STB.

4.4. CÁLCULOS VOLUMÉTRICOS EN YACIMIENTOS GASÍFEROS

En yacimientos volumétricos la producción se debe principalmente a la declinación de presión y en yacimientos no volumétricos la producción se debe a (1) Depleción (ΔP) más el empuje más empuje parcial de agua si el caudal de gas, $q_g > W_e$ (intrusión de agua) o al

empuje de agua cuando no existe depleción por la presencia de un acuífero activo. En este caso $q_g \approx W_e$. Ver Fig. 4.10.

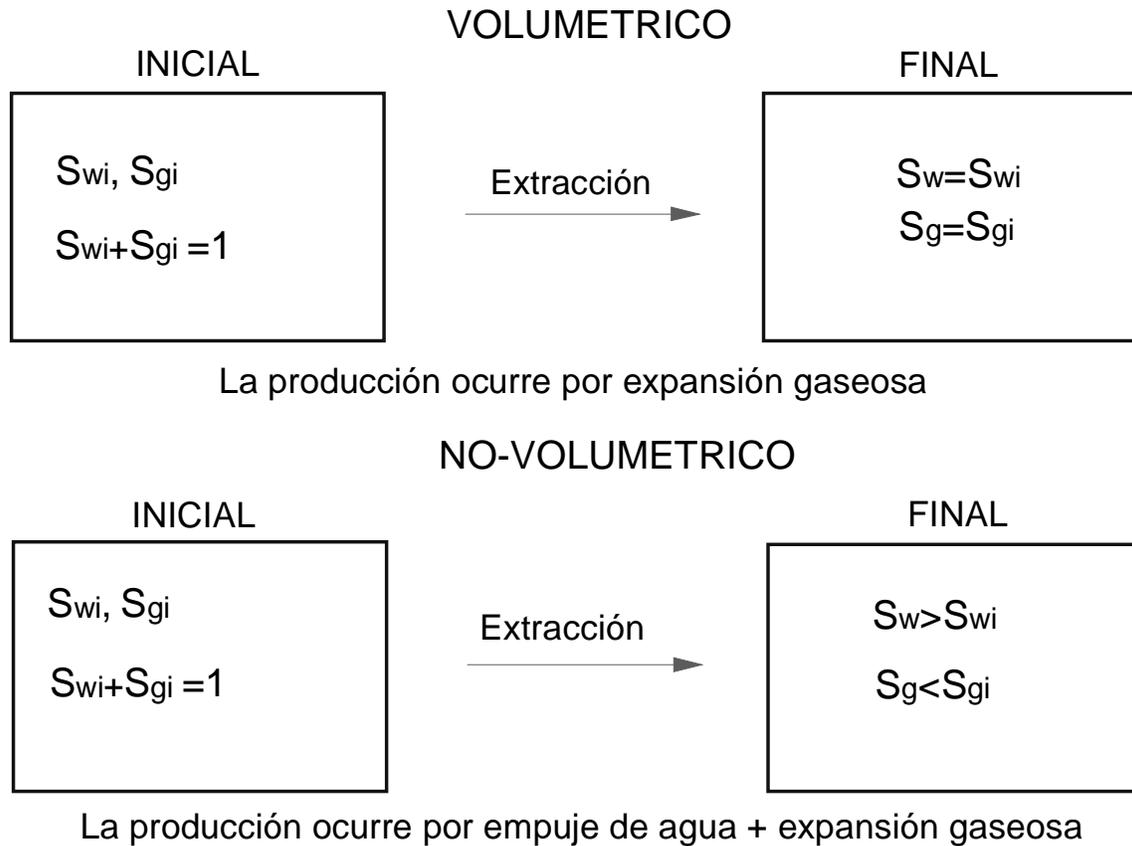


Fig. 4.10. Reservas volumétricas de gas

Se considera acuífero infinito aquellos cuya extensión relativa al yacimiento guardan una relación 10:1. Si el acuífero es infinito habrá dos posibilidades a) presión constante, o b) presión variable (declinable), $Q_{gas} > W_e$. Cuando el yacimiento es finito existe empuje parcial, poco dinámico y la presión declina.

4.4.1. Factores de recobro en yacimientos de gas volumétricos

$W_e = 0$, S_g y S_w son constantes

G_p = gas producido

G_i = gas inicial

G_r = gas remanente = $G - G_p$

$$G = 43560 Ah\phi(1 - S_w)\beta_{gi}; \quad \beta_{gi} \text{ en } pcn / pie^3$$

$$G_r = 43560 Ah\phi(1 - S_w)\beta_{gr}; \quad \beta_{gr} \text{ en } pcn / pie^3$$

Luego;

$$FR = \frac{G_i - G_r}{G_i} = \frac{\beta_{gi} - \beta_{gr}}{\beta_{gi}}; \quad \text{si } \beta_{gi} \text{ en pcn / pie}^3$$

$$FR = \frac{1/\beta_{gi} - 1/\beta_{gr}}{1/\beta_{gi}}; \quad \text{si } \beta_{gi} \text{ en pcn / pie}^3$$

4.4.2. Factores de recobro en yacimientos de gas no-volumétricos

Si P es variable:

$$G = 43560 Ah \phi S_{gi} \beta_{gi}; \quad \beta_{gi} \text{ en pcn / pie}^3$$

$$G_r = 43560 Ah \phi S_{gr} \beta_{gr}; \quad \beta_{gr} \text{ en pcn / pie}^3$$

$$FR = \frac{G - G_r}{G} = \frac{S_{gi} \cdot \beta_{gi} - S_{gr} \cdot \beta_{gr}}{S_{gi} \cdot \beta_{gi}}$$

Esto porque hubo una caída de presión. Si la presión se mantiene constante, entonces B_g se mantiene constante:

$$FR = \frac{G - G_r}{G} = \frac{S_{gi} - S_{gr}}{S_{gi}}$$

EJEMPLO

Calcular el factor de recobro considerando los tres casos si S_{gi} es 65 %, S_{gr} es 15 %, $\beta_{gi} = 1215 \text{ pcn/pie}^3$ y $\beta_{gr} = 635 \text{ pcn/pie}^3$.

SOLUCIÓN

Para volumétrico 47.8 %, para no volumétrico con empuje parcial 87.9 % y con empuje total 76.9 %.

4.5. CÁLCULOS VOLUMÉTRICOS EN YACIMIENTOS DE PETRÓLEO

Yacimiento subsaturado volumétrico, $P > P_b$

$$FR = \frac{N_p}{N} = \frac{N - N_r}{N} = \frac{7758 \phi Ah S_{oi} / \beta_{oi} - 7758 \phi Ah S_o / \beta_o}{7758 \phi Ah S_{oi} / \beta_{oi}}$$

$$FR = 1 - \frac{\beta_{oi}}{\beta_o}$$

Yacimiento subsaturado volumétrico, $P < P_b$

$$FR = \frac{N_p}{N} = \frac{N - N_r}{N} = \frac{7758\phi Ah(1 - S_w - S_{gi}) / \beta_{oi} - 7758\phi Ah(1 - S_w - S_{gr}) / \beta_o}{7758\phi Ah(1 - S_w - S_{gi}) / \beta_{oi}}$$

$$FR = 1 - \left(\frac{1 - S_w - S_{gr}}{1 - S_w - S_{gi}} \right) \frac{\beta_{oi}}{\beta_o}$$

Yacimiento subsaturado no volumétrico, $P > P_b$. Si la presión se mantiene constante ;

$$FR = 1 - \left(\frac{1 - S_w - S_{or}}{1 - S_{wi}} \right)$$

Si existe declinación de presión

$$FR = 1 - \left(\frac{1 - S_w}{1 - S_{wi}} \right) \frac{\beta_{oi}}{\beta_o}$$

La tabla 5.5.a resume las ecuaciones para la estimación del cálculo del factor de recobro por métodos volumétricos.

REFERENCIAS

1. Craft, B.C. and M.F., Hawkins. “*Applied Reservoir Engineering*”. Prentice-Hall International. New Jersey, 1991.
2. Slider, H.C. “*Worldwide Practical Petroleum Reservoir Engineering Methods*”. PennWell Books. Tulsa, Ok. 1983.
3. Smith, C.R., and Tracy, G.W. “*Applied Reservoir Engineering*”. Oil & Gas Consultants, Inc. Tulsa, Ok. 1987.
4. Towler, B.F. “*Fundamental Principles of Reservoir Engineering*”. SPE Textbook Series Vol. 8. Richardson, TX., 2001.
5. Abdus S. and Ganesh T. “*Integrated Petroleum Reservoir Management: A Team Approach*”. PennWell Books. Tulsa, Ok. 1994.

CAPITULO 5

BALANCE DE MATERIA

5.1. CONSIDERACIONES Y APLICACIONES

Consideraciones para aplicar balance de materia:

1. Volumen poroso constante. No existe compactación ni subsidencia.
2. El PVT es representativo del yacimiento
3. Proceso isotérmico
4. c_w y c_f son despreciables
5. Se considera equilibrio termodinámico entre el gas y el petróleo a presión y temperatura de yacimiento
6. Dimensión cero

Aplicación de la ecuación de balance de materia:

1. Determinar hidrocarburos iniciales en el yacimiento
2. Evaluar W_e conociendo N o G
3. Predecir el comportamiento y recobro final de yacimientos especialmente los que producen por gas en solución o depleción
4. Evaluar factores de recobro

5.2. ECUACIÓN DE BALANCE DE MATERIA PARA YACIMIENTOS DE GAS

El balance de materia expresa que la masa de hidrocarburos producidos es igual a los moles iniciales menos los remanentes, matemáticamente¹;

$$x_p = x_i - x_r$$

El volumen inicial de hidrocarburos es igual al volumen remanente (la cantidad de masa si varía), de modo que ;

$$V_i = V_r$$

El volumen remanente considera el volumen inicial menos el agua que intruye más el agua que se produce, es decir:

$$V_r = V_i - (W_e - \beta_w W_p)$$

Luego, la ecuación de balance de materia, para yacimientos de gas, con el factor volumétrico dado en pie^3/pcn .

$$V_i = V_r; \quad G\beta_{gi} = (G - G_p)\beta_g, \text{ simplificando};$$

$$G\beta_{gi} = G\beta_g - G_p\beta_g$$

$$G(\beta_{gi} - \beta_g) = -G_p\beta_g$$

$$\frac{\beta_g - \beta_{gi}}{\beta_g} = \frac{G_p}{G} \quad (5.1)$$

Si el factor volumétrico se expresa en pcn/pie^3

$$\frac{G}{\beta_{gi}} = \frac{G - G_p}{\beta_g}$$

Rearreglando;

$$G\beta_g = G\beta_{gi} - G_p\beta_{gi}$$

Dividiendo por G ;

$$\beta_g = \beta_{gi} - \frac{G_p}{G}\beta_{gi} \quad (5.2)$$

Puesto que el factor volumétrico es definido por;

$$\beta_g = cte \frac{pT}{z}$$

Dicha constante incluye la temperatura del yacimiento que para un ejemplo dado se mantiene invariable luego, la Ec. (5.2) se convierte en:

$$cte \frac{p}{z} = cte \frac{p_i}{z_i} - cte \frac{p_i}{z_i} \frac{G_p}{G}$$

Reorganizando términos:

$$\frac{p}{z} = -\frac{p_i}{z_i G} G_p + \frac{p_i}{z_i}$$

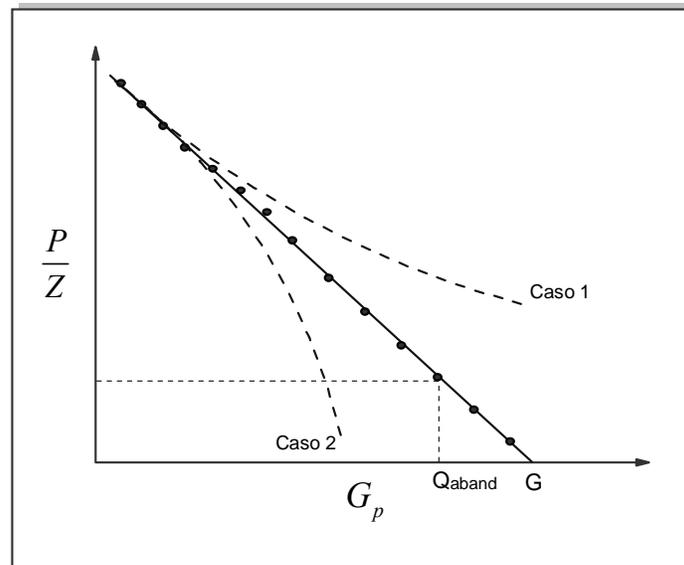


Fig. 5.1.a. Gráfico de P/Z^2

Los resultados al graficar dichos datos se ajustarán a una línea recta si el yacimiento es volumétrico, sin embargo, dos casos pueden ocurrir, como se muestra en la Fig. 5.1.a.

CASO 1:

1. Datos erróneos
2. Condensación retrógrada
3. Drenaje o escape de fluidos del yacimiento
4. Se está drenando más de la cuenta
5. Puede existir un yacimiento con presiones anormales (sobrepresionado)
6. Existe caída de presión a medida que hay reducción de permeabilidad y se pierde comunicación

Caso 2:

1. Datos erróneos
2. Subsistencia
3. Hay comunicaciones o escapes hacia el yacimiento a lo largo de fallas o problemas operacionales

Si se extrapola la recta en la figura anterior a $P/Z = 0$ (ó 14.7) se obtiene G . Observe que la pendiente es;

$$m = \frac{P_i}{z_i G}$$

De donde se obtiene G . También, teniendo P/Z se lee G_p de la gráfica.

EJEMPLO

Un yacimiento de gas seco puede representarse por un prisma rectangular de 5000 pies de largo por 3000 pies de ancho y un espesor promedio de 50 pies. La porosidad promedio es de 12.5 % y la saturación de agua connata es 20 %. La presión inicial fue de 4200 psia ($Z_i = 0.96$) y la temperatura del yacimiento fue de 160 °F.

- Cuál es el gas inicial en el yacimiento?
- Cuál es el factor de recobro a 2000 psia ($Z=0.76$)?
- Se cree que este yacimiento volumétrico puede producir a una rata constante de 5 MM scf/día hasta que la presión promedio del yacimiento llega a los 2000 psia. Cuántos años puede el yacimiento proporcionar esta rata de flujo?

SOLUCIÓN

- Cuál es el gas inicial?

$$V\phi = PV = 5000 \times 3000 \times 50 \times 0.125 = 93750000 \text{ ft}^3$$

$$G = \frac{V\phi(1-S_w)}{B_{gi}} = \frac{93750000(1-0.2)}{3.968 \times 10^{-4}} = 1.89012 \times 10^{11} \text{ scf}$$

$$B_{gi} = 0.0028 Z_i \frac{T}{P_i} = 0.0028(0.96) \frac{(160 + 460)}{4200} = 3.968 \times 10^{-4} \frac{\text{ft}^3}{\text{scf}}$$

- Cuál es el factor de recobro a 2000 psia ($Z = 0.76$)?

Usando la ecuación de P/Z :

$$\frac{p}{Z} = -\frac{P_i}{Z_i G} G_p + \frac{P_i}{Z_i}$$

Despejando el factor de recobro:

$$-\frac{G_p}{G} = \left(\frac{p}{Z} - \frac{P_i}{Z_i} \right) \frac{Z_i}{P_i} = -\left(\frac{2000}{0.76} - \frac{4200}{0.96} \right) \frac{0.96}{4200} = 39.34 \%$$

- Se cree que este yacimiento volumétrico puede producir a una rata constante de 5 MM scf/día hasta que la presión promedio del yacimiento llega a los 2000 psia. Cuántos años puede el yacimiento proporcionar esta rata de flujo?

si $q_g = 5 \text{ MM scf/día}$, a la presión $P = 2000 \text{ psia}$, el gas recuperado es :

$$G_p = FR (G) = 0.3984 (1.89012 \times 10^{11}) = 7.53 \times 10^{10} \text{ scf}$$

Luego:

$$t = \frac{G_p}{q} = \frac{7.53 \times 10^{10}}{5MM \times 365} = 41.26 \text{ años}$$

Si se produjera el gas remanente a la misma rata:

$$t = \frac{G_r}{q} = \frac{1.89012 \times 10^{11} - 7.53 \times 10^{10}}{5MM \times 365} = 62.3 \text{ años}$$

EJEMPLO

Dada la siguiente información:

P	Gp*MMM pcn	Componente	x
4000	0	C ₁	86 %
3825	34	C ₂	7 %
3545	75	C ₃	3 %
3388	88	i-C ₄	2 %
3192	120	i-C ₅	2 %
2997	145		
2738	192		
		T = 618 °R	

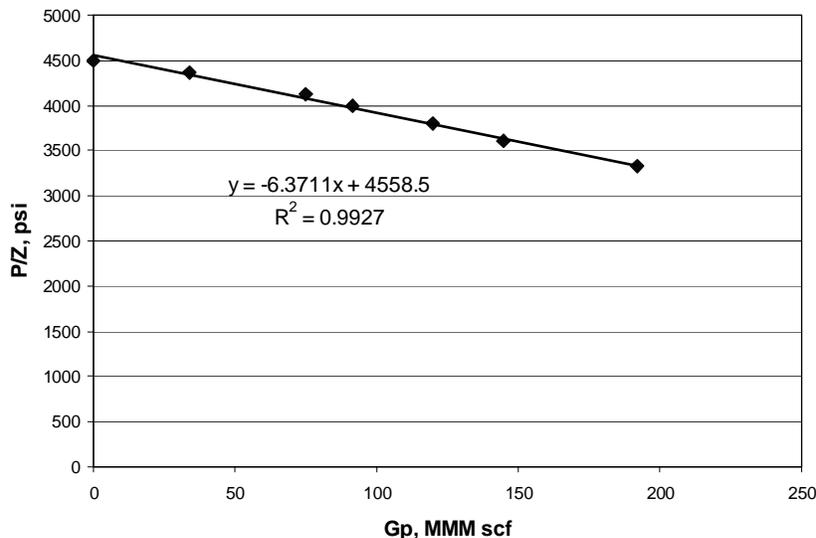
Estime el gas inicial.

SOLUCIÓN

La siguiente es la composición del gas junto con sus propiedades críticas:

Compuesto	Composición	PM	T _{CR}	P _{CR}
C ₁	0.86	16.043	344.1	677.8
C ₂	0.07	30.07	549.8	707.8
C ₃	0.03	44.09	665.7	616.3
i-C ₄	0.02	58.124	734.7	529.1
i-C ₅	0.02	72.151	828.8	490.4
		19.83	385.653	671.333

Dividiendo el peso molecular del gas por el del aire resulta una gravedad específica de 0.6845. Calculando las presiones y temperaturas pseudoreducidas es posible obtener el valor de Z, a saber:

Fig. 5.1.b. Gráfico de P/Z para ejemplo

P	Z	P/Z	G_p
4000	0.8882	4503.648	0
3825	0.8758	4367.226	34
3545	0.8579	4131.952	75
3388	0.8491	3990.198	91.3
3192	0.8394	3802.714	120
2997	0.8315	3604.222	145
2738	0.8242	3322.006	192

Al graficar P/Z se obtiene cuando $P/Z=0$ que $G = 4558.5$ MMM scf de gas. Ver Fig. 5.1.b.

Yacimiento de gas no volumétrico

Normalmente, en un yacimiento de gas no volumétrico no se produce agua debido a la alta movilidad del gas con respecto al agua. Por lo tanto, una buena aproximación de la ecuación de balance de materia expresa que los moles finales o remanentes son iguales a los moles iniciales menos los moles producidos:

$$n_f = n_i - n_p$$

Aplicando la ley de los gases reales y asumiendo que los moles producidos son referidos a condiciones iniciales:

$$\frac{PV_f}{ZRT} = \frac{P_i V_i}{Z_i RT} - \frac{P G_p}{Z_i RT}$$

De donde:

$$\frac{PV_f}{Z} = \frac{P_i V_i}{Z_i} - \frac{P_i G_p}{Z_i}$$

Si se define $V_f = V_i - W_e$, entonces:

$$\frac{P(V_i - W_e)}{Z} = \frac{P_i V_i}{Z_i} - \frac{P_i G_p}{Z_i}$$

Si el volumen inicial, V_i , es igual al volumen de gas in-situ, G , se tiene:

$$\frac{P(V_i - W_e)}{Z} = \frac{P_i}{Z_i} (G - G_p)$$

$$\frac{P(V_i - W_e)}{Z} = \frac{P_i}{Z_i} (1 - FR)$$

De donde:

$$\frac{P}{Z} = \frac{P_i (1 - FR)}{Z_i (V_i - W_e)}$$

$$\frac{P}{Z} = \frac{P_i (1 - FR)}{Z_i (1 - W_e / V_i)}$$

EJEMPLO

Dada la ecuación de balance de materia para un yacimiento no volumétrico de gas está dada por (V_i = volumen inicial del yacimiento):

$$\frac{P}{Z} = \frac{P_i}{Z_i} \left(1 - \frac{G_p}{G} \right) / \left(1 - \frac{W_e}{V_i} \right)$$

Una suposición razonable para un yacimiento con empuje de agua de fondo es que la diferencia de presión puede transmitirse a través del acuífero. La cantidad de agua intruida puede determinarse como la cantidad de agua expandida. Si la compresibilidad total del acuífero es de $5 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$ y el volumen de acuífero es 20 veces el volumen poroso disponible a hidrocarburos de este yacimiento gasífero, cual es el factor de recobro adicional a 2500 psia comparado con un yacimiento volumétrico?

P, psia	Gp, MMM scf	Z
5000	0.0	1
4000	42	0.96
2500	??	0.89

SOLUCIÓN

$$\frac{P}{Z} = \frac{P_i}{Z_i}(1 - FR) / 1 - \frac{W_e}{U_i}$$

$$V_{acui} = 20 (V\phi)$$

De la definición de compresibilidad:

$$C = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP} \text{ luego } C = -\frac{1}{V_i} \frac{dW_e}{\Delta P}$$

$$W_e = C V_w \Delta P = 5 \times 10^{-6} (20 V_i)(5000 - 2500) = 0.25 V_i$$

Para el yacimiento no-volumétrico a $P = 2500$ psi, el factor de recobro es:

$$\frac{P}{Z} = \frac{P_i}{Z_i} \left(1 - \frac{G_p}{G} \right) / \left(1 - \frac{W_e}{V_i} \right)$$

$$\frac{2500}{0.89} = \frac{5000}{1} [1 - FR] / \left(1 - \frac{0.25 V_i}{V_i} \right)$$

$$0.561797 = \frac{[1 - FR]}{0.75}$$

$$FR = -0.75 \times 0.561797 + 1 = 57.86 \%$$

Para estimar G se usan los datos iniciales y a 4000 psi:

$$\frac{P}{Z} = \frac{P_i}{Z_i}(1 - FR)$$

$$\frac{4000}{0.96} = \frac{5000}{1} \left(1 - \frac{42}{G} \text{ MMM} \right)$$

$$G = 252 \times 10^9 \text{ MMM scf}$$

$$G_{p_{2500}} = G \times FR$$

$$G_p = 252 \times 10^9 (0.5786) = 1.458 \times 10^{11} \text{ scf}$$

Factor de recobro para yacimiento volumétrico a 2500 psi:

$$\frac{P}{Z} = \frac{P_i}{Z_i} \left(1 - \frac{G_p}{G} \right)$$

$$-\frac{G_p}{G} = \left(\frac{P Z_i}{Z P_i} \right) - 1$$

$$FR = 1 - \left(\frac{2500}{0.89} \frac{1}{5000} \right) = 43.82 \%$$

Si se incluye la producción de agua y W_e es diferente de cero. Existen producción a la expansión y/o empuje de gas.

$$G_p \beta_{gi} = G [\beta_{gi} - \beta_g] + W_e - W_p \beta_w$$

Las incógnitas son G y W_e . Asuma que:

F : extracciones

E : expansiones

Entonces;

$$F = G_p \beta_{gi} + W_p \beta_w$$

$$E = \beta_{gi} - \beta_g, \text{ luego:}$$

$$F = GE_g + W_e$$

De donde;

$$\frac{F}{E_g} = G + \frac{W_e}{E_g} \quad \Leftrightarrow \quad y = mx + b$$

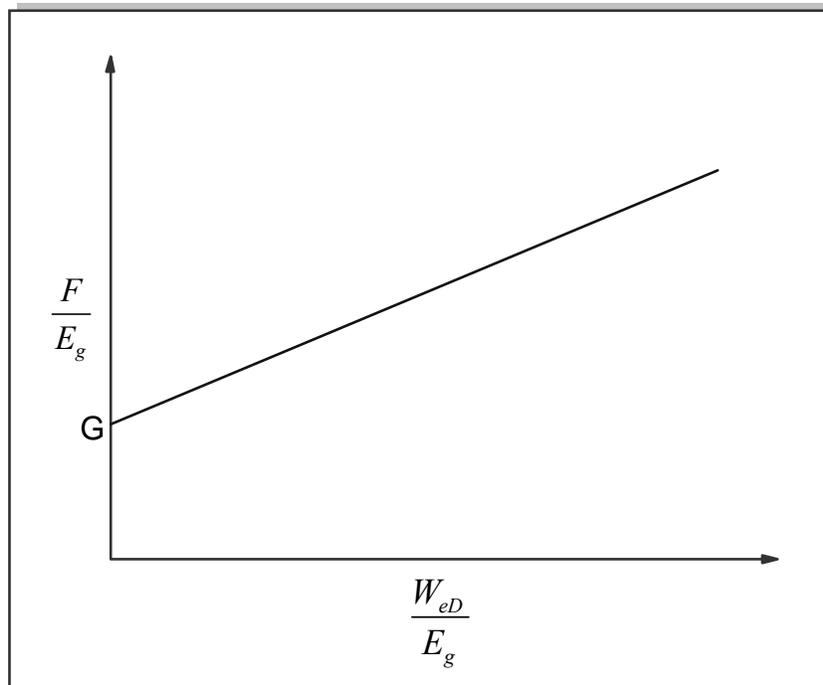


Fig. 5.1.c. Ecuación de Havlena y Odeh para un yacimiento no volumétrico

Para solucionar y conocer las incógnitas se utiliza el método de Hurst & Van Everdingen quienes resolvieron la ecuación de difusividad para dos casos:

- 1) Presión constante (cálculos de W_e)
- 2) Caudal constante (análisis de presiones de fondo)

Con el método de Hurst y van Everdingen^{1,2,4-7}, se tiene una intrusión de agua adimensional dada por;

$$W_{eD} = \beta \sum \Delta p_j \cdot Q_{iD}$$

Siendo Q_{iD} es el caudal adimensional obtenido por Hurst y van Everdingen y β es la constante de intrusión de agua. Utilizando este nuevo término, se tiene:

$$\frac{F}{E_g} = G + \beta \frac{W_{eD}}{E_g}$$

Una vez conocido W_e se construye una gráfica similar a la de la Fig. 5.1.c, para estimar el valor de G . En estado inestable, el caudal de gas en la cara del pozo puede estimarse por medio de⁵:

$$q_{Mscf} = \frac{0.111\phi h(r_w e^{-s})c(P_i^2 - P_{wf}^2)^n Q_{iD}}{\bar{Z}T}$$

Donde c es una constante que involucra propiedades físicas del yacimiento (k , h , T , r_w , r_e , etc.) y n considera los efectos de flujo no-Darcy. Tanto c como n se evalúan por medio de pruebas de presión.

EJEMPLO:

$r_{yto} = 1500$ ft, $h = 80$ ft, $\phi = 25$ %, $c_t = 5 \times 10^{-5}$ /psia, $P_i = 3274$ psia, viscosidad = 1 cp y permeabilidad = 100 md, $r_{acuifero} = 35000$ ft. Los resultados de entrada y salida son:

t, días	P, psia	ΔP_i	ΔP_j	t_D	Q_{ID}	$\Sigma \Delta P_j Q_{ID}$	We, bbl
0	3274	0	0	0	0	0	0.0
14	3094	180	90	0.3151	0.7784	70.0593	15875253.0
28	2984	290	145	0.6302	1.1786	240.9541	87966034.5
42	2889	385	102.5	0.9453	1.5140	326.0787	84150937.1
53.62	2819	455	82.5	1.2068	1.7658	300.8604	62493039.6

Donde;

$$\Delta p_j = \frac{\Delta p_i + \Delta p_{i-1}}{2} \text{ y } t_D = \frac{0.006323kt}{\phi \mu c_t r_w^2}$$

Estando en unidades de campo, excepto el tiempo que está en días. La constante de intrusión de agua, se calcula mediante:

$$\beta = 1.119 \phi c_e r_{yto}^2 h \frac{\theta}{360}$$

Siendo θ el ángulo subtendido por la circunferencia del yacimiento semicircular, los demás parámetros se dan en unidades de campo.

$$c_e = \frac{c_o S_o + c_w S_w + c_g S_g + c_f}{1 - S_w}$$

Puesto que se trata del acuífero, la ecuación para la compresibilidad efectiva queda:

$$c_e = c_w + c_f$$

5.3. ECUACIÓN GENERAL DE BALANCE DE MATERIA PARA YACIMIENTOS DE PETRÓLEO

Normalmente está escrita en bases volumétricas: “*los hidrocarburos iniciales = hidrocarburos remanentes + agua que ha intruido*”²

- El yacimiento es considerado un tanque con cero dimensión
- Herramienta simple - si se necesitan más respuestas se recurre a un método más sofisticado.

La Fig. 5.1.d muestra un tanque (yacimiento) con capa de gas a condiciones iniciales. Allí, m es el tamaño de la capa de gas, ésta se obtiene a partir de registros, datos de corazones, datos de completamiento, presiones de fondo y mapas estructurales. También se ha presentado una disminución en el volumen poroso disponible a hidrocarburos causados por expansión de roca y fluido.

La ecuación de balance de materia puede escribirse como:

El volumen original de hidrocarburos = volumen remanente de hidrocarburos + el volumen de agua intruida desde un acuífero + la reducción del volumen poroso debido a la expansión de roca y fluido

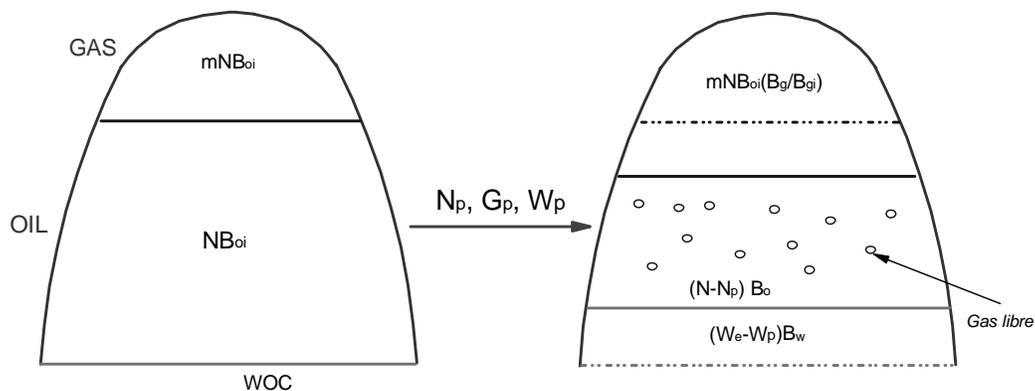


Fig. 5.1.d. Esquema del balance de materia en yacimientos de petróleo⁶

La ecuación de balance de materia se expresa en unidades de yacimiento. Los términos que en ella intervienen se definen como sigue:

N_p = Petróleo producido, BF

N = Petróleo original in-situ, BF

G = Gas inicial en el yacimiento

m = Tamaño inicial de la capa de gas o volumen inicial de la capa de gas/volumen de la zona de petróleo (N)

N_p = Petróleo producido acumulado, BF

G_p = Gas producido acumulado, pcn

W_p = Agua producido acumulado, BF

R_p = Relación gas-petróleo acumulada, G_p/N_p , pcn /BF

R_s = Relación gas-petróleo, pcn/BF

β_o, β_w = Factor volumétrico de formación del petróleo y del agua, bbl/BF

β_g = Factor volumétrico de formación del gas, bbl/pcn

W_e = Intrusión acumulada de agua, BF

S_w = Saturación de agua, fracción

c_w, c_o, c_g = Compresibilidad del agua, del petróleo y de gas, 1/psi

c_f = Compresibilidad del volumen poroso, 1/psi

c_r = compresibilidad de la matriz (granos), 1/psi

P = Presión estática del yacimiento, psia

$\Delta P = P_i - P$

i = inicial

Volumen de hidrocarburos iniciales = Volumen original de aceite + volumen original de gas (en la capa), bbl

Volumen original de aceite = $N \beta_{oi}$ bbl

Volumen original de gas = $mN \beta_{oi}$ bbl

De modo que:

Volumen de hidrocarburos iniciales = $N \beta_{oi} (1 + m)$

Volumen de hidrocarburos remanentes = capa de gas original expandida + petróleo remanente + gas neto liberado, bbl

Asumiendo que no se produce gas de la capa de gas. Existen problemas cuando el yacimiento es delgado y cuando existe conificación.

Capa de gas original expandida = $mN \beta_{oi} \frac{\beta_g}{\beta_{gi}}$, bbl

Petróleo remanente = $(N - N_p) \beta_o$, bbl

Gas neto liberado = Gas liberado - gas libre producido

gas liberado = $N (R_{si} - R_s) \beta_g$, bbl

gas libre producido = $N_p (R_p - R_s) \beta_g$, bbl

Gas en solución producido = $N_p R_s$, bbl

Gas neto liberado = $N (R_{si} - R_s) \beta_g - N_p (R_p - R_s) \beta_g$, bbl

Volumen hidrocarburos remanentes =

$(N - N_p) \beta_o + mN \beta_{oi} (\beta_g / \beta_{gi}) + N (R_{si} - R_s) \beta_g - N_p (R_p - R_s) \beta_g$, bbl

Intrusión neta de agua = $(W_e - W_p) \beta_w$

Dake² define el decremento del volumen poroso disponible a hidrocarburos debido a la expansión de roca y fluido que ocurre por el decremento de presión a partir del concepto de compresibilidad como:

$$c_e = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP}$$

$$-d(HCVP) = (1+m)N\beta_{oi} \left(\frac{c_w S_w + c_f}{1-S_w} \right) \Delta P$$

Involucrando todos los términos en mención, la EBM queda:

$$(1+m)N\beta_{oi} = (N-Np)\beta_o + mN\beta_{oi} \left(\frac{\beta_g}{\beta_{gi}} \right) + N(R_{si} - R_s)\beta_g - Np(R_p - R_s) \\ + (W - W_p)\beta_w + (1+m)N\beta_{oi} \left(\frac{c_w S_w + c_f}{1-S_w} \right) \Delta P$$

Agrupando los términos con N al lado izquierdo y con N_p al lado derecho, se tiene:

$$N \left[\beta_o - \beta_{oi} + m\beta_{oi} \left(\frac{\beta_g}{\beta_{gi}} - 1 \right) + \beta_g (R_{si} - R_s) + \beta_{oi} (1+m) \left(\frac{c_w S_w + c_f}{1-S_w} \right) \Delta P \right] = \\ N_p \left[\beta_o + \beta_g (R_p - R_s) \right] - (W_e - W_p)\beta_w$$

Despejando N :

$$N = \frac{N_p \left[\beta_o + \beta_g (R_p - R_s) \right] - (W_e - W_p)\beta_w}{\beta_o - \beta_{oi} + m\beta_{oi} \left(\frac{\beta_g}{\beta_{gi}} - 1 \right) + \beta_g (R_{si} - R_s) + \beta_{oi} (1+m) \left(\frac{c_w S_w + c_f}{1-S_w} \right) \Delta P}$$

DISCUSIÓN

Tal como se presenta la EBM, se deben destacar los siguientes aspectos.

- 1) Carencia en la dependencia en el tiempo
- 2) Función de los fluidos producidos
- 3) W_e usualmente tiene dependencia temporal
- 4) Generalmente existen tres incógnitas: W_e , N , y m

5.4. OTROS USOS DE LA ECUACIÓN DE BALANCE DE MATERIA

- 1) Desarrollar una relación entre los fluidos producidos con la presión para predecir el comportamiento del yacimiento
- 2) Verificar la existencia de la capa de gas
- 3) Comparar con el petróleo calculado volumétricamente. Esto no significa que los valores sean cercanos. Balance de materia siente la presencia de una falla (2 yacimientos) o puede haber una extensión en el yacimiento que el método volumétrico no detecta.

4) No es bueno tratar de hallar N con la Ecuación de balance de materia en yacimientos con alta intrusión de agua porque $P_i - P$ es pequeño.

La ecuación de balance de materia normalmente se parte en dos. Puede ser significativo. El efecto de la disminución del volumen poroso disponible a hidrocarburos es despreciable cuando se está por debajo del punto de burbuja como se ilustra en el siguiente ejemplo.

Ejercicio:

Calcule el petróleo in-situ para un yacimiento de petróleo cuya presión inicial es de 5000 psia y su presión de burbuja es de 2750 psia⁶. Otros datos son:

$$\begin{array}{lll} \beta_{oi} = 1.305 \text{ bbl/BF} & \beta_{ob} = 1.35 \text{ bbl/BF} & S_w = 21.6 \% \\ \phi = 10 \% & c_o = 15.3 \times 10^{-6} / \text{psia} & c_w = 3.5 \times 10^{-6} / \text{psia} \\ c_r = 3 \times 10^{-7} / \text{psia} & T = 240 \text{ }^\circ\text{F} & R_{si} = 500 \text{ pcn/BF} \end{array}$$

A una presión de 3350 psia se han producido 1.51 MM BF de petróleo y el factor volumétrico es de 1.338 bbl/BF. A una presión de 1500 psia se han producido 6436 MBF de petróleo y 3732 MM pcn de gas. El factor volumétrico es de 1.250 bbl/BF, el gas en solución es 375 bbl/BF y el factor de desviación del gas es de 0.9. Se considera que la intrusión de agua es cero. Halle el petróleo original a 3350 psia y a 1500 psia. Realice los cálculos considerando c_w y expansión de roca. Efectúe los cálculos considerando la compresibilidad del petróleo. Para el segundo caso considere partir la EBM y no partirla. Desprecie los efectos de c_w y c_f .

