

פונקציה מורכבת

פונקציה מורכבת מתקבלת כאשר מעלים פונקציית פולינום בשלמותה בחזקה כלשהי. נגזור פונקציה מורכבת מבחון כלפי פנים: תחילה נגזור את "השכבה החיצונית" ולאחר מכן נכפול בנגזרת הפנימית (נגזרת הביטוי שבסוגריים):

הנגזרת של הפונקציה המורכבת: $[f(x)]^n$ היא: $n \cdot [f(x)]^{n-1} \cdot f'(x)$

דוגמא: נגזרת הפונקציה המורכבת: $f(x) = (x^2 - 3x)^4$ היא: $f'(x) = 4(x^2 - 3x)^3 \cdot (2x - 3)$

בהקשר זה נציג גם את **הנגזרת של מכפלת פונקציות:** $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$

כלומר, מכפילים את **הנגזרת של הפונקציה הראשונה** u' בפונקציה השנייה המקורית v ומחברים עם מכפלת **הנגזרת של הפונקציה השנייה** v' בפונקציה הראשונה המקורית u .

דוגמא: נגזרת הפונקציה: $f(x) = 5x \cdot (x^2 - 3x)$ היא: $f'(x) = 5 \cdot (x^2 - 3x) + 5x \cdot (2x - 3)$

משוואת המשיק - ללא פרמטר

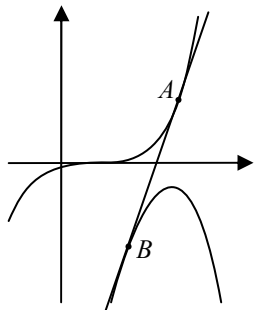
תזכורת! משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה x_1 היא: $y - y_1 = f'(x_1) \cdot (x - x_1)$

1. ישר ששיפועו 16 משיק בנקודה A לגרף הפונקציה: $f(x) = (4x - 7)^4$. מצא את שיעורי נקודת ההשקה ואת משוואת המשיק.

2. ישר ששיפועו 48 משיק לגרף הפונקציה: $f(x) = (x + 5)^3$. מצא את שיעורי נקודת ההשקה.

3. גרף הפונקציה: $f(x) = (5 - x)^3$ חותך את ציר ה-x ואת ציר ה-y בנקודות A ו-B בהתאמה. מצא את:
א. שיעורי הנקודות A ו-B.
ב. משוואות הישרים המשיקים לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודות A ו-B.

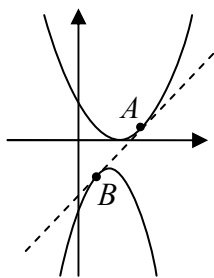
4. ישר ששיפועו 8 משיק לגרף הפונקציה: $f(x) = (2x - 3)^4$ בנקודה A.
א. מצא את משוואת המשיק.
ב. המשיק שמצאת משיק לגרף הפונקציה: $g(x) = (4 - x)^8 + 24$ בנקודה B. מצא את שיעוריה.



5. בשרטוט מופיע ישר המשיק בנקודה A לגרף הפונקציה: $f(x) = (2x - 5)^3$ ובנקודה B לגרף הפונקציה $g(x) = -3x^2 + 18x - 29$. שיעור ה-x של הנקודה A הוא 3. מצא את:

- א. שיעורי הנקודה A.
- ב. משוואת המשיק.
- ג. שיעורי הנקודה B.

6. הישר המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = (x^2 + x)^3$ בנקודה ששיעור ה-x שלה הוא 1, משיק גם לגרף הפונקציה $g(x) = (3x + 1)^3 - 56$ בנקודה A ברביע השלישי. מצא את:
א. משוואת המשיק.
ב. שיעורי הנקודה A.



7. בשרטוט מופיע ישר המשיק בנקודה A לגרף הפונקציה $f(x) = 2(x-2)^6$ ונקודה B לגרף הפונקציה $g(x) = -(3x+4)^4 - 21$. שיעור ה-y של הנקודה A הוא 2.
- מצא את משוואת המשיק AB.
 - מצא את שיעורי הנקודה B.
 - חשב את שטח המשולש שקדקודיו הם ראשית הצירים, הנקודה B והנקודה בה גרף הפונקציה $f(x)$ משיק לציר ה-x.

8. המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = (x-6)^4$ מאונך לישר: $4y + x - 8 = 0$. מצא את:
- נקודת ההשקה של המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$.
 - משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת החיתוך של גרף זה עם ציר ה-x.

9. (*) הגרפים של הפונקציות $f(x) = (x+1)^4$ ו: $g(x) = (-2x+1)^4$ נחתכים בנקודה A ברביע הראשון ובנוסף בנקודה B. מצא את:
- שיעורי הנקודות A ו-B.
 - משוואת המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B.
 - משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A.

10. (*) נתונות הפונקציות: $f(x) = 27x^2 - 54x$ ו: $g(x) = (x^2 - 2x)^3$. מצא את ערכי x שעבורם הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ מקביל לישר המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$.

11. (*) הנקודות $A(x_A, y_A)$ ו- $B(x_B, y_B)$ נמצאות על גרף הפונקציה $f(x) = \frac{(2x-3)^4}{8}$. נתון: $x_A = 2x_B$. המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות A ו-B מאונכים זה לזה. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B (שיעורי ה-x שלהן הם מספרים שלמים).

12. (*) מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = (x+5)^2(x-1)^3$ בנקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-y.

משוואת המשיק - תרגילים הכוללים פרמטר

13. ישר ששיפועו (-12) משיק לגרף הפונקציה $f(x) = a \cdot (-x+3)^6$ בנקודה ששיעור ה-x שלה הוא 2. מצא את ערכו של הפרמטר a.

14. המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = (bx+3)^3$ בנקודה בה $x=0$ מקביל לישר $y = 54x - 6$. מצא את ערכו של הפרמטר b.

15. המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = (x^3 + x + p)^3$ בנקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-y מאונך לישר $y = -\frac{1}{3}x - 4$. מצא את ערכו של הפרמטר p.

16. המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = (-x+p)^4$ בנקודה ששיעור ה-x שלה הוא 2 מקביל לישר: $y = -4x$.
- מצא את ערכו של הפרמטר p.
 - מצא את משוואות הישרים המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך שלה עם הצירים.

17. (*) ישר ששיפועו 72 משיק לגרף הפונקציה: $f(x) = 3(2x - m)^3$ בנקודה A.
 א. הבע באמצעות m את שיעור ה-x של הנקודה A (שתי אפשרויות).
 ב. נתון: מכפלת שיעורי ה-x האפשריים גדולה מ-3. מצא את תחום ערכי m המתאימים לפונקציה.
 ג. נתון: גרף הפונקציה חותך את ציר ה-x בנקודה B. מצא את טווח הערכים האפשריים עבור שיעור ה-x של הנקודה B.

18. (*) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = (x - a) \cdot (2x - 3)^3$ בנקודה בה $x = 1$ גדול פי שניים משיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה בה $x = 2$. מצא את ערכו של הפרמטר a.

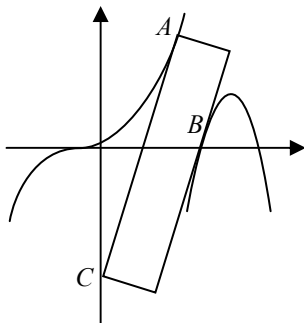
19. (**) הפונקציה: $f(x) = (x + m) \cdot (x - m)^4$ ($0 < m$) חותכת את ציר ה-y בנקודה A. המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A חותך את ציר ה-x בנקודה B. ראשית הצירים בנקודה O. שטח המשולש $\triangle ABO$ הוא $\frac{1}{6}$ יח"ר. מצא את ערכו של הפרמטר m.

משיק מנקודה שאינה נמצאת על גרף הפונקציה

20. (*) בסעיפים הבאים נתונות הפונקציה $f(x)$ והנקודה A. מהנקודה A יוצאים ישר או ישרים המשיקים לגרף הפונקציה בנקודה או בנקודות כלשהן. מצא את שיעורי נקודות ההשקה ואת משוואות המשיקים:

א. $A(3, 2)$, $f(x) = (x - 3)^3$. ב. $A(4, 4)$, $f(x) = (x - 4)^5$.