Solución⁶: Primero que todo es necesario calcular c_f , ya que el dato dado fue c_r , la compresibilidad de la matriz.

$$\phi = 1 - V_r \quad (5.3)$$

$$c_r = -\frac{1}{V_r} \frac{dV_r}{dP} \quad (5.4)$$

$$c_f = \frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dP} \quad (5.5)$$

Derivando la Ec. (5.3) con respecto a P y sustituyendo este resultado en la Ec. (5.5)

$$c_f = \frac{1}{\phi} \left(-\frac{dV_r}{dP} \right) \quad (5.6.a)$$

Despejando dV_r/dP de la Ec. (5.4) y reemplazando ese resultado en la Ec. (5.6.a) se tiene:

$$c_f = \frac{1}{\phi} (c_r \cdot V_r). \text{ De la Ec. (5.3) } V_r = 1 - \phi, \text{ luego:}$$

$$c_f = \frac{1}{\phi} c_r (1 - \phi) = 2.7 \times 10^{-6} / \text{psia}$$

Cuando $P > P_b$, se tiene $m = 0$, $R_p = R_s$, $G_p = R_s * N_p$, $R_s = R_{si}$ y $W_e = 0$. La ecuación de balance de materia queda entonces:

$$N = \frac{N_p \beta_o}{\beta_o - \beta_{oi} + \beta_{oi} \left(\frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \right)} \Delta P \quad (5.6.b)$$

a) Considerando c_w y c_f

$$N = \frac{N_p \beta_o}{\beta_o - \beta_{oi} + \beta_{oi} \left(\frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \right)} \Delta P$$

$$N = \frac{1510000(1.338)}{1.338 - 1.305 + 1.305 \left(\frac{3.5 \times 10^{-6}(0.216) + 2.7 \times 10^{-6}}{1 - 0.216} \right)} 1650$$

$$N = \frac{1.51MM(1.338)}{0.033 + 1.305(4.408 \times 10^{-6})} 1650 = 47.5 \text{ MMBF}$$

$$\Delta = 29 \%$$

b) Puesto que para el primer caso se desprecia c_w y c_f :

$$N = \frac{N_p \beta_o}{\beta_o - \beta_{oi}} = \frac{1510000(1.338)}{1.338 - 1.305} = 61.2 \text{ MMBF}$$

c) Involucrando la compresibilidad del petróleo. Puesto que $\beta_{oi} - \beta_o$ está en la EBM y el factor volumétrico de formación del petróleo puede determinarse por:

$$\beta_o = \beta_{oi} e^{c_o(P_i - P)} = \beta_{oi} [1 + c_o(P_i - P)] + \beta_{oi} [1 + c_o(P_i - P)]^2 + \beta_{oi} [1 + c_o(P_i - P)]^3 + \dots$$

Los términos con exponentes mayores que uno tienden a cero por lo tanto:

$$\beta_o = \beta_{oi} [1 + c_o(P_i - P)], \text{ luego}$$

$$\beta_o = \beta_{oi} + \beta_{oi} c_o (P_i - P), \text{ de donde:}$$

$\beta_o - \beta_{oi} = \beta_{oi} c_o \Delta P$. Reemplazando éste en la EBM, Ec. 5.6.b, resulta:

$$N = \frac{N_p \beta_o}{\beta_{oi} c_o \Delta P + \beta_{oi} c_e \Delta P}$$

Definiendo $c_e' = c_o + c_e$ se tiene:

$$N = \frac{N_p \beta_o}{\beta_{oi} c_e' \Delta P} = \frac{1.51 \text{MM}(1.338)}{1.305(15.3 + 4.408) \times 10^{-6}(1650)} = 47.6 \text{ MMBF}$$

d) Sin romper la ecuación de balance de materia y considerando los efectos de la expansión de agua connata y roca:

$$\beta_g = 0.00503 \frac{TZ}{p} = 0.0050 \frac{(460 + 240)0.9}{1500} = 0.00211 \text{ bbl/pcn}$$

$R_p = G_p/N_p = 3732/6.436 = 580 \text{ pcn/BF}$. Entonces ;

$$N = \frac{6.436 [1.25 + 0.0021(580 - 375)]}{1.25 - 1.305 + 0.00211(500 - 375) + 1.305 \times 4.408 \times 10^{-6} * 3500} = 47.3 \text{ MMpcn}$$

e) Partiendo la Ecuación de Balance de Materia

Por encima del punto de burbuja;

$$N = \frac{N_p \beta_o}{\beta_{oi} c_{oe} \Delta P}$$

De donde;

$$N_p = \frac{N \beta_{oi} c_{oe} \Delta P}{\beta_o} = \frac{(47.6 \text{MM})(1.305)(19.71 \times 10^{-6})(5000 - 2750)}{1.35} = 2.04 \text{ MMBF}$$

$G_p = N_p * R_s = (2.04 \text{ MM})(500) = 1.022 \text{ MMpcn}$

f) El punto de burbuja es considerado ahora el punto de arranque. El petróleo producido desde el Punto de burbuja hasta la presión de 1500 psia es $(6.436 - 2.04) \text{ MMBF} = 4.396 \text{ MMBF}$. El gas producido sería $(3732 - 1020) \text{ MMpcn} = 2712 \text{ MMpcn}$. R_p será = $2712/4.396 = 617 \text{ pcn/BF}$.

$$N_{@Pb} = \frac{4.396MM [1.25 + 0.00211(617 - 375)]}{1.25 - 1.35 + 0.00211(500 - 375) + 1.35 \left[\frac{3.5 * 0.26 + 0.27}{1 - 0.216} \right] \times 10^{-6} * 1250} = 45.21 \text{ MMBF}$$

$$N = N_{sobre} + N_{bajo Pb} = 47.25 \text{ MMBF}$$

f) Despreciando las compresibilidades del agua y volumen poroso.

$$N = \frac{4.396MM [1.25 + 0.00211(617 - 375)]}{1.25 - 1.35 + 0.00211(500 - 375)} = 47.26 \text{ MMBF}$$

Luego $N = (2.04 + 47.26) \text{ MM} = 49.3$, habiendo una diferencia del 4 %.

5.5. LINEALIZACIÓN DE LA ECUACIÓN DE BALANCE DE MATERIA MEDIANTE EL MÉTODO DE HAVLENA Y ODEH

Havlena y Odeh, clasifican los términos de la ecuación de balance de materia dependiendo si son extracciones, F , o expansiones, E , a saber^{2,5}:

$$F = N_p \left[\beta_o + (R_p - R_s) \beta_g \right] + W_p \beta_w$$

Expansión de aceite y gas libre:

$$E_o = (\beta_o - \beta_{oi}) + (R_{si} - R_s) \beta_g$$

Expansión de la capa de gas:

$$E_g = \beta_{oi} \left(\frac{\beta_g}{\beta_{gi}} - 1 \right)$$

Expansión de la capa de roca y fluido:

$$E_{f,w} = \beta_{oi} (1 + m) \left[\frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \right] \Delta P$$

Reemplazando estos términos en la ecuación de balance de materia, se tiene:

$$F = N \left[E_o + m E_g + E_{f,w} \right] + W_e \beta_w$$

Havlena y Odeh consideraron los siguientes casos:

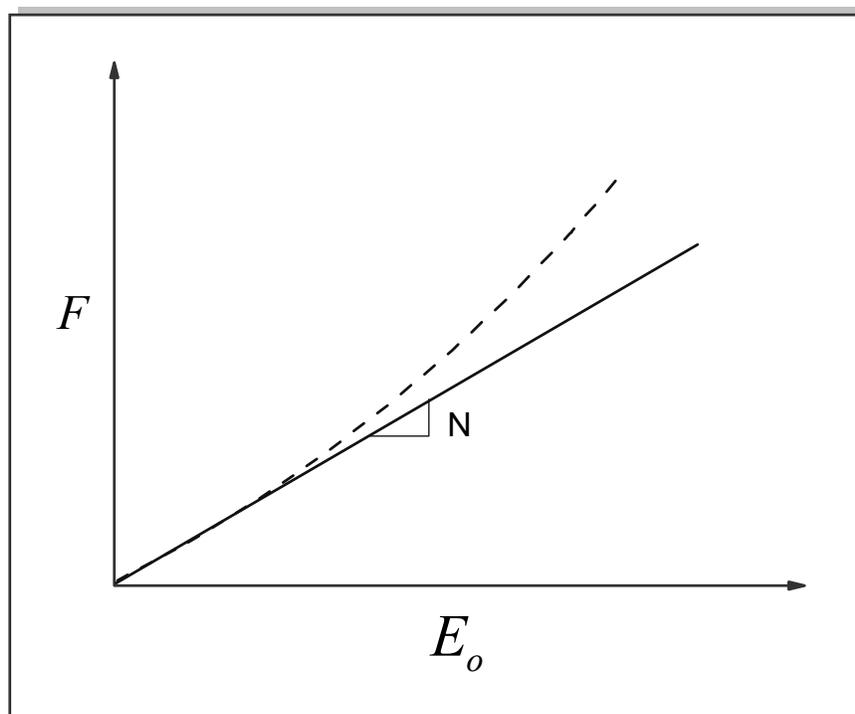


Fig. 5.3. Ecuación de Havlena y Odeh – Caso 1

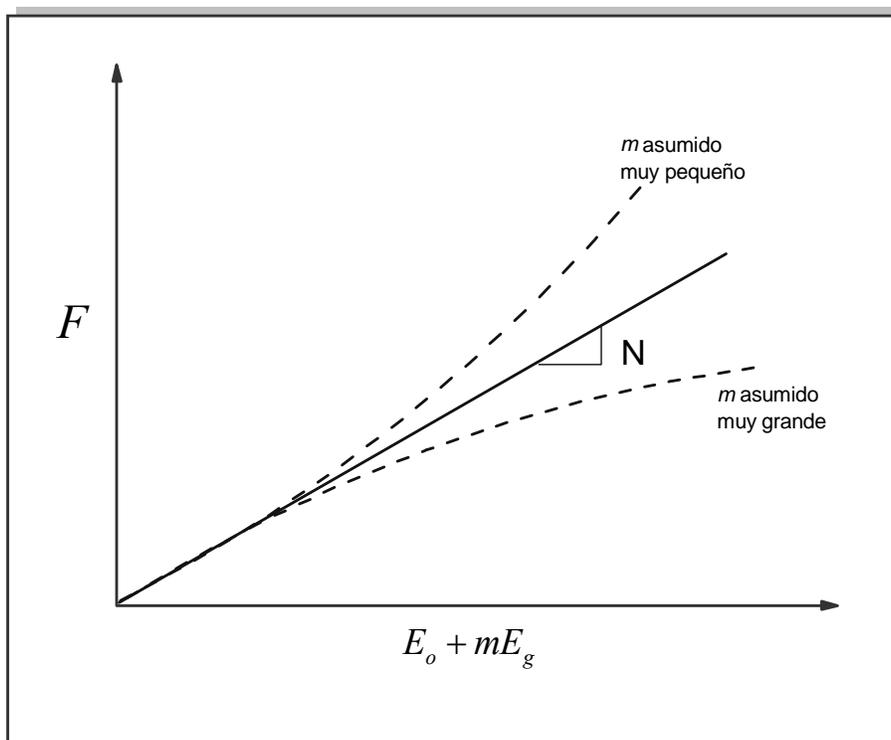


Fig. 5.4. Ecuación de Havlena y Odeh – Caso 2

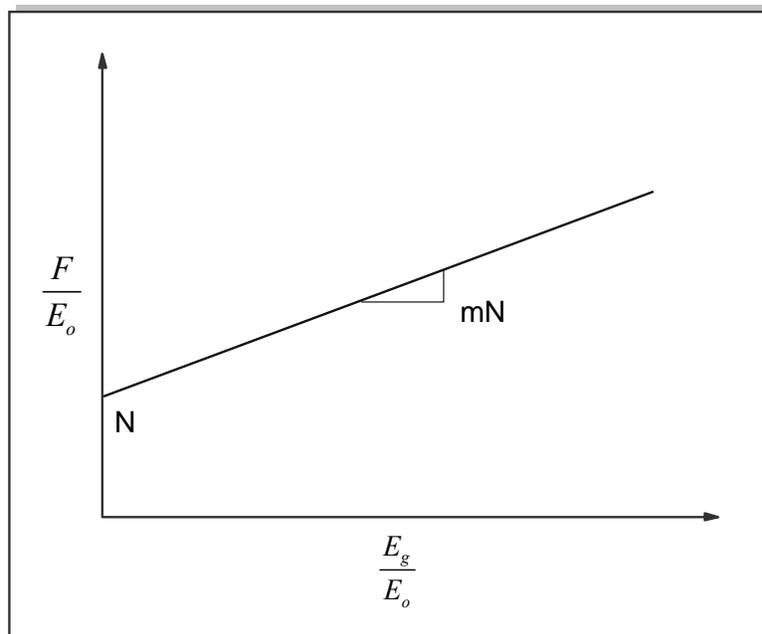


Fig. 5.5. Ecuación de Havlena y Odeh – Caso 2

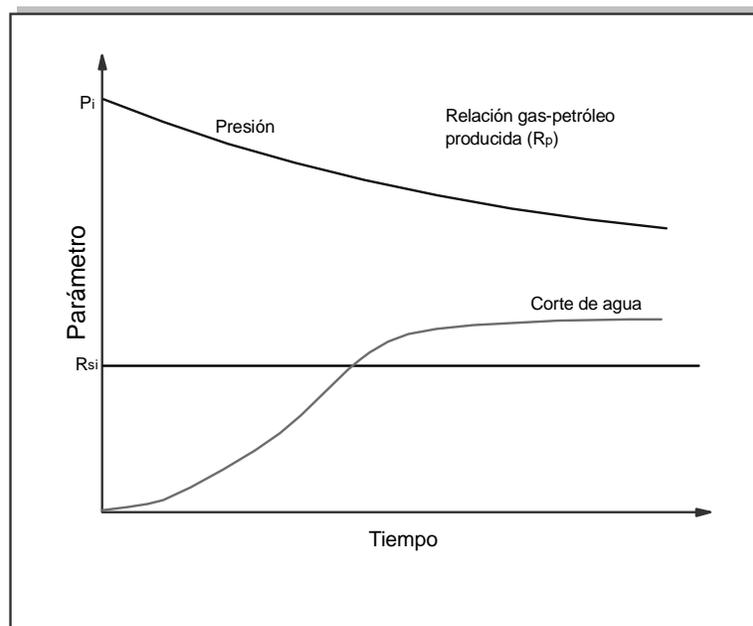


Fig. 5.6. Comportamiento de la presión, gas en solución y corte de agua (caso 3)¹

1) CASO: $m = 0$, $W_e = 0$, $C_{wf} = 0$

$$F = N E_o$$

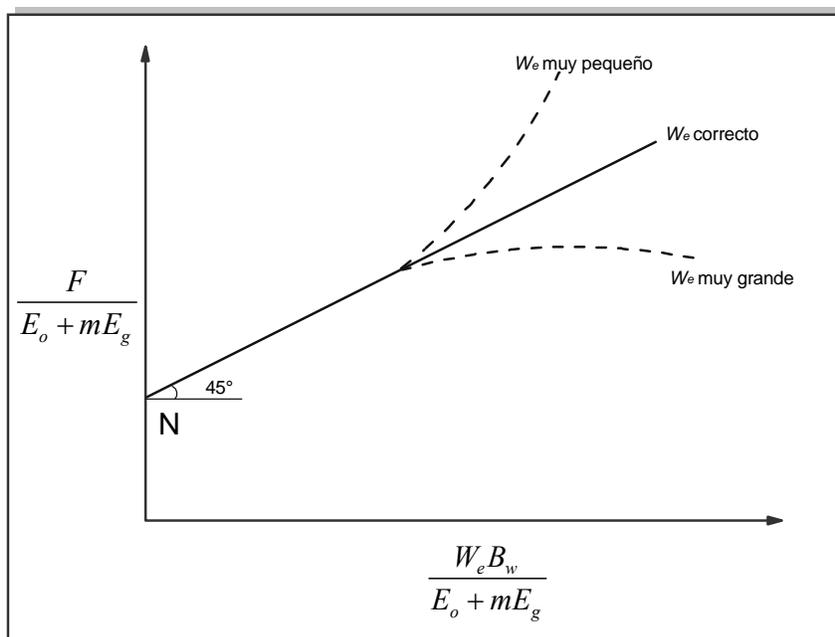


Fig. 5.7. Ecuación de Havlena y Odeh – Caso 4²

Al graficar F vs. E_o debería dar una recta que pasa por el origen. Fig. 5.3. Este es el tratamiento más indicado para arrancar un análisis. Si el gráfico no es lineal se está definiendo la existencia de otro mecanismo de producción.

2) CASO: $m \neq 0$, pero $c_{f,w} = 0$ y $W_e = 0$. Un gráfico de este tipo se muestra en la Fig. 5.4.

$$F = N(E_o + mE_g)$$

El caso normal es que m no se conozca. Se suponen varios m 's. El m correcto da una línea recta. Si hay incertidumbre tanto en el valor de m como en el de N se sugiere describir la ecuación de Havlena y Odeh de la siguiente manera:

$$F = NE_o + mNE_g$$

de donde:

$$\frac{F}{E_o} = N + mN \frac{E_g}{E_o}$$

De modo que el gráfico resultante es similar al mostrado en la Fig. 5.5.

3) CASO: W_e existe, pero m y $c_{f,w}$ valen cero (yacimientos subsaturados)

$$F = NE_o + W_e B_w$$

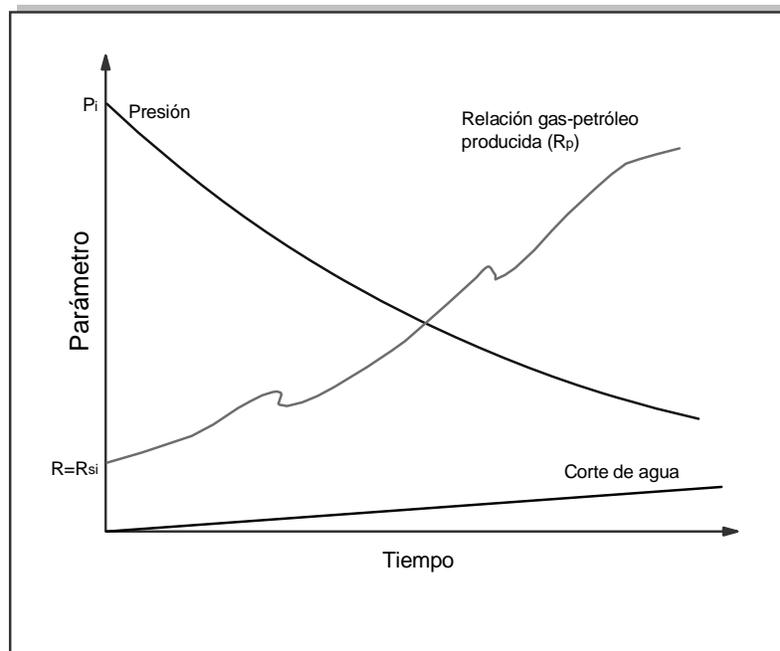


Fig. 5.8. Comportamiento de la presión, gas en solución y corte de agua (caso 4)¹

W_e se calcula por el método de Hurst y Van Everdingen. De la anterior ecuación se tiene:

$$\frac{F}{E_o} = N + \frac{W_e B_w}{E_o}$$

La gráfica resultante es similar a la de la Fig. 5.7 pero considere que $mE_g = 0$.

4) CASO: W_e existe, pero $m \neq 0$ y $c_{f,w} = 0$ (yacimiento saturado)

Este caso se presenta cuando el acuífero no es muy activo, pero se asume que tanto m como N se conocen. De modo que:

$$F = N [E_o + mE_g] + W_e \beta_w$$

$$\frac{F}{E_o + mE_g} = N + \frac{W_e \beta_w}{E_o + mE_g}$$

La Fig. 5.7 ilustra el tipo de gráfico obtenido para este caso.

EJEMPLO

Los datos de producción y PVT se presentan en la tabla 5.1 en función de la presión promedia del yacimiento durante los primeros años de producción. Datos adicionales:

$$S_{wi} = 23 \%$$

$$\phi = 18 \%$$

$$h = 35 \text{ ft}$$

Tabla 5.1. Historia de producción ejemplo de Havlena y Odeh¹

P, psia	R_p, scf/STB	N_p, MM STB	B_o, Bbl/STB	R_s, scf/STB	B_g, bbl/scf	μ_o/μ_g
4000	903	9.3	1.500	1000	0.00079	31.1
3500	1410	16.5	1.430	660	0.000857	37.1
3000	2230	18.0	1.385	580	0.000930	42.5
2500	3162	23.5	1.348	520	0.001150	50.8
2000	3620	30.4	1.310	450	0.001450	61.2
1500	3990	39.5	1.272	380	0.002160	77.3

1. Cuánto petróleo inicial en STB y gas inicial en SCF hay en el yacimiento?
2. Estime el tamaño del yacimiento en Acres
3. Calcule el gas remanente en solución (SCF) a 1500 psi
4. Calcule el gas libre en el yacimiento (SCF) a 1500 psi
5. Calcule el saturación de gas promedio en el yacimiento de crudo a 1500 psi

SOLUCIÓN

1) Para calcular los hidrocarburos iniciales recurrimos al método de Havlena y Odeh. Calculando F , E_o y E_g , para la presión de 3500 se tiene:

$$F = N_p \left[\beta_o + (R_p - R_s) \beta_g \right] + W_p \beta_w = 16.5 \text{ MM} [1.5 + (1410 - 660) 0.000857] = 34200375$$

$$E_o = (\beta_o - \beta_{oi}) + (R_{si} - R_s) \beta_g = (1.43 - 1.5) + (1000 - 660) 0.000857 = 0.22138$$

$$E_g = \beta_{oi} \left(\frac{\beta_g}{\beta_{gi}} - 1 \right) = 1.5 \left(\frac{0.000857}{0.00079} - 1 \right) = 0.127215$$

Los demás datos se dan en la tabla 5.2.

1) Al graficar estos datos, ver Fig. 5.9, se tiene que la pendiente (mN) es 9×10^7 y el intercepto es 1×10^8 , el cual corresponde a N . Luego el tamaño de la capa de gas es $9 \times 10^7 / 1 \times 10^8 = 0.9$. Luego la cantidad de gas inicial está formada por el gas en solución ($R_{si} \times N$) = 1×10^{11} scf más el gas en la capa de gas ($mN \times 5.615$) que corresponde a 505.35×10^6 scf, para un total de 1.00505×10^{11} scf.

2) El tamaño del yacimiento se calcula estimando la cantidad de hidrocarburos en el yacimiento. El gas inicial libre es 505.35×10^6 scf \times 0.00079 bbl/scf = 399226.5 bbl y el crudo

inicial incluyendo gas disuelto es $1 \times 10^8 \text{ STB} \times 1.5 \text{ bbl/STB} = 1.5 \times 10^8 \text{ bbl}$. Los hidrocarburos totales son 150399326.5 bbl. Si dividimos esta cantidad por $7758h\phi(1-S_{wi})$ se tiene que el área del yacimiento es de 3996.36 acres.

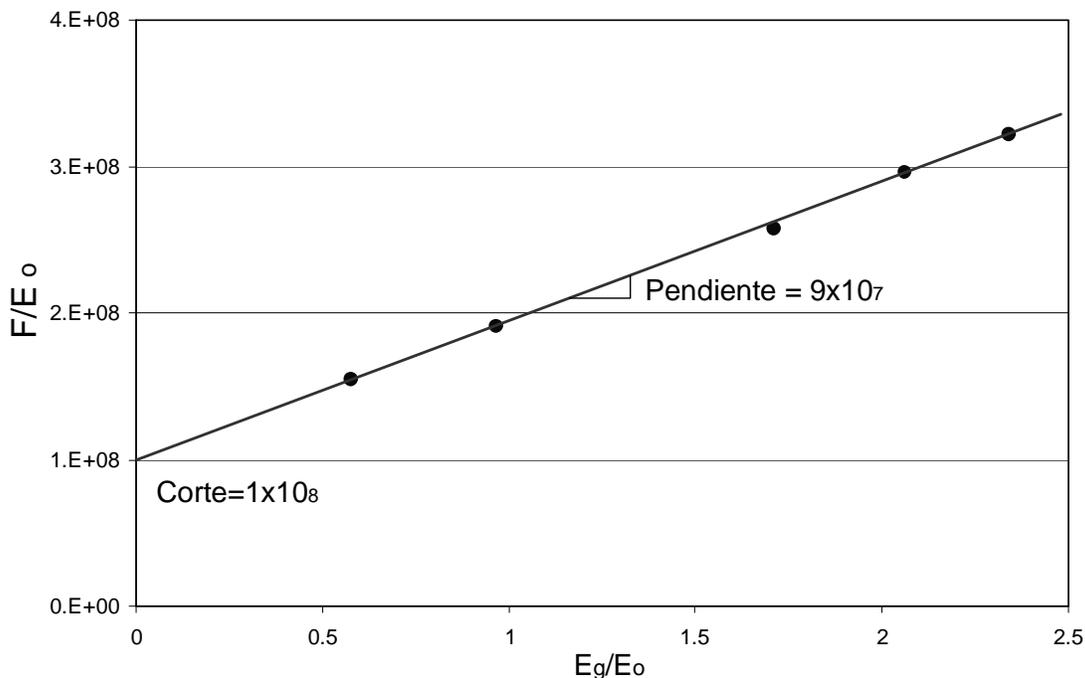


Fig. 5.9. Grafica de Havlena y Odeh

Tabla 5.2. Resultados de F , E_o y E_g

P, psia	F	E_o	E_g	F/E_o	E_g/E_o
4000	13237341	0	0		
3500	34200375	0.22138	0.127215	154487194	0.574646
3000	52551000	0.2756	0.265823	190678520	0.964524
2500	103078050	0.4	0.683544	257695125	1.708861
2000	179557600	0.6075	1.253165	295568066	2.062822
1500	358249200	1.1112	2.601266	322398488	2.340952

3) El gas remanente en solución (SCF) a 1500 psi se calcula estimando la cantidad de crudo remanente a 1500 psi, lo cual es $1 \times 10^8 - 39.5 \text{ MM} = 6.05 \times 10^7 \text{ STB}$ y multiplicado por el gas en solución (380 scf/STB) da $2.3 \times 10^{10} \text{ scf}$.

4) El gas libre en el yacimiento (SCF) a 1500 psi se estima con los $6.05 \times 10^7 \text{ STB}$ remanentes multiplicado por $(R_{si}-R_s) = (1000-380) = 3.751 \times 10^{10} \text{ scf}$.

5) La saturación de líquidos promedio en el yacimiento de crudo a 1500 psi se determina con la siguiente ecuación.

$$S_L = S_w + \frac{(1 - S_w) \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) \beta_o}{\beta_{ob}} = 0.23 + \frac{(1 - 0.23) \left(1 - \frac{39.5 \text{ MM}}{100 \text{ MM}}\right) 1.272}{1.5} = 0.625$$

Otra forma es estimando la cantidad de gas libre en bbl es 3.751×10^{10} scf x 0.00216 bbl/scf = 81021600 bbl. El volumen total del yacimiento es $150399326.5 \text{ bbl} / (1 - 0.23) = 195323800.6 \text{ bbl}$. Luego $81021600 / 195323800.6$ es igual a 41.5 %. Como el yacimiento es volumétrico, la cantidad de crudo es $0.625 - 0.23 = 0.395$, el remanente es gas, o sea 0.375. La diferencia es que la ecuación es válida para sistemas sin capa de gas.

5.6. YACIMIENTOS SUBSATURADOS VOLUMÉTRICOS

Es el yacimiento más simple que se considera para efectos de cálculo. Se considera que la permeabilidad vertical es limitada, no hay capa de gas, la intrusión de agua es despreciable. Por encima del punto de burbuja hay una sola fase (aunque puede existir una fase sólida de asfaltenos precipitados). La ecuación de balance de materia para éste tipo de yacimiento, teniendo en cuenta las consideraciones mencionadas anteriormente es¹:

$$N = \frac{N_p \beta_o}{\beta_{oi} c_o \Delta P + \beta_{oi} \left[\frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \right] \Delta P}$$

Aquí se consideran los efectos de compresibilidad de roca y fluido. Si se despreciaran resultaría en una sobreestimación del petróleo in-situ. Para simplificar la ecuación:

$$c_{oe} = c_o + \frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w}$$

Luego;

$$N = \frac{N_p \beta_o}{\beta_{oi} c_{oe} \Delta P}$$

Las estimaciones del petróleo original basado en la historia de producción sobre el punto de burbuja a menudo no son confiables por la sensibilidad al gradiente de presión.

EJEMPLO

Ud. ha sido asignado a revisar el comportamiento de un yacimiento volumétrico que produce bajo gas en solución y capa de gas. El análisis de presiones y registros eléctricos se

ha determinado que el yacimiento tiene una capa de gas cuyo tamaño inicial es la mitad del volumen inicial de petróleo. La presión inicial del yacimiento y la relación gas petróleo son 2500 psia y 721 SCF/STB, respectivamente. De la aproximación volumétrica se determinó que el petróleo in-situ fue de 56 MM STB. A medida que Ud. prosigue con el análisis se dará cuenta que su jefe no le dio todos los datos. La información faltante tiene que ver con que a cierto punto de la vida del proyecto se inició un programa de inyección de gas para mantener la presión (que no decline mucho). No se conoce ni la presión (o tiempo) al cual inició el programa de inyección ni la cantidad de gas inyectada. Los datos PVT y de producción se listan en la tabla 5.3¹.

- 1) Cuándo se inició la inyección de gas (presión del yacimiento)?
- 2) Cuánto fue la cantidad de gas inyectada desde el inicio de la inyección hasta la presión de 500 psia?

Tabla 5.3. Historia producción yacimiento volumétrico saturado¹

P, psia	B_g (bb/SCF)	B_t, bbl/STB	N_p	R_p, SCF/STB
2500	0.001048	1.498	0	0
2300	0.001155	1.523	3.741	716
2100	0.001280	1.562	6.849	966
1900	0.001440	1.620	9.173	1297
1700	0.001634	1.701	10.99	1623
1500	0.001884	1.817	12.42	1953
1300	0.002206	1.967	14.39	2551
1100	0.002654	2.251	16.14	3214
900	0.003300	2.597	17.38	3765
700	0.004315	3.209	18.50	4317
500	0.006163	4.361	19.59	4839

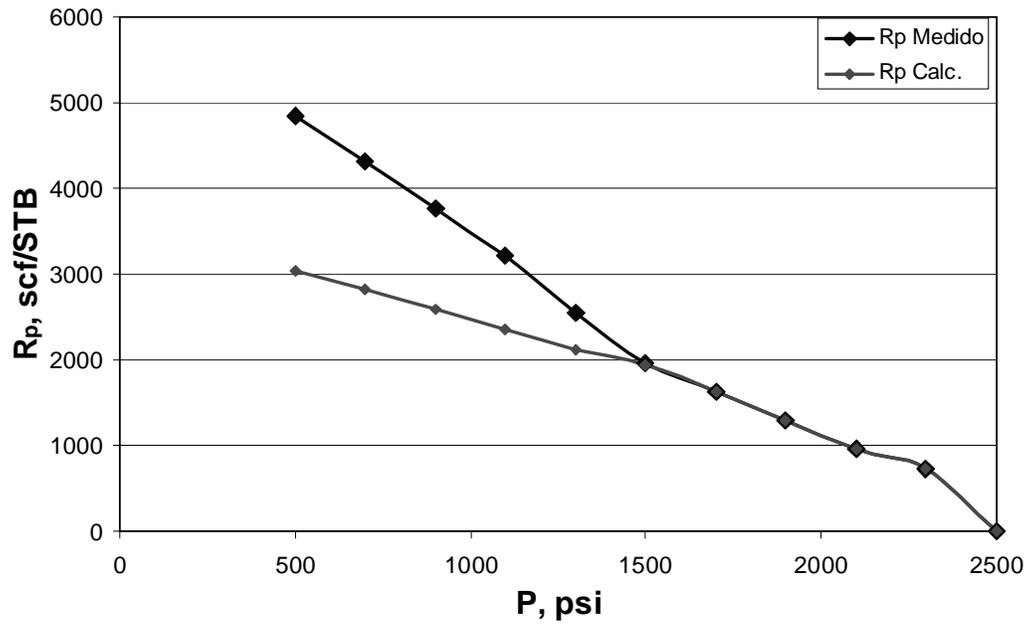
SOLUCIÓN

- 1) Como el yacimiento es volumétrico y saturado la EBM queda¹:

$$N = \frac{N_p [\beta_t + \beta_g (R_p - R_{si})]}{\beta_t - \beta_{ti} + m \frac{\beta_{ti}}{\beta_{gi}} (\beta_g - \beta_{gi})}, \text{ despejando } R_p:$$

$$R_p = \frac{N}{N_p} \left[\frac{\beta_t - \beta_{ti} + m \frac{\beta_{ti}}{\beta_{gi}} (\beta_g - \beta_{gi})}{\beta_g} \right] - \beta_t + R_{si}$$

Para $P = 2300$, se tiene:

Fig. 5.10.a. R_p calculados vs. R_p medidosTabla 5.4. R_p calculados vs. R_p medidos

P, psia	R_p , scf/STB	R_p Calc.
2500	0	
2300	716	717.507
2100	966	968.661
1900	1297	1300.96
1700	1623	1619.08
1500	1953	1949.93
1300	2551	2116.69
1100	3214	2357.81
900	3765	2578.58
700	4317	2815.57
500	4839	3036.96

$$R_p = \frac{56}{3.741} \left[\frac{1.523 - 1.498 + (0.5) \frac{1.498}{0.001048} (0.001155 - 0.001048)}{0.001155} \right] - 1.523 + 721$$

$$R_p = 717.507 \text{ scf} / \text{STB}$$

Los demás datos se dan en la tabla 5.4.

Como puede verse en la tabla 5.4 y en la Fig. 5.10.a a partir de un a presión de 1500 psi se observa diferencias entre los valores de R_p indicando un aumento en la producción de gas, por lo que se concluye que en este punto inicia la inyección de gas.

2) Para estimar la cantidad de gas inyectada se obtiene la diferencia de los R_p 's a 500 psi, lo cual corresponde a 1802 scf por cada barril de crudo producido, luego multiplicando por N_p (19.59 MM STB) se tiene una inyección total de 35.3 MMM scf de gas.

5.7. YACIMIENTOS QUE PRODUCEN POR GAS EN SOLUCIÓN POR DEBAJO DEL PUNTO DE BURBUJA

A medida que la presión cae por debajo del punto de burbuja se libera gas. Al principio son burbujas de gas muy pequeñas y no continuas. A medida que cae la presión las burbujas se revientan y se forma una capa de gas continua y el gas empieza a fluir.

$$N_b = \frac{N_p [\beta_o + \beta_g (R_p - R_{sb})]}{\beta_o - \beta_{ob} + \beta_g (R_{sb} - R_s) + \beta_{oi} \left(\frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \right) \Delta P}$$

Aquí c_f y c_w son despreciables. Luego:

$$N_b = \frac{N_p [\beta_o + \beta_g (R_p - R_{sb})]}{\beta_o - \beta_{ob} + \beta_g (R_{sb} - R_s)}$$

CONSIDERACIONES:

- 1) Yacimiento volumétrico
- 2) Proceso isotérmico
- 3) Existe equilibrio de presiones. Las propiedades del fluido son las mismas en todas partes.
- 4) Los datos PVT son confiables
- 5) $m = 0$
- 6) El recobro es independiente de la rata de flujo
- 7) Datos de producción confiables
- 8) Las condiciones iniciales son el punto de burbuja
- 9) $W_e = 0$

Aunque algunas reglas son violadas, la anterior ecuación es una herramienta poderosa ya que a ella es que se aplican los diferentes métodos de ensayo y error para predecir el comportamiento y recobro final de un yacimiento de petróleo.

5.8. CONTROL TOTAL DEL YACIMIENTO

El mejor mecanismo de producción es la intrusión de agua, el segundo es el empuje por capa de gas y el último y más malo es el empuje por gas en solución⁵.

Cuando dos ó más mecanismos operan en un yacimiento no es claro cuanta producción proviene de cada uno. Un método conveniente es calcular la cantidad de producción d cada empuje y se llaman los índices de empuje de balance de materia⁵. Estos índices son más convenientemente derivados de la ecuación de balance de materia escrita en función de m y β_i :

$$\beta_t = \beta_o + (R_{si} - R_s)\beta_g$$

$$N = \frac{N_p [\beta_t + \beta_g (R_p - R_{si})] - (W_e - W_p)\beta_w}{\beta_t - \beta_{ti} + \left(\frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \right) \Delta P \beta_{ti} + m \frac{\beta_{ti}}{\beta_{gi}} (\beta_g - \beta_{gi})}$$

Multiplicando en cruz y tomando W_e al otro lado de la ecuación, se tiene:

$$N_p [\beta_t + \beta_g (R_p - R_{si})] = N(\beta_t - \beta_{ti}) + Nm \frac{\beta_{ti}}{\beta_{gi}} (\beta_g - \beta_{gi}) + (W_e - W_p) + \left(\frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \right) N \Delta P \beta_{ti}$$

El lado izquierdo es el volumen de gas y petróleo producidos a la presión de interés, y que es igual a la expansión o incremento de todos los fluidos (derecho).

Si el volumen se expresa como una fracción de la producción se tiene:

$$1 = \frac{N(\beta_t - \beta_{ti})}{N_p [\beta_t + \beta_g (R_p - R_{si})]} + \frac{Nm \frac{\beta_{ti}}{\beta_{gi}} (\beta_g - \beta_{gi})}{N_p [\beta_t + \beta_g (R_p - R_{si})]} + \frac{(W_e - W_p)}{N_p [\beta_t + \beta_g (R_p - R_{si})]} + \frac{\left(\frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \right) N \Delta P \beta_{ti}}{N_p [\beta_t + \beta_g (R_p - R_{si})]}$$

$$1 = SGDI + GCDI + WDI + Negl.$$

Estos índices no son constantes:

$$FR = SGDI * FR_{GS} + GCDI * FR_{GC} + WDI * FR_{WD}$$

La tabla 5.13, 5.14.a y 5.14.b resumen los métodos de balance de materia.

5.9. PREDICCIÓN DEL COMPORTAMIENTO Y RECOBRO FINAL DE UN YACIMIENTO^{1,5}

Cinco métodos son estudiados para tal fin, estos se presentan con detalle en los anexos del presente texto, a saber:

Método de Schilthuis^{9,10}

Método de Tarner^{9,10}

Método de Tracy^{9,10}

Método de Muskat¹⁰

Método de Pirson^{4,10}

5.10. BALANCE DE MATERIA EN YACIMIENTOS SATURADOS DE PETRÓLEO NATURALMENTE FRACTURADOS³

Para la solución de la EBM se considera que un yacimiento fracturado puede modelarse utilizando propiedades diferentes para cada medio poroso (matriz y fractura) o con valores promedio para el sistema total, es por eso que se proponen técnicas de solución para cada una de estas suposiciones. Debido a los arreglos matemáticos realizados, la EBM permite realizar la estimación no solo de los volúmenes de petróleo y gas originales, sino también de la capacidad de almacenamiento relativa de los medios porosos y de la compresibilidad para los sistemas fracturado y total. El modelo tiene en cuenta las siguientes consideraciones:

1. El yacimiento es un sistema isotérmico.
2. El yacimiento está compuesto por: roca naturalmente fracturada, agua producida, petróleo fiscal y gas de superficie.
3. El yacimiento está compuesto de 4 fases: petróleo, gas, agua y roca naturalmente fracturada.
4. El petróleo solo se encuentra en esta fase.
5. El gas existe como fase gaseosa y disuelto en el crudo.
6. El componente agua solo existe en fase acuosa y reduce el volumen poroso disponible a hidrocarburos.
7. El componente roca solo existe en fase roca.
8. La roca tiene dos medios porosos en comunicación hidráulica: los poros y las fracturas.
9. El sistema matriz porosa y fractura son compresibles.
10. Yacimiento volumétrico y sin producción de agua.
11. No hay inyección de fluidos (agua y/o gas) al yacimiento.

12. La porosidad de la fractura, porosidad de la matriz y saturación de agua son uniformes.
13. La presión de yacimiento es uniforme a lo largo del mismo, lo cual indica que no hay gradientes de presión vertical u horizontal.
14. Yacimiento saturado

La EBM está dada por la siguiente expresión:

$$N_p \left[B_o + (R_p - R_s) B_g \right] = N_1 \left\{ (B_t - B_{ti}) + B_{oi} \left[m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1 + m) \left(\frac{c_w S_{wmi} + c_m}{1 - S_{wmi}} \right) \Delta p \right] \right\} + N_2 \left\{ (B_t - B_{ti}) + B_{oi} \left[m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1 + m) \left(\frac{c_w S_{wfi} + c_f}{1 - S_{wfi}} \right) \Delta p \right] \right\} \quad (5.7)$$

en donde el primer termino representa el volumen total (gas y petróleo) que ocupa el espacio poroso en todo el sistema; el segundo término se refiere a el volumen de transferencia (crudo y gas) de matriz a fractura y el tercer término expresa la transferencia de fluido (crudo y gas) de las fracturas a superficie. Además:

$$B_t = B_o + (R_{si} - R_s) B_g$$

$$m = \frac{G B_{gi}}{N B_{oi}}$$

en donde N_1 , N_2 y N_p es el volumen de petróleo (STB) original en la matriz, en las fracturas y de petróleo producido acumulado, respectivamente, c_m es la compresibilidad promedio de la matriz, c_f es la compresibilidad promedio de la fractura y c_w es la compresibilidad del agua (psi^{-1}).

El método de solución depende de cuáles incógnitas son conocidas y cuáles son consideradas como incógnitas.

CASO 0

Este considera el caso convencional de Havlena y Odeh (sin capa de gas) que consiste en reorganizar la ecuación para obtener grupos de variables de manera que se comporten como una línea recta al ser graficados, donde la EBM general es:

$$N_p \left[B_o + (R_p - R_s) B_g \right] = N_1 \left\{ B_o - B_{oi} + (R_{si} - R_s) B_g + \left(\frac{c_w S_{wi} + c_m}{1 - S_{wi}} \right) \Delta P B_{oi} \right\} + N_2 \left\{ B_o - B_{oi} + (R_{si} - R_s) B_g + \left(\frac{c_w S_{wfi} + c_f}{1 - S_{wfi}} \right) \Delta P B_{oi} \right\}$$

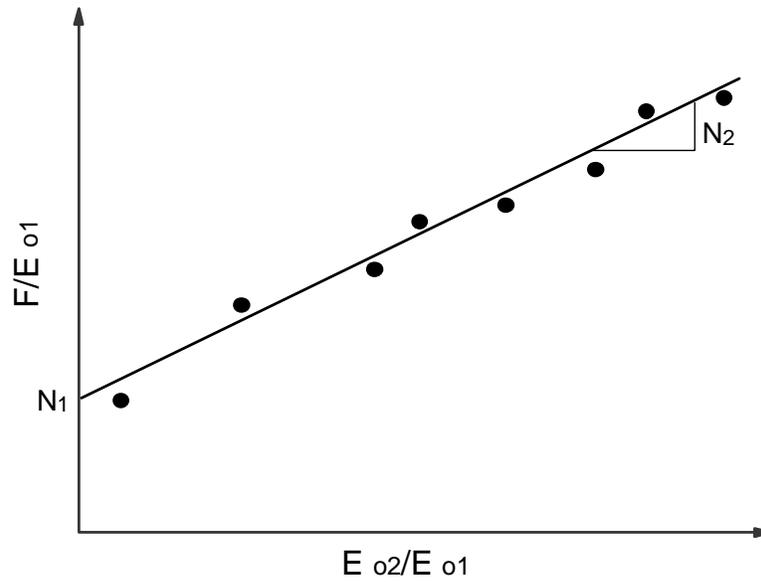


Fig. 5.10.b. Gráfico de F/E_{o1} vs. E_{o2}/E_{o1}^3

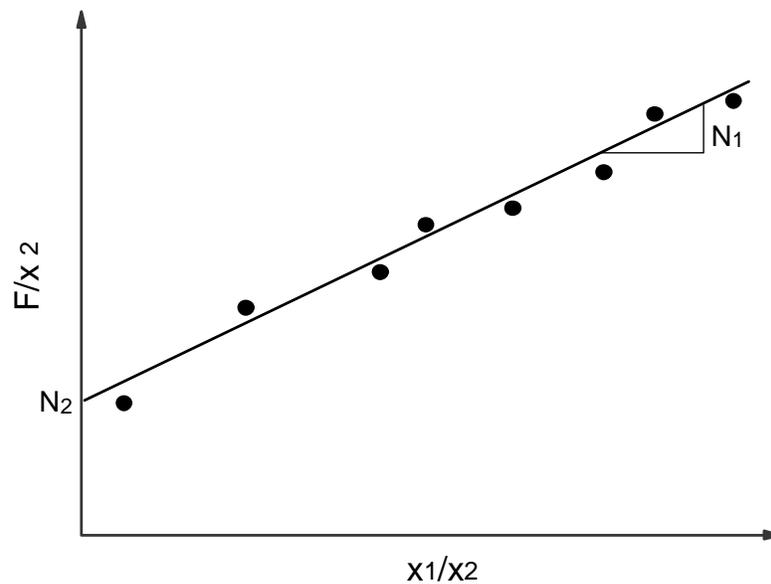


Fig. 5.10.c. Gráfico de F/x_2 vs. x_1/x_2

Luego, las variables son definidas como:

$$F = N_p [B_o + (R_p - R_s) B_g]$$

$$E_{o1} = B_o - B_{oi} + (R_{si} - R_s) B_g + \left(\frac{c_w S_{wi} + c_m}{1 - S_{wi}} \right) \Delta P B_{oi}$$

$$E_{o2} = B_o - B_{oi} + (R_{si} - R_s) B_g + \left(\frac{c_w S_{wfi} + c_f}{1 - S_{wfi}} \right) \Delta P B_{oi}$$

De modo que la EBM puede expresarse como:

$$F = N_1 E_{o1} + N_2 E_{o2}$$

donde E_{o1} representa la expansión neta del petróleo original en el sistema matriz y E_{o2} es la expansión neta del petróleo original en el sistema de fracturas. La anterior expresión puede escribirse como:

$$\frac{F}{E_{o1}} = N_1 + N_2 \frac{E_{o2}}{E_{o1}}$$

De modo que una gráfica de F/E_{o1} vs. E_{o2}/E_{o1} da una recta de pendiente N_2 y corte N_1 como ilustra la Fig. 5.10.b.

CASO 1

Conociendo el tamaño de la capa de gas, desconociendo el volumen de petróleo original en cada uno de los medios porosos, dividiendo toda la ecuación (5.7) entre el factor volumétrico del petróleo a la presión inicial y utilizando las siguientes definiciones:

$$F = \frac{N_p}{B_{oi}} [B_o + (R_p - R_s) B_g]$$

$$c_{ef} = \left(\frac{c_w S_{wfi} + c_f}{1 - S_{wfi}} \right)$$

Luego, la EBM queda:

$$c_{em} = \left(\frac{c_w S_{wmi} + c_m}{1 - S_{wmi}} \right)$$

$$F = N_1 \left\{ \left(\frac{B_t}{B_{ti}} - 1 \right) + m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1 + m) c_{em} \Delta P \right\} + N_2 \left\{ \left(\frac{B_t}{B_{ti}} - 1 \right) + m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1 + m) c_{ef} \Delta P \right\} \quad (5.8)$$

Como se conoce m , se tiene una expresión lineal de la forma $y = a_1 x_1 + a_2 x_2$ con:

$$x_1 = \left(\frac{B_t}{B_{gi}} - 1 \right) + m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1 + m) c_{em} \Delta P$$

$$x_2 = \left(\frac{B_t}{B_{gi}} - 1 \right) + m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1+m)c_{ef} \Delta P$$

que puede solucionarse por regresión lineal para N_1 y N_2 . Una alternativa de este caso es realizar un gráfico que describa una línea recta en donde y/x_2 es la variable dependiente de x_1/x_2 , cuya pendiente es el petróleo original en la matriz y cuya ordenada es el petróleo original en las fracturas. Ver Fig. 5.10.c. Al tomar la ecuación lineal y hacer el cociente con la variable x_2 :

$$\frac{y}{x_2} = a_1 \frac{x_1}{x_2} + a_2$$

CASO 2

Conociendo la capacidad de almacenamiento relativa en cada medio poroso, desconociendo el volumen de petróleo inicial, el tamaño de la capa de gas inicial y la compresibilidad. Esta suposición será aplicable en casos en los que la diferencia de compresibilidades sea pequeña o uno de los medios porosos predomine en capacidad de almacenamiento sobre el otro; la compresibilidad efectiva del medio poroso total (matriz y fracturas) se define como:

$$c_{em-f} = \frac{N_1 c_{em} + N_2 c_{ef}}{N_1 + N_2} \quad (5.9)$$

Como la capacidad de almacenamiento en las fracturas, relativa al almacenamiento total se define:

$$\gamma = \frac{N_2}{N_1 + N_2}$$

Luego, la ecuación (5.8) se puede escribir:

$$c_{em-f} = (1-\gamma)c_{em} + \gamma c_{ef} \quad (5.10)$$

Tomando la ecuación (5.8) y rescribiéndola con base en la ecuación (5.10), considerando que $N = N_1 + N_2$, se tiene:

$$F = N \left(\frac{B_t}{B_{ti}} - 1 \right) + mN \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + N(1+m)c_{em-f} \Delta p$$

De esta manera, es posible aplicar el método de regresión lineal de la forma $y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3$ con:

$$a_1 = N$$

$$a_2 = mN$$

$$a_3 = N(1+m)c_{em-f}$$

$$x_1 = \left(\frac{B_t}{B_{ti}} - 1 \right)$$

$$x_2 = \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right)$$

$$x_3 = \Delta P$$

Una vez conocidos y , x_1 , x_2 y x_3 , se hallan los coeficientes a_1 , a_2 y a_3 , a partir de los cuales se calculan las incógnitas de la siguiente forma:

$$N = a_1$$

$$m = \frac{a_2}{a_1}$$

$$c_{em-f} = \frac{a_3}{N(1+m)}$$

Para la solución por regresión no lineal, la ecuación (5.8) puede ser escrita de manera que aparezcan todas las incógnitas posibles, de la siguiente forma:

$$F = N(1-\gamma) \left\{ \left(\frac{B_t}{B_{gi}} - 1 \right) + m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1+m)c_{em} \Delta P \right\} + N\gamma \left\{ \left(\frac{B_t}{B_{gi}} - 1 \right) + m \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1+m)c_{ef} \Delta P \right\}$$

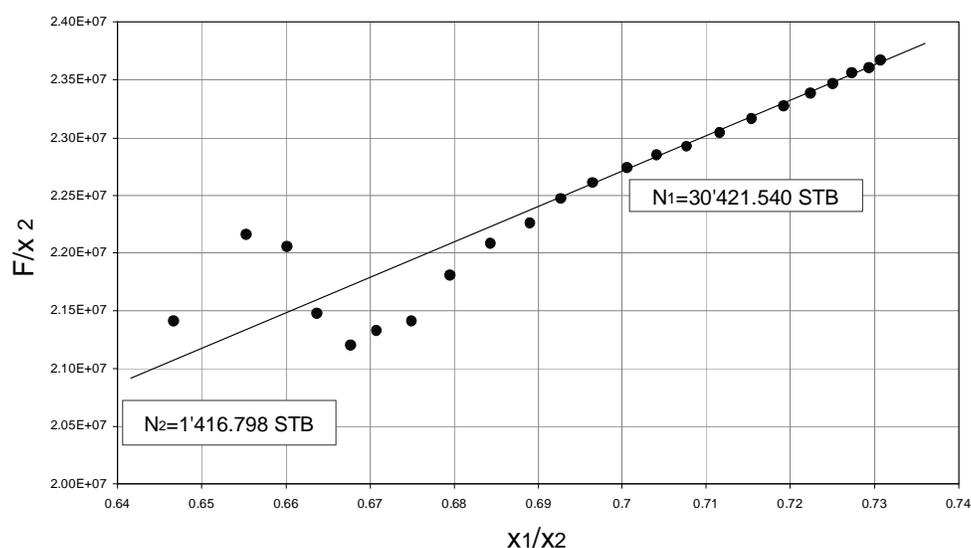
Esta ecuación puede ser solucionada mediante la utilización de regresión no lineal entre cualquier combinación de las variables N , γ , m y c_{ef} .

EJEMPLO

Por información de registros eléctricos se sabe que el tamaño de la capa de gas de un yacimiento naturalmente fracturado es 0.3826. La saturación inicial de agua es de 30 % y las compresibilidades totales de la matriz y el sistema fracturado, respectivamente, son 9.99×10^{-6} y 6.96×10^{-5} 1/psi. La información de producción se da en la tabla 5.5.

Tabla 5.5. Historia de producción para ejemplo de yacimiento naturalmente fracturado³

P, psia	B_o , Rb/STB	R_s , Scf/STB	B_g , Rb/scf	R_p , Scf/STB	G_p , MMM scf	N_p , MSTB	x_1	x_2	F
3300	1.2511	510.0	0.000870	0.00	0.00	0	0.00000	0.00000	0.0
3270.3	1.2455	503.0	0.000872	1922.22	0.17	90	0.00187	0.00537	178623.3
3223.8	1.2419	493.6	0.000894	3285.71	0.60	182	0.01642	0.02540	543781.6
3172.6	1.2380	483.4	0.000909	4037.04	1.09	270	0.02852	0.04352	964294.7
3111.6	1.2334	471.6	0.000927	4478.02	1.63	364	0.04309	0.06527	1439402.6
3047.5	1.2286	459.4	0.000946	4691.63	2.13	454	0.05868	0.08841	1898696.7
2984.6	1.2238	447.8	0.000966	4781.02	2.62	548	0.07465	0.11178	2369523.9
2932.1	1.2199	438.4	0.000983	4796.24	3.06	638	0.08827	0.13159	2806595.7
2881.7	1.2161	429.5	0.001001	4754.10	3.48	732	0.10230	0.15155	3244310.5
2807.8	1.2106	416.8	0.001027	4506.58	4.11	912	0.12289	0.18084	3944250.9
2738.3	1.2055	405.1	0.001053	4294.87	4.69	1092	0.14340	0.20954	4627257.0
2676.1	1.2009	395.0	0.001078	4093.06	5.19	1268	0.16275	0.23620	5257480.7
2615.7	1.1965	385.4	0.001102	3894.23	5.67	1456	0.18164	0.26221	5892466.7
2562.2	1.1925	377.1	0.001125	3716.38	6.08	1636	0.19937	0.28623	6471806.8
2509.7	1.1887	369.2	0.001149	3552.63	6.48	1824	0.21772	0.31077	7065740.8
2462.8	1.1853	362.2	0.001171	3408.18	6.83	2004	0.23463	0.33320	7611943.3
2417.7	1.1820	355.6	0.001193	3261.86	7.15	2192	0.25145	0.35533	8145615.9
2365.5	1.1783	348.1	0.001219	3046.30	7.50	2462	0.27148	0.38150	8791275.3
2316.1	1.1747	341.2	0.001245	2866.03	7.83	2732	0.29124	0.40708	9429376.7
2271.1	1.1715	335.0	0.001270	2715.64	8.13	2993.77	0.31023	0.43137	10038046.4
2230.3	1.1685	329.5	0.001293	2588.17	8.40	3245.54	0.32765	0.45360	10607364.5
2198.3	1.1662	325.2	0.001312	2493.53	8.61	3452.94	0.34205	0.47176	11070175.0
2170.2	1.1642	321.5	0.001329	2416.73	8.80	3641.28	0.35493	0.48795	11492730.4
2147.9	1.1626	318.6	0.001343	2354.92	8.94	3796.30	0.36547	0.50111	11826106.0
2128	1.1612	316.1	0.001355	2303.71	9.07	3937.12	0.37456	0.51255	12129569.4

Fig. 5.10.d. Gráfico de F/x_2 vs. x_1/x_2 para ejemplo

SOLUCION

La tabla 5.5 presenta los resultados de los cálculos de F , x_1 y x_2 con los cuales se construyó la Fig. 5.10.d. Obsérvese que inicialmente los datos no se ajustan a una línea recta probablemente porque las suposiciones del modelo no se ajustan con la realidad. Se obtuvo que la cantidad de crudo en la matriz es de 30'421.540 STB y en el sistemas fracturado es de 1'416.798 STB.

5.11. YACIMIENTOS DE CONDENSADOS DE GAS

El gas inicial y el crudo (condensado) para un yacimiento de gas condensado (retrogrado y no) puede evaluarse generalmente de datos de campo por medio de la recombinación del gas producido y el petróleo en la relación correcta para determinar la gravedad específica promedia del fluido el cual se asume que inicialmente produce de una fase del yacimiento.

Ver Fig. 5.11. Para un sistema de separación de dos etapas, la gravedad específica, γ_w , del fluido total del pozo es:

$$\gamma_w = \frac{R_1\gamma_1 + 4602\gamma_o + R_3\gamma_3}{R_1 + \frac{133316\gamma_o}{M_{wo}} + R_3}$$

R_1 y R_3 son los GOR en separador (1) y tanque de almacenamiento (3)
 γ_1 y γ_3 son las gravedades específicas de los gases de separador y tanque
 γ_o es la gravedad específica del petróleo, la cual está dada por:

$$\gamma_o = \frac{141.5}{API + 131.5}$$

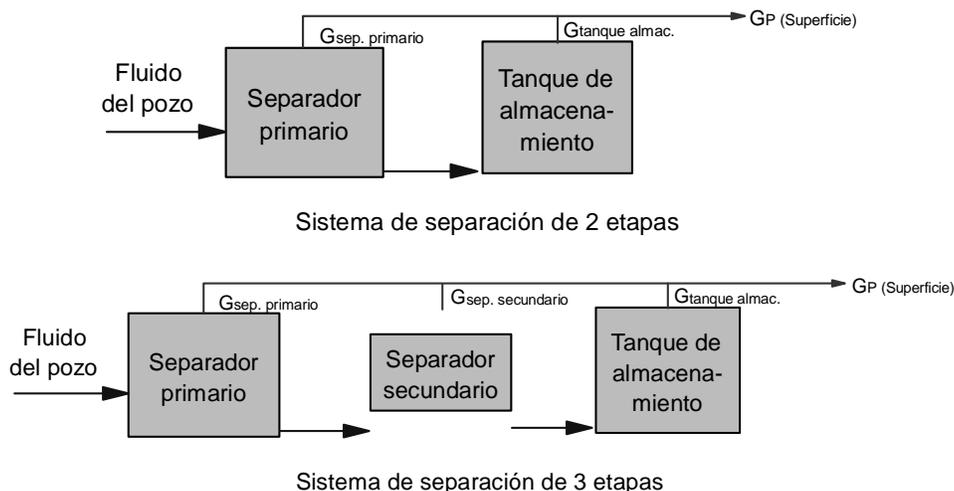
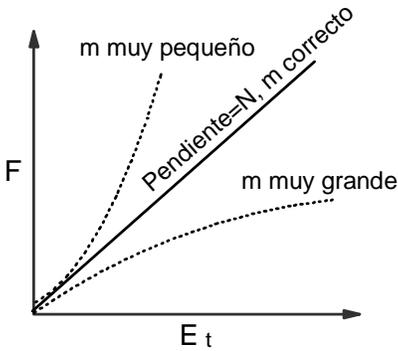
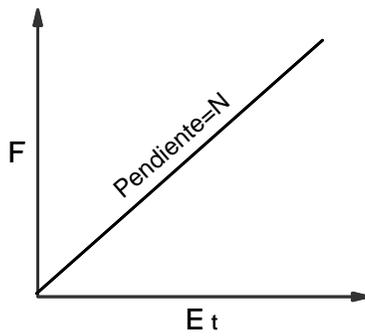
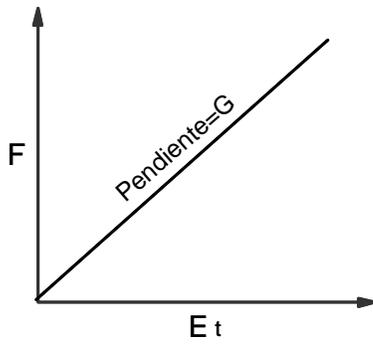
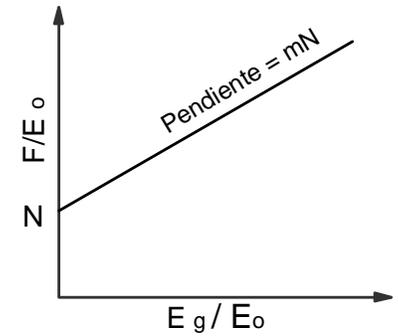
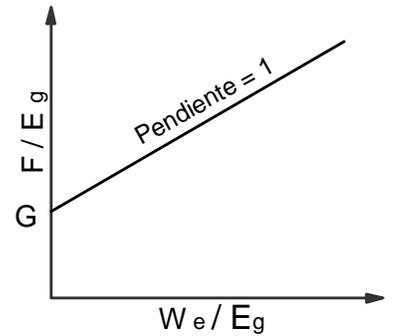
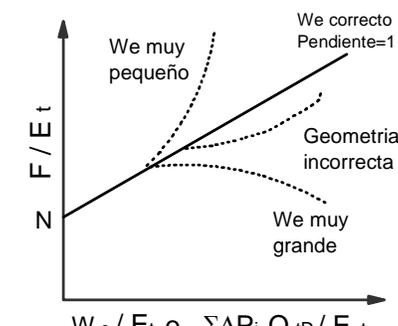
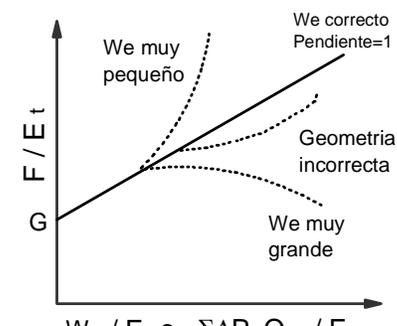
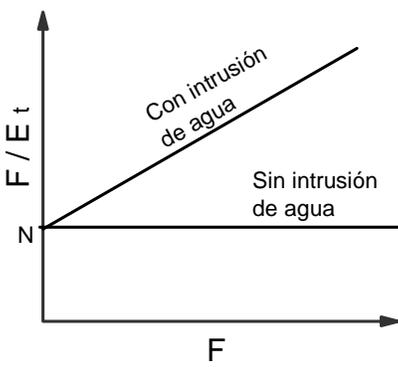
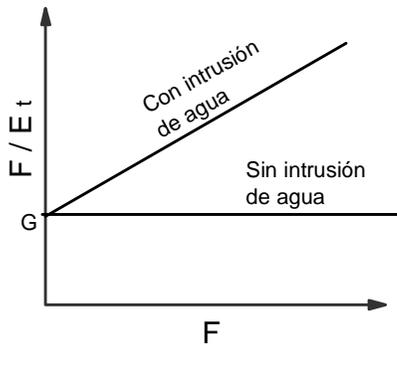
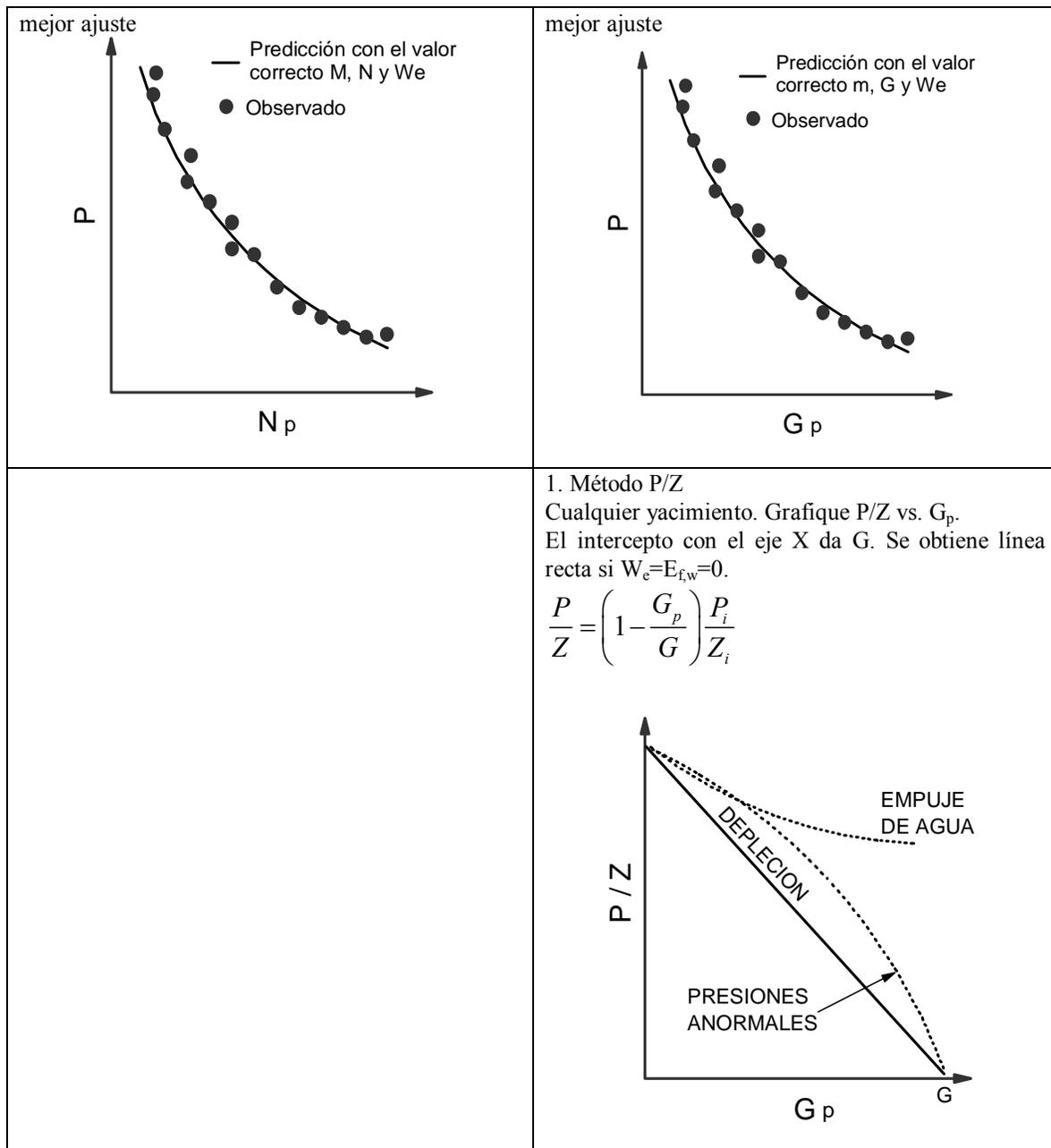


Fig. 5.11. Sistemas de separación¹

Tabla 5.6. Cuadro resumen de los diferentes métodos de balance de materia⁸

YACIMIENTO DE CRUDO	YACIMIENTO DE GAS
I. Ecuaciones Generales	
$F = N [E_o + mE_g + E_{f,w}] + W_e \beta_w$ $F = N E_t + W_e \beta_w$	$F = G [E_g + E_{f,w}] + W_e \beta_w$ $F = G E_t + W_e \beta_w$
II. Ecuaciones de la Línea Recta	
1. Método FE	1. Método FE
Gas en solución. Asuma $W_e=0$. Grafique F vs. E_t . La pendiente es N $F = N E_t$ <p>A. Con capa de gas, $m \neq 0$.</p>  <p>B. Sin capa de gas, $m=0$.</p> 	Depleción. Asuma $W_e=0$. Grafique F vs. E_t . La pendiente es G $F = G E_t$  <p>Nota: El gráfico de P/Z vs. F usualmente se prefiere en vez de este</p>
2. Método de Capa de gas	2. Dividido por E_g
Asuma $W_e=E_{f,w}=0$. Divida por E_o . Grafique F/E_o vs. E_g/E_o . El intercepto es N y la pendiente es mN $\frac{F}{E_o} = N + mN \frac{E_g}{E_o}$	Asuma $E_{f,w}=0$ $\frac{F}{E_g} = G + \frac{W_e}{E_g}$ Lo mismo que el método 3 si $E_{f,w}=0$

 <p style="text-align: center;">Pendiente = mN</p>	 <p style="text-align: center;">Pendiente = 1</p>
<p>3. Método de Havlena y Odeh Empuje de agua. Divida por E_t. Grafique F/E_t vs. W_e/E_t (ó $C_v \sum \Delta P_j Q_{tD}/E_t$). El intercepto es N y la pendiente es C_v.</p> $\frac{F}{E_t} = N + \frac{W_e}{E_t}$ $\frac{F}{E_t} = N + C_v \frac{\sum \Delta P_j Q_{tD}}{E_t}$ 	<p>3. Método de Havlena y Odeh Empuje de agua. Divida por E_t. Grafique F/E_t vs. W_e/E_t (ó $\sum \Delta P_j Q_{tD}/E_t$). El intercepto es N y la pendiente es C_v.</p> $\frac{F}{E_t} = G + \frac{W_e}{E_t}$ $\frac{F}{E_t} = G + C_v \frac{\sum \Delta P_j Q_{tD}}{E_t}$ 
<p>4. Método de Campbell Empuje de agua. Grafique F/E_t vs. F. El intercepto es N</p> 	<p>4. Método de Cole Empuje de agua. Grafique F/E_t vs. F. El intercepto es G</p> 
<p>III. Método de Análisis de presiones</p>	
<p>5. Método de ajuste de presiones Cualquier yacimiento. Grafique P vs. G_p. Los valores correctos de m, N y W_e proporcionan el</p>	<p>5. Método de ajuste de presiones Cualquier yacimiento. Grafique P vs. G_p. Los valores correctos de m, N y W_e proporcionan el</p>



Cada método se aplica a un yacimiento específico. Los siguientes métodos de línea recta deberían usarse en los siguientes casos:

1. Yacimientos de gas en solución. Incógnita N. Use el método 1.
2. Yacimiento con capa de gas. Incógnitas N y m. Use el método 2.
3. Yacimientos con empuje de agua. Incógnitas W_e y N. Use método 3, 4.

Todas las tres incógnitas pueden calibrarse durante ajuste histórico. Para esto se requiere la siguiente información:

1. N_p , W_p , y G_p para una serie de “puntos” de tiempo.
2. Presión promedio del yacimiento correspondientes a los “puntos” de tiempo.
3. Datos PVT que abarque todo el rango de presiones esperadas en el yacimiento.

Tabla 5.5.a. Resumen ecuaciones y gráficos de balance de materia

TIPO YACIMIENTO	Ec. GENERAL	EC. MODIFICADA	S _f	GRÁFICOS
Subsaturado volumétrico, P > P _b	$F = N(E_o + E_{f,w})$	$N_p \beta_o = N \beta_{oi} \left[\frac{\beta_o - \beta_{oi}}{\beta_{oi}} + \left(\frac{c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \right) \Delta P \right]$ $N_p \beta_o = N \beta_{oi} \left(\frac{c_o S_o + c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \right) \Delta P$ $N_p \beta_o = N \beta_{oi} c_{oe} \Delta P$	S _o =S _{oi} S _w =S _{wi}	1) F-vs-E _o +E _{f,w} , pend=N, b=0 2) F-vs-E _o , pend=N, b=0
Subsaturado volumétrico, P < P _b	$F = N E_o$	$N_p [\beta_o + \beta_g (R_p - R_s)] = N [\beta_o - \beta_{oi} + \beta_g (R_{si} - R_s)]$ $N_p [\beta_o + \beta_g (R_p - R_s)] = N [\beta_t - \beta_{ti}]$ $S_g = 1 - (1 - FR)(1 - S_{wc}) \frac{\beta_o}{\beta_{oi}}$	S _o <S _{oi} S _w =S _{wi} S _g =S _{gi}	F-vs-E _o , pend=N, b=0. Si existe desviación hacia arriba indica la presencia de otro mecanismo
Subsaturado no volumétrico, P > P _b	$F = N(E_o + E_{f,w}) + W_e$	$N_p \beta_o = N \beta_{oi} c_{oe} \Delta P + W_e - W_p B_w$	S _o <S _{oi} S _w >S _{wi}	1) F/(E _o +E _{f,w})-vs- 1/(E _o +E _{f,w}). Pend≡W _e , Int=N. 2) F-vs-(E _o +E _{f,w}). pend=N, int ≡W _e 3) F-vs-(E _o +E _{f,w})-vs-W _e . pend=1, int=N 4) F-vs-(E _o +E _{f,w})-vs- ΣΔP _j Q _{itD} . pend=C _v , int=N
Subsaturado no volumétrico, P < P _b	$F = N E_o + W_e$	$N_p \beta_o = N [\beta_o - \beta_{oi} + \beta_g (R_{si} - R_s)] + W_e - W_p B_w$ $N_p \beta_o = N [\beta_t - \beta_{ti}] + W_e - W_p B_w$	S _o <S _{oi} S _w >S _{wi} S _g >S _{gi}	1) F-vs-E _o . pend=N, int=W _e 2) F/ E _o -vs-W _e /E _o . pend=1, int=N 3) F/(E _o +E _{f,w} -vs-1/E _o . pend=W _e , int=N

				4) F/E_o -vs- $\Sigma\Delta P_j Q_{TD}$. pend= C_v , int= N
Saturado volumétrico	$F = N(E_o + mE_g)$	$N_p [\beta_o + \beta_g (R_p - R_s)] =$ $N\beta_{oi} \left(\frac{\beta_o - \beta_{oi} + \beta_g (R_{si} - R_s)}{\beta_{oi}} + m \left[\frac{\beta_g}{\beta_{gi}} - 1 \right] \right)$	$S_o < S_{oi}$ $S_w = S_{wi}$ $S_g > S_{gi}$	1) F -vs- $E_o + mE_g$. Pend= m . Tendencia arriba indica m pequeña 2) F/E_o -vs- W_e/E_o . Pend= mN . Int= N .
Saturado no volumétrico	$F = N(E_o + mE_g) + W$	$N_p [\beta_o + \beta_g (R_p - R_s)] =$ $N\beta_{oi} \left(\frac{\beta_o - \beta_{oi} + \beta_g (R_{si} - R_s)}{\beta_{oi}} + m \left[\frac{\beta_g}{\beta_{gi}} - 1 \right] \right) + W_e - W_p \beta_w$	$S_o < S_{oi}$ $S_w > S_{wi}$ $S_g > S_{gi}$	1) F -vs- E_o . pend= N , int= W_e 2) $F/(E_o + mE_g)$ -vs- $W_e/(E_o + mE_g)$. Pend= 1 , int= N 3) $F/(E_o + mE_g)$ -vs- $\Sigma\Delta P_j Q_{TD} / (E_o + mE_g)$. Pend= C_v , int= N 4) F/E_o -vs- $\Sigma\Delta P_j Q_{TD} / (E_o + mE_g)$. Pend= $W_e + mNE_g$. Int= W_e 5) F -vs- $E_o + mE_g$. Pend= N , int= W_e

Tabla 5.5.b. Resumen factores de recobro por método volumétrico y balance de materia

TIPO YACIMIENTO	?	Mecanismo	FR - EBM	FR-VOLUMETRICO
Subsaturado volumétrico, $P_i > P_b$	N	$E_{f,w}$ + Gas solución	$FR = \frac{\beta_{oi} c_{oe} \Delta P}{\beta_o}$	$FR = 1 - \frac{\beta_{oi}}{\beta_{o(b)}}$
Subsaturado volumétrico, $P_i < P_b$	N	Gas solución, $E_{f,w}$ desprec.	$FR = \frac{\beta_o - \beta_{oi} + \beta_g (R_{si} - R_s)}{\beta_o + \beta_g (R_p - R_s)}$ $FR = \frac{\beta_i - \beta_{ii}}{\beta_o + \beta_g (R_p - R_s)}$	$FR = 1 - \frac{(1 - S_{wi} - S_g) \beta_{ob}}{(1 - S_{wi} - S_{gi}) \beta_o}$
Subsaturado no volumétrico, $P_i > P_b$	N, W_e	$E_{f,w}$ + Gas solución + W_e	$FR = \frac{\beta_{oi} c_{oe} \Delta P}{\beta_o} + \frac{W_e - W_p \beta_w}{N \beta_o}$	$FR = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}}; P \text{ cte}$ $FR = 1 - \frac{1 - S_w}{1 - S_{wi}} \frac{\beta_{oi}}{\beta_o}; P \neq \text{cte}$
Subsaturado no volumétrico, $P_i < P_b$	N, W_e	Gas Solución + W_e	$FR = \frac{\beta_i - \beta_{ii}}{\beta_o} + \frac{W_e - W_p \beta_w}{N \beta_o}$	$FR = \frac{(1 - S_w) - (1 - S_{or})}{1 - S_{wi}}; P \text{ cte}$ $FR = 1 - \frac{1 - S_w - S_g}{1 - S_{wi} - S_{gi}} \frac{\beta_{ob}}{\beta_o}; P \neq \text{cte}$
Saturado volumétrico	N, m	Gas Solución + capa de gas + $E_{f,w} = 0$	$FR = \frac{N \beta_{oi} \left(\frac{\beta_o - \beta_{oi} + \beta_g (R_{si} - R_s)}{\beta_o} + m \left[\frac{\beta_g}{\beta_{gi}} - 1 \right] \right)}{\beta_o + \beta_g (R_p - R_s)}$	$FR = 1 - \frac{(1 - S_{wi} - S_g) \beta_{oi}}{(1 - S_{wi} - S_{gi}) \beta_o}$
Saturado no volumétrico	N, m, W_e	Gas Solución + capa de gas + W_e	$FR = \frac{N \beta_{oi} \left(\frac{\beta_o - \beta_{oi} + \beta_g (R_{si} - R_s)}{\beta_o} + m \left[\frac{\beta_g}{\beta_{gi}} - 1 \right] \right) + W_e - W_p \beta_w}{\beta_o + \beta_g (R_p - R_s)}$	$FR = 1 - \frac{(1 - S_w - S_g) \beta_{oi}}{(1 - S_{wi} - S_{gi}) \beta_o}$

M_{wo} es el peso molecular del crudo en el tanque y está dada por:

$$M_{wo} = \frac{5954}{API - 8.811} = \frac{42.43\gamma_o}{1.008 - \gamma_o}$$

donde, La cantidad inicial de gas in-situ total por ac-ft de yacimiento es:

$$G' = 35.35 \frac{pV}{zT}$$

Puesto que la fracción volumétrica es igual a la fracción molar en el estado gaseoso, la fracción total de fluido producido en la superficie como gas es:

$$f_g = \frac{n_g}{n_g + n_o} = \frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_3 + \frac{132790\gamma_o}{M_{wo}}}$$

Luego la cantidad de gas in-situ es:

$$G = f_g G'$$

y la cantidad de crudo in-situ es:

$$N = \frac{G}{R_1 + R_3}$$

La producción diaria de gas condensado es:

$$\Delta G_p = \frac{\text{Gas diario}}{f_g}$$

El volumen total de yacimiento desocupado es, de acuerdo a la ley de los gases:

$$\Delta V = \Delta G_p \left(\frac{ZT}{35.35p} \right)$$

EJEMPLO

Calcula la cantidad de gas y petróleo inicial por ac-ft para un yacimiento de gas condensado¹. Datos:

Petróleo diario en tanque, STB = 242	P_i , psia = 2740	ϕ , % = 25
T_R , °F = 215	S_{wc} , % = 30	API = 48°

Gas diario en separador, Mcf = 3100
 Gas diario en tanque, Mcf = 120

γ_g en separador = 0.65
 γ_g en tanque = 1.2

SOLUCIÓN

$$\gamma_o = \frac{141.5}{48 + 131.5} = 0.788$$

$$M_{wo} = \frac{5954}{48 - 8.811} = 151.9$$

$$R_1 = \frac{\text{Gas diario en separador}}{\text{Petroleo diario en tanque}} = \frac{3100000}{242} = 12810 \text{ SCF/STB}$$

$$R_3 = \frac{\text{Gas diario en tan que}}{\text{Petroleo diario en tanque}} = \frac{120000}{242} = 496 \text{ SCF/STB}$$

Con la gravedad del gas se hallan las condiciones críticas, $T_{cr} = 423$ °R y $P_{cr} = 637$ psia. Luego $z = 0.825$.

$$G' = 35.35 \frac{pV}{zT} = 35.35 \frac{(2740)(43560 * 0.25 * (1 - 0.3))}{(0.825)(675)} = 1326 \text{ Mft}^3 / \text{ac} - \text{ft}$$

La fracción de gas y la cantidad de gas in-situ, respectivamente, son:

$$f_g = \frac{12810 + 496}{12810 + 496 + \frac{132790(0.788)}{151.9}} = 0.951$$

$$G = (0.951)(1326) = 1261 \text{ Mft}^3 / \text{ac} - \text{ft}$$

y la cantidad de crudo in-situ es:

$$N = \frac{1261000}{12810 + 496} = 94.8 \text{ STB} / \text{ac} - \text{ft}$$

La producción diaria de gas condensado es:

$$\Delta G_p = \frac{\text{Gas diario}}{f_g} = \frac{3100000 + 120000}{0.951} = 3386 \text{ Mft}^3 / \text{dia}$$

El volumen total de yacimiento desocupado es, de acuerdo a la ley de los gases:

$$\Delta V = 3386000 \left(\frac{0.825(675)}{35.35(2740)} \right) = 19450 \text{ ft}^3 / \text{dia}$$

Cuando la zona de crudo es ausente o despreciable, la EBM puede aplicarse a yacimientos retrógrados con o sin intrusión de agua, para flujo monofásico gaseoso no-retrógrado:

$$G(B_g - B_{gi}) + W_e = G_p B_g + B_w W_p$$

Esta ecuación se usa para halla ya sea G o W_e . Para presiones por debajo del punto de rocío, el factor volumétrico debe ser bifásico, el cual está contenido en el término Z .

REFERENCIAS

1. Craft, B.C. and M.F., Hawkins. “*Applied Reservoir Engineering*”. Prentice-Hall International. New Jersey, 1991.
2. Dake, L.P. “*Fundamental of Reservoir Engineering*”. Elsevier Scientific Publishing Co. 1978.
3. Niz, E., Idrobo, E.A., Peñuela, G., Ordóñez, A., y Calderón, Z.I. Calderón. “*Ecuacion de Balance de Materia Para Sistemas de Doble Porosidad con Capa Inicial de Gas*”. CT&F – Ciencia, Tecnología y Futuro. Vol. 2 Num. 5. ISSN 0122-5383. Dic. 2004.
4. Pirson, S. “*Ingeniería de Yacimientos Petrolíferos*”. Ediciones Omega. Barcelona. 1965.
5. Slider, H.C. “*Worldwide Practical Petroleum Reservoir Engineering Methods*”. PennWell Books. Tulsa, Ok. 1983.
6. Smith, C.R., and Tracy, G.W. “*Applied Reservoir Engineering*”. Oil & Gas Consultants, Inc. Tulsa, Ok. 1987.
7. Towler, B.F. “*Fundamental Principles of Reservoir Engineering*”. SPE Textbook Series Vol. 8. Richardson, TX., 2001.
14. Abdus S. and Ganesh T. “*Integrated Petroleum Reservoir Management: A Team Approach*”. PennWell Books. Tulsa, Ok. 1994.
15. Guerrero. “*Practical Reservoir Engineering*”. The Petroleum Publishing Co. Tulsa, Ok. 1956.
16. Perez, R. “*Ingeniería de Yacimientos Petrolíferos: Balance de Materia*”. Universidad Nacional - Sede Medellín.