21. (*) נתונה הפונקציה $f(x) = (-x + 3)^6$. מצא את משוואות הישרים היוצאים מהנקודה $(3, -5)$ שאינה על גרף הפונקציה, ומשיקים לגרף הפונקציה.



22. (*) מלבן חותך את ציר ה-y בנקודה $C(0, -4)$ ומשיק לגרפים של הפונקציות $f(x) = (x + 1)^3$ ו: $g(x) = -x^2 + 18x - 41$ בנקודות A ו-B בהתאמה. שיעור ה-y של הנקודה A הוא 8. מצא את:
- א. משוואת הישר AC.
 ב. שיעורי הנקודה B.

- פתרונות: 1) $A(2, 1)$, הישר $y = 16x - 31$. 2) $(-9, -64), (-1, 64)$. 3) א. $B(0, 125)$, $A(5, 0)$. 4) א. $y = 8x - 15$. 5) א. $A(3, 1)$. 6) א. $y = 36x - 28$. 7) א. $y = 12x - 34$. 8) א. $(7, 1)$. 9) א. $B(0, 1), A(2, 81)$. 10) א. $x = 3, \pm 1$. 11) א. $B(1, \frac{1}{8}), A(2, \frac{1}{8})$. 12) א. $y = 65x - 25$. 13) א. $a = 2$. 14) א. $b = 2$. 15) א. $p = \pm 1$. 16) א. $p = 3$. 17) א. $\frac{m+2}{2}, \frac{m-2}{2}$. 18) א. $a = 3.5$. 19) א. $m = 1$. 20) א. הישר $y = 3x - 7$ משיק בנקודה $(2, -1)$. ב. הישר $y = 5x - 16$ משיק בנקודה $(3, -1)$. 21) א. $y = -6x + 13$, $y = 6x - 23$. ב. $y = -6x + 13$, $y = 6x - 23$.

נקודות קיצון

בסעיפים הבאים, עבור כל פונקציה מצא את שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן. במידה ומצאת נקודת פיתול, ציין אותה:

1. $f(x) = (x-3)^4$
2. $g(x) = (3x-6)^3$
3. $g(x) = (x^2-1)^5$
4. $f(x) = (2x+1)^3 - 6x$
5. $g(x) = (x^2-2x)^3$
6. $f(x) = (x^2-2x-3)^3$

פתרונות: (1) $\min(3, 0)$ (2) אין נקודות קיצון. נקודת פיתול: $(2, 0)$. (3) $\min(0, -1)$. נקודות פיתול: $(-1, 0)$, $(1, 0)$. (4) $\max(-1, 5)$, $\min(0, 1)$. (5) $\min(1, -1)$. נקודות פיתול: $(0, 0)$, $(2, 0)$. (6) $\min(1, -64)$. קיימות נקודות פיתול: $(-1, 0)$, $(3, 0)$.

בסעיפים הבאים, היעזר בנתונים ומצא את הפרמטר:

7. לפונקציה $f(x) = 2(x-m)^8$ יש נקודת קיצון כאשר $x = 7$.
8. ערכה של הפונקציה: $f(x) = (2x-4)^4 + k$ בנקודת המינימום שלה הוא -16 .
9. הפונקציה: $f(x) = (ax+2)^5 - ax^5$ מקבלת ערך מינימלי כאשר $x = -1$.
10. הישר $y = 2a^2$ משיק לגרף הפונקציה: $f(x) = (x+2a)^3 - x^3$ בנקודת המינימום היחידה שלה.

פתרונות: (7) $m = 7$ (8) $k = -16$ (9) $a = 1$ או $a = 3$ (10) $a = 1$.

חקירה מלאה של פונקציה מורכבת

א. חקירה מלאה ללא פרמטרים

בתרגילים הבאים עליך לחקור את הפונקציות הנתונות באופן מלא לפי הסעיפים הבאים:
א. תחום ההגדרה.