CAPITULO 6

INTRUSIÓN DE AGUA

Algunas indicaciones de la existencia del empuje o intrusión de agua son:

- 1) Existe una zona subyacente de agua
- 2) Existe suficiente permeabilidad para soportar el movimiento de agua, usualmente mayor a 50 md.
- 3) Aumento de la producción de agua a medida que transcurre el tiempo
- 4) Balance de materia es el mejor indicador para detectar la intrusión de agua

Existen tres métodos básicos para predecir y/o estimar la cantidad de agua que intruye al yacimiento. Ellos son: El método de Schilthuis, el método de Hurst y Van Everdingen y el método de Fetckovick.

6.1. MODELO DE ESTADO ESTABLE (SCHILTHUIS)^{1,4-6}

Es el método más simple que se utiliza para fines de estimación de la intrusión de agua. Se prefiere usar al principio. Se asume acuífero gigante y altamente permeable (Mayor de 50 md) para que la presión nunca caiga y esquematizado en la Fig. 6.1. Este método integra la ley de Darcy, la cual es estado estable. Schilthuis arranca con la ley de Darcy:

$$Q_w = C_s (P_i - p)$$

La intrusión de agua resulta como la sumatoria de⁶:

$$W_e = C_s \int_0^t (P_i - P) dt$$

$$(W_e)_n = C_s \sum_{j=1}^n \left[P_i - \frac{1}{2} (P_{j-1} + P_j) \right] \Delta t_j$$

Siendo;

Q_w = flujo de agua a través del WOC

C_s = Constante del acuífero. Contiene las constantes de Darcy: k , μ , A y sus unidades son bbl/tiempo/psia.

P_i = Presión del acuífero

P = Presión estática del yacimiento.

P_j = presión estática a t_j

P_{j-1} = Presión estática entre t_{j-1} y t_j .

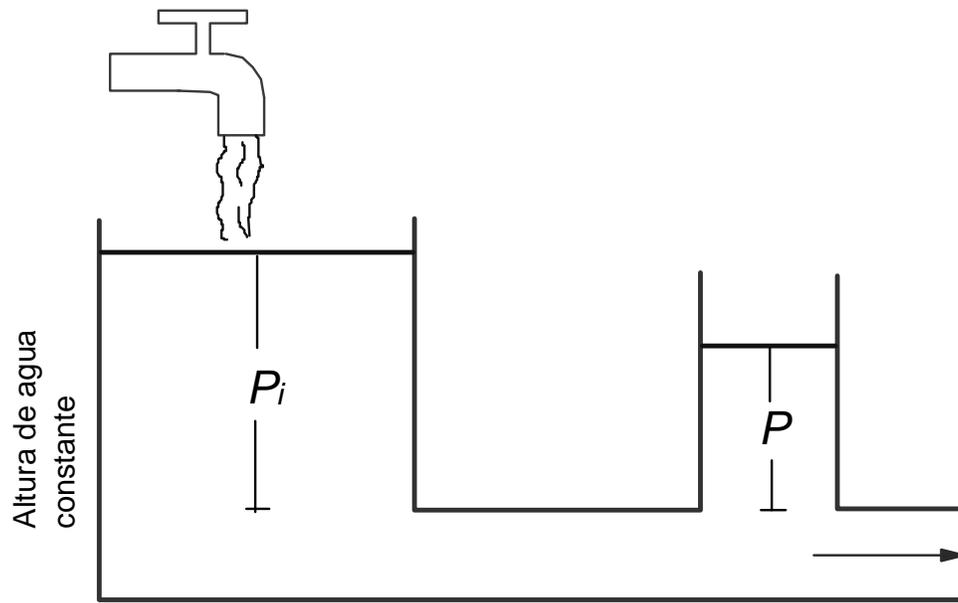


Fig. 6.1. Esquema de flujo estable

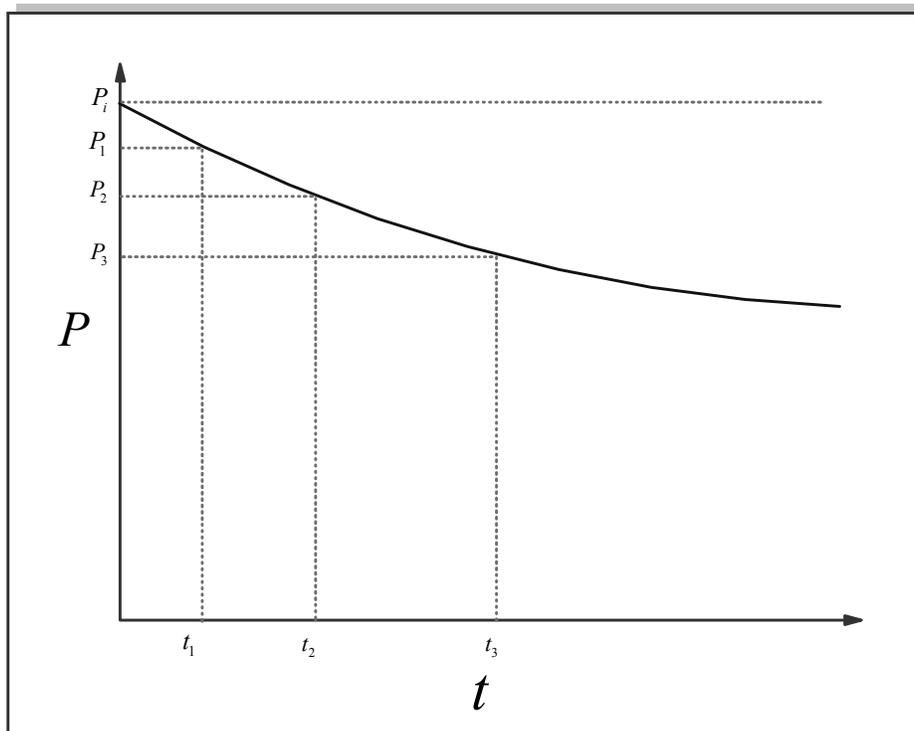


Fig. 6.2. Método de Schilthuis

La ecuación de balance de materia es:

$$N = \frac{N_p [\beta_o + \beta_g (R_p - R_s)] + W_p \beta_w - W_e}{\beta_g (R_{si} - R_s) - (\beta_{oi} - \beta_o)}$$

El término del denominador se le conoce como expansibilidad, D . Para estimar si existe o no intrusión de agua se toma la ecuación con $W_e = 0$ y se calcula una N_a (petróleo in-situ aparente) para cada periodo de tiempo (puede ser 4 o 5 años). Este valor de N_a es cada vez más creíble puesto que se dispone de más datos⁶. Luego se tiene N_{a1} , N_{a2} , etc.

$$N = \frac{N_p [\beta_o + \beta_g (R_p - R_s)] + W_p \beta_w}{D}$$

Si no hay intrusión de agua el N_a permanece constante para todos los periodos. Pero si existe intrusión de agua el N_a se incrementa en cada periodo. Ver Fig. 6.3. El método de Schilthuis se usa con la ecuación de balance de materia para:

- 1) Calcular el petróleo original, N
- 2) Hallar la constante del acuífero, C_s , la cual relaciona la rata de intrusión de agua por psi de caída de presión en el contacto agua-petróleo.

Si $N_a = N + W_e/D$, entonces:

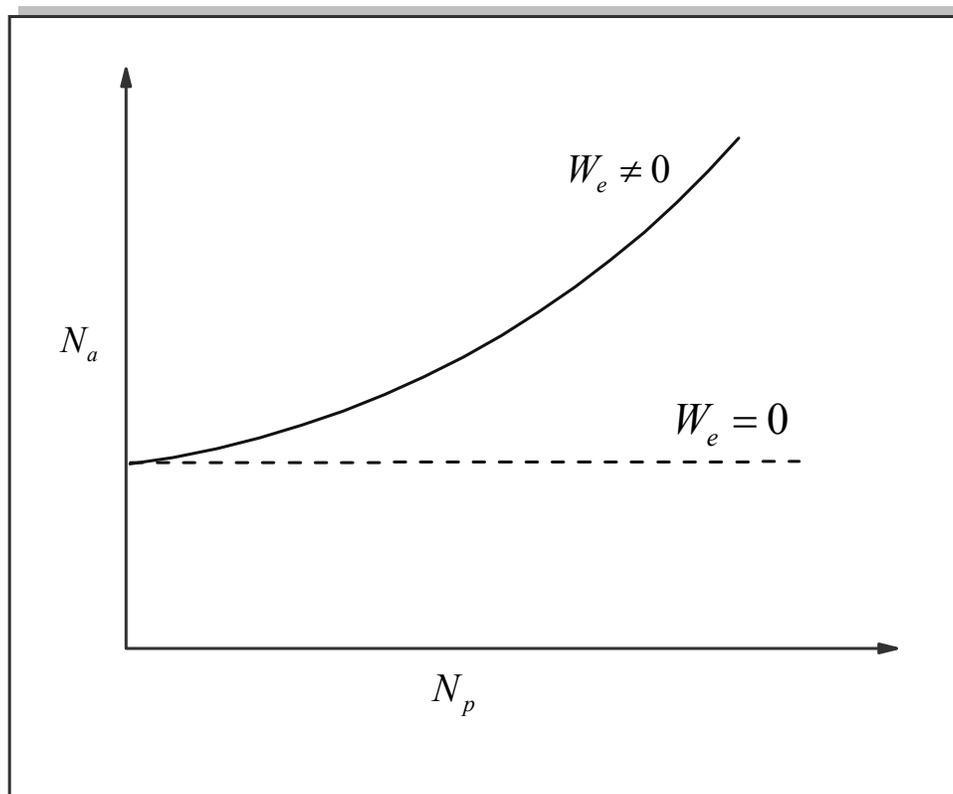


Fig. 6.3. Determinación de intrusión de agua⁶

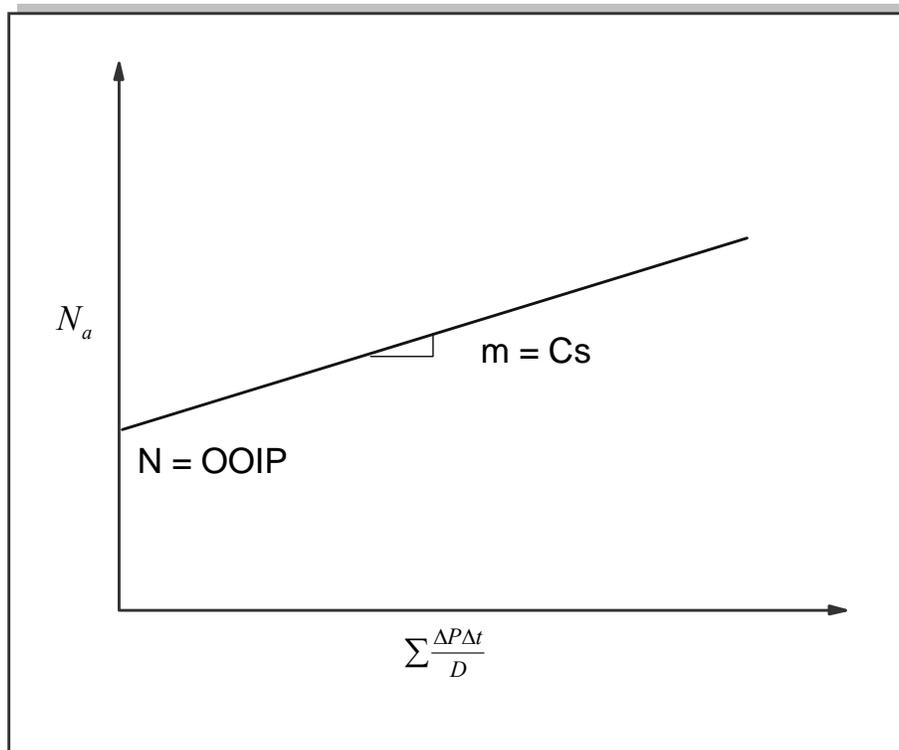


Fig. 6.4. Gráfico de N_a vs. $\Sigma(\Delta P \Delta t / D)$ ⁶

$$N_a = N + C_s \left(\Sigma \frac{\Delta p \Delta t}{D} \right)$$

Si se asume que N y C_s son constantes, la ecuación se comporta linealmente. Esto es, si se grafica N_a contra $\Sigma(\Delta P \Delta t / D)$ resultará el comportamiento mostrado en la Fig. 6.4. El mismo tratamiento es hecho para gas, pero D' es diferente:

$$D' = \beta_g - \beta_{gi}$$

Si no da línea recta es porque el modelo no es el apropiado. Si es aproximadamente recta el modelo sirve.

$$G_a = \frac{G_p \beta_g + W_p \beta_w}{\beta_g - \beta_{gi}}$$

Si el yacimiento es de gas o petróleo hay dos formas para obtener la “mejor” línea recta:

- 1) Al mejor criterio del ingeniero

2) Mínimos cuadrados

6.2. MODELO DE ESTADO INESTABLE (HURST AND VAN EVERDINGEN)

El flujo en estado inestable se esquematiza en la Fig. 6.5. Para el análisis se asume^{1,2,4-7}

- 1) Existe flujo radial de agua a través del acuífero
- 2) La caída de presión es constante a través del acuífero durante todo el tiempo
- 3) Las propiedades del acuífero son constantes y uniformes

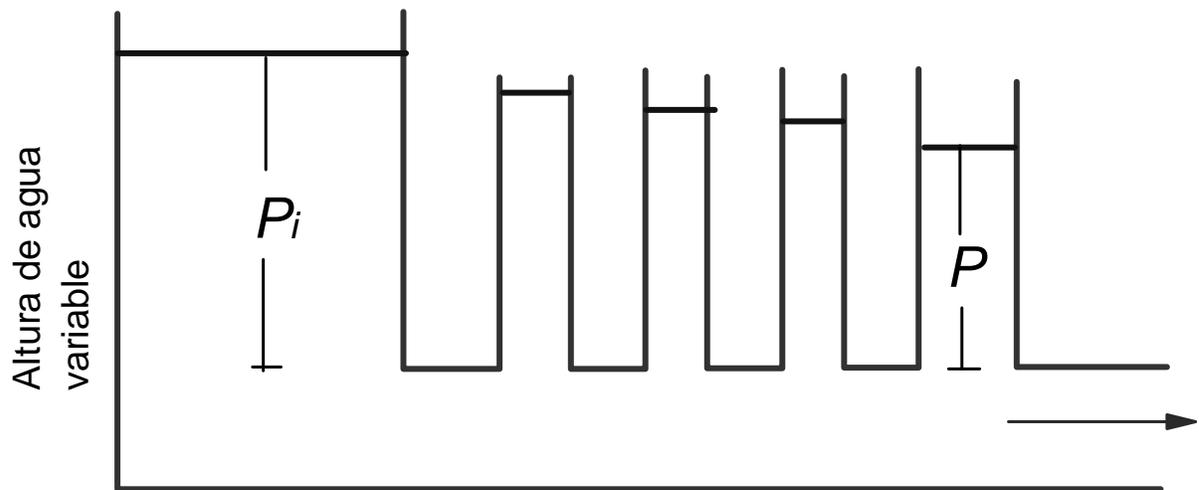


Fig. 6.5. Esquema de estado inestable¹

Basado en estas consideraciones la ecuación es:

$$W_e = 2 \pi \alpha h \phi c_e r_{yto}^2 [\Delta P Q_{tD}]$$

$\alpha = 0 - 1$. Representa la extensión a la cual el acuífero rodea el yacimiento

W_e = Cantidad de agua intruida en cm^3

h = Espesor del estrato en cm

c_e = Compresibilidad efectiva del acuífero, 1/atm.

r_{yto} = Radio del yacimiento de petróleo o gas, cm

ΔP = Caída de presión constante a través del acuífero, atm

Q_{tD} = Función acumulativa de entrada de agua

t_D = Tiempo adimensional

La ecuación para tiempo adimensional es:

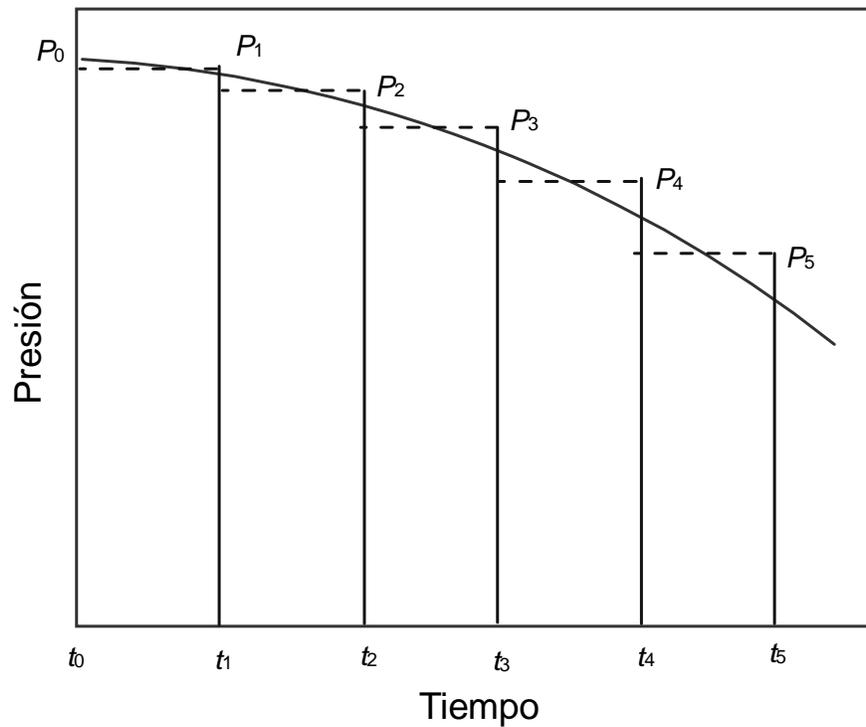


Fig. 6.6. Método de Hurst y van Everdingen¹

$$t_D = \frac{0.00633kt}{\phi \mu_w c_e r_{yo}^2}; \quad t \text{ en días}$$

$$t_D = \frac{0.0002637kt}{\phi \mu_w c_e r_{yo}^2}; \quad t \text{ en horas}$$

La ecuación de intrusión de agua en unidades de campo es:

$$W_e = 1.119 \alpha h \phi c_e r_{yo}^2 \sum_{j=1}^n [\Delta p_j Q_{tD_j}]$$

Este método se basa en la solución de la ecuación de difusividad. Aplica el principio de superposición que indica que las soluciones son aditivas. El principio de superposición al contacto agua petróleo original es mostrado en la siguiente figura. Para usar superposición, la curva se aproxima a una serie de pequeños incrementos de presión de modo que los pasos de tiempo sean pequeños para aproximar la curva con una recta. Los cambios de presión de un intervalo al otro se calculan con el valor promedio del comienzo y el fin de los intervalos de presión. Ver. Fig. 6.6.

$$\Delta P_1 = P_o - 0.5(P_o + P_1) = 0.5(P_o - P_1)$$

$$\Delta P_2 = 0.5(P_0 + P_1) - 0.5(P_1 + P_2) = 0.5(P_0 - P_2)$$

$$\Delta P_3 = 0.5(P_1 + P_2) - 0.5(P_2 + P_3) = 0.5(P_1 - P_3)$$

$$\Delta P_4 = 0.5(P_2 + P_3) - 0.5(P_3 + P_4) = 0.5(P_2 - P_4)$$

Generalizando;

$$\Delta P_j = \frac{1}{2}(P_{j-2} - P_j)$$

Para $j = 1$;

$$\Delta P_1 = \frac{1}{2}(P_0 - P_1)$$

Cuando la ecuación de Hurst and Van Everdingen se arregla para permitir variaciones de presión queda:

$$W_e = C_v \sum_{j=1}^n \Delta p_j Q[A(t_n - t_{j-1})]$$

$$A = \frac{0.00633k}{\phi \mu_w c_e r_{yo}^2}$$

Si los intervalos de tiempo son igualmente espaciados⁶:

$$W_e = C_v \sum_{j=1}^n \Delta p_j Q[A(n - j + 1)\Delta t]$$

Ahora, puesto que $N_a = N + W_e / D$

$$N_a = N + \frac{C_v \sum_{j=1}^n \Delta p_j Q[A(n - j + 1)\Delta t]}{D}$$

Esta ecuación tiene tres incógnitas a saber: N , C_v y A . Estas dos últimas son las constantes de Hurst and Van Everdingen. Los valores de la entrada de agua adimensional se encuentran tabulados.

El parámetro Q_{ID} se obtiene de las tablas 6.1 y 6.2.

Radiales Infinitos⁵

t_D	Q_{ID}	t_D	Q_{ID}	t_D	Q_{ID}	t_D	Q_{ID}
0.00	0.000	41	21.298	96	41.735	355	121.966
0.01	0.112	42	21.701	97	42.084	360	123.403
0.05	0.278	43	22.101	98	42.433	365	124.838
0.10	0.404	44	22.500	99	42.781	370	126.270
0.15	0.520	45	22.897	100	43.129	375	127.699
0.20	0.606	46	23.291	105	44.858	380	129.126
0.25	0.689	47	23.684	110	46.574	385	130.550
0.30	0.758	48	24.076	115	48.277	390	131.972
0.40	0.898	49	24.466	120	49.968	395	133.391
0.50	1.020	50	24.855	125	51.648	400	134.808
0.60	1.140	51	25.244	130	53.317	405	136.223
0.70	1.251	52	25.633	135	54.976	410	137.635
0.80	1.359	53	26.020	140	56.625	415	139.045
0.90	1.469	54	26.406	145	58.265	420	140.453
		55	26.791	150	59.895	425	141.859
1	1.569	56	27.174	155	61.517	430	143.262
2	2.447	57	27.555	160	63.131	435	144.664
3	3.202	58	27.935	165	64.737	440	146.064
4	3.893	59	28.314	170	66.336	445	147.461
5	4.539	60	28.691	175	67.928	450	148.856
6	5.153	61	29.068	180	69.512	455	150.249
7	5.743	62	29.443	185	71.090	460	151.640
8	6.314	63	29.818	190	72.661	465	153.029
9	6.869	64	30.192	195	74.226	470	154.416
10	7.411	65	30.565	200	75.785	475	155.801
11	7.940	66	30.937	205	77.338	480	157.184
12	8.437	67	31.308	210	78.886	485	158.565
13	8.964	68	31.679	215	80.428	490	159.945
14	9.461	69	32.048	220	81.965	495	161.322
15	9.949	70	32.417	225	83.497	500	162.698
26	15.013	81	36.418	280	100.057	590	187.166
27	15.450	82	36.777	285	101.540	600	189.852
28	15.883	83	37.136	290	103.019	610	192.533
29	16.313	84	37.494	295	104.495	620	195.208
30	16.742	85	37.851	300	105.968	625	196.544
31	17.167	86	38.207	305	107.437	630	197.878
32	17.590	87	38.563	310	108.904	640	200.542
33	18.011	88	38.919	315	110.367	650	203.201
34	18.429	89	39.272	320	111.827	660	205.854
35	18.845	90	39.626	325	113.284	670	208.502
36	19.259	91	39.979	330	114.738	675	209.825
37	19.671	92	40.331	335	116.189	680	211.145
38	20.080	93	40.684	340	117.638	690	213.784
39	20.488	94	41.034	345	119.083	700	216.417
40	20.894	95	41.385	350	120.526	710	219.046

Tabla 6.1. Continuación⁵

t_D	Q_{ID}	t_D	Q_{ID}	t_D	Q_{ID}	t_D	Q_{ID}
1,900	510.861	4,050	990.108	8,600	1,927.17	2.5x10 ⁷	2.961x10 ⁶
1,925	516.695	4,100	1000.858	8,700	1,947.07	3.0x10 ⁷	3.517x10 ⁶
1,950	522.52	4,150	1011.595	8,800	1,966.94	4.0x10 ⁷	4.610x10 ⁶
1,975	528.337	4,200	1022.318	8,900	1,986.80	5.0x10 ⁷	5.689x10 ⁶
2,000	534.145	4,250	1033.028	9,000	2,006.63	6.0x10 ⁷	6.758x10 ⁶
2,025	539.945	4,300	1043.724	9,100	2,026.44	7.0x10 ⁷	7.816x10 ⁶
2,050	545.737	4,350	1054.409	9,200	2,046.23	8.0x10 ⁷	8.866x10 ⁶
2,075	551.522	4,400	1065.082	9,300	2,066.00	9.0x10 ⁷	9.911x10 ⁶
2,100	557.299	4,450	1075.743	9,400	2,085.74	1.0x10 ⁸	1.095x10 ⁷
2,125	563.068	4,500	1086.390	9,500	2,105.47	1.5x10 ⁸	1.604x10 ⁷
2,150	568.83	4,550	1097.024	9,600	2,125.18	2.0x10 ⁸	2.108x10 ⁷
2,175	574.585	4,600	1107.646	9,700	2,144.88	2.5x10 ⁸	2.607x10 ⁷
2,200	580.332	4,650	1118.257	9,800	2,164.56	3.0x10 ⁸	3.100x10 ⁷
2,225	586.072	4,700	1128.854	9,900	2,184.22	4.0x10 ⁸	4.071x10 ⁷
2,250	591.506	4,750	1139.439	10,000	2,203.86	5.0x10 ⁸	5.032x10 ⁷
2,275	597.532	4,800	1150.012	12,500	2,688.97	6.0x10 ⁸	5.984x10 ⁷
2,300	603.252	4,850	1160.574	15,000	3,164.78	7.0x10 ⁸	6.928x10 ⁷
2,325	608.965	4,900	1171.125	17,500	3,633.37	8.0x10 ⁸	7.865x10 ⁷
2,350	614.672	4,950	1181.666	20,000	4,095.80	9.0x10 ⁸	8.797x10 ⁷
2,375	620.372	5,000	1192.198	25,000	5,005.73	1.0x10 ⁹	9.725x10 ⁷
2,400	626.066	5,100	1213.222	30,000	5,899.51	1.5 x 10E 9	1.429E+08
2,425	631.755	5,200	1234.203	35,000	6,780.25	2.0 x 10E 9	1.880E+08
2,450	637.437	5,300	1255.141	40,000	7,650.10	2.5 x 10E 9	2.328E+08
2,475	643.113	5,400	1276.037	50,000	9,363.10	3.0 x 10E 9	2.771E+08
2,500	648.781	5,500	1296.893	60,000	11,047.30	4.0 x 10E 9	3.645E+08
2,550	660.093	5,600	1317.709	70,000	12,708.36	5.0 x 10E 9	4.510E+08
2,600	671.379	5,700	1338.486	75,000	13,531.46	6.0 x 10E 9	5.368E+08
2,650	682.64	5,800	1359.225	80,000	14,350.12	7.0 x 10E 9	6.220E+08
2,700	693.877	5,900	1379.927	90,000	15,975.39	8.0 x 10E 9	7.066E+08
2,750	705.09	6,000	1400.593	100,000	17,586.28	9.0 x 10E 9	7.909E+08
2,800	716.28	6,100	1421.224	125,000	21,560.73	1.00E+10	8.747E+08
2,850	727.449	6,200	1441.820	1.50E+05	2.538E+04	1.50E+10	1.288E+09
2,900	738.598	6,300	1462.383	2.00E+05	3.308E+04	2.00E+10	1.697E+09
2,950	749.725	6,400	1482.912	2.50E+05	4.066E+04	2.50E+10	2.103E+09
3,000	760.833	6,500	1503.408	3.00E+05	4.817E+04	3.00E+10	2.505E+09
3,050	771.922	6,600	1523.872	4.00E+05	6.267E+04	4.00E+10	3.299E+09
3,100	782.992	6,700	1544.305	5.00E+05	7.699E+04	5.00E+10	4.087E+09
3,150	794.042	6,800	1564.706	6.00E+05	9.113E+04	6.00E+10	4.868E+09

Tabla 6.1. Continuación⁵

t_D	Q_{ID}	t_D	Q_{ID}	t_D	Q_{ID}	t_D	Q_{ID}
3,200	805.075	6,900	1585.077	7.00E+05	1.051E+05	7.00E+10	5.643E+09
3,250	816.091	7,000	1605.418	8.00E+05	1.189E+05	8.00E+10	6.414E+09
3,300	827.088	7,100	1625.729	9.00E+05	1.326E+05	9.00E+10	7.183E+09
3,350	838.067	7,200	1646.011	1.00E+06	1.462E+05	1.00E+11	7.948E+09
3,400	849.028	7,300	1666.265	1.50E+06	2.126E+05	1.50E+11	1.170E+10
3,450	859.974	7,400	1686.490	2.00E+06	2.781E+05	2.00E+11	1.550E+10
3,500	870.903	7,500	1706.688	2.50E+06	3.427E+05	2.50E+11	1.920E+10
3,550	881.816	7,600	1726.859	3.00E+06	4.064E+05	3.00E+11	2.920E+10
3,600	892.712	7,700	1747.002	4.00E+06	5.313E+05	4.00E+11	3.020E+12
3,650	903.594	7,800	1767.120	5.00E+06	6.544E+05	5.00E+11	3.750E+10
3,700	914.459	7,900	1787.212	6.00E+06	7.761E+05	6.00E+11	4.470E+10
3,750	925.309	8,000	1807.278	7.00E+06	8.965E+05	7.00E+11	5.190E+10
3,800	936.144	8,100	1827.319	8.00E+06	1.016E+06	8.00E+11	5.890E+10
3,850	946.966	8,200	1847.336	9.00E+06	1.134E+06	9.00E+11	6.580E+10
3,900	957.773	8,300	1867.329	1.00E+07	1.252E+06	1.00E+12	7.280E+10
3,950	968.566	8,400	1887.298	1.50E+07	1.828E+06	1.50E+12	1.080E+11
4,000	979.344	8,500	1907.243	2.00E+07	2.398E+06	2.00E+12	1.420E+11

- 1) Evalúe $j A \Delta t$. Siendo j un entero sucesivo.
- 2) Evalúe $Q[(j)(A)(\Delta t)]$ para cada $j A \Delta t$
- 3) Evalúe ΔP_j para cada cambio de presión
- 4) Evalúe $\Delta P_j Q[(j)(A)(\Delta t)]$
- 5) Divida el valor obtenido en el paso 7 por D
- 6) Calcule N_a o G_a
- 7) Grafique N_a vs. El resultado del paso 8. Ver esquema en Fig. 6.7.
- 8) Si el valor de A asumido fue correcto entonces se obtendrá una línea recta. En caso contrario, estime un nuevo valor de A y repita los pasos 3 a 10. Cuando se obtenga una línea cercanamente recta entonces A es cercanamente correcta. N es el intercepto y C_v es la pendiente. Como se muestra en la Fig. 6.7.

6.3. MÉTODO DE FETKOVICH PARA ACUÍFEROS FINITOS

Los resultados de este modelo se aproximan bastante a los del método de Hurst y Van Everdingen para acuíferos finitos. Sin embargo, la teoría de Fetkovich es más simple y su aplicación más fácil. Se utiliza un procedimiento de ensayo y error para evaluar las constantes de intrusión de agua con datos de producción. El índice de productividad es adecuado para describir la intrusión de agua desde un acuífero finito a un yacimiento de

hidrocarburos; la rata de intrusión de agua es directamente proporcional a la caída de presión entre la presión promedio del acuífero y la presión en el contacto agua-aceite^{1,3,6}.

Tabla 6.2. Funciones Q_{ID} a presión constante de Hurst y van Everdingen para Yacimientos Radiales Finitos⁵

$r_D=1.5$		$r_D=2$		$r_D=2.5$		$r_D=3$	
t_D	Q_{ID}	t_D	Q_{ID}	t_D	Q_{ID}	t_D	Q_{ID}
5.0E -2	0.276	5E-2	0.278	0.1	0.408	0.3	0.755
6.0E -2	0.304	7.5E-2	0.345	0.15	0.509	0.4	0.895
7.0E -2	0.33	1E-1	0.404	0.2	0.599	0.5	1.023
8.0E -2	0.54	1.25E-1	0.458	0.25	0.681	0.6	1.143
9.0E -2	0.375	1.5E-1	0.507	0.3	0.758	0.7	1.256
0.1	0.395	1.75E-1	0.553	0.35	0.829	0.8	1.363
0.11	0.414	2E-1	0.597	0.4	0.897	0.9	1.465
0.12	0.431	2.25E-1	0.638	0.45	0.962	1	1.563
0.13	0.446	2.5E-1	0.678	0.5	1.024	1.25	1.791
0.14	0.461	2.75E-1	0.715	0.55	1.083	1.5	1.997
0.15	0.474	3E-1	0.751	0.6	1.14	1.75	2.184
0.16	0.486	3.25E-1	0.785	0.65	1.195	2	2.353
0.17	0.497	3.50E-01	0.817	0.7	1.248	2.25	2.507
0.18	0.507	3.75E-1	0.848	0.75	1.299	2.5	2.646
0.19	0.517	4E-1	0.877	0.8	1.348	2.75	2.772
0.2	0.525	0.425	0.905	0.85	1.395	3	2.886
0.21	0.533	0.45	0.932	0.9	1.44	3.25	2.99
0.22	0.541	0.475	0.958	0.95	1.484	3.5	3.084
0.23	0.548	0.5	0.983	1	1.526	3.75	3.17
0.24	0.554	0.55	1.028	1.1	1.605	4	3.247
0.25	0.559	0.6	1.07	1.2	1.679	4.25	3.317
0.26	0.569	0.65	1.108	1.3	1.747	4.5	3.381
0.28	0.574	0.7	1.143	1.4	1.811	4.75	3.439
0.3	0.582	0.75	1.174	1.5	1.87	5	3.491
0.32	0.588	0.8	1.203	1.6	1.924	5.5	3.581
0.34	0.594	0.9	1.253	1.7	1.975	6	3.656
0.36	0.599	1	1.295	1.8	2.022	6.5	3.717
0.38	0.603	1.1	1.33	2	2.106	7	3.767
0.4	0.606	1.2	1.358	2.2	2.178	7.5	3.809
0.45	0.613	1.3	1.382	2.4	2.241	8	3.843
0.5	0.617	1.4	1.402	2.6	2.294	9	3.894
0.6	0.621	1.6	1.432	2.8	2.34	10	3.928
0.7	0.623	1.7	1.444	3	2.38	11	3.951
0.8	0.624	1.8	1.453	3.4	2.444	12	3.967
		2	1.468	3.8	2.491	14	3.985
		2.5	1.487	4.2	2.525	16	3.993
		3	1.495	4.6	2.551	18	3.997
		4	1.499	5	2.57	20	3.999
		5	1.5	6	2.599	22	3.999
				7	2.613	24	4

				8	2.619		
				9	2.622		
				10	2.624		

Tabla 6.2. Continuación⁵

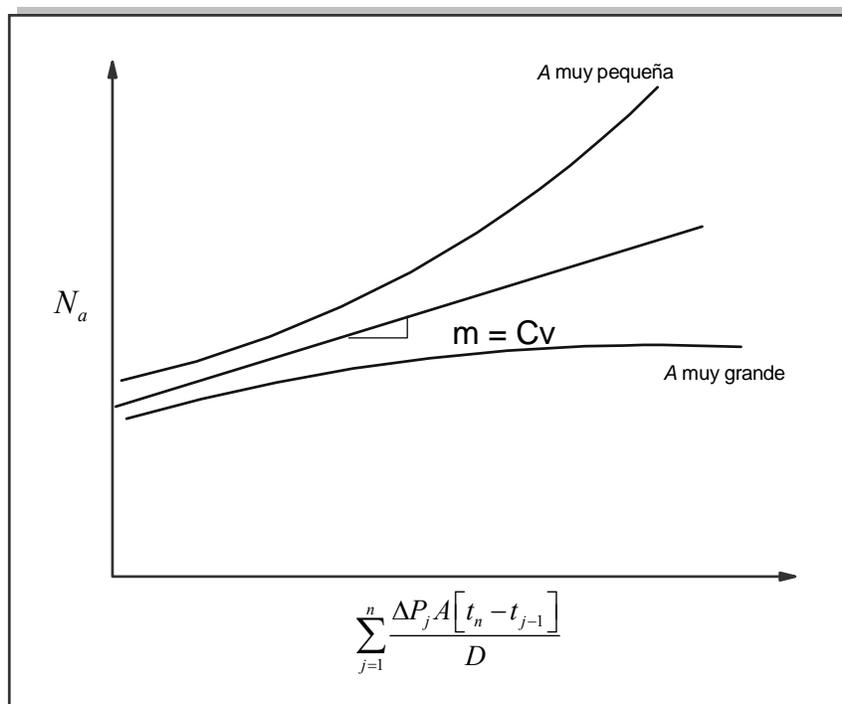
$r_D=3.5$		$r_D=4$		$r_D=4.5$		$r_D=5$	
t_D	Q_{wD}	t_D	Q_{wD}	t_D	Q_{wD}	t_D	Q_{wD}
1	1.571	2	2.442	2.5	2.835	3	3.195
1.2	1.761	2.2	2.598	3	3.196	3.5	3.542
1.4	1.94	2.4	2.748	3.5	3.537	4	3.875
1.6	2.111	2.6	2.893	4	3.859	4.5	4.193
1.8	2.273	2.8	3.034	4.5	4.165	5	4.499
2	2.427	3	3.17	5	4.454	5.5	4.792
2.2	2.574	3.25	3.334	5.5	4.727	6	5.074
2.4	2.715	3.5	3.493	6	4.986	6.5	5.345
2.6	2.849	3.75	3.645	6.5	5.231	7	5.605
2.8	2.976	4	3.792	7	5.464	7.5	5.854
3	3.098	4.25	3.932	7.5	5.684	8	6.094
3.25	3.242	4.5	4.068	8	5.892	8.5	6.325
3.5	3.379	4.75	4.198	8.5	6.089	9	6.547
3.75	3.507	5	4.323	9	6.276	9.5	6.76
4	3.628	5.5	4.56	9.5	6.453	10	6.965
4.25	3.742	6	4.779	10	6.621	11	7.35
4.5	3.85	6.5	4.982	11.00	6.93	12	7.706
4.75	3.951	7	5.169	12.00	7.208	13	8.035
5	4.047	7.5	5.343	13.00	7.457	14	8.339
5.5	4.222	8	5.504	14.00	7.68	15	8.62
6	4.378	8.5	5.653	15.00	7.88	16	8.879
6.5	4.516	9	5.79	16.00	8.06	18	9.338
7	4.639	9.5	5.917	18.00	8.335	20	9.731
7.5	4.749	10	6.035	20.00	8.611	22	10.07
8	4.846	11	6.246	22.00	8.809	24	10.35
8.5	4.932	12	6.425	24	8.968	26	10.59
9	5.009	13	6.58	26	9.097	28	10.8
9.5	5.078	14	6.712	28	9.2	30	10.98
10	5.138	15	6.825	30	9.283	34	11.26
11	5.241	16	6.922	34	9.404	38	11.46
12	5.321	17	7.004	38	9.481	42	11.61
13	5.385	18	7.076	42	9.532	46	11.71
14	5.435	20	7.189	46	9.565	50	11.79
15	5.476	22	7.272	50	9.586	60	11.91
16	5.506	24	7.332	60	9.612	70	11.96
17	5.531	26	7.377	70	9.621	80	11.98
18	5.551	30	7.434	80	9.623	90	11.99
20	5.579	34	7.464	90	9.624	100	12
25	5.611	38	7.481	100	9.625	120	12
30	5.621	42	7.49				

35	5.624	46	7.494				
40	5.625	50	7.497				

Tabla 6.2. Continuación⁵

$r_D=6$		$r_D=7$		$r_D=8$		$r_D=9$		$r_D=10$	
t_D	Q_{iD}	t_D	Q_{iD}	t_D	Q_{iD}	t_D	Q_{iD}	t_D	Q_{iD}
6	5.148	9	6.861	9	6.861	10	7.417	15	9.965
6.5	5.44	9.5	7.127	10	7.398	15	9.945	20	12.32
7	5.724	10	7.389	11	7.92	20	12.26	22	13.22
7.5	6.002	11	7.902	12	8.431	22	13.13	24	14.09
8	6.273	12	8.397	13	8.93	24	13.98	26	14.95
8.5	6.537	13	8.876	14	9.418	26	14.79	28	15.78
9	6.975	14	9.341	15	9.895	28	15.59	30	16.59
9.5	7.047	15	9.791	16	10.361	30	16.35	32	17.38
10	7.293	16	10.23	17	10.82	32	17.1	34	18.16
10.5	7.533	17	10.65	18	11.26	34	17.82	36	18.91
11	7.767	18	11.06	19	11.7	36	18.52	38	19.65
12	8.22	19	11.46	20	12.13	38	19.19	40	20.37
13	8.651	20	11.85	22	12.95	40	19.85	42	21.07
14	9.063	22	12.58	24	13.74	42	20.48	44	21.76
15	9.456	24	13.27	26	14.5	44	21	46	22.42
16	9.829	26	13.92	28	15.23	46	21.69	48	23.07
17	10.19	28	14.53	30	15.92	48	22.26	50	23.71
18	10.53	30	15.11	34	17.22	50	22.82	52	24.33
19	10.85	35	16.39	38	18.41	52	23.36	54	24.94
20	11.16	40	17.49	40	18.97	54	23.89	56	25.53
22	11.74	45	18.43	45	20.26	56	24.39	58	26.11
24	12.26	50	19.24	50	21.42	58	24.88	60	26.67
25	12.5	60	20.51	55	22.46	60	25.36	65	28.02
31	13.74	70	21.43	60	23.4	65	26.48	70	29.29
35	14.4	80	22.13	70	24.98	70	27.52	75	30.49
39	14.93	90	22.63	80	26.26	75	28.48	80	31.61
51	16.05	100	23	90	27.28	80	29.36	85	32.67
60	16.56	120	23.47	100	28.11	85	30.18	90	33.66
70	16.91	140	23.71	120	29.31	90	30.93	95	34.6
80	17.14	160	23.85	140	30.08	95	31.63	100	35.48
90	17.27	180	23.92	160	30.58	100	32.27	120	38.51
100	17.36	200	23.96	180	30.91	120	34.39	140	40.89
110	17.41	500	24	200	31.12	140	35.92	160	42.75
120	17.45			240	31.34	160	37.04	180	44.21
130	17.46			280	31.43	180	37.85	200	45.36
140	17.48			320	31.47	200	38.44	240	46.95
150	17.49			360	31.49	240	39.17	280	47.94
160	17.49			400	31.5	280	39.56	320	48.51
180	17.5			500	31.5	320	39.77	360	48.91
200	17.5					360	39.88	400	49.11

220	17.5			400	39.94	440	49.28
				440	39.97	480	49.36

Fig. 6.7. Determinación de A^6

$$q_w = J(\bar{P}_a - P_f) = \frac{\partial W_e}{\partial t} \quad (6.1)$$

donde:

q_w , BPD	Rata de intrusión de agua
J , BPD/psi	Índice de productividad del acuífero
\bar{P}_a , psia	Presión promedia del acuífero
P_f , psia	Presión en el contacto agua-aceite
W_e , bbl	Volumen acumulado de intrusión de agua
t , días	Tiempo

Usando consideraciones de compresibilidad, la intrusión acumulada de agua es proporcional a la caída de presión total en el acuífero⁶:

$$W_e = V_a c_e (P_i - \bar{P}_a) \quad (6.2)$$

V_a , BPD	Volumen inicial de agua en el acuífero
c_e , 1/psi	Compresibilidad efectiva del acuífero, $c_w + c_f$
P_i , psia	Presión inicial del acuífero

Derivando la Ec. 6.2 y combinando el resultado con la Ec. 6.1, resulta:

$$-V_a c_e \frac{\partial \bar{P}_a}{\partial t} = J(\bar{P}_a - P_f)$$

Si se asume que P_f permanece constante a lo largo del intervalo de interés, separando variables e integrando, se tiene:

$$\bar{P}_a = P_f + (P_i - P_f) e^{-\left(\frac{Jt}{V_a c_e}\right)} \quad (6.3)$$

donde $\bar{P}_a = P_i$ a $t = 0$. Despejando \bar{P}_a de la Ec. 6.1 y sustituyendo el resultado en la Ec. 6.3:

$$P_f + \frac{1}{J} \frac{\partial W_e}{\partial t} = P_f + (P_i - P_f) e^{-\left(\frac{Jt}{V_a c_e}\right)}$$

Separando variables e integrando:

$$W_e = (P_i - P_f) V_a c_e \left[1 - e^{-\left(\frac{Jt}{V_a c_e}\right)} \right]$$

Como se asumió P_f constante sobre el periodo de interés, el principio de superposición debe usarse para manejar cambios de presión en el contacto agua-petróleo. Una forma incremental de la ecuación anterior puede usarse sin superposición. Esta modificación es:

$$\Delta W_{e,n} = (\bar{P}_{a,n-1} - \bar{P}_{f,n}) V_a c_e \left[1 - e^{-\left(\frac{J \Delta t_n}{V_a c_e}\right)} \right] \quad (6.4)$$

donde:

$\Delta W_{e,n}$, bbl	Intrusión de agua incremental al paso de tiempo n ($t_n - t_{n-1}$)
$\bar{P}_{a,n-1}$, psia	Presión promedia del acuífero al final del paso de tiempo $n-1$ el cual también es el arranque del paso de tiempo n
$\bar{P}_{f,n}$, psia	Presión promedia del contacto agua-aceite durante el paso de tiempo n
	$\bar{P}_{f,n} = (P_{f,n-1} + P_{f,n}) / 2$
Δt , días	Tamaño del paso de tiempo (n)

Si $\Delta t_n = \Delta t$ para todos los pasos de tiempo, entonces la expresión:

$$V_a c_e \left[1 - e^{-\left(\frac{J \Delta t_n}{V_a c_e}\right)} \right] = V_a c_e \left[1 - e^{-\left(\frac{J \Delta t}{V_a c_e}\right)} \right] = cte$$

Entonces la Ec. 6.4 se transforma en:

$$\Delta W_{e,n} = A(\bar{P}_{a,n-1} - \bar{P}_{f,n}) \quad (6.5)$$

siendo A :

$$A = V_a c_e \left[1 - e^{-\left(\frac{J \Delta t}{V_a c_e}\right)} \right]$$

La Ec. 6.2 puede describirse como:

$$\bar{P}_{a,n-1} = P_i \left[1 - \frac{\sum_{j=1}^{n-1} \Delta W_{e,j}}{V_a c_e P_i} \right] \quad (6.6)$$

La presión promedio en el contacto agua-petróleo durante el paso de tiempo n es:

$$\bar{P}_{f,n} = (P_{f,n-1} + P_{f,n}) / 2$$

La Ec. 6.5 proporciona la presión promedio del acuífero al final del paso de tiempo $n-1$. Escribiendo una ecuación similar para la presión promedio del acuífero al final del paso de tiempo n :

$$\bar{P}_{a,n} = P_i \left[1 - \frac{\sum_{j=1}^n \Delta W_{e,j}}{V_a c_e P_i} \right] \quad (6.7)$$

Sustituyendo la Ec. 6.5 en 6.7, se tiene:

$$\bar{P}_{a,n} = P_i - \frac{1}{V_a c_e} \sum_{j=1}^n \Delta W_{e,j}$$

$$\bar{P}_{a,n} = P_i - \frac{1}{V_a c_e} \sum_{j=1}^n A(\bar{P}_{a,j-1} - \bar{P}_{f,j})$$

Tabla 6.3. Índices de productividad para acuíferos radiales y lineales¹

Tipo de acuífero	Flujo radial	Flujo lineal
Finito – no flujo	$J = \frac{0.00708kh \left(\frac{\theta}{360} \right)}{\mu \left[\ln(r_{ac} / r_{yto}) - 0.75 \right]}$	$J = \frac{0.003381kwh}{\mu L}$
Finito – Presión constante	$J = \frac{0.00708kh \left(\frac{\theta}{360} \right)}{\mu \ln(r_{ac} / r_{yto})}$	$J = \frac{0.001127kwh}{\mu L}$
<i>k</i> en md, <i>L</i> = longitud del acuífero lineal		

$$\bar{P}_{a,n} = P_i - B \left(\sum_{j=1}^n \bar{P}_{a,j-1} - \sum_{j=1}^n \bar{P}_{f,j} \right)$$

donde:

$$B = \frac{A}{V_a c_e}$$

$$B = 1 - e^{-\left(\frac{J \Delta t}{V_a c_e} \right)}$$

Rescribiendo la Ec. 6.2 al nivel de tiempo *n*, se tiene:

$$W_{e,n} = V_a c_e (P_i - \bar{P}_{a,n})$$

Luego, la intrusión de agua incremental se puede hallar de:

$$\Delta W_{e,n} = W_{e,n} - W_{e,n-1}$$

Los índices de productividad se pueden estimar con las ecuaciones de la tabla 6.3.

Como puede apreciarse en la tabla 6.3, el índice de productividad requiere condiciones de estado pseudoestable. Luego, este método ignora los efectos del periodo transitorio en los cálculos de intrusión de agua lo que obviamente introduce errores en los cálculos. Sin embargo, como se hace por pasos, el método da resultados cercanos al de Hurst y van Everdingen.

EJEMPLO

Verifique los resultados del método de Fetkovich con el de Van Everdingen and Hurst para un acuífero finito⁶. Dados los siguientes datos (ver además tabla 6.4):

Tabla 6.4. Datos de presión en el contacto agua-petróleo⁶

<i>t</i> , años	<i>P</i> , psia	<i>t</i> , años	<i>P</i> , psia
0	3000	11	2698
1	2923	12	2680
2	2880	13	2665
3	2848	14	2650
4	2821	15	2633
5	2800	16	2620
6	2780	17	2607
7	2762	18	2593
8	2744	19	2580
9	2730	20	2568
10	2713		

$$\begin{array}{llll}
 k_{ac} = 500 \text{ md} & \phi_{ac} = 20 \% & c_e = 7 \times 10^{-6} \text{ 1/psi} & \\
 h = 20 \text{ ft} & \mu_w = 0.8 \text{ cp} & r_{yto} = 5000 \text{ ft} & r_{ac} = 40000 \text{ ft}
 \end{array}$$

La constante de intrusión de agua de Hurst y Van Everdingen es:

$$C_v = 1.119 \alpha h \phi c_e r_{yto}^2 = 1.119(1)20(0.2)(7 \times 10^{-6})(5000^2) = 783.3$$

$$A = \frac{0.00633k}{\phi \mu_w c_e r_{yto}^2} = \frac{0.00633(500)}{(0.2)(0.8)(7 \times 10^{-6})(5000^2)} = 0.113 \text{ dias}^{-1}$$

Como la presión se da en términos anuales, el paso de nivel de tiempo es 365 días, luego:

$$(A)(\Delta t) = (0.113)(365) = 41.2$$

Para este yacimiento $V_a c_e$ es:

$$V_a c_e = \frac{\pi(r_{ac}^2 - r_{yto}^2)h\phi c_e}{5.615} = \frac{\pi(40000^2 - 5000^2)(20)(0.2)(7 \times 10^{-6})}{5.615} = 24673.95 \text{ bbl}$$

Usando estos valores, se determina la intrusión de agua por el método de Hurst y van Everdingen. Ver Tabla 6.5. Por medio del método de Fetkovich, el parámetro “B” se calcula mediante ensayo y error usando el siguiente procedimiento:

1. Asuma un valor de B entre 0 y 1
2. Para cada nivel de tiempo calcule la sumatoria:

Tabla 6.5. Volumen de agua intruida obtenida por el método de Hurst y van Everdingen

t , años	P , psia	W_e , Mbbl	t , años	P , psia	W_e , Mbbl
0	3000	0.0	11	2698	7005.3
1	2923	581.4	12	2680	7408.6
2	2880	1705.2	13	2665	7814.1
3	2848	2699.9	14	2650	8197.9
4	2821	3532.3	15	2633	8588.7
5	2800	4219.7	16	2620	8966.8
6	2780	4798.0	17	2607	9309.9
7	2762	5310.6	18	2593	9647.3
8	2744	5782.1	19	2580	9982.2
9	2730	6207.9	20	2568	10301.0
10	2713	6608.2			

$$\sum_{j=1}^n \bar{P}_{f,j} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (\bar{P}_{f,j-1} + \bar{P}_{f,j})$$

donde $P_{f,0} = P_i$

3. Para cada tiempo calcule:

$$\sum_{j=1}^n \bar{P}_{a,j-1}$$

De la Ec. 6.3:

$$\bar{P}_{a,j-1} = P_{f,j-1} + (P_i - P_{f,j-1}) e^{-\left(\frac{Jt}{V_a c_e}\right)}$$

Para el primer valor. Los demás valores se obtienen consecutivamente. Ver ejemplo. Note que J y $V_a c_e$ pueden ser calculados. Esta sumatoria se evalúa si existen valores previos de tiempo. Para $n = 1$, $\bar{P}_{a,0} = P_i$

4. Para cada tiempo calcule $\bar{P}_{a,n}$

$$\bar{P}_{a,n} = P_i - B \left(\sum_{j=1}^n \bar{P}_{a,j-1} - \sum_{j=1}^n \bar{P}_{f,j} \right)$$

5. Calcule $V_a c_e$

$$(V_{ac_e})_n = \frac{(W_e)_{H\&VE}}{P_i - \bar{P}_{a,n}}$$

6. Determine el valor promedio de $(V_{ac_e})_n$. Este valor variará debido a (1) incertidumbre en la teoría, y (2) inexactitudes en los datos de campo. Por lo tanto, las diferencias en este valor se deben primariamente a que la teoría no es confiable. Con valores correcto de B las desviaciones son mínimas.

Los cálculos se realizan de la siguiente manera. Para el nivel de tiempo número 1 estima $P_{a,n}$ de la siguiente ecuación:

$$\bar{P}_{a,n} = P_{f,n} + (P_i - P_{f,n})e^{-\left(\frac{Jt}{V_{ac_e}}\right)} = P_{f,n} + (P_i - P_{f,n})e^{-\left(\frac{J\Delta t}{V_{ac_e}}\right)}$$

$$\bar{P}_{a,n} = 2961.5 + (3000 - 2961.5)(1 - 0.6075) = 2976.6$$

Tabla 6.6. Desviaciones de B^6

B Asumido	Desv (B)
0.5900	0.00600
0.5925	0.00521
0.5950	0.00443
0.5975	0.00365
0.6000	0.00289
0.6025	0.00219
0.6050	0.00156
0.6075	0.00110
0.6100	0.00124
0.6150	0.00163

Acumule el valor de $\bar{P}_{a,j-1}$, para el primer caso será $2976.5 + 3000 = 5976.6$ y obtenga $P_{a,n}$ de la siguiente expresión:

$$\bar{P}_{a,n} = P_i - B \left(\sum_{j=1}^n \bar{P}_{a,j-1} - \sum_{j=1}^n \bar{P}_{f,j} \right) = 3000 - 0.6075(5976.6 - 5863) = 2930.988 \approx 2931 \text{ psi}$$

El valor de 5863 es el acumulado de la presión promedio $\bar{P}_{f,j}$. Para el nivel de tiempo 3, se tiene acumulado el valor anterior (2931) con el acumulado al nivel 2 (5976,6) para dar 8907.6 psi. Estime $P_{a,n}$ usando la siguiente ecuación:

Tabla 6.7. Resultados⁶

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
n	$P_{f,n}$	$\bar{P}_{f,n}$	$\sum_{j=1}^n \bar{P}_{f,j}$	$\sum_{j=1}^n \bar{P}_{a,j-1}$	(5)-(4)	B*(6)	$\bar{P}_{a,n}$	$W_{e(H\&VE)}$	$(V_a C_e)_n$	$W_{e(fetk)}$
0	3000							0.0		
1	2923	2961.5	2961.5	3000	38.5	23.4	2976.6	581.4	24.8581	576.739
2	2880	2901.5	5863.0	5976.6	113.6	69.0	2931.0	1705.2	24.7087	1701.75
3	2848	2864.0	8727.0	8907.6	180.6	109.7	2890.3	2699.9	24.6084	2705.43
4	2821	2834.5	11561.5	11797.9	236.4	143.6	2856.4	3532.3	24.596	3541.32
5	2800	2810.5	14372.0	14654.3	282.3	171.5	2828.5	4219.7	24.6051	4228.92
6	2780	2790.0	17162.0	17482.8	320.8	194.9	2805.1	4798.0	24.6195	4805.65
7	2762	2771.0	19933.0	20287.9	354.9	215.6	2784.4	5310.6	24.6315	5316.48
8	2744	2753.0	22686.0	23072.3	386.3	234.7	2765.3	5782.1	24.6385	5786.86
9	2730	2737.0	25423.0	25837.6	414.6	251.9	2748.1	6207.9	24.6473	6210.8
10	2713	2721.5	28144.5	28585.7	441.2	268.0	2732.0	6608.2	24.6548	6609.27
11	2698	2705.5	30850.0	31317.7	467.7	284.1	2715.9	7005.3	24.6555	7006.25
12	2680	2689.0	33539.0	34033.6	494.6	300.5	2699.5	7408.6	24.6567	7409.22
13	2665	2672.5	36211.5	36733.1	521.6	316.9	2683.1	7814.1	24.6601	7813.68
14	2650	2657.5	38869.0	39416.2	547.2	332.4	2667.6	8197.9	24.661	8197.18
15	2633	2641.5	41510.5	42083.8	573.3	348.3	2651.7	8588.7	24.6603	8588.16
16	2620	2626.5	44137.0	44735.5	598.5	363.6	2636.4	8966.8	24.6619	8965.66
17	2607	2613.5	46750.5	47371.9	621.4	377.5	2622.5	9309.9	24.662	9308.71
18	2593	2600.0	49350.5	49994.4	643.9	391.2	2608.8	9647.3	24.6627	9645.76
19	2580	2586.5	51937.0	52603.2	666.2	404.7	2595.3	9982.2	24.6647	9979.82
20	2568	2574.0	54511.0	55198.5	687.5	417.7	2582.3	10301.0	24.6638	10298.9
									24.6588	

$$\bar{P}_{a,n} = P_i - B \left(\sum_{j=1}^n \bar{P}_{a,j-1} - \sum_{j=1}^n \bar{P}_{f,j} \right) = 3000 - 0.6075(8907.6 - 8727) = 2890.25 \text{ psi}$$

Para el nivel 4, el nuevo acumulado es $8907.6 + 2890.25 = 11797.9$ psi. El nuevo valor de $P_{a,n}$ es:

$$\bar{P}_{a,n} = P_i - B \left(\sum_{j=1}^n \bar{P}_{a,j-1} - \sum_{j=1}^n \bar{P}_{f,j} \right) = 3000 - 0.6075(11797.9 - 11561.5) = 2856.4 \text{ psi}$$

Los demás resultados se presentan en la tabla 6.7.

7. Como una medida de variación entre los dos métodos, utilice la siguiente función de desviación (Esta función depende del valor asumido de B):

$$Desv(B) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left\{ abs \left[1 - \frac{(W_e)_{Fetk}}{(W_e)_{H\&VE}} \right] \right\}_j$$

8. Repita el procedimiento para diferentes valores de B hasta minimizar la desviación. La tabla 6.6 presenta los resultados de las diferentes desviaciones. Allí se observa que el mejor

B es 0.6075. La tabla 6.7 resume todos los cálculos. Algunas de las ecuaciones anteriores son presentadas por otros autores¹ en forma diferente, éstas se presentan a continuación:

$$\bar{P} = -\left(\frac{P_i}{W_{ei}}\right)W_e + P_i$$

Siendo \bar{P} la presión promedio del acuífero después de haber extraído W_e barriles de agua, P_i es la presión inicial del acuífero y W_{ei} es la cantidad de agua in-situ inicial o potencialmente intruible a la presión inicial.

$$q_w B_w = J(\bar{P} - P_R)^{m_a}$$

Siendo m_a el coeficiente de flujo turbulento que se considera uno durante estado pseudoestable y P_R es la presión en el contacto agua-aceite. La combinación de las ecuaciones anteriores proporciona:

$$W_e = \frac{W_{ei}}{P_i}(P_i - P_R)\left(1 - e^{-\frac{JP_i t}{W_{ei}}}\right)$$

donde:

$$W_{ei} = \frac{c_t \left(\frac{\theta}{360}\right) \pi (r_{ac}^2 - r_{yto}^2) h \phi P_i}{5.615}$$

Las ecuaciones restantes del método son:

$$\Delta W_{e,n} = \frac{W_{ei}}{P_i}(\bar{P}_{n-1} - \bar{P}_{R,n})\left(1 - e^{-\frac{JP_i \Delta t_n}{W_{ei}}}\right)$$

$$\bar{P}_{n-1} = P_i\left(1 - \frac{W_e}{W_{ei}}\right)$$

$$\bar{P}_{R,n} = (P_{R,n-1} + P_{R,n})/2$$

EJEMPLO

Calcule la intrusión de agua al tercer y cuarto año de producción para un yacimiento que fallado ($\theta = 180$), $\phi = 20.9\%$, $k = 275$ md (para acuífero y yacimiento), $\mu = 0.25$ cp, $c_t = 6 \times 10^{-6}$ /psi, $h = 19.2$ ft, $A_{yto} = 1216$ ac, $A_{ac} = 250000$ ac (tomado de la Ref. 1).

SOLUCIÓN

Puesto que el yacimiento es fallado se asume la mitad de la circunferencia para hallar el radio:

$$r_{yto} = \sqrt{\frac{1216(43560)}{0.5\pi}} = 5807 \text{ ft}$$

$$r_{acuifero} = \sqrt{\frac{250000(43560)}{0.5\pi}} = 83263 \text{ ft}$$

El índice de productividad se halla de:

$$J = \frac{0.00708kh \left(\frac{\theta}{360} \right)}{\mu [\ln(r_{ac}/r_{yto}) - 0.75]} = \frac{0.00708(275)(19.2) \left(\frac{180}{360} \right)}{0.25 [\ln(83263/5807) - 0.75]} = 39.08$$

$$W_{ei} = \frac{c_i \left(\frac{\theta}{360} \right) \pi (r_{ac}^2 - r_{yto}^2) h \phi P_i}{5.615}$$

$$W_{ei} = \frac{6 \times 10^{-6} \left(\frac{180}{360} \right) \pi (83263^2 - 5807^2) (19.2) (0.209) 3793}{5.615} = 176.3 \text{ MMbbl}$$

$$\Delta W_{e,n} = \frac{W_{ei}}{P_i} (\bar{P}_{n-1} - \bar{P}_{R,n}) \left(1 - e^{-\frac{J P_i \Delta t_n}{W_{ei}}} \right)$$

$$\Delta W_{e,n} = \frac{176.3 \text{ MM}}{3793} (\bar{P}_{n-1} - \bar{P}_{R,n}) \left(1 - e^{-\frac{(39.08)(3793)(91.3)}{176.3 \text{ MM}}} \right) = 3435 (\bar{P}_{n-1} - \bar{P}_{R,n}) \quad (\text{A})$$

$$\bar{P}_{n-1} = P_i \left(1 - \frac{W_e}{W_{ei}} \right) = 3793 \left(1 - \frac{\sum \Delta W_e}{176.3 \text{ MM}} \right) \quad (\text{B})$$

Resolviendo las Ecs. (A) y (B), se obtienen los resultados dados en la tabla 8. El procedimiento se resume de la siguiente forma para el nivel 1:

1) Se tiene que $\bar{P}_{n-1} = 3000 \text{ psi}$, que corresponde al nivel cero.

2) Estime la diferencia entre $\bar{P}_{n-1} - \bar{P}_{R,n} = 3793 - 3790.5 = 2.5$ (columna 5). Estime ΔW_e con la Ec. A.

$$\Delta W_{e,n} = 3435(\bar{P}_{n-1} - \bar{P}_{R,n}) = 3435(3793 - 3790.5) = 8587.5 \cong 8600 \text{ bbl}$$

El acumulado de la intrusión de agua es el mismo valor calculado puesto que el anterior es cero. Determine P_n usando la Ec. B.

$$\bar{P}_n = 3793 \left(1 - \frac{\sum \Delta W_e}{176.3MM} \right) = 3793 \left(1 - \frac{8600}{176.3MM} \right) = 3792.82 \text{ psi}$$

Para el nivel de tiempo 2, estime la diferencia $\bar{P}_{n-1} - \bar{P}_{R,n} = 3792.8 - 3781 = 11.8$ (columna 5). .

Estime ΔW_e con la Ec. A.

$$\Delta W_{e,n} = 3435(\bar{P}_{n-1} - \bar{P}_{R,n}) = 3435(3792.8 - 3781) = 40533 \cong 40500 \text{ bbl}$$

El acumulado de agua sería el anterior más el calculado en este intervalo, o sea:

Tabla 6.8. Resultados ejemplo

Nivel	t, días	P_R , psia	\bar{P}_{Rn} , psia	$\bar{P}_{n-1} - \bar{P}_{Rn}$, psia	ΔW_e , bbl	W_e , Mbbbl	\bar{P}_n , psia
0	0	3793	3793	0.00	0	0	3793
1	91.3	3788	3790.5	2.50	8600	8.6	3792.8
2	182.6	3774	3781	11.79	40500	49.1	3791.9
3	273.9	3748	3761	30.89	106100	155.2	3789.7
4	365.2	3709	3728.5	61.14	210000	365.23	3785.1
5	456.5	3680	3694.5	90.60	311200	676.5	3778.4
6	547.8	3643	3661.5	116.91	401600	1078.1	3769.8

$$W_e = 8600 + 40500 = 49100 \text{ bbl}$$

Determine P_n usando la Ec. B.

$$\bar{P}_n = 3793 \left(1 - \frac{\sum \Delta W_e}{176.3MM} \right) = 3793 \left(1 - \frac{49100}{176.3MM} \right) = 3791.94 \text{ psi}$$

Los demás resultados se presentan en la tabla 6.8.

REFERENCIAS

1. Craft, B.C. and M.F., Hawkins. “*Applied Reservoir Engineering*”. Prentice-Hall International. New Jersey, 1991.
2. Dake, L.P. “*Fundamental of Reservoir Engineering*”. Elsevier Scientific Publishing Co. 1978.
3. Fetkovich, M.J. “*A Simplified Approach to Water Influx Calculations – Finite Aquifer Systems*”. JPT (July 1971). P. 814/828.
4. Pirson, S. “*Ingeniería de Yacimientos Petrolíferos*”. Ediciones Omega. Barcelona. 1965.
5. Slider, H.C. “*Worldwide Practical Petroleum Reservoir Engineering Methods*”. PennWell Books. Tulsa, Ok. 1983.
6. Smith, C.R., and Tracy, G.W. “*Applied Reservoir Engineering*”. Oil & Gas Consultants, Inc. Tulsa, Ok. 1987.
7. Towler, B.F. “*Fundamental Principles of Reservoir Engineering*”. SPE Textbook Series Vol. 8. Richardson, TX., 2001.

CAPITULO 7

CURVAS DE DECLINACIÓN

7.1. INTRODUCCIÓN

El análisis de curvas de declinación podría ser una de las técnicas de ingeniería que más están en desuso y al mismo tiempo parece ser una de las técnicas que menos atención ofrece ya que ellas se aplican siempre y cuando las condiciones mecánicas del pozo y el área de drene del yacimiento permanecen constantes. Sin embargo, el uso de curvas tipo incluye soluciones que alivian los problemas en mención. Sin embargo, para hacer predicciones del yacimiento debería emplearse dichos análisis. El típico análisis consiste en graficar datos de producción contra tiempo en papel semilog e intentar ajustar estos datos con una recta la cual se extrapola hacia el futuro. Las reservas se calculan con base en una rata de producción promedio anual¹⁻⁵.

Por muchos años, un gráfico de q vs. t para muchos pozos puede extrapolarse, lo cual se convirtió en un arte. Es una de las técnicas menos usadas. Las reservas se calculan con base en una producción promedio anual para las ratas de producción extrapoladas. La declinación hiperbólica da mejores resultados. Sin embargo, puesto que es más difícil se prefiere la armónica. Además, la excusa, es que la diferencia entre una y otra curva, con el tiempo, no es muy significativa.

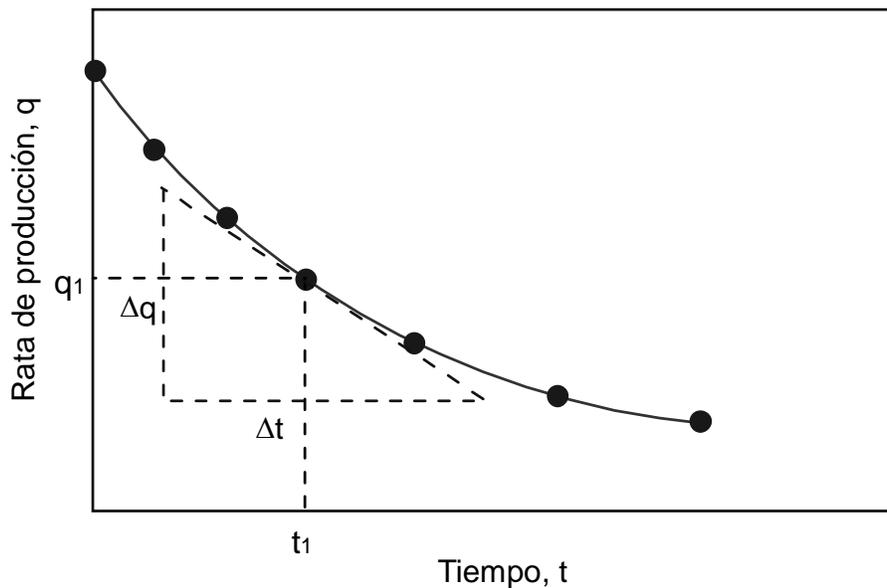


Fig. 7.1. Rata de declinación⁴

La rata de declinación, a , es el cambio fraccional de la rata con el tiempo;

$$a = -\left(\frac{\Delta q / q}{\Delta t}\right) \quad (7.1)$$

La rata de declinación convencional se define como:

$$D = (q_{t=0} - q_{t=1 \text{ year}}) \quad (7.2)$$

Y se relacionan mutuamente como:

$$a = -\ln(1 - D) \quad (7.3)$$

7.2. DECLINACIÓN DE PORCENTAJE CONSTANTE O DECLINACIÓN EXPONENCIAL

Este tipo de curva de declinación parece ser la más usada por los ingenieros de yacimientos, por su facilidad, e incluso cuando se es consciente que la declinación hiperbólica describe mejor las características de la mayoría de los pozos. Es definida por una función exponencial. Arreglando la ecuación (7.1)⁴:

$$a\Delta t = -\left(\frac{\Delta q}{q}\right)$$

Aplicando a pequeños intervalos de tiempo y efectuando sumatoria:

$$a \sum_0^t \Delta t = -\sum_{q_i}^q \frac{\Delta q}{q}$$

Integrando;

$$at = \ln \frac{q_i}{q} = 2.303 \log \frac{q_i}{q}$$

$$q = q_i e^{-at}$$

No necesariamente al principio se observa un comportamiento recto. Este tipo de declinación es buena para periodos cortos de tiempo. La producción acumulada se estima utilizando una rata de declinación constante. Note que a debe estar dada en días para evitar problemas de unidades. Para un período de tiempo:

$$\Delta N_p = \sum_{t_1}^{t_2} q \Delta t$$

Esto equivale a tener:

$$\Delta N_p = -\sum_{q_1}^{q_2} \frac{\Delta q}{a}$$

$$\Delta N_p = \frac{q_1 - q_2}{a}$$

7.3. DECLINACIÓN HIPERBÓLICA

Esta considera que la rata de declinación varía con el tiempo. Es buena para yacimientos que producen por gas en solución. Esta técnica consume bastante tiempo. La rata de declinación varía así⁴:

$$\frac{a}{a_i} = \left(\frac{q}{q_i} \right)^n$$

n es un número comprendido entre cero y 1. Si $n = 0$ entonces $a = a_i$ y se tiene el caso de la declinación exponencial. Si n es 1 a este tipo de declinación se le conoce como armónica.

Si $a = -\left(\frac{\Delta q}{q \Delta t} \right)$ entonces:

$$\frac{-[\Delta q / q \Delta t]}{a_i} = \left(\frac{q}{q_i} \right)^n$$

Separando variables:

$$a_i \int_0^t dt = -q_i^n \int_{q_i}^q q^{-(n+1)} dq$$

$$a_i t = -q_i^n \left(\frac{q^{-n}}{-n} - \frac{q_i^n}{-n} \right)$$

$$n a_i t = q_i^n q^{-n} - 1$$

$$n a_i t = \frac{q_i^n}{q^n} - 1$$

$$q = q_i [na_i t + 1]^{-\frac{1}{n}}$$

De igual forma:

$$\Delta N_p = \int_{t_1}^{t_2} q dt$$

$$\Delta N_p = - \int_{t_1}^{t_2} \frac{\Delta q}{a}$$

$$\text{Si } a = a_i \left(\frac{q}{q_i} \right)^n$$

Entonces;

$$\Delta N_p = - \int_{q_1}^{q_2} \left(- \frac{q_i^n}{a_i} \right) q^{-n} dq$$

$$\Delta N_p = \frac{q_i^n}{a_i} \int_{q_1}^{q_2} q^{-n} dq$$

$$\Delta N_p = \frac{q_i^n}{a_i} \left(\frac{q_1^{1-n}}{1-n} - \frac{q_2^{1-n}}{1-n} \right)$$

$$H = \frac{q_i^n}{a_i (1-n)}$$

$$\Delta N_p = H (q_1^{1-n} - q_2^{1-n})$$

7.4. DECLINACIÓN ARMÓNICA

Este tipo de declinación es común en yacimientos que producen predominantemente por segregación gravitacional. Como se observó en el ítem anterior, la declinación armónica es una variante de la declinación hiperbólica, esto es cuando n es igual a 1⁴.

$$q = q_i / [na_i t + 1]$$

Las ecuación para producción cumulativa de la declinación hiperbólica no se aplica en este caso ya que se obtendría cero. Luego se debe ir a la definición inicial para derivar las ecuaciones. Cuando $n = 1$, y la rata de declinación, a , es proporcional a la rata, q , la rata de declinación, a , puede expresarse como una función de las ratas de flujo y de la declinación inicial, a_i , como $(q/q_i)a_i$. Puesto que:

$$\Delta N_p = - \sum_{q_1}^{q_2} \frac{\Delta q}{a}$$

como se manifestó:

$$a = \frac{q}{q_i} a_i$$

Entonces:

$$\Delta N_p = - \sum_{q_1}^{q_2} \frac{\Delta q}{\frac{q}{q_i} a_i}$$

$$\Delta N_p = \frac{q_i}{a_i} \ln \frac{q_1}{q_2}$$

No existen curvas tipo para declinación armónica debido a que ésta ocurre muy esporádicamente.

7.5. CURVAS TIPO

Una forma más práctica en usar la declinación hiperbólica es comparar los datos reales de declinación con curvas tipo, las cuales viene para varios valores de n y a_i . Estas curvas son diferentes que aquellas que se usan para análisis de presiones de fondo. Una vez, se ha determinado cual curva es la que mejor se ajusta los datos de declinación, se han determinado los valores de n , a_i y q_i .

EJEMPLO

La tabla 7.1 presenta los datos de producción para un pozo de crudo. Cuál será la rata de producción a los 5 años? Cuál es la vida del pozo a Jun-82 si el límite económico es 1 BPD.

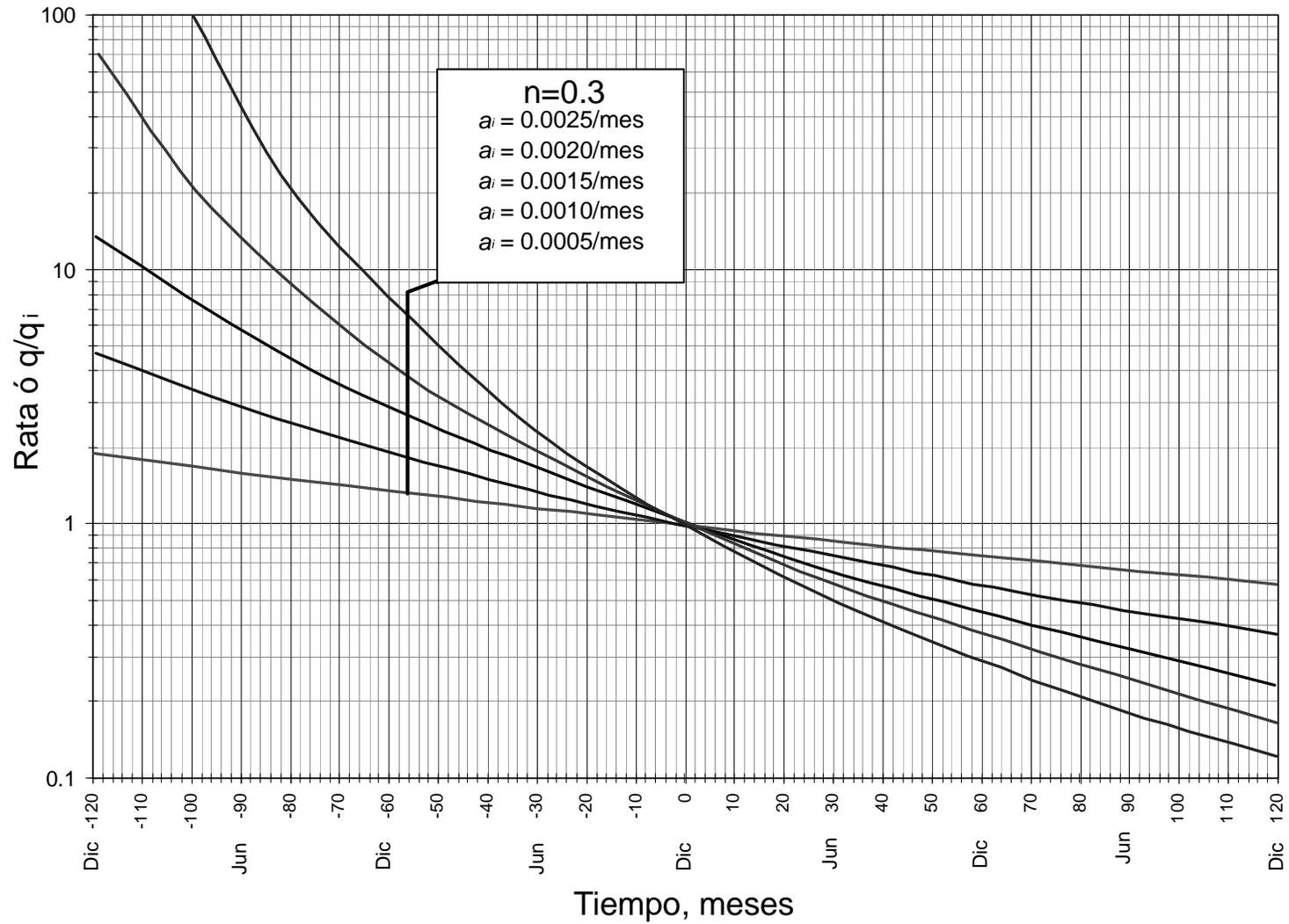


Fig. 7.2. Curva tipo de declinación hiperbólica para $n = 0.3^4$

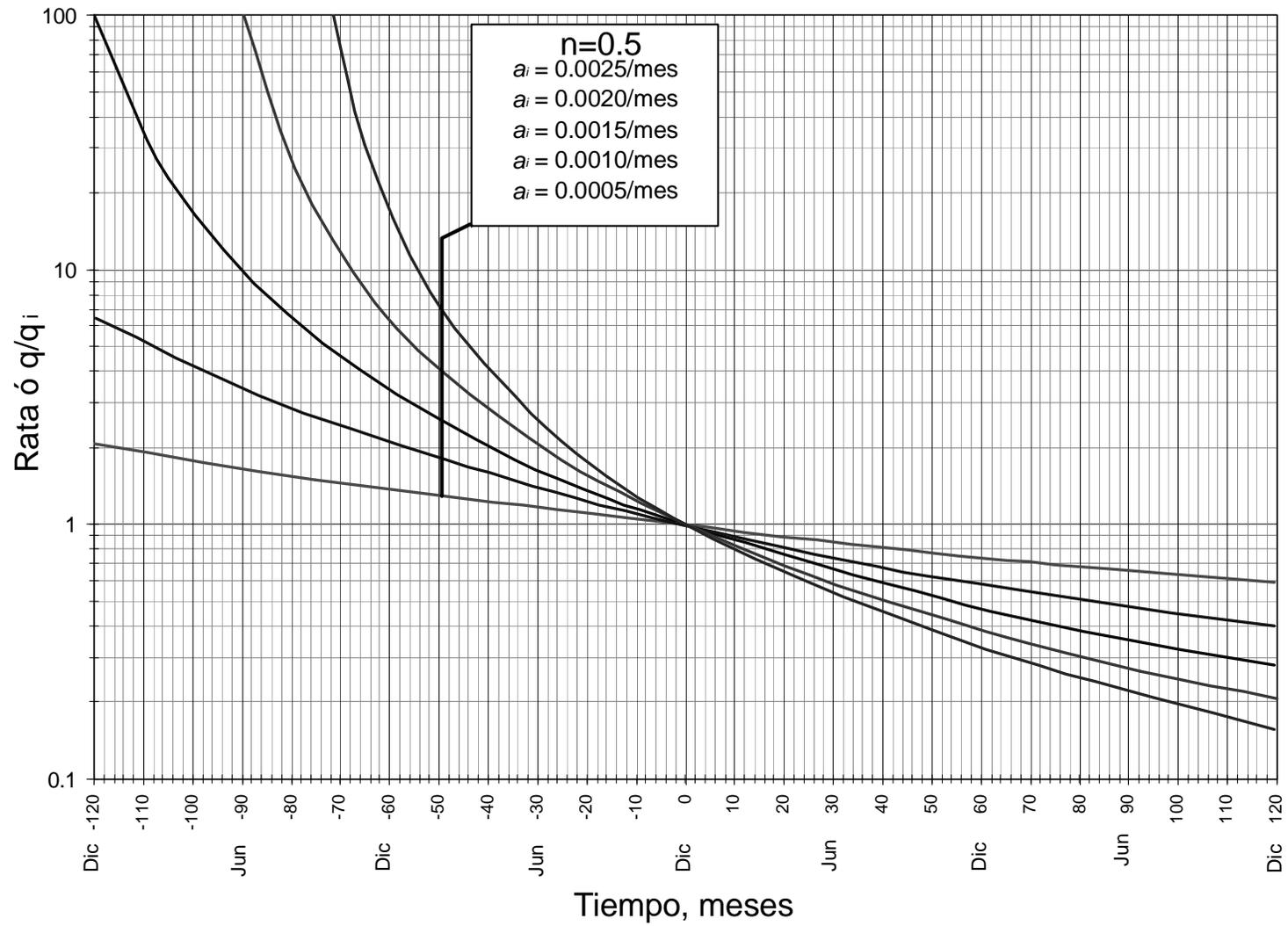


Fig. 7.3. Curva tipo de declinación hiperbólica para $n = 0.5^4$

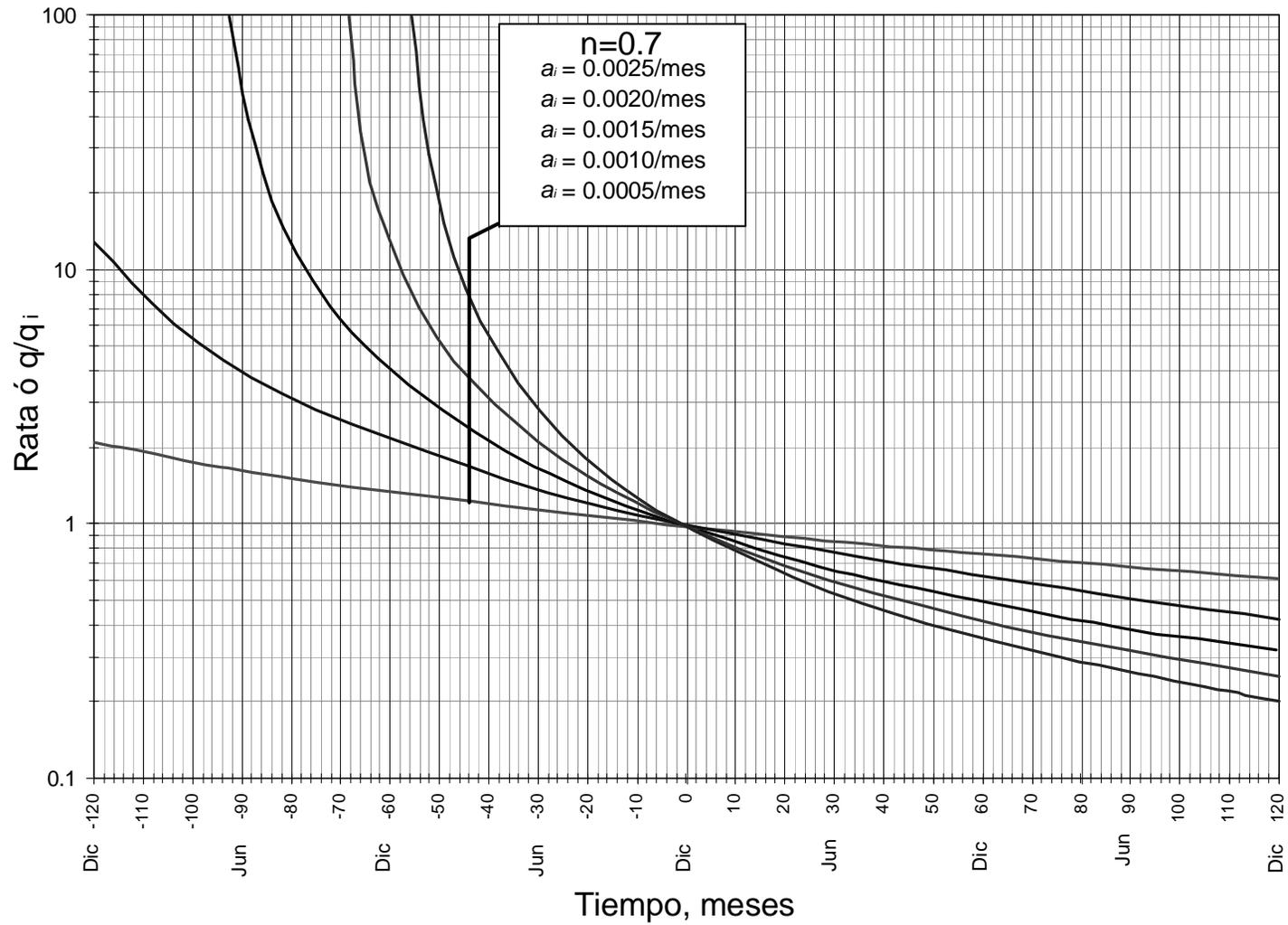


Fig. 7.4. Curva tipo de declinación hiperbólica para $n = 0.7^4$

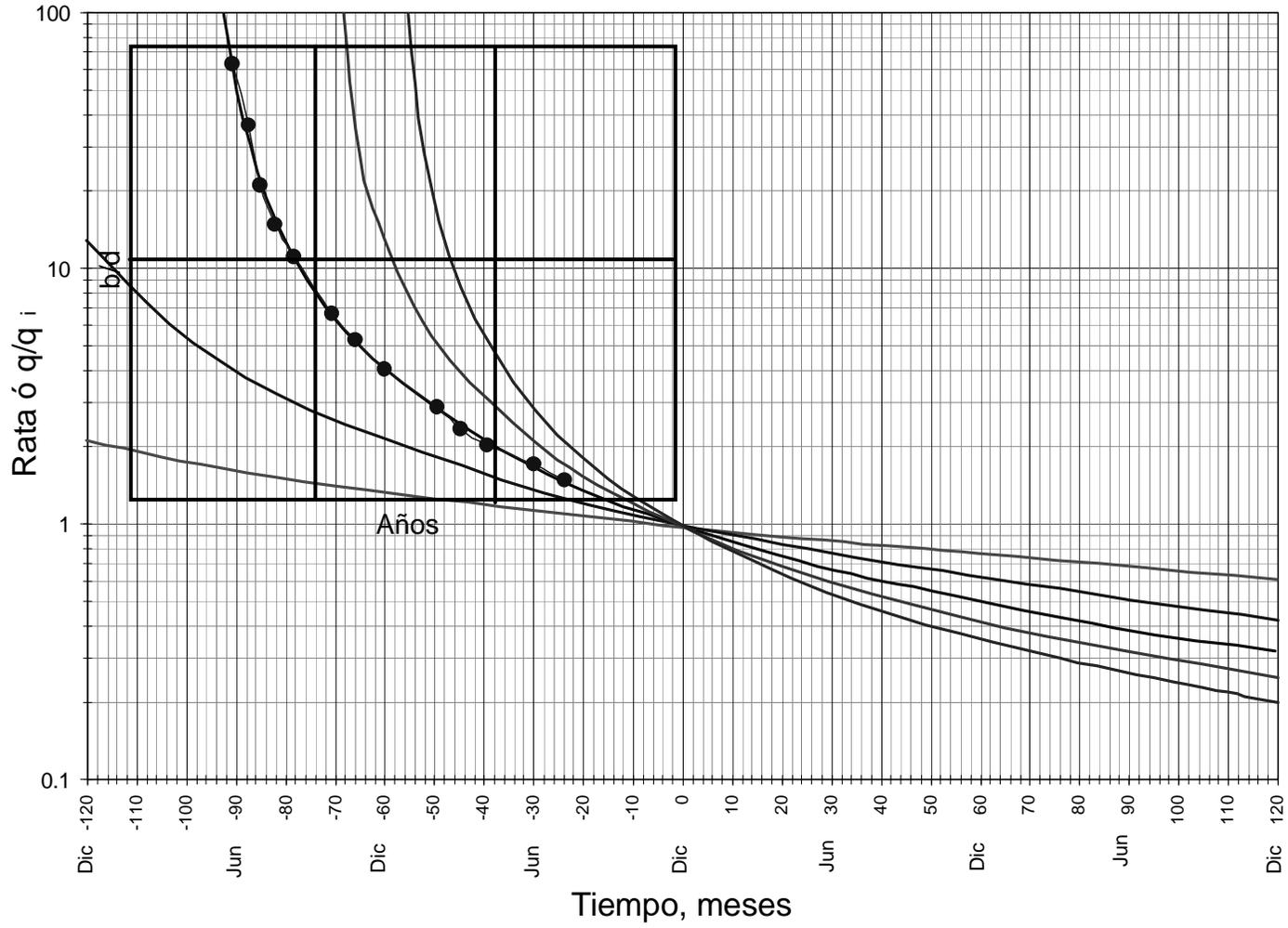


Fig. 7.5. Ejemplo de ajuste por curvas tipo⁴

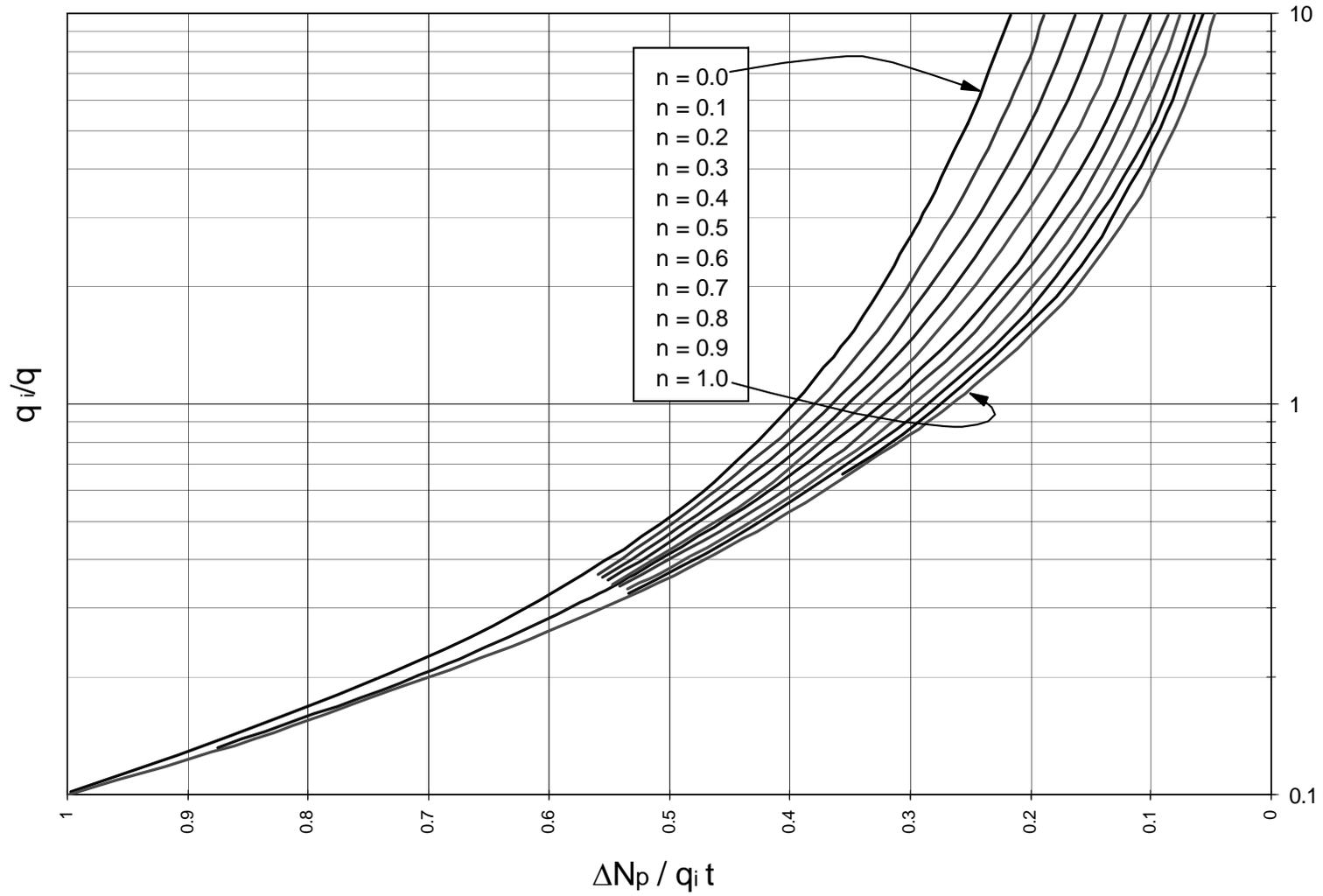


Fig. 7.6. Curva tipo que relaciona rata de producción con producción acumulada⁴

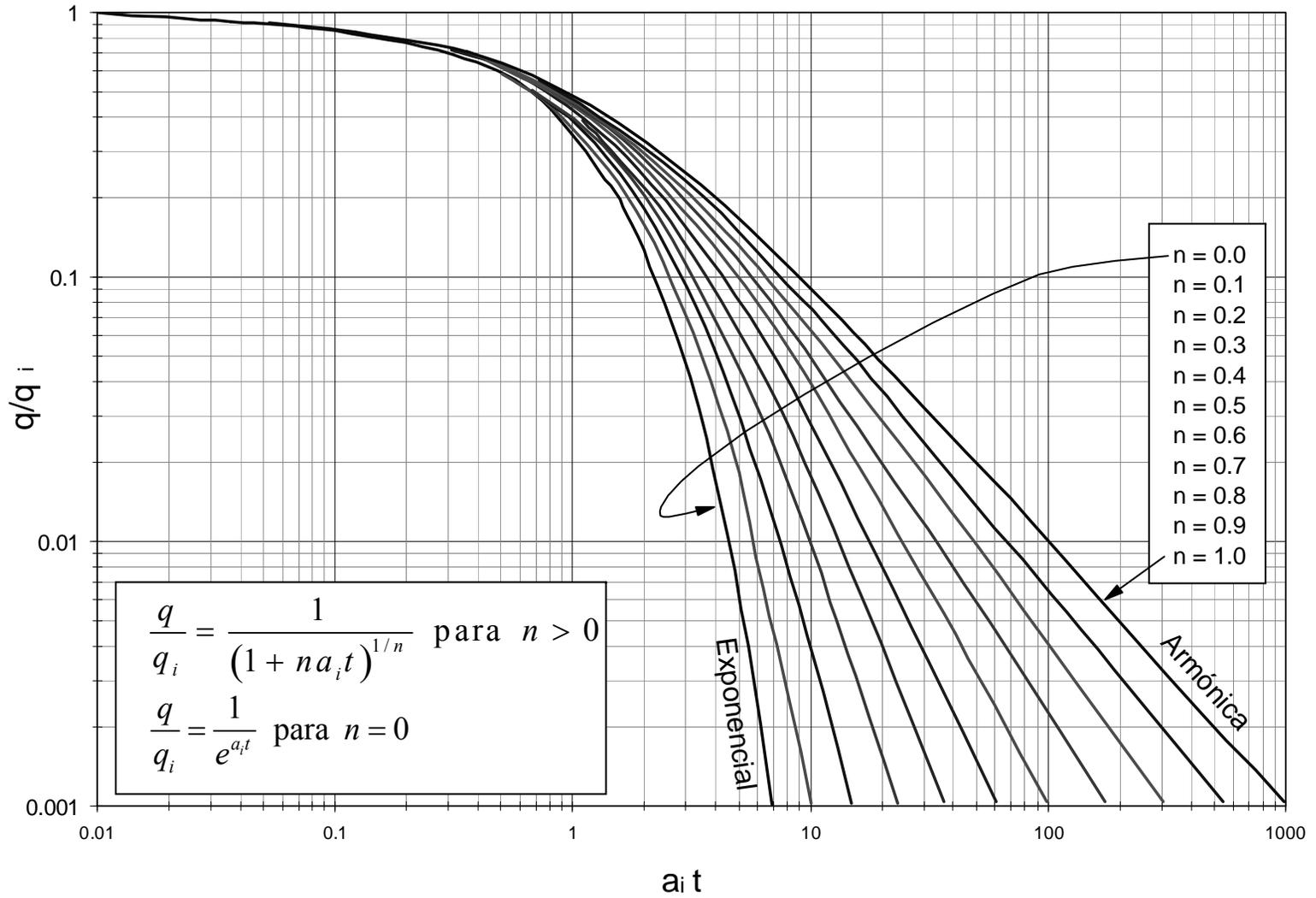
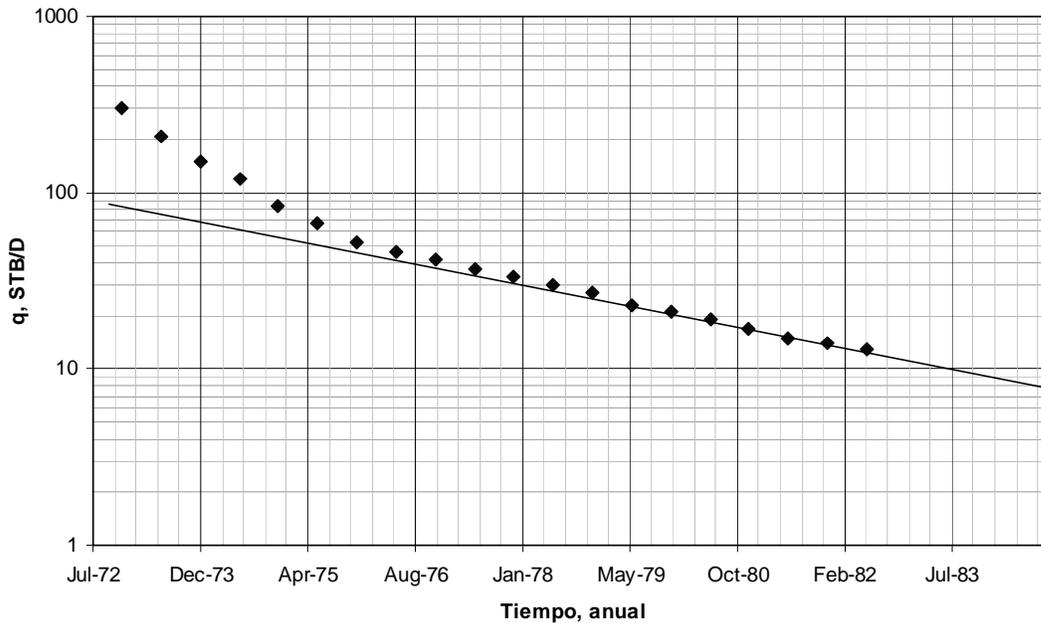


Fig. 7.7. Curvas tipo de Arps⁴

Fig. 7.8. Curva de declinación⁴Tabla 7.1. Datos de producción vs. Tiempo⁴

Tiempo	q , STB/d	Tiempo	q , STB/d
Jun-72	510	Jun-77	37
Dic-72	300	Dic-77	33
Jun-73	210	Jun-78	30
Dic-73	150	Dic-78	27
Jun-74	120	Jun-79	23
Dic-74	85	Dic-79	21
Jun-75	67	Jun-80	19
Dic-75	52	Dic-80	17
Jun-76	46	Jun-81	15
Dic-76	42	Dic-81	14
		Jun-82	13

SOLUCIÓN

Para resolver este problema refiérase a la Fig. 7.8. A Jul-83 el caudal (extrapolado) es de 10 a Dic-76, $q = 42$ BPD. Entre estos dos valores hay un lapso de 80 meses. La constante de declinación es:

$$a = 2.303 \frac{\log q_2 - \log q_1}{t} = 2.303 \frac{\log 42 - \log 10}{80} = 0.018 / \text{mes}$$

A Jun-83, $q = 13$ BPD que equivale a $(13 \cdot 30.4) = 395.2$ bbl/mes. Luego:

$$q_{5\text{años}} = q_i e^{-at} = 395.2 e^{-0.018(5 \cdot 12)} = 134.2 \text{ bbl / mes} = 4.42 \text{ bpd}$$

La vida del pozo para un límite económico de 1 BPD (30.4 bbl/mes) es:

$$30.4 = 395.2 e^{-0.018t} \text{ de donde } t = 142.5 \text{ meses}$$

EJEMPLO

Asuma que el pozo del ejemplo anterior se fracturó en Jun-82 y la rata pasó a 52 BPD. Asuma, además, que el pozo entró a declinación constante, cuánto es el petróleo recuperado después de Jun-82? Cuál es el incremento en el recobro y el cambio en la vida del pozo para el mismo límite económico⁴.

SOLUCIÓN

Como el caudal se cuadruplica la rata de declinación también se cuadruplica, $a = 0.072$ /mes. La vida remanente es luego:

$30.4 = (30.4 \cdot 52) e^{-0.072t}$ de donde $t = 54.9$ meses. Mediante el fracturamiento la vida se reduce $(142.5 - 54.9)$ en 87.6 meses. El aumento en la producción antes y después del fracturamiento sería:

$$\Delta N_p = \frac{q_1 - q_2}{a}$$

$$\Delta N_{p \text{ antes}} = \frac{(13-1)30.4}{0.018} = 20267 \text{ bbl}$$

$$\Delta N_{p \text{ despues}} = \frac{(52-1)30.4}{0.072} = 21533 \text{ bbl}$$

Las reservas recuperadas se incrementaron tan solo $(21533-20667)$ en 866 bbl pero fue más rápido.

EJEMPLO

La información de la tabla 7.2 es la historia de producción de un pozo:

Usando las gráficas para $n = 0.3, 0.5$ y 0.7 halle la vida remanente del pozo y las reservas si el límite económico es de 10 bbl/mes.

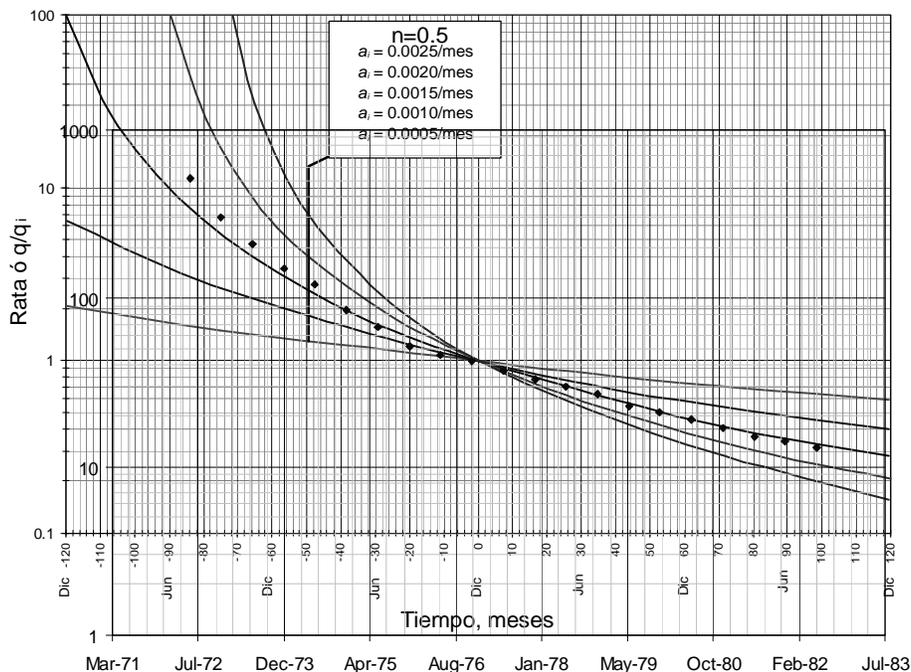


Fig. 7.9. Ajuste de curva tipo hiperbólica $n = 0.5^4$

Tabla 7.2. Producción vs. tiempo para ejemplo de la Fig. 7.9⁴

Tiempo	q, STB/d	Tiempo	q, STB/d
Jun-72	510	Jun-77	37
Dic-72	300	Dic-77	33
Jun-73	210	Jun-78	30
Dic-73	150	Dic-78	27
Jun-74	120	Jun-79	23
Dic-74	85	Dic-79	21
Jun-75	67	Jun-80	19
Dic-75	52	Dic-80	17
Jun-76	46	Jun-81	15
Dic-76	42	Dic-81	14
		Jun-82	13

El mejor ajuste se obtuvo para la gráfica de $n = 0.5$. Ver Fig. 7.9. Del ajuste, se tiene que $a_i = 0.0015/\text{mes}$. La vida útil del pozo será:

$$q = q_i [na_i t + 1]^{-\frac{1}{n}}$$

$$10(30.4) = 510(30.4)[0.5(0.0015)t + 1]^{\frac{1}{0.5}}$$

$$0.14 = [-0.00075t + 1], \text{ de donde } t = 1146.7 \text{ meses.}$$

REFERENCIAS

1. Craft, B.C. and M.F., Hawkins. “*Applied Reservoir Engineering*”. Prentice-Hall International. New Jersey, 1991.
2. Dake, L.P. “*Fundamental of Reservoir Engineering*”. Elsevier Scientific Publishing Co. 1978.
3. Guerrero. “*Practical Reservoir Engineering*”. The Petroleum Publishing Co. Tulsa, Ok. 1956.
4. Slider, H.C. “*Worldwide Practical Petroleum Reservoir Engineering Methods*”. PennWell Books. Tulsa, Ok. 1983.
5. Abdus S. and Ganesh T. “*Integrated Petroleum Reservoir Management: A Team Approach*”. PennWell Books. Tulsa, Ok. 1994

CAPITULO 8

CONIFICACIÓN Y DIGITACIÓN

8.1. GENERALIDADES

La producción prematura de agua es a menudo el resultado de conificación y/o digitación cerca de un pozo productor cuando el agua proviene del nivel de agua libre generalmente en la dirección vertical. Por lo tanto, un cono de agua toma lugar en la parte más baja del intervalo completado del pozo. La producción de un pozo causa una caída de presión en ese punto del yacimiento. Si la presión en la cara del pozo es suficientemente baja, el pozo está completado directamente sobre el contacto agua petróleo y no hay barreras de flujo vertical, entonces habrá conificación¹⁻³.

Por otra parte, si la producción de agua ocurre en la vida temprana de un yacimiento sin buzamiento donde el contacto se vuelve inestable y el agua fluye más rápido que el crudo debido a su baja viscosidad y a la permeabilidad horizontal, este fenómeno se llama digitación o lengüeteo.

Esta sección está dedicada a presentar estos dos procesos que conducen a la ruptura prematura de agua. Estos fenómenos son muy importantes porque causan un decremento en la rentabilidad del proyecto en diversas formas. Primero, la productividad de crudo se reduce debido a efectos de permeabilidad relativa, segundo, los costos de levantamiento aumentan como resultado de un fluido promedio más pesado y la inyección y/o acondicionamiento de agua es sustancialmente cara. Tercero, la eficiencia de recobro se reduce porque el límite económico del corte de agua se alcanza con petróleo remanente producible en el área de drene del pozo²⁻³.

Estos fenómenos son muy comunes durante la producción de un yacimiento. El proceso de digitación es incluso esperado a que ocurra en una formación completamente homogénea y es debida a fuerzas hidrodinámicas que ocurren en el flujo de fluidos. El problema de conificación ocurre en virtud a la permeabilidad vertical y al exceso de producción que causa que el gradiente de presión sea mayor a la fuerza gravitatoria. En general, cuando el pozo está cerca al contacto agua petróleo, el agua se mueve verticalmente causando la conificación. Si el contacto agua petróleo se halla lejos y existe producción prematura de agua ocurre el fenómeno conocido como digitación.

8.2. CONIFICACIÓN DE AGUA³

Esto se debe a que la caída de presión que causa el flujo o producción de agua es mayor que la fuerza gravitacional:

$$P_{woc} - P_{wf} > 0.433(\gamma_w - \gamma_o)H \quad (8.1)$$

P_{woc} = Presión en el contacto agua petróleo, psia

P_{wf} = Presión de fondo fluyente, psia

γ_w = Gravedad específica del agua

γ_o = Gravedad específica del aceite

H = Distancia del fondo del pozo al contacto agua petróleo

La ecuación (8.1) no involucra el tiempo. Sin embargo, expresa que a cualquier tiempo esta desigualdad se satisface ocurriendo instantáneamente la conificación. También cuando la desigualdad no se satisface no habrá conificación puesto que la presión de fondo fluyente es controlable mediante regulación de la rata de flujo. Luego, la conificación es controlable.

Se prefiere manejar volúmenes de agua, es decir, tratar de no frenar la conificación, pues resulta antieconómico. Porque al hacer eso se disminuye el caudal de petróleo. El manejo de agua es más que rentable con la producción de petróleo.

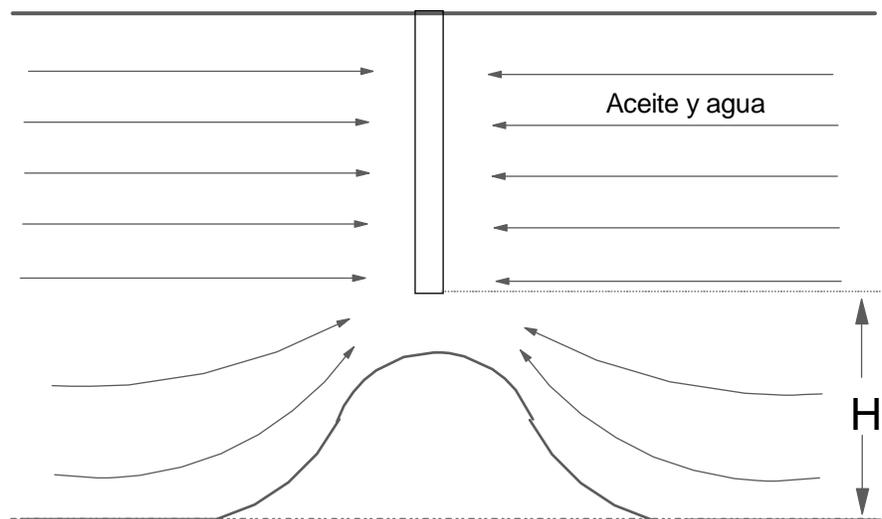


Fig. 8.1. Esquema de la conificación

8.2.1. Método de Meyer y Garder

Consideraciones:

- 1) Flujo radial
- 2) El agua fluye verticalmente desde el contacto agua petróleo al fondo del pozo
- 3) El gradiente de presión controlante de la producción se restringe al gradiente gravitacional debido a la diferencia de densidades entre los fluidos y la distancia entre el contacto agua petróleo y las perforaciones más bajas. Con base en estas consideraciones se halla la siguiente ecuación:

$$q_c = \frac{0.001535(\rho_w - \rho_o)k(h^2 - D^2)}{\mu_o B_o \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}$$

q_c = Caudal crítico de petróleo o máxima rata de petróleo para precluir producción de agua, BF/D

ρ = Densidad de los fluidos, gr/cc

k = Permeabilidad de la formación

h = Espesor de la formación, pie

D = Intervalo perforado, pie

EJEMPLO

Halle el q_c con los siguientes datos: $k = 100$ md, $h = 50$ pies, $D = 10$ ft, densidad del agua = 1.05, densidad del aceite = 0.8 gr/cc, Viscosidad del petróleo = 1, factor volumétrico de formación del aceite = 1.2 bbl/BF, radio del yacimiento 745 pies, radio del pozo = 0.25 pulgadas.

SOLUCIÓN

$$q_c = \frac{0.001535(\rho_w - \rho_o)k(h^2 - D^2)}{\mu_o B_o \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} = \frac{0.001535(1.05 - 0.8)(100)(50^2 - 10^2)}{(1)(1.2) \ln\left(\frac{745}{0.25}\right)} = 9.6 \text{ STB/D}$$

Aunque la rata calculada es una guía, es evidente que estas ratas son muy bajas para ser económicamente rentable. Por lo que este método es muy restrictivo.

8.2.2. Método de Sobocinski y Cornelious³

Aunque producir un pozo a ratas por debajo de la crítica evita la conificación, muchos creen que hacerlo causa baja rentabilidad. Sobocinski y Cornelious estudiaron, mediante un prototipo de plexiglás en forma de pastel empacado con arena, ver Fig. 8.2, el problema de definir el tiempo requerido después de que el pozo esté puesto en producción para resultar la conificación o para irrumpir cuando el pozo se produce a mayor caudal que el crítico. A medida que ellos cambiaban el color del agua y del crudo de suministro pudieron monitorear la posición del contacto agua-petróleo. Los resultados se presentan en la Fig. 8.3.

La altura adimensional del cono es:

$$Z = \frac{0.00307(\rho_w - \rho_o)k h h_c}{\mu_o B_o q_o} \quad (8.2)$$

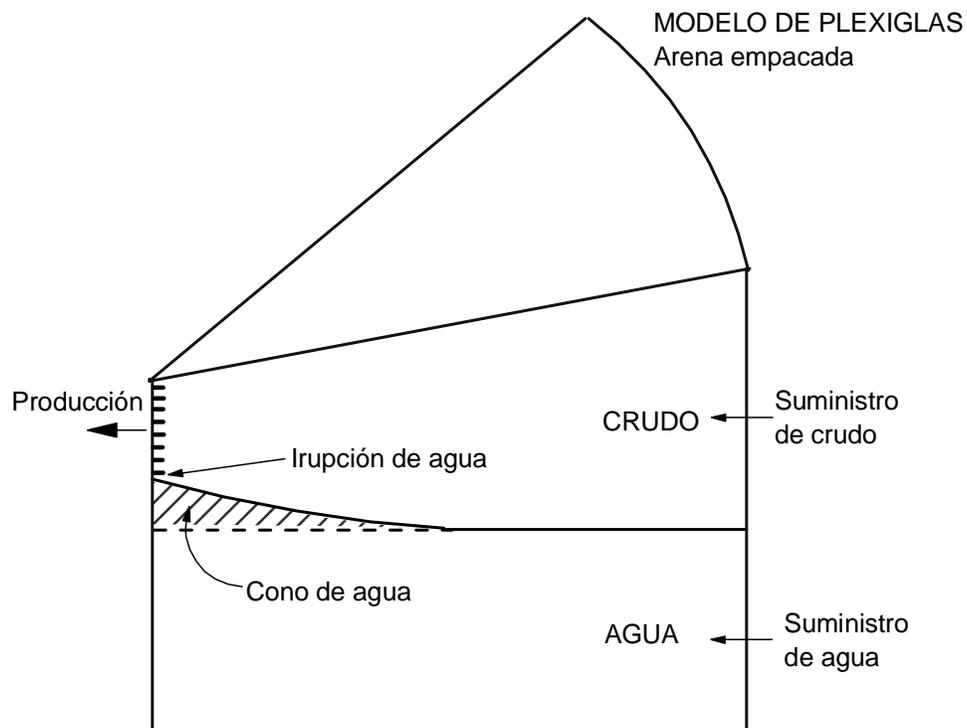


Fig. 8.2. Modelo de laboratorio de Sobocinski y Cornelius para estudiar conificación³

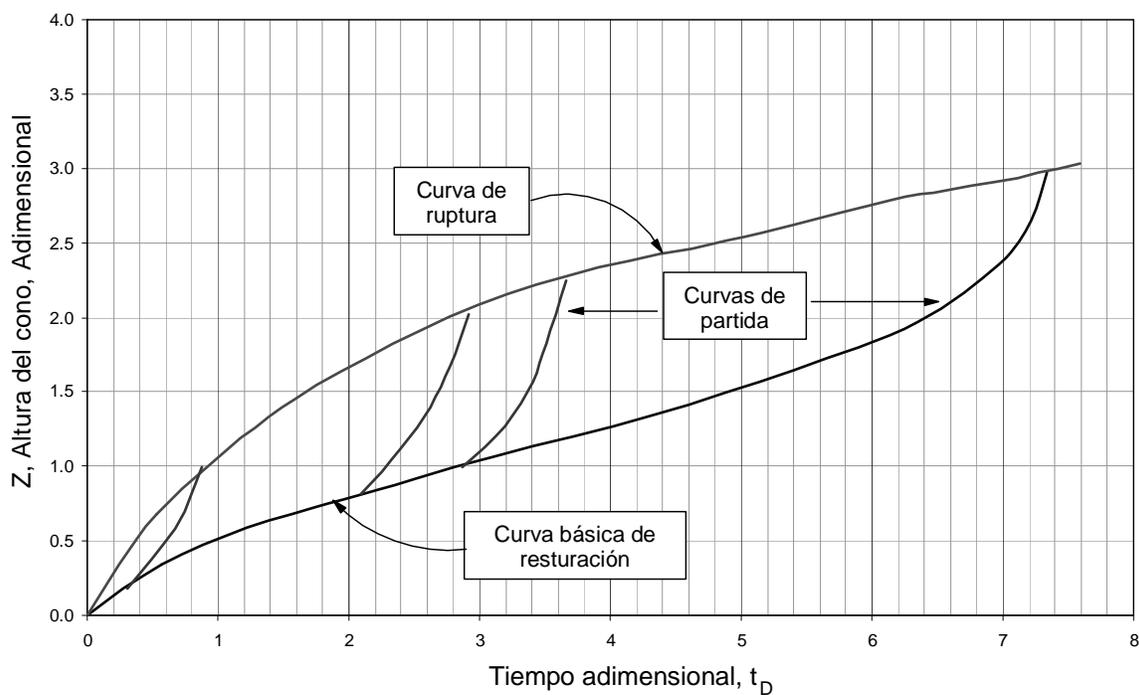


Fig. 8.3. Altura del cono (adimensional) vs. tiempo (adimensional)³

$$t_D = \frac{0.000137(\rho_w - \rho_o)k_H(1 + M^\alpha)t}{\mu_o \phi h F_K} \quad (8.3)$$

k_H = Permeabilidad horizontal

F_K = Relación entre k_H y k_V

h = Espesor zona de la aceite

h_c = Altura del cono. Distancia inicial entre el contacto agua petróleo y las perforaciones más bajas

t = Tiempo, días

α = Exponente experimental que depende de la relación de movilidades, M , $\alpha = 0.5$ para $M < 1$ y 0.6 para $M \geq 1$.

El procedimiento de cálculo inicia con la determinación de Z y luego se calcula t_D a partir de la Fig. 8.3. Kuo y DesBrisay desarrollaron una ecuación que se ajusta cercanamente a la curva de ruptura:

$$t_{Dbr} = Z \frac{(16 + 7Z - 3Z^2)}{28 - 8Z} \quad (8.4)$$

La Fig. 8.3 presenta tres diferentes tipos de curvas: ruptura, restauración y partida. Para determinar ruptura solamente se requiere la curva de ruptura. Las otras dos normalmente no se usan, pero permiten estudiar la forma como el cono se construye. Después que se determina Z , se obtiene un punto sobre la curva de ruptura. A partir de este punto, trace una curva de partida (paralela a las mostradas) hacia la curva básica. Luego considere la primera parte de la historia de construcción del cono, la curva básica se usa de tiempo adimensional cero hasta alcanzar la curva de ruptura. La formación del cono es muy lenta hasta alcanzar un punto cerca al pozo donde la velocidad del cono se acelera. El cono crece cada vez más rápido hasta que ocurre ruptura.

Inspeccionando la Ec. 8.4 indica que para $Z=3.5$, el valor de t_D se vuelve infinito. Este valor puede usarse para hallar la rata crítica con la Ec. 8.2. El valor de Z que corresponde a un tiempo de ruptura infinito corresponde a la rata crítica:

$$q_c = \frac{0.000887(\rho_w - \rho_o)k h h_c}{\mu_o B_o} \quad (8.5)$$

EJEMPLO

Determine el tiempo de producción hasta que la ruptura toma lugar para un pozo, de acuerdo con la siguiente información: Permeabilidad horizontal es 50 md, h es 40 pies, la viscosidad del petróleo es 1 cp, el factor volumétrico es 1.2 bbl/BF, la diferencia de densidades es 0.2 gr/cc, la permeabilidad vertical es 5 md, D es 10 pies, la relación de movilidades es 1.5, la porosidad es 0.2 y el caudal de petróleo es 50 BF/D.

SOLUCIÓN

Como $M > 1$, $\alpha = 0.6$. La relación de permeabilidades $F_k = 50/5 = 10$. La altura del cono $h_c = 40 - 10 = 30$ ft. Z se halla por medio de la Ec. 8.2:

$$Z = \frac{0.00307(\rho_w - \rho_o)k h h_c}{\mu_o B_o q_o} = \frac{0.00307(0.2)(50)(40)(30)}{(1)(1.2)(50)} = 0.61$$

Con $Z = 0.61$, se usa la Fig. 8.3 para hallar $t_D = 0.5$. Despejando el tiempo de la Ec. 8.3 se tiene:

$$t = \frac{\mu_o \phi h F_k t_D}{0.000137(\rho_w - \rho_o)k_H (1 + M^\alpha)} = \frac{(1)(0.2)(40)(10)(0.5)}{0.000137(0.2)(50)(1 + 1.5^{0.6})} = 1283 \text{ dias} = 3.5 \text{ años}$$

EJEMPLO

Determine la rata crítica con la Ec. 8.5 para el problema dado en la sección 8.2.1.

SOLUCIÓN

$$q_c = \frac{0.000887(\rho_w - \rho_o)k h h_c}{\mu_o B_o} = \frac{0.000887(0.25)(100)(50)(40)}{(1)(1.2)} = 36.5 \text{ STB / D}$$

El problema de la sección 8.2.1 dio un valor de 9.6 STB/D. Tracy sugiere que se use un valor entre la rata crítica de Chaney y otros (sección 8.2.3) y la rata crítica de Sobocinski y Cornelious.

8.2.3. Método de Chaney, Noble, Henson y Rice³

Ellos usaron el concepto de distribución de potencial alrededor de un pozo con penetración parcial para determinar la rata crítica de conificación analítica y experimentalmente. El trabajo experimental se realizó con un simulador físico con una red de capacitancia y resistencia. El estudio incluye conificación con gas y agua.

Los resultados se presentaron gráficamente en las Figs. 8.4.a a 8.4.e. Estas figuras son para diferentes espesores. Las figuras presentan el caudal crítico en función de la distancia desde el tope de las perforaciones hasta el tope de la formación o al contacto gas-aceite. Estas curvas se prepararon con una permeabilidad de 1000 md, una viscosidad de crudo de 1 cp y un diferencial de gravedad entre crudo y agua de 0.3 gr/cm. La ecuación de la rata crítica es:

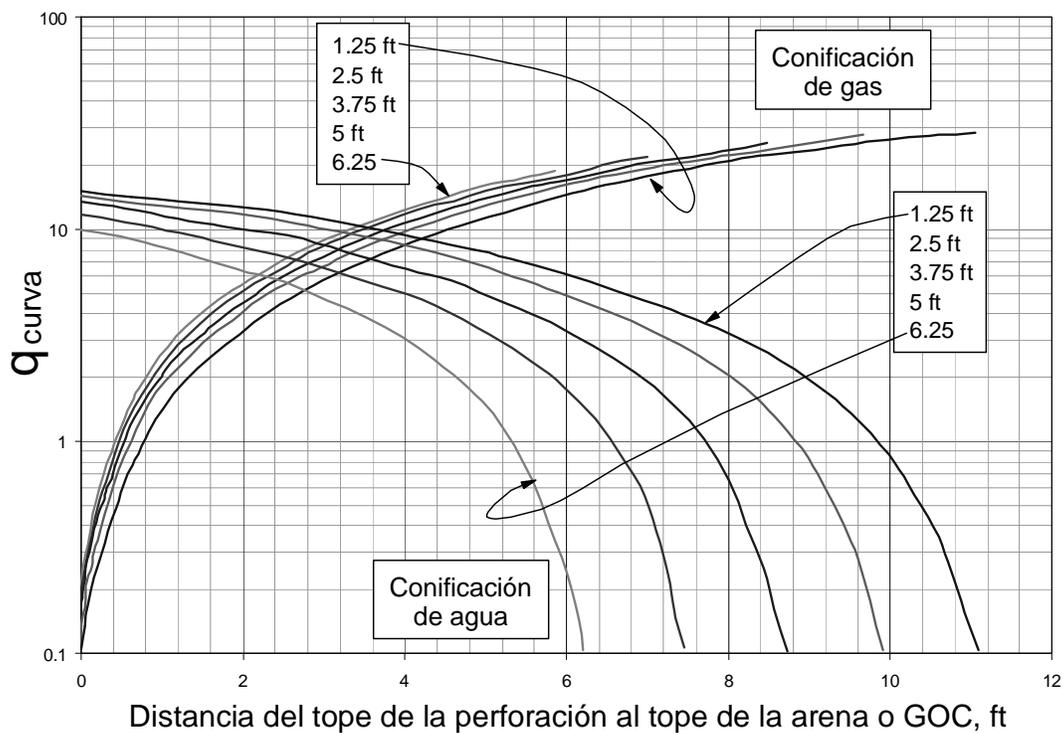


Fig. 8.4.a. Rata de producción crítica³ para $h = 12.5$ ft, $r_w = 3''$ y $r_e = 1000$ ft

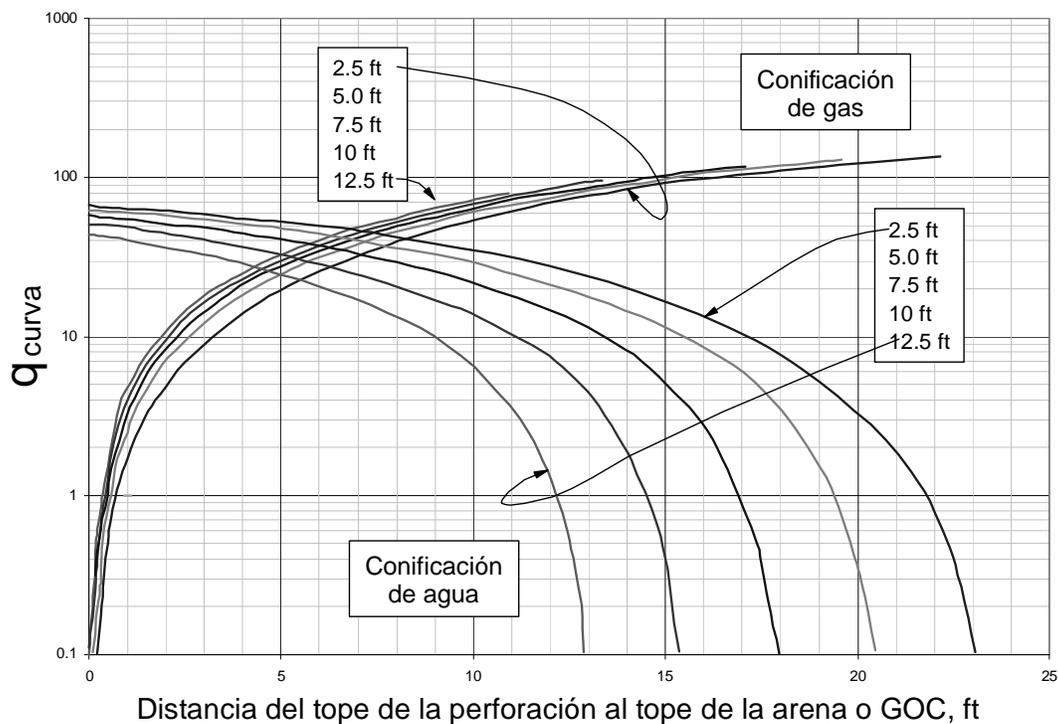


Fig. 8.4.b. Rata de producción crítica³ para $h = 25$, ft, $r_w = 3''$ y $r_e = 1000$ ft

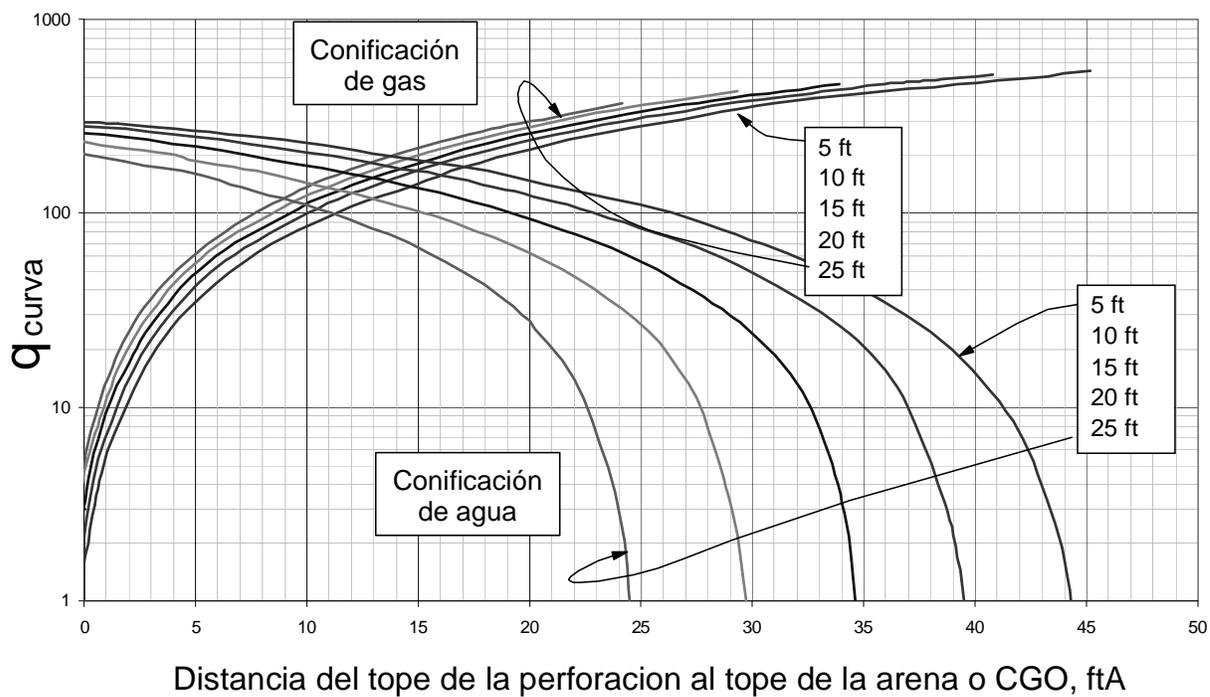


Fig. 8.4.c. Rata de producción crítica³ para $h = 50$, ft, $r_w = 3''$ y $r_e = 1000$ ft

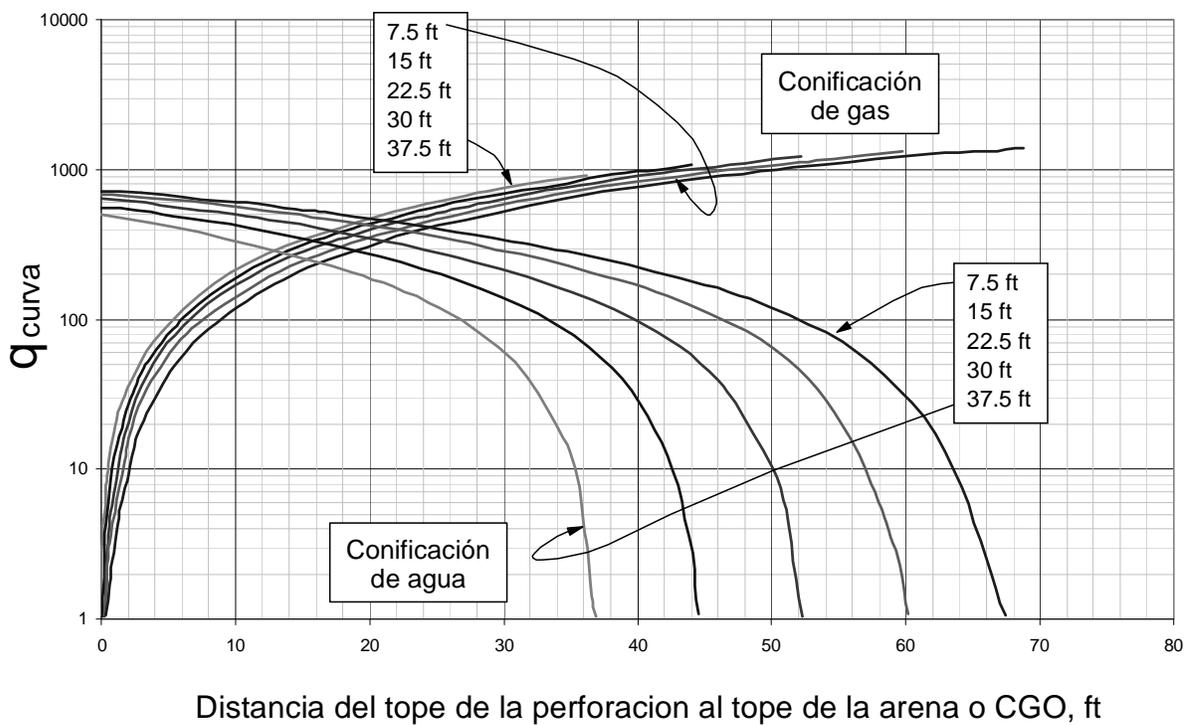


Fig. 8.4.d. Rata de producción crítica³ para $h = 75$ ft, $r_w = 3''$ y $r_e = 1000$ ft

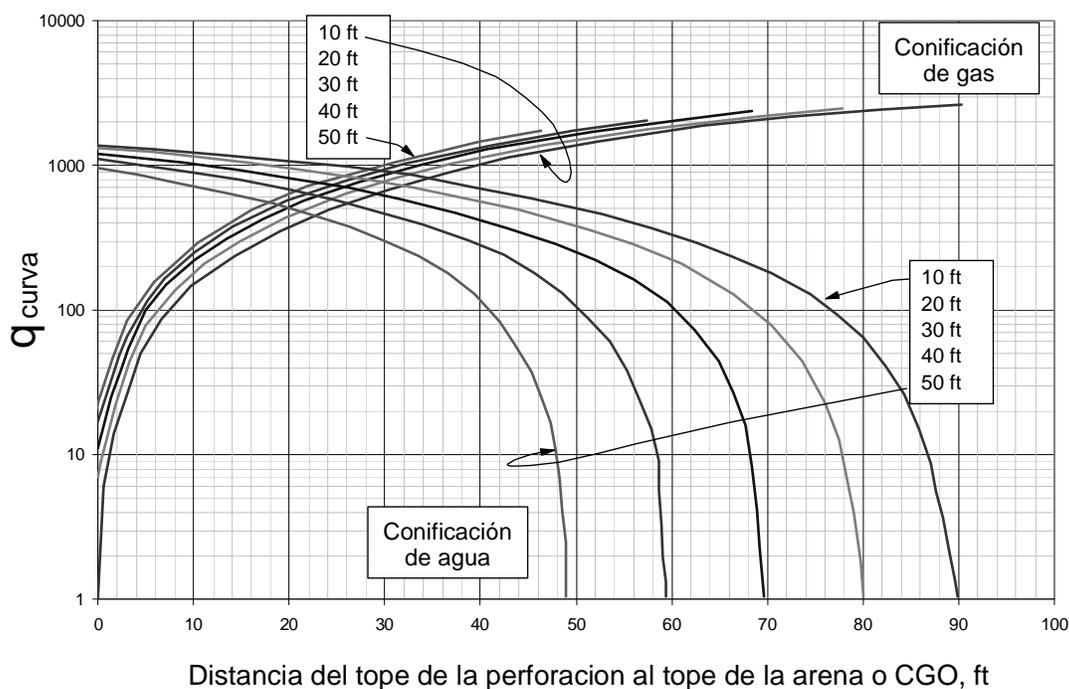


Fig. 8.4.e. Rata de producción crítica³ para $h = 100$ ft, $r_w = 3''$ y $r_e = 1000$ ft

$$q_c = \frac{0.00333q_{curva}k(\rho_w - \rho_o)}{\mu_o B_o} \quad (8.6)$$

Un método alternativo es usar la Ec. 8.7 que tiene un error dentro del 5 %. Para $h = 25$ ft el error es ligeramente mayor:

$$q_{curve} = 0.1313(h^2 - D^2) + 34\left(\frac{57-h}{44}\right)^2 - 250\left(\frac{D}{h} - 0.3\right)\left(\frac{h-10}{90}\right)^2 - 40 \quad (8.7)$$

donde $10 \text{ ft} \leq h \leq 100 \text{ ft}$ y $0.1 \leq D/h \leq 0.5$.

EJEMPLO

Use los datos del problema de la sección 8.2.1 para determinar el caudal crítico.

SOLUCIÓN

Puesto que hay 50 ft desde el tope de la zona de petróleo hasta el contacto gas-petróleo, se usa la Fig. 8.4.c. Se asume que el intervalo completado está al tope de la zona de petróleo,

por lo tanto el valor de entrada en el eje x es cero. Cortando con la curva para un intervalo perforado de 10 ft. De allí $q_{curva} = 280$ bbl/D. Insertando este valor en la Ec. 8.6 se tiene:

$$q_c = \frac{0.00333 q_{curva} k (\rho_w - \rho_o)}{\mu_o B_o} = \frac{0.00333(280)(100)(0.25)}{(1)(1.2)} = 19.4 \text{ STB/D}$$

Utilizando la Ec. 8.7:

$$q_{curve} = 0.1313(50^2 - 10^2) + 34 \left(\frac{57 - 50}{44} \right)^2 - 250 \left(\frac{10}{50} - 0.3 \right) \left(\frac{50 - 10}{90} \right)^2 - 40 = 280.9 \text{ B/D}$$

Por lo tanto:

$$q_c = 19.4(280.9 / 280) = 19.5 \text{ STB/D}$$

Este método predice ratas críticas aproximadamente el doble de la predicción de Meyer y Garder.

8.2.4. Método de Bournazel y Jeanson³

Ellos le hicieron dos cambios al método de Sobocinski y Cornelious: (1) Se desarrolló una ecuación para reemplazar la altura del cono vs. el tiempo adimensional, (2) Encontraron que $\alpha = 0.7$ para $0.14 \leq M \leq 7.3$. Las nuevas ecuaciones son:

$$Z = \frac{0.00307(\rho_w - \rho_o) k_H h h_c}{\mu_o B_o q_o} \quad (8.2)$$

Tiempo adimensional de ruptura:

$$t_{Dbr} = \frac{Z}{3 - 0.7Z} \quad (8.8)$$

Tiempo real de ruptura:

$$t = \frac{\mu_o \phi h F_K t_{Dbr}}{0.000137(\rho_w - \rho_o) k_H (1 + M^\alpha)} \quad (8.9)$$

Los tiempos de ruptura de este método son menores que los predichos por Sobocinski y Cornelious. Para valores de Z entre 0.1 y 3, los tiempos de ruptura de este método están entre el 40 y 50 % del método de Sobocinski y Cornelious.

Inspeccionando la Ec. 8.8 puede verse que el tiempo adimensional se hace infinito cuando $Z = 4.28$. Luego la rata crítica será:

$$q_c = \frac{0.000717(\rho_w - \rho_o)k_H h h_c}{\mu_o B_o} \quad (8.10)$$

EJEMPLO

Trabaje el ejemplo de la sección 8.2.2 y determine el tiempo de ruptura.

$$Z = \frac{0.00307(\rho_w - \rho_o)k h h_c}{\mu_o B_o q_o} = \frac{0.00307(0.2)(50)(40)(30)}{(1)(1.2)(50)} = 0.61$$

$$t_{Dbr} = \frac{Z}{3 - 0.7Z} = \frac{0.61}{3 - 0.7(0.61)} = 0.237$$

Tiempo de ruptura adimensional:

$$t = \frac{\mu_o \phi h F_K t_D}{0.000137(\rho_w - \rho_o)k_H (1 + M^\alpha)} = \frac{(1)(0.2)(40)(10)(0.237)}{0.000137(0.2)(50)(1 + 1.5^{0.7})} = 594 \text{ dias} = 1.6 \text{ años}$$

Usando la Ec. 8.10, el caudal crítico es:

$$q_c = \frac{0.000717(\rho_w - \rho_o)k_H h h_c}{\mu_o B_o} = \frac{0.000717(0.25)(100)(50)(40)}{(1)(1.2)} = 29.9 \text{ STB} / D$$

8.2.5. Método de Kuo y Desbrisay³

Ellos publicaron una ecuación que reproduce exactamente la gráfica de conificación de Sobocinski y Cornelious (Ec. 8.4). Para rata críticas, Kuo y Desbrisay usaron los cálculos de Schols, cuya ecuación es:

$$q_c = (A)(B)(C) \quad (8.11)$$

$$A = \frac{(\rho_w - \rho_o)k(h^2 - D^2)}{2049\mu_o B_o} \quad (8.12)$$

$$B = 0.432 + \frac{\pi}{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \quad (8.13)$$

$$C = \left(\frac{h}{r_e} \right)^{0.14} \quad (8.14)$$

EJEMPLO

Usando los datos del ejemplo de la sección 8.2.1 determine el caudal crítico por el método de Kuo y Desbrisay.

SOLUCIÓN

$$A = \frac{(\rho_w - \rho_o)k(h^2 - D^2)}{2049\mu_o B_o} = \frac{(0.25)(100)(50^2 - 10^2)}{2049(1)(1.2)} = 24.402$$

$$B = 0.432 + \frac{\pi}{\ln\left(\frac{r_e}{r}\right)} = 0.432 + \frac{\pi}{\ln\left(\frac{745}{0.25}\right)} = 0.825$$

$$C = \left(\frac{h}{r_e} \right)^{0.14} = \left(\frac{50}{745} \right)^{0.14} = 0.685$$

$$q_c = (A)(B)(C) = (24.402)(0.825)(0.685) = 13.79 \text{ STB} / D$$

Kuo y Desbrisay³ desarrollaron un método simple para desarrollar una correlación para predecir el comportamiento del corte de agua en un yacimiento con empuje de agua de fondo. Ellos usan el método de Bournazel y Jeanson como se describió en la sección 8.2.4. Basado en sus resultados, ellos tomaron la producción de agua a comenzarse a la mitad del tiempo predicho por Bournazel y Jeanson. Ellos definieron dos variables adimensionales:

$$t_D = \frac{t}{t_{Dbt}} \quad (8.15)$$

$$(WC)_D = \frac{WC}{WC_{\text{lim}}} \quad (8.16)$$

$$WC_{\text{lim}} = \frac{Mh_w}{Mh_w + h_o} \quad (8.17)$$

$(WC)_D$ = Corte adimensional de agua

WC = Corte de agua real, fracción

h_w = espesor real de la zona de agua, ft

h_o = espesor real de la zona de aceite, ft

Para evaluar WC_{lim} se hicieron otras consideraciones. El flujo vertical de agua a presión constante se asumió tal que la producción del pozo causa movimiento equivalente de agua. También se asume que el área seccional es constante. Con estas consideraciones, presentaron la siguiente ecuación de balance de materia que se resuelve por ensayo y error.

$$h_o = H_o \left[1 - \left(\frac{N_p}{N} \right) \frac{1 - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{or}} \right] \quad (8.18)$$

$$h_w = H_w + H_o \left[1 - \left(\frac{N_p}{N} \right) \frac{1 - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{or}} \right] \quad (8.19)$$

H_o = Espesor original de la zona de aceite, ft (original WOC al tope de la zona de aceite)

H_w = Espesor original de la zona de agua, ft

La Ec. 8.16 relaciona el corte real de agua adimensional. El corte de agua adimensional y el tiempo se relacionan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} (WC)_D &= 0.0 && \text{para } t_D < 0.5 \\ (WC)_D &= 0.94 && \text{para } 0.5 \leq t_D \leq 5.7 \\ (WC)_D &= 1 && \text{para } t_D > 5.7 \end{aligned}$$

8.3. DIGITACIÓN DE AGUA³

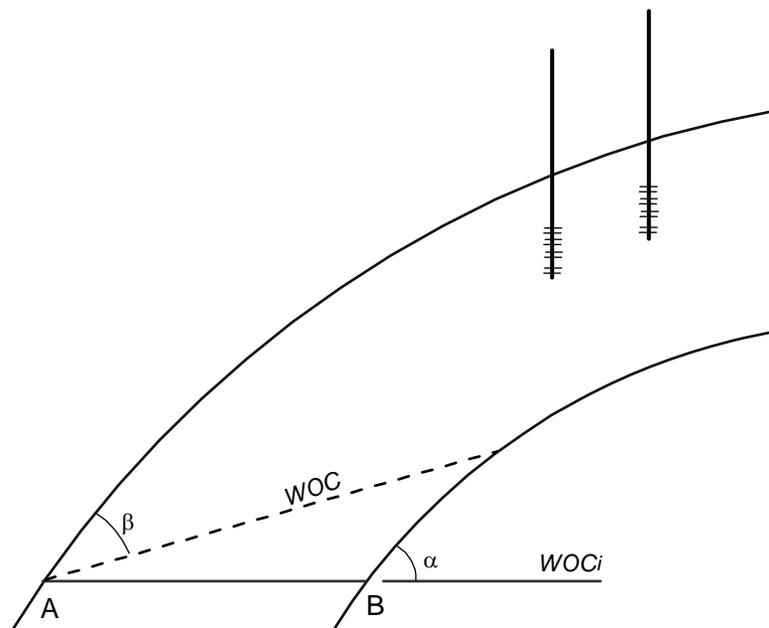
Slider presentó un método para analizar la inclinación del contacto agua petróleo como resultado de la producción de pozos estructuralmente altos.

La distancia del intervalo de producción de cualquier pozo y el punto A (ver Fig. 8.5) es más grande que desde B , si la permeabilidad de la formación es relativamente uniforme o no habrá inclinación del contacto agua petróleo.

El criterio de estabilidad depende si β es constante o no. Cuando β está variando, habrá inestabilidad.

$$\tan \beta = \frac{(G - [M - 1]) \tan \alpha}{G} \quad (8.20)$$

$$G = \frac{0.488(\gamma_o - \gamma_w)k A k_{rw} \text{Sen } \alpha}{Qt \mu_w} \quad (8.21)$$

Fig. 8.5. Digitación de agua³

- Si $G > M-1$, existe estabilidad del WOC
- Si $G < M-1$, existe inestabilidad del WOC
- Si $G = M-1$ existe límite de estabilidad

La máxima rata de movimiento de fluidos hacia arriba de la estructura para mantener el contacto agua petróleo estable es:

$$q_c = \frac{0.488(\gamma_w - \gamma_o)k A \text{ Sen } \alpha}{\frac{\mu_o}{k_{ro}} - \frac{\mu_w}{k_{rw}}} \quad (8.22)$$

En la anterior ecuación k está dado en darcies.

EJEMPLO

Determine el máximo caudal para crear un contacto agua petróleo estable con el tiempo. $k = 0.5$ D, $A = 50000$ pie², diferencia de densidades = 0.2 gr/cc, ángulo $\alpha = 10$, viscosidad del petróleo 2 cp, $k_{ro} = 1$, $k_{rw} = 0.25$, y viscosidad del agua 0.4 cp.

SOLUCIÓN

Usando la Ec. 8.22:

$$q_c = \frac{0.488(\gamma_w - \gamma_o)k A \text{ Sen } \alpha}{\frac{\mu_o}{k_{ro}} - \frac{\mu_w}{k_{rw}}} = \frac{0.488(0.2)(0.5)(50000)(0.174)}{\frac{2}{1} - \frac{0.4}{0.25}} = 1061.4 \text{ B/D}$$

Asumiendo que los pozos que están en la parte superior de la estructura producen solo crudo, entonces:

$$q_{\text{sup}} = \frac{q_c}{B_o} = \frac{1061.4}{1.35} = 786.2 \text{ STB/D}$$

REFERENCIAS

1. Craft, B.C. and M.F., Hawkins. "*Applied Reservoir Engineering*". Prentice-Hall International. New Jersey, 1991.
2. Slider, H.C. "*Worldwide Practical Petroleum Reservoir Engineering Methods*". PennWell Books. Tulsa, Ok. 1983.
3. Smith, C.R., and Tracy, G.W. "*Applied Reservoir Engineering*". Oil & Gas Consultants, Inc. Tulsa, Ok. 1987.

APENDICE A

MÉTODO DE MUSKAT^{3,6,10,13}

A.1. ASPECTO TEORICO

Este método fue presentado por Muskat en 1945. El método es aplicable a yacimientos de petróleo que producen por gas en solución con la posibilidad de incluir capa de gas e inyección de gas. Este método hace uso de la ecuación de balance de materiales en forma diferencial y se aplica a volúmenes pequeños del yacimiento con gradientes de presión despreciables.

Muskat consideró el yacimiento como un medio poroso homogéneo a lo largo del cual la presión es uniforme. Lo comparó con un tanque con válvulas de salida distribuidas continua y uniformemente utilizadas para drenar fluidos. Cada elemento de volumen del yacimiento produce a través de su propia salida y no existe intercambio de fluido entre los elementos de volumen. El comportamiento del yacimiento total se determina a partir del comportamiento de cualquiera de los elementos de volumen que forman el yacimiento.

Considere una unidad de volumen poroso (un barril) en un yacimiento de volumétrico sin capa de gas. Considere además que el petróleo remanente después del período de producción está uniformemente distribuido. Si S_o representa la saturación de petróleo a cualquier tiempo durante la producción del yacimiento, el volumen de petróleo a condiciones del yacimiento, por barril de espacio poroso, será S_o barriles y a condiciones normales será S_o/β_o . El volumen de gas se da en pies cúbicos normales por barril a condiciones de yacimiento y está determinado por el gas en solución más el gas libre, que matemáticamente se expresa:

$$\frac{S_o}{\beta_o} R_s + (1 - S_o - S_w) \frac{1}{\beta_g} \quad (A.1)$$

Los caudales de aceite y gas a condiciones normales se expresan como el cambio del volumen de petróleo y gas existente en el espacio poroso unitario con el tiempo. Si Q_o es el caudal de petróleo y Q_g el de gas, a condiciones normales, se tiene:

$$Q_o = \frac{d}{dt} \left(\frac{S_o}{\beta_o} \right) \quad (A.2)$$

$$Q_g = \frac{d}{dt} \left[\frac{S_o}{\beta_o} R_s + (1 - S_o - S_w) \frac{1}{\beta_g} \right] \quad (\text{A.3})$$

La razón gas-petróleo instantánea, Ri , resulta de dividir el caudal de gas por el caudal de petróleo, así:

$$Ri = \frac{Q_g}{Q_o} = \frac{\frac{d}{dt} \left[\frac{S_o}{\beta_o} R_s + (1 - S_o - S_w) \frac{1}{\beta_g} \right]}{\frac{d}{dt} \left(\frac{S_o}{\beta_o} \right)} \quad (\text{A.4})$$

En esta ecuación los diferenciales están dados en función del tiempo, pero pueden expresarse en función de presión ya que esta variable es independiente. Por lo tanto, puede escribirse:

$$\frac{d}{dt} = \frac{d}{dp} \frac{dp}{dt} \quad (\text{A.5})$$

y la ecuación de Ri se convierte en,

$$Ri = \frac{\frac{d}{dp} \left[\frac{S_o}{\beta_o} R_s + (1 - S_o - S_w) \frac{1}{\beta_g} \right]}{\frac{d}{dp} \left(\frac{S_o}{\beta_o} \right)} \quad (\text{A.6})$$

En esta ecuación todos los términos son función de presión. Derivando:

$$Ri = R_s + \frac{\frac{S_o}{\beta_o} \frac{dR_s}{dp} + (1 - S_o - S_w) \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{\beta_g} \right)}{\frac{1}{\beta_o^2} \left(\beta_o \frac{dS_o}{dp} - S_o \frac{d\beta_o}{dp} \right)} \quad (\text{A.7})$$

La razón gas-petróleo instantánea, Ri , está dada por:

$$Ri = R_s + \frac{k_g \mu_o \beta_o}{k_o \mu_g \beta_g} \quad (\text{A.8})$$

Igualando las dos ecuaciones anteriores:

$$\frac{k_g \mu_o \beta_o}{k_o \mu_g \beta_g} = R_s + \frac{\frac{S_o}{\beta_o} \frac{dR_s}{dp} + (1 - S_o - S_w) \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{\beta_g} \right)}{\frac{1}{\beta_o^2} \left(\beta_o \frac{dS_o}{dp} - S_o \frac{d\beta_o}{dp} \right)} \quad (\text{A.9})$$

Despejando $\frac{dS_o}{dp}$;

$$\frac{dS_o}{dp} = \frac{\frac{S_o \beta_g}{\beta_o} \frac{dR_s}{dp} + (1 - S_o - S_w) \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{\beta_g} \right) \beta_g + \frac{S_o \mu_o k_g}{\beta_o \mu_g k_o} \frac{d\beta_o}{dp}}{1 + \frac{k_g \mu_o}{k_o \mu_g}} \quad (\text{A.10})$$

Defina:

$$\lambda = \frac{\beta_g}{\beta_o} \frac{dR_s}{dp} \quad (\text{A.11})$$

$$\sigma = \beta_g \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{\beta_g} \right) \quad (\text{A.12})$$

$$\eta = \frac{1}{\beta_o} \frac{\mu_o}{\mu_g} \frac{d\beta_o}{dp} \quad (\text{A.13})$$

$$\psi = \frac{k_g}{k_o} \quad (\text{A.14})$$

y reemplace estos términos en la ecuación de $\frac{dS_o}{dp}$

$$\frac{dS_o}{dp} = \frac{S_o \lambda + (1 - S_o - S_w) \sigma + S_o \psi \eta}{1 + \psi \frac{\mu_o}{\mu_g}} \quad (\text{A.15})$$

La ecuación (A.15) es la ecuación de predicción de Muskat en forma diferencial aplicada a yacimientos de empuje por gas en solución. Dicha ecuación no tiene solución analítica y por tanto debe resolverse numéricamente asumiendo decrementos finitos de presión, ΔP . La ecuación (A.15) expresada en decrementos finitos es:

$$\Delta S_o = \Delta p \left[\frac{S_o \lambda + (1 - S_o - S_w) \sigma + S_o \psi \eta}{1 + \psi \frac{\mu_o}{\mu_g}} \right] \quad (\text{A.16})$$

Con la ecuación (A.16) se calcula directamente el cambio de saturación para un cambio de presión dado. Los decrementos de presión deben ser pequeños con el fin de obtener oscilación numérica.

Los términos λ , σ y η son funciones de presión y se obtienen a partir de las propiedades de los fluidos. El valor de los términos $\frac{dR_s}{dp}$, $\frac{d}{dp} \left(\frac{1}{\beta_g} \right)$ y $\frac{d\beta_o}{dp}$ se obtienen de las curvas de R_s , $1/\beta_g$, y β_o en función de la presión.

Para calcular el valor de ΔS_o , correspondiente a un valor dado de $\Delta P = P_1 - P_2$, los valores de λ , σ , η y μ_o/μ_g deben evaluarse a la presión promedio del intervalo, o sea, a $(P_1 + P_2)/2$ ya que para intervalos pequeños de ΔP , puede asumirse una variación lineal entre P_1 y P_2 para un decremento de saturación $\Delta S_o = (S_{o1} - S_{o2})$. La determinación de k_g/k_o y $(1 - S_o - S_w)$ requiere del conocimiento de la saturación promedio correspondiente al decremento de presión dado o mediante el uso de correlaciones empíricas como se efectúa en el presente trabajo. Este valor también podría determinarse por tanteo pero es demasiado arriesgado y poco recomendable. Si los decrementos de presión son pequeños puede, tomarse el valor de saturación de petróleo al comienzo del intervalo, es decir, el correspondiente a la presión P_1 , obteniéndose buenos resultados. Esto se hace normalmente en la práctica. Sin embargo es bueno tener presente que existe determinado error. Además los errores por este concepto son acumulativos. Si se quiere obviar este error, Muskat recomienda usar el método de Runge - Kutta para tener más precisión en la solución numérica de la ecuación diferencial.

A.2. PROCEDIMIENTO

El cálculo de predicción por el método de Muskat puede resumirse en los siguientes pasos:

- 1) Se construyen gráficos de λ , σ , η , y μ_o/μ_g .
- 2) Se asume un decremento de presión ΔP , por debajo de la presión inicial.
- 3) De los gráficos construidos en el paso (1), determine los valores de λ , σ , η y μ_o/μ_g a la presión promedio.
- 4) Se obtiene ψ a la saturación de petróleo inicial. Debe tenerse en cuenta que este paso solo se requiere en la primera etapa, pues en las etapas posteriores ha sido calculado de la etapa inmediatamente anterior.
- 5) Se calcula ΔS_o para el decremento de presión ΔP .
- 6) Se resta ΔS_o calculado en el paso (5) de la saturación de petróleo S_{o1} correspondiente a la presión P_A . El resultado S_{o2} será la saturación S_{o1} para el decremento siguiente.

7) Considerando la saturación de agua connata constante, se calcula la producción fraccional de petróleo a la presión P_2 a partir de la siguiente ecuación:

$$\frac{Np_2}{N} = 1 - \frac{S_{o2}\beta_{oi}}{(1-S_w)\beta_{o2}} \quad (\text{A.17})$$

- 8) Con el valor de S_{o2} se obtiene el valor de $\psi_2 = (k_g/k_o)_2$ y se calcula la razón gas-petróleo instantánea a partir de la ecuación (A.8).
- 9) Se asume un nuevo decremento de presión y se repite el procedimiento de (3) a (8) y así sucesivamente para diferentes ΔP hasta obtener la presión mínima de predicción. Por ultimo se grafican la presión y la razón gas-petróleo instantánea como función de producción fiscal acumulada de petróleo.

El método Muskat también puede usarse para predecir el comportamiento de yacimientos bajo de inyección de gas o capa de gas. En estos casos, debido a las suposiciones de la ecuación de Muskat, se debe asumir que el gas inyectado se distribuye uniformemente a través de la zona productora de petróleo y que la capa de gas no se expande. A continuación se darán sin deducir las ecuaciones de Muskat para estos casos.

A.3. YACIMIENTOS DE EMPUJE POR DEPLECION E INYECCIÓN DE GAS

Si I es la fracción del gas producido que se inyecta a la formación, la ecuación de Muskat para este caso es:

$$\Delta S_o = \Delta p \left[\frac{S_o \lambda + (1 - S_o - S_w) \sigma + S_o \eta \left(\psi - \frac{RiI}{\alpha} \right)}{1 + \frac{\mu_o}{\mu_g} \left(\psi - \frac{RiI}{\alpha} \right)} \right] \quad (\text{A.18})$$

$$\alpha = \frac{\beta_o \mu_o}{\beta_g \mu_g} \quad (\text{A.19})$$

El método de predicción es el mismo descrito anteriormente, solo que se cambia la Ec. (A.16) por la Ec. (A.18).

A.4. YACIMIENTOS DE EMPUJE POR DEPLECION, CAPA DE GAS E INYECCIÓN DE GAS

Esta ecuación es deducida en la referencia 3 tomando como base la ecuación de balance de materiales sin intrusión ni producción de agua, la relación gas-petróleo instantánea se calcula mediante la Ec. (A.8) y la ecuación de saturación es:

$$S_o = (1 - S_w) \left(1 - \frac{N_p}{N} \right) \frac{\beta_o}{\beta_{oi}} \quad (\text{A.20})$$

La ecuación resultante es:

$$\Delta S_o = \Delta p \left[\frac{S_o \lambda + [(1 + m)(1 - S_w) - S_o] \sigma + S_o \eta \left(\psi - \frac{RiI}{\alpha} \right)}{1 + \frac{\mu_o}{\mu_g} \left(\psi - \frac{RiI}{\alpha} \right)} \right] \quad (\text{A.21})$$

APENDICE B

METODO DE PIRSON^{3,6,10,13}

B.1. GENERALIDADES

Es también conocido como el método de diferencias finitas, en virtud a que la ecuación de balance de materia es expresada en forma de diferencias finitas. Es un método de ensayo y error que asume un valor del incremento de la producción, ΔNp , en un intervalo de presión determinado y se calcula este valor usando la ecuación de balance de materia, la ecuación de saturación y la de relación gas-petróleo instantáneo que fueron suministrados en el capítulo I. En el caso de que el valor calculado no sea el mismo, o muy aproximado, al valor asumido, se repiten los cálculos asumiendo como nuevo valor el valor calculado y así sucesivamente hasta que exista convergencia entre los valores asumido y calculado. El hecho de utilizar como nuevo ensayo y error el valor recientemente calculado hace del método relativamente corto, requiriendo no más de cinco iteraciones. Lo que lo hace más exacto que los métodos de Tracy y Muskat ya que obvia la continuidad lineal del yacimiento en el intervalo de presión en cuestión. Como se vio en el capítulo primero, el método de Muskat no requiere ensayo y error pero los errores asociados son acumulativos y existe mayor error a medida que se toman decrementos mayores de presión. En otras palabras, es un método inestable.

La ecuación de balance de materia para un yacimiento que produce únicamente por gas en solución es:

$$N = \frac{Np(\beta_o - R_s \beta_g) + \beta_g Gp}{\beta_g (R_{si} - R_s) - (\beta_{oi} - \beta_o)} \quad (\text{B.1})$$

Considere que la producción es una fracción del petróleo original en el yacimiento (factor de recobro) y que la cantidad de petróleo original, N , es 1. Dividiendo la Ec. (B.1) por β_g , se tiene:

$$1 = \frac{N_p \left(\frac{\beta_o}{\beta_g} - R_s \right) + Gp}{\left(\frac{\beta_o}{\beta_g} - R_s \right) - \left(\frac{\beta_{oi}}{\beta_g} - R_{si} \right)} \quad (\text{B.2})$$

Defina p_j y p_{j+1} dos presiones sucesivas del yacimiento ($p_j > p_{j+1}$) para un periodo de producción fraccional $\Delta_j^{j+1} Np$. Desde el inicio de la producción han ocurrido decrementos

de presión $p=1,2,3,\dots,j$ y en cada uno de ellos ha ocurrido una producción fraccional $\Delta Np_1 = \Delta_0^1 Np$, $\Delta Np_2 = \Delta_1^2 Np$, $\Delta Np_3 = \Delta_2^3 Np$, .. $\Delta Np_j = \Delta_j^{j+1} Np$, con relaciones gas-aceite promedias en cada intervalo:

$$\bar{R}i_1 = \frac{Ri_0 + Ri_1}{2} \quad (\text{B.3})$$

$$\bar{R}i_2 = \frac{Ri_1 + Ri_2}{2} \quad (\text{B.4})$$

$$\bar{R}i_j = \frac{Ri_{j-1} + Ri_j}{2} \quad (\text{B.5})$$

En esta forma el gas producido hasta el punto j , es:

$$Gp_j = \sum_{j=1}^j \Delta Np_j \bar{R}i_j \quad (\text{B.6})$$

Escribiendo la Ec. (B.2) a la presión p_j y p_{j+1} :

$$\left(\frac{\beta_o}{\beta_g} - Rs \right)_j - \left(\frac{\beta_{oi}}{\beta_g} - Rsi \right)_j = Np_j \left(\frac{\beta_o}{\beta_g} - Rs \right)_j + \sum_{j=1}^j \Delta Np_j \bar{R}i_j \quad (\text{B.7})$$

$$\left(\frac{\beta_o}{\beta_g} - Rs \right)_{j+1} - \left(\frac{\beta_{oi}}{\beta_g} - Rsi \right)_{j+1} = Np_j \left(\frac{\beta_o}{\beta_g} - Rs \right)_{j+1} + \sum_{j=1}^{j+1} \Delta Np_{j+1} \bar{R}i_{j+1} \quad (\text{B.8})$$

Puesto que:

$$Np_{j+1} = Np_j + \Delta_j^{j+1} Np \quad (\text{B.9})$$

$$\bar{R}i_j^{j+1} \Delta_j^{j+1} Np = \sum_{j=1}^j Np_j \bar{R}i_j - \sum_{j=1}^{j+1} Np_{j+1} \bar{R}i_{j+1} \quad (\text{B.10})$$

Defina:

$$\Delta_j^{j+1} \left(\frac{\beta_o}{\beta_g} - Rs \right) = \left(\frac{\beta_o}{\beta_g} - Rs \right)_{j+1} - \left(\frac{\beta_o}{\beta_g} - Rs \right)_j \quad (\text{B.11})$$

$$\Delta_j^{j+1} \left(\frac{1}{\beta_g} \right) = \left(\frac{1}{\beta_g} \right)_{j+1} - \left(\frac{1}{\beta_g} \right)_j \quad (\text{B.12})$$

Restando la Ec. (B.7) de la Ec. (B.8), reemplazando las ecuaciones anteriores y despejando $\Delta_j^{j+1} Np$, se tiene;

$$\Delta_j^{j+1} Np = \frac{(1 - Np_j) \Delta_j^{j+1} \left(\frac{\beta_o}{\beta_g} - R_s \right) - \beta_{oi} \Delta_j^{j+1} \left(\frac{1}{\beta_g} \right)}{\left(\frac{\beta_o}{\beta_g} - R_s \right)_{j+1} + (\bar{R}i)_j^{j+1}} \quad (\text{B.13})$$

$$(\bar{R}i)_j^{j+1} = \left(\frac{Ri_j + Ri_{j+1}}{2} \right) \quad (\text{B.14})$$

B.2. PROCEDIMIENTO

Los pasos para efectuar pronósticos mediante el método de Pirson se listan a continuación:

Al inicio de la producción para presiones mayores a la presión del punto de burbuja, P_b , la relación $k_g/k_o = 0$ y el cálculo de $\Delta_j^{j+1} Np$ es directo usando la Ec. (B.13) ya que $(\bar{R}i)_j^{j+1}$ es únicamente función de la presión. Una vez la relación de permeabilidades k_g/k_o tenga un valor mayor de cero, se considera un valor de presión igual a p_{j+1} y se calculan los parámetros función de presión. Todos los valores en el punto j han sido calculados en la etapa anterior. Se asume luego un valor de $\Delta_j^{j+1} Np$.

Se calcula Np_{j+1} utilizando la Ec. (B.9) y luego la saturación correspondiente con la Ec. (A.20).

Con el valor de la saturación obtenido en el paso 2, se obtiene la relación de permeabilidades k_g/k_o ya sea por medio de datos de laboratorio o por correlaciones empíricas como se hizo en este trabajo. Luego se calcula $(\bar{R}i)_j^{j+1}$ por medio de la Ec. (B.14).

Se calcula $\Delta_j^{j+1} Np$ utilizando la Ec. (B.13). Si este valor calculado es igual al asumido (dentro de un límite de error preestablecido) en el paso 1, se continúa con la siguiente paso. En caso contrario, se toma el valor recientemente calculado como el nuevo valor asumido y se repiten los cálculos hasta cuando exista convergencia. Cuidar de restar el valor de producción acumulada de la Ec. (B.9).

Se considera el siguiente valor de p_{j+1} y se repiten los cálculos desde el paso B.

APENDICE C

METODO DE TARNER^{3,6,10,13}

C.1. ASPECTO TEORICO

Como la mayoría, éste es un método de ensayo y error. Se fundamenta en la solución simultánea de las ecuaciones de balance de materia, de saturación y de la relación gas-petróleo instantánea. En síntesis, se calcula la saturación de líquidos para una presión asumida y varios (normalmente tres) factores de recobro asumidos. Con dichos valores asumidos se calcula la cantidad de gas producida y con la saturación (a una presión dada o asumida) se calcula la relación gas-petróleo instantánea de donde también se calcula el gas producido. El factor de recobro verdadero a la presión asumida resultará cuando el gas producido calculado sea igual al valor de gas producido obtenido a partir de la razón gas-petróleo instantánea. El procedimiento se repite asumiendo una presión menor y recuperaciones mayores.

La ecuación de balance de materiales, escrita para la forma de producción de gas, Ec. (B.1), para el caso de un yacimiento que produce únicamente por gas en solución, es:

$$\frac{\Delta Gp}{N} = \left(\frac{Gp_2 - Gp_1}{N} \right) = \left[(Rs_1 - Rs_2) + \left(\frac{\beta_{oi} - \beta_{o1}}{\beta_{g1}} \right) - \left(\frac{\beta_{oi} - \beta_{o2}}{\beta_{g2}} \right) \right] + \frac{Np_1}{N} \left(\frac{\beta_{o1}}{\beta_{g1}} - Rs_1 \right) - \frac{Np_2}{N} \left(\frac{\beta_{o2}}{\beta_{g2}} - Rs_2 \right) \quad (C.1)$$

Las ecuaciones de saturación y relación gas-petróleo son respectivamente Ec. (A.20) y Ec. (A.8). La Ec. (A.8), puede escribirse como:

$$Ri = R_s + \frac{k_g \mu_o \beta_o}{k_o \mu_g \beta_g} \quad (C.2)$$

$$Ri = R_s + \frac{k_g}{k_o} F \quad (C.3)$$

Donde $F = \frac{\mu_o \beta_o}{\mu_g \beta_g}$. La producción de gas en un intervalo entre dos producciones acumuladas de petróleo fiscal, Np_1-Np_2 , Ec. (C.1), también puede calcularse a partir de la razón gas-petróleo instantánea y la producción de aceite durante el intervalo, puesto que el gas producido resulta de:

$$dGp = Ri dNp \quad (C.4)$$

Integrando la Ec. (C.4) entre los límites del intervalo, considerando una relación gas-petróleo promedia para el mismo intervalo, se tiene:

$$\Delta Gp = (Gp_2 - Gp_1) = \bar{Ri}(Np_2 - Np_1) = \left[\frac{Ri_1 + Ri_2}{2} \right] (Np_2 - Np_1) \quad (C.5)$$

$$\frac{\Delta Gp}{N} = \left(\frac{Gp_2 - Gp_1}{N} \right) = \left[\frac{Ri_1 + Ri_2}{2} \right] \left(\frac{Np_2 - Np_1}{N} \right) = \left[\frac{Ri_1 + Ri_2}{2} \right] \left(\frac{\Delta Np}{N} \right) \quad (C.6)$$

Reemplazando la Ec. (C.3) para Ri_1 y Ri_2 , se tiene:

$$\frac{\Delta Gp}{N} = \left(\frac{Gp_2 - Gp_1}{N} \right) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{k_g}{k_o} \right)_1 F_1 + \left(\frac{k_g}{k_o} \right)_2 F_2 + Rs_1 + Rs_2 \right] \left(\frac{Np_2 - Np_1}{N} \right) \quad (C.7)$$

Para calcular la razón gas-petróleo instantánea se necesita conocer la relación de permeabilidades, lo que a su vez requiere la saturación de líquido. Una vez la presión del yacimiento, p_1 , se conoce, a la producción acumulada de petróleo fiscal Np_1 , el procedimiento de cálculo de la técnica de Tarner para la obtención de la presión del yacimiento p_2 ($p_2 < p_1$) y de la razón gas-petróleo instantánea Ri_2 correspondiente a una producción acumulada Np_2 es:

C.2. PROCEDIMIENTO DE CALCULO

1. Se selecciona la presión p_2 un poco menor que p_1 y se calculan las propiedades PVT correspondientes a p_2 . Se asume que los datos PVT para la presión 1 han sido evaluados en la etapa anterior). En vista a que la relación gas-aceite instantánea disminuye hasta alcanzar la saturación crítica de gas y luego aumenta rápidamente, se recomienda que dicho punto sea seleccionado al final del primer intervalo de presión. Esto puede hacer considerando la relación de permeabilidades igual a cero en el primer intervalo y seleccionar varias presiones p_2 hasta cuando la saturación de líquido corresponda a la crítica de gas. Los decrementos de presión en los intervalos restantes no deben ser muy grandes, para reducir errores.
2. Se asumen tres factores de recobro Np_2/N a p_2 .
3. Se calcula el gas producido durante el intervalo (p_1-p_2) por medio de la Ec. (C.1). De esta forma se obtienen tres valores de $\Delta Gp/N$ denominados A1, A2 y AC.
4. Para cada valor asumido de Np_2/N , se calcula la saturación de líquidos con la Ec. (1.8).
5. Para cada valor de saturación de líquidos calculada en el paso 4, se determina la relación de permeabilidades, k_g/k_o , a partir de correlaciones empíricas (como se hizo en este trabajo) o de datos de laboratorio.

6. Para cada valor obtenido en el paso anterior, se calcula la cantidad de gas producida durante el intervalo (p_1-p_2) utilizando la Ec. (C.7), basada en la razón gas-petróleo instantáneas. Por lo tanto, se obtienen tres valores de $\Delta Gp/N$ denominados $A'1$, $A'2$ y $A'3$, respectivamente.
7. Los valores de $\Delta Gp/N$ del paso 2; $A1$, $A2$ y $A3$ se grafican contra los valores de Np_2/N asumidos. En el mismo papel se grafican los valores $A'1$, $A'2$ y $A'3$. En el punto de cruce de estas curvas, se lee el valor verdadero de Np_2/N correspondiente a p_2 ; también se lee el valor de $\Delta Gp/N$ verdadero correspondiente al intervalo en estudio. Cuando los valores seleccionados son bien adecuados y espaciados resulta una línea recta. Al seleccionar los valores de Np_2/N debe hacerse de modo tal que el punto de corte de líneas ocurra en un punto intermedio entre los valores de Np_2/N asumidos para evitar extrapolaciones y con ello crecimiento del error.
8. Una vez obtenido el valor correcto de Np_2/N , se reemplaza en la Ec. (1.20) obteniendo así el valor correcto de la saturación. Con este valor se obtiene el valor verdadero de la relación de permeabilidades y luego el valor de Ri_2 . Los valores correctos de Np_2/N y Ri_2 serán los valores de Np_1/N y Ri_1 para la siguiente etapa.

El procedimiento del paso 8 puede obviarse calculando una relación gas-petróleo instantánea promedia, así:

$$\bar{Ri} = \frac{\frac{Gp_2 - Gp_1}{N}}{\frac{Np_2 - Np_1}{N}} = \frac{\Delta Gp}{\Delta Np} \quad (C.8)$$

En este caso se dibuja la relación gas-petróleo en el punto medio de $\Delta Np/N$ y no en el punto Np_2/N como antes. El procedimiento de cálculo se repite tantas veces como sea necesario.

APENDICE D

METODO DE TRACY^{3,6,10,13}

El método de balance de materia de TRACY comprende un arreglo de la forma de la ecuación de balance de materia de Schilthuis y es usado para predecir el recobro y el comportamiento de un yacimiento de petróleo tipo depletado. Es un método de tanteo y quizás sea más usado que el de Tarner.

Los datos necesarios para desarrollar el método son los siguientes:

- Temperatura de yacimiento.
- Presión original de yacimiento.
- Petróleo inicial in-situ.
- Saturación de agua intersticial.
- Saturación de petróleo.
- Saturación de gas.
- Factor volumétrico original de formación de petróleo.
- Viscosidad del gas a condiciones de yacimiento, para presiones entre el punto de burbuja y la presión de abandono.
- Factores de expansibilidad promedios (c_f , c_o y c_w).
- Compresibilidad del petróleo.

D.1. METODO DE SOLUCIÓN

La forma de la ecuación de balance de materia de Tracy para yacimientos tipo depletados es:

$$1 = Np_n \phi_{on} + Gp_n \phi_{gn} \quad (D.1)$$

Expresando la Ec. (1) en decrementos:

$$\Delta Np = \frac{1 - Np_{n-1} \phi_o - Gp_{n-1} \phi_g}{\phi_o + \frac{\phi_g [Ri + Ri_{n-2}]}{2}} \quad (D.2)$$

Donde:

$$\phi_o = \frac{\left[\frac{\beta_o}{\beta_g} - R_s \right]}{X} \quad (\text{D.3})$$

$$\phi_g = \frac{1}{X} \quad (\text{D.4})$$

$$X = \left[\frac{\beta_o}{\beta_g} - R_s \right] - \left[\frac{\beta_{oi}}{\beta_g} - R_{si} \right] \quad (\text{D.5})$$

La saturación de líquidos se obtiene con la siguiente expresión:

$$S_L = S_w + (1 - S_w) \left[\frac{1 - N_p}{\beta_{oi}} \right] \beta_o \quad (\text{D.6})$$

Y la relación gas-petróleo instantáneo es dada por al Ec. (1.8):

$$Ri = R_s + \frac{k_g \mu_o \beta_o}{k_o \mu_g \beta_g} \quad (\text{D.7})$$

Y la compresibilidad efectiva está dada por:

$$c_e = c_o + \frac{c_w S_w}{1 - S_w} + \frac{c_f}{1 - S_w} \quad (\text{D.8})$$

En las ecuaciones (D.1), (D.2) y (D.6), N es mantenido igual a la unidad y todos los términos de producción son expresados como fracción del N actual. Normalmente la solución se inicia a la presión en el punto de burbuja. Pero cualquier presión más baja en la cual los recobros acumulativos de gas y petróleo son conocidos puede ser usada. Usualmente se utilizan decrementos de presión de 100 a 300 psi a partir de la presión inicial.

La ecuación (D.2) comprende dos incógnitas ΔN_p y Ri. Una vez es solucionada esta ecuación, puede hacerse lo mismo con las ecuaciones (D.6), (D.7) y (D.1). Para cualquier presión seleccionada las ecuaciones (3) y (4) pueden ser resueltas ya que comprenden solamente propiedades del fluido que son función de la presión.

La ecuación (D.2) puede ser fácilmente obtenida a partir de la ecuación de balance de materia de Schilthuis. Las ecuaciones (D.3) y (D.4) representan porciones de la ecuación (D.2) que son función de la presión y la temperatura. Los factores ϕ_o y ϕ_g son llamados factores de presión, y generalmente se conocen con el nombre de factor de producción del petróleo y factor de producción del gas. Estos factores son función de la presión para un determinado valor de m. En el punto de burbuja, β_g es igual a β_{gi} , $\beta_o = \beta_{oi}$ y $R_s = R_{si}$. Por lo

tanto el denominador de los factores F será cero y sus valores serán infinitos. Los datos para sus cálculos son obtenidos de los análisis de los fluidos en el fondo de pozo.

Cuando se determina el comportamiento futuro de un yacimiento usando la ecuación de balance materia es una práctica común estimar la producción incremental de petróleo para cada decremento de petróleo mediante cálculos de ensayo y error. El método de Tracy es bueno para determinar la relación instantánea gas-petróleo y las soluciones obtenidas mediante pocos pasos de ensayo y error, debido a que la relación gas petróleo es menos sensitiva a pequeñas inexactitudes.

Los factores de presión son muy sensitivos a condiciones de presión cercanas al punto de burbuja. El cambio rápido característico de estos factores cerca a la presión de saturación y el hecho de que la presión promedio del yacimiento no pueda determinarse de forma precisa en estos puntos, la ecuación de balance de materia no es confiable para ser usada en presiones cercanas al punto de burbuja. Sin embargo, después que la presión del yacimiento disminuye a un valor tal que las pendientes de los factores con presión sean menos pronunciadas, el petróleo original en el yacimiento puede determinarse con mejor exactitud.

Los valores de los factores F siempre disminuyen con la presión. El factor F_n es negativo para determinado intervalo de presión, pasa por un mínimo y luego aumenta poco a poco hasta llegar a tener de nuevo un valor positivo a presión atmosférica.

El método de Tracy es usado para determinar el comportamiento de un yacimiento tipo depletado, volumétrico ($W_e = W_p = 0$), con presiones por debajo del punto de burbuja. Para este propósito se genera un PVT mediante las correlaciones de STANDING -KATZ cuyos valores son utilizados en el método de balance de materia de Tracy. Para desarrollar el método de Tracy, también es necesario conocer el comportamiento de la relación de permeabilidades (k_{rg}/k_{ro}), el cual es determinado mediante las correlaciones de Walsh y Asociados.

Los datos de entrada para el método, son datos que pueden ser obtenidos en campo, tales como presión inicial, R_{si} , Temperatura del yacimiento, saturación de agua, gravedad del petróleo, saturación de gas crítica, saturación residual de petróleo y la composición del gas. Con estos datos es posible obtener el comportamiento de propiedades del yacimiento tales como: Petróleo producido acumulado, N_p , relación gas producido-petróleo producido, R_p , gas producido, G_p , y propiedades de los fluidos con respecto a la presión en el punto de burbuja durante la vida productiva del yacimiento.

D.2. CONDICIONES

- Yacimiento volumétrico.
- Solo es posible calcular el comportamiento a presiones por debajo del punto de burbuja .

- La solución del método se inicia en la presión del punto de burbuja, pero puede utilizarse una presión más baja a la cual los recobros acumulativos de gas y petróleo puedan ser usados.

D.3. PROCEDIMIENTO DE CALCULO

1. Seleccionar un decremento de presión, ΔP , y para $P = P_{n-1} - \Delta p$ hallar ΔN_p a partir de la ecuación (D.2) asumiendo R_i . El tamaño del decremento, Δp , depende de la tasa de cambio de la relación gas-petróleo con la presión. Cuanto mayor sea el cambio de la relación gas petróleo con la presión, más pequeño debe ser el decremento de presión escogido.
2. Solucionar la ecuación (D.6) usando $N_p = N_{p(n+1)} + \Delta N_p$.
3. Solucionar la ecuación (D.7) para R_i después de obtener K_g/K_o a un S_L .
4. Si el R_i calculado no es aproximadamente igual (de 50 a 100 pcn/BF dependiendo de la magnitud del R_i) al R_i estimado en la ecuación (D.2), use el R_i calculado y repita los pasos (1), (2) y (3). Los cálculos por ensayo y error continuaran hasta que el R_i calculado sea aproximadamente igual al R_i estimado.
5. Como un chequeo final a cada presión, solucione la ecuación (1). La parte derecha de la ecuación debe dar un valor entre 0,0091 y 1,009. Este será obtenido a cada presión si el R_i calculado y el R_i estimado son aproximadamente iguales.

APENDICE E

METODO DE SCHILTHUIS^{3,6,10,13}

E.1. INTRODUCCION

El propósito de este apéndice es estudiar detalladamente el método de Schilthuis para predecir el comportamiento y recobro final (recuperación total) de un yacimiento de petróleo. Se excluye la deducción de la ecuación de balance de materia de los yacimientos de petróleo y gas. Sin embargo, se partirá de la ecuación general de balance de materia para yacimientos de petróleos hasta llegar a la ecuación de balance de materia de Schilthuis.

E.2. ECUACION DE BALANCE DE MATERIA

Dos principios básicos se usan comúnmente en Ingeniería de yacimientos: la ley de conservación de la masa y la ley de conservación de la energía. La aplicación de éstos principios a yacimientos de hidrocarburos con el fin de obtener deducciones cuantitativas y predicciones constituye **el método de balance de materia para análisis de yacimientos**. La producción de petróleo y gas es una aplicación práctica de la ley de conservación de la masa. En general, se hace un balance entre los materiales del yacimiento y los materiales producidos. Dicho balance se acostumbra hacer con base en volúmenes, aunque no es estrictamente necesario. La forma más simple de la ecuación de balance de materia puede expresarse de la siguiente forma:

volumen inicial = Volumen remanente + volumen extraído.

La ecuación de balance de materia se usa para evaluar las cantidades de fluido presentes en el yacimiento a cualquier tiempo. De un modo especial, se usa para estimar la cantidad de hidrocarburos iniciales en el yacimiento y predecir el comportamiento futuro y recuperación total de los mismos.

Considerando un yacimiento de petróleo en el cual participan simultáneamente: el empuje hidráulico, el empuje por gas disuelto y el empuje por capa de gas, se tiene la ecuación general de balance de materia:

$$N = \frac{N_p \left[\beta_t + (R_p - R_{si}) \beta_g \right] - A}{B - (\beta_{ti} - \beta_t)} \quad (E.1)$$

$$A = W_e - W_p$$

$$B = m\beta_{ti} \left[\left(\frac{\beta_g}{\beta_{gi}} \right) - 1 \right] \quad (E.2)$$

El término **A** representa la entrada de agua al yacimiento (empuje hidráulico), **We** y la producción de agua, **Wp**. El término **B** determina la presencia de una capa de gas.

Las consideraciones del método de Schilthuis son:

- I. El yacimiento es volumétrico, lo que significa que su volumen es constante, que en otras palabras expresa que no existe entrada de agua al yacimiento. De acuerdo a lo anterior el término **A** en la ecuación E.1 es cero. **A = 0**.
- II. el yacimiento está saturado, además, su presión inicial es muy próxima a la presión del punto de burbuja, hasta tal punto, que la presión inicial puede considerarse como la presión en el punto de burbuja. Lo que indica la ausencia de una capa de gas. Luego el término **B** de la ecuación E.1 es cero. **B = 0**. Quedando, finalmente, el yacimiento produciendo por empuje por gas disuelto. La ecuación E.1 se convierte en:

$$N = \frac{N_p [\beta_t + (R_p - R_{si}) \beta_g]}{\beta_t - \beta_{ii}} \quad (\text{E.3})$$

En resumen, la ecuación E.3 no contempla ni empuje hidráulico ni empuje por capa de gas.

E.3. PREDICCIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE UN YACIMIENTO

También suele decirse **pronóstico del comportamiento**. A veces se le dice también **funcionamiento**. Predecir el comportamiento de un yacimiento de petróleo consiste en el estudio actual de éste, en donde se estiman condiciones futuras del mismo. Algunas veces, éstas condiciones futuras se expresan por dos curvas: Producción en función de presión y producción acumulada de petróleo en función de la razón gas petróleo instantánea, **Ri**. Existen muchos métodos para pronosticar el comportamiento de yacimientos, los cuales son específicos para un problema en particular. Entre los más comunes se encuentran el método de Pirson, el método de Schilthuis, el método de Tarner, el método de Muskat y el método de Tracy.

E.4. ECUACION DE BALANCE DE MATERIA DE SCHILTHUIS

Schilthuis parte del principio que la presión inicial es la presión en el punto de burbuja. Con base en la anterior asumpción, la cantidad de gas disuelto inicial, **Rsi**, es la misma cantidad de gas disuelto, **Rsb**, a la presión del punto de burbuja. Luego **Rsi = Rsb**. El factor volumétrico total, $\beta_t = \beta_o + (R_{si} - R_s) \beta_g$ (visto en la unidad 3), se expresaría así:

$$\beta_t = \beta_o + (R_p - R_s) \beta_g \quad (\text{E.4})$$

Utilizando la ecuación E.4 se calcula el factor volumétrico total inicial en el punto de burbuja:

$$\beta_{ti} = \beta_{ob} + (R_{sb} - R_s) \beta_g$$

quedando: $\beta_{ti} = \beta_{ob}$

Y con los respectivos cambios la ecuación E.2 se convierte a:

$$N = \frac{N_p [\beta_t + (R_p - R_{sb}) \beta_g]}{\beta_t - \beta_{ob}} \quad (\text{E.5})$$

Pasando **N** al otro lado de la igualdad:

$$1 = \frac{\frac{N_p}{N} [\beta_t + (R_p - R_{sb}) \beta_g]}{\beta_t - \beta_{ob}} \quad (\text{E.6})$$

En la ecuación E.6 las variables **Np/N** y **Rp** son desconocidas y se determinan mediante ensayo y error. Representa la verdadera forma de la **ecuación de balance de materia de Schilthuis** para yacimientos saturados volumétricos y sin capa de gas.

Para dar solución a la ecuación E.6 se requieren dos ecuaciones adicionales a saber:

$$R_t = R_s + \frac{K_g \mu_o \beta_o}{K_o \mu_g \beta_g}$$

$$S_L = S_w + \frac{(1 - S_w) \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) \beta_o}{\beta_{ob}}$$

E.5. DATOS REQUERIDOS PARA DESARROLLAR EL METODO DE

SCHILTHUIS

La información que se suministra cuando se desea predecir el comportamiento de un yacimiento por el método de Schilthuis es la siguiente:

- Datos de propiedades de los fluidos para (β_o , β_g , R_s , μ_o y μ_g) para cada presión de trabajo.
- Presión inicial y temperatura del yacimiento.
- Yacimiento saturado y volumétrico.
- Cantidad de petróleo inicial en el yacimiento, **N**, expresado en barriles a condiciones normales.

- Saturación de agua, S_w .
- Datos de la relación de permeabilidades del gas y el petróleo, K_g/K_o , en función de la saturación de Líquidos, S_L .

E.6. PROCEDIMIENTO DE SOLUCION AL METODO DE SCHILTHUIS

- 1) Determine el número de los decrementos de presión y las presiones a las cuales va a trabajar. Ejemplo: decremento de presión = 200 psi, número de decrementos = 4 y presión inicial = 3.000 psi. Las presiones de trabajo serán: 3.000, 2.800, 2.600 y 2.400 psi.
- 2) Asuma un incremento de la producción, $\Delta N_p/N$, para el decremento de presión dado.
- 3) Calcule la producción acumulada de petróleo, N_p/N , sumando todos los incrementos de producción, $\Delta N_p/N$.

$$\frac{N_p}{N} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{N_p}{N} \right)_i$$

4. Con el N_p/N , determine la saturación de líquidos, S_L , utilizando la ecuación E.8, para la presión de interés, P_n . Con el valor de saturación de líquidos, S_L , determine el valor de la relación de permeabilidades, K_g/K_o . Para efectos de programación determine K_g/K_o utilizando la **correlación de Torcaso y Willie**.

$$S_o = S_L - S_w$$

$$S^* = \frac{S_o}{(1 - S_w)}$$

$$\frac{K_g}{K_o} = \frac{(1 - S^*)^2 (1 - (S^*)^2)}{(S^*)^4}$$

Usando la relación de permeabilidades, halle el R_i :

$$R_i = R_s + \frac{K_g \mu_o \beta_o}{K_o \mu_g \beta_g}$$

6. Calcule el incremento de la producción de gas, $\Delta G_p/N$.

$$\frac{\Delta G_p}{N} = \frac{\Delta N_p}{N} \frac{(R_{i,anterior} + R_{i,actual})}{2}$$

7. Halle la producción acumulada de gas a la presión de interés, P_n .

$$\frac{G_p}{N} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{G_p}{N} \right)_i$$

8. Calcule la relación entre el gas producido y el petróleo producido, R_p .

$$R_p = \frac{G_p}{N_p} = \frac{G_p / N}{N_p / N}$$

9. Conocidos R_p y N_p/N (señalados en negrilla en la ecuación E.6) solucione la ecuación E.6. Si el resultado es aproximadamente 1 (puede estar comprendido entre **0,995** y **1,005**) el ensayo fue correcto y puede continuar con el paso 10. Si el ensayo y error fue **erróneo** asuma un nuevo valor de $\Delta N_p/N$, descunte las acumulaciones hechas con el ensayo erróneo y comience en el paso 3.

10. Determine $N - N_p = \frac{(N - N_p)}{N} = 1 - \frac{N_p}{N}$

11. Determine la recuperación de petróleo acumulada a la presión de interés, P_n .

$$\frac{N_p}{N} = \text{valor obtenido en el paso 3. Despeje } N_p.$$

de donde:

$$N_p = (\text{valor calculado en el paso 3, } N_p/N) * N$$

12. Pase al siguiente valor de presión P_{n+1} e inicie desde el paso 2. El ensayo termina una vez se hallan evacuado todas las presiones de trabajo.

E.7. REPORTE DE RESULTADOS

Los resultados obtenidos mediante el proceso de ensayo y error de Schilthuis se acostumbra a tabular con los siguientes encabezados:

Presión	β_o	R_s	$B_g(x10^{-3})$	μ_o	μ_g	μ_t
ΔN_p	N_p	$N - N_p$	β_o/β_{ob}	$[(N - N_p)/N]$	β_o/ob	
So	SL	$Kg/Kox10^{-3}$	μ_o/μ_g	(β_o/β_g)		

$$(\mu_o/\mu_g)(\beta_o/\beta_g)(K_g/K_o) \quad R_i \quad R_i \text{ prom.} \quad _Gp$$

$$Gp \quad R_p \quad R_p - R_{sb} \quad \beta_g(R_p - R_{sb}) \quad \beta_t + \beta_g(R_p - R_{sb})$$

$$Np[\beta_t + \beta_g(R_p - R_{sb})] \quad \beta_t - \beta_{ob} \quad N \quad Np$$

E.8. EJEMPLO PRACTICO DEL METODO DE SCHILTHUIS

INFORMACION: Los datos de propiedades de los fluidos (β_o , β_g , β_t , R_s , μ_o , μ_g) para 13 presiones diferentes (se trabajan las tres primeras presiones) de un yacimiento saturado y volumétrico, dados en la TABLA siguiente. El yacimiento se encuentra en el punto de burbuja a la presión inicial de 2.500 psi y a la temperatura de 180 °F.

Presión	β_o	R_s	$B_g(x10^{-3})$	μ_o	μ_g	β_t
2.500	1,498	721	1,048	0,488	0,017	1,498
2.300	1,463	669	1,155	0,539	0,0166	1,523
2.100	1,429	617	1,280	0,595	0,0162	1,562
1.900	1,395	565	1,440	0,658	0,0158	1,619
1.700	1,361	513	1,634	0,726	0,0154	1,701
1.500	1,327	461	1,884	0,802	0,0150	1,817
1.300	1,292	409	2,206	0,887	0,0146	1,967
1.100	1,258	357	2,654	0,981	0,0142	2,251
900	1,224	305	3,300	1,085	0,0138	2,597
700	1,19	253	4,315	1,199	0,0134	3,209
500	1,156	201	6,163	1,324	0,0130	4,361
300	1,121	149	10,469	1,464	0,0126	7,109
100	1,087	97	32,032	1,617	0,0122	21,075

Se encontró que la cantidad de petróleo original en el yacimiento fue de 56 millones de barriles medidos en condiciones normales y una saturación de agua del 20 %. La relación de permeabilidades del gas y el petróleo, K_g/K_o , puede calcularse por la correlación de Torcaso y Willie.

SOLUCION: En el problema está predeterminado el valor de los decrementos de presión en 200 psi, luego, se comienza en el paso 2.

Primer ensayo: A la presión inicial no se ha producido ni petróleo ni gas, luego solo se hace un ensayo y error.

2. Se asume $\Delta Np/N = 0$

3. $Np/N = 0$

4. $SL = 0,2 + 0,8 * (1 - 0) * 1,498/1,498 = 1$

5. $So = 1 - 0,2 = 0,8$

$$S^* = 0,8/(1 - 0,2) = 1$$

$$Kg/Ko = (1 - 1)^2 * (1 - 1^2) / 1^4 = 0$$

$$Ri = 721 + 0 * (0,488/0,017) * (1,498/0,001048) = 721$$

$$6. \Delta Gp/N = 0 * (0 + 721)/2 = 0$$

$$7. Gp/N = 0$$

$$8. Rp = 0/0 = \text{indeterminado}$$

9. Indeterminado

$$10. 1 - 0 = 1$$

$$11. Np/N = 0, \text{ luego } Np = 0$$

12. Para presión de 2.300 psi ir al paso 2.

Primer ensayo P = 2.300 psi.

$$2. \text{ Se asume } \Delta Np/N = 0,015$$

$$3. Np/N = 0 + 0,015$$

$$4. SL = 0,2 + 0,8 * (1 - 0,015) * 1,463/1,498 = 0,969$$

$$5. So = 0,969 - 0,2 = 0,769$$

$$S^* = 0,769/(1 - 0,2) = 0,961$$

$$Kg/Ko = (1 - 0,961)^2 * (1 - 0,961^2) / 0,961^4 = 0,00013638$$

$$Ri = 669 + 0,00013638 * (0,539/0,0166) * (1,463/0,001155)$$

$$Ri = 674,6$$

$$6. \Delta Gp/N = 0,015 * (721 + 674,6)/2 = 10,467$$

$$7. Gp/N = 0 + 10,467 = 10,467$$

$$8. Rp = 10,467/0,015 = 697,8$$

$$9. 0,015 [1,523 + 0,001155(679,8 - 721)] / (1,523 - 1,498)$$

$$= 0,897. \text{ Ensayo erróneo, asume } \Delta Np/N \text{ mayor.}$$

$$Np/N = 0$$

$$Gp/N = 0$$

Ir al paso 2.

Segundo ensayo P = 2.300 psi.

$$2. \text{ Se asume } \Delta Np/N = 0,0168$$

$$3. Np/N = 0 + 0,0168$$

$$4. SL = 0,2 + 0,8 * (1 - 0,0168) * 1,463/1,498 = 0,968$$

$$5. So = 0,968 - 0,2 = 0,768$$

$$S^* = 0,768/(1 - 0,2) = 0,96$$

$$Kg/Ko = (1 - 0,96)^2 * (1 - 0,96^2) / 0,96^4 = 0,000145$$

$$Ri = 669 + 0,000145 * (0,539/0,0166) * (1,463/0,001155)$$

$$Ri = 674,96$$

$$6. \Delta Gp/N = 0,0168 * (721 + 674,96)/2 = 11,72$$

$$7. Gp/N = 0 + 11,726 = 11,726$$

$$8. Rp = 11,726/0,0168 = 697,97$$

$$9. 0,0168 [1,523 + 0,001155(679,97 - 721)] / (1,523 - 1,498)$$

$$= 1,00E. \text{ Ensayo aceptado.}$$

$$10. 1 - Np/N = 1 - 0,0168 = 0,9832$$

$$11. Np/N = 0,0168$$

$$Np = 56.000.000 * 0,0168 = 948.800$$

12. Continúe con la presión de 2.100 psi.

Primer ensayo P = 2.100 psi.

2. Se asume $\Delta N_p/N = 0,02$
3. $N_p/N = 0,0168 + 0,02 = 0,0368$
4. $SL = 0,2 + 0,8 \cdot (1-0,0368) \cdot 1,429/1,498 = 0,935$
5. $S_o = 0,935 - 0,2 = 0,735$
 $S^* = 0,735/(1 - 0,2) = 0,9188$
 $K_g/K_o = (1-0,9188)^2 \cdot (1-0,9188^2)/0,9188^4 = 0,001439$
 $R_i = 617 + 0,001439 \cdot (0,595/0,0162) \cdot (1,429/0,00128)$
 $R_i = 676,025$
6. $\Delta G_p/N = 0,02 \cdot (674,96 + 676,025)/2 = 13,5098$
7. $G_p/N = 11,726 + 13,5098 = 25,231$
8. $R_p = 25,231/0,0368 = 685,625$
9. $0,0368[1,562 + 0,00128(685,62 - 721)]/(1,562 - 1,498)$
 $= 0,87$. **Ensayo erróneo.** Se requiere asumir un valor mayor de $\Delta N_p/N$.
 $N_p/N = 0,0168$
 $G_p/N = 11,726$. Ir al paso 2.

Segundo ensayo P = 2.100 psi.

2. Se asume $\Delta N_p/N = 0,03$
3. $N_p/N = 0,0168 + 0,03 = 0,0468$
4. $SL = 0,2 + 0,8 \cdot (1-0,0468) \cdot 1,429/1,498 = 0,9274$
- E. $S_o = 0,9274 - 0,2 = 0,7274$
 $S^* = 0,7274/(1 - 0,2) = 0,9092$
 $K_g/K_o = (1-0,9092)^2 \cdot (1-0,9092^2)/0,9092^4 = 0,00208$
 $R_i = 617 + 0,00208 \cdot (0,595/0,0162) \cdot (1,429/0,00128)$
 $R_i = 702,464$
6. $\Delta G_p/N = 0,03 \cdot (674,96 + 702,464)/2 = 20,6613$
7. $G_p/N = 11,726 + 20,6613 = 32,3873$
8. $R_p = 32,3873/0,0468 = 691,9316$
9. $0,0468[1,562 + 0,00128(691,93 - 721)]/(1,562 - 1,498)$
 $= 1,11$. **Ensayo erróneo.** Se requiere asumir un valor menor de $\Delta N_p/N$.
 $N_p/N = 0,0168$
 $G_p/N = 11,726$. Ir al paso 2.

Tercer ensayo P = 2.100 psi.

2. Se asume $\Delta N_p/N = 0,025$
3. $N_p/N = 0,0168 + 0,025 = 0,0418$
4. $SL = 0,2 + 0,8 \cdot (1-0,0418) \cdot 1,429/1,498 = 0,9312$
5. $S_o = 0,9312 - 0,2 = 0,7312$
 $S^* = 0,7312/(1 - 0,2) = 0,914$
 $K_g/K_o = (1-0,914)^2 \cdot (1-0,914^2)/0,914^4 = 0,00174$
 $R_i = 617 + 0,00174 \cdot (0,595/0,0162) \cdot (1,429/0,00128)$

- $R_i = 688,351$
 6. $\Delta G_p/N = 0,025 \cdot (674,96 + 688,351)/2 = 17,041$
 7. $G_p/N = 11,726 + 17,041 = 28,767$
 8. $R_p = 28,767/0,0418 = 688,1$
 9. $0,0418[1,562 + 0,00128(688,1 - 721)]/(1,562 - 1,498)$
 $= 0,9926$. **Ensayo erróneo.** Se requiere asumir un valor ligeramente mayor de $\Delta N_p/N$.
 $N_p/N = 0,0168$
 $G_p/N = 11,726$. Ir al paso 2.
Cuarto ensayo P = 2.100 psi.
 2. Se asume $\Delta N_p/N = 0,0255$
 3. $N_p/N = 0,0168 + 0,0255 = 0,0423$
 4. $SL = 0,2 + 0,8 \cdot (1 - 0,0423) \cdot 1,429/1,498 = 0,9306$
 5. $S_o = 0,9306 - 0,2 = 0,7308$
 $S^* = 0,7308/(1 - 0,2) = 0,9135$
 $K_g/K_o = (1 - 0,9135)^2 \cdot (1 - 0,9135^2)/0,9135^4 = 0,001724$
 $R_i = 617 + 0,001724 \cdot (0,595/0,0162) \cdot (1,429/0,00128)$ $R_i = 689,679$
 6. $\Delta G_p/N = 0,0255 \cdot (674,96 + 689,679)/2 = 17,399$
 7. $G_p/N = 11,726 + 17,399 = 29,12$
 8. $R_p = 29,12/0,0423 = 688,42$
 9. $0,0423[1,562 + 0,00128(688,42 - 721)]/(1,562 - 1,498)$
 $= 1,0048$. **Ensayo aceptado.**
 10. $1 - N_p/N = 1 - 0,0423 = 0,9577$
 11. $N_p/N = 0,0423$
 $N_p = 56.000.000 \cdot 0,0423 = 2.368.800$
 12. Terminar.