ב. נקודות הקיצון וסוגן (במידה ומצאת נקודת פיתול - ציין אותה).

ג. נקודות החיתוך עם הצירים.

ד. תחומי העלייה והירידה.

ה. סקיצה של גרף הפונקציה (במידה ומצאת נקודת פיתול - התייחס אליה בשרטוט).

$$f(x) = 2 \cdot (3x - 1)^5 \quad 3.$$

$$f(x) = (2x - 5)^3 \quad 2.$$

$$f(x) = (x - 2)^4 \quad 1.$$

$$f(x) = (x^2 - 1)^3 - 27 \quad 6.$$

$$f(x) = (-x + 6)^5 - 1 \quad 5.$$

$$f(x) = 3 \cdot (2x - 1)^3 + 3 \quad 4.$$

$$f(x) = (x^2 - 2x - 3)^3 \quad 8.$$

$$f(x) = (x^2 - 2x)^3 \quad 7.$$

פתרונות:

(1) א. כל x . ב. $\min(2, 0)$. ג. $(0, 16), (2, 0)$. ד. עולה: $2 < x$. יורדת: $x < 2$. ה. השרטוט משמאל.

(2) א. כל x . ב. אין. קיימת נקודת פיתול $(2.5, 0)$. ג. $(2.5, 0), (0, -125)$. ד. עולה: כל x . יורדת: אף x . ה. השרטוט משמאל.

(3) א. כל x . ב. אין. קיימת נקודת פיתול $(\frac{1}{3}, 0)$. ג. $(\frac{1}{3}, 0), (0, -2)$. ד. עולה: כל x . יורדת: אף x . ה. השרטוט משמאל.

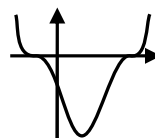
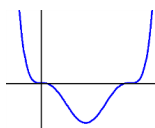
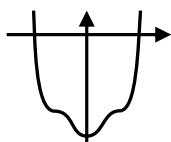
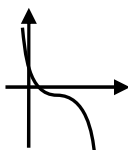
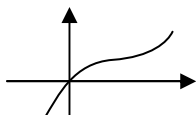
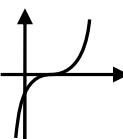
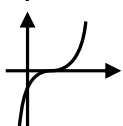
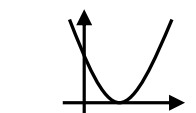
(4) א. כל x . ב. אין. קיימת נקודת פיתול $(0.5, 3)$. ג. $(0, 0)$. ד. עולה: כל x . יורדת: אף x . ה. השרטוט משמאל.

(5) א. כל x . ב. אין. קיימת נקודת פיתול $(6, -1)$. ג. $(5, 0), (0, 7775)$. ד. עולה: אף x . יורדת: כל x . ה. השרטוט משמאל.

(6) א. כל x . ב. $\min(0, -28)$. קיימות נקודות פיתול: $(1, -27), (-1, -27)$. ג. $(0, -28), (-2, 0), (2, 0)$. ד. עולה: $0 < x$. יורדת: $x < 0$. ה. השרטוט משמאל.

(7) א. לכל x . ב. $\min(1, -1)$. קיימות נקודות פיתול: $(2, 0), (0, 0)$. ג. $(0, 0), (2, 0)$. ד. עולה: $1 < x$. יורדת: $x < 1$. ה. השרטוט משמאל.

(8) א. לכל x . ב. $\min(1, -64)$. קיימות נקודות פיתול: $(3, 0), (-1, 0)$. ג. $(0, -27), (-1, 0), (3, 0)$. ד. עולה: $1 < x$. יורדת: $x < 1$. ה. השרטוט משמאל.



חקירות נוספות ללא פרמטרים

9. נתונה הפונקציה: $f(x) = 2 \cdot (4 - 2x)^3$.

א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:

1. נקודות הקיצון וסוגן (במידה ומצאת נקודת פיתול - ציין אותה).
2. נקודות החיתוך עם הצירים.
3. תחומי העלייה והירידה.

ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$. במידה ומצאת נקודת פיתול - התייחס אליה בשרטוט.

ג. מצא עבור אילו ערכי k חותך הישר $y = k$ את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחת. נמק.

10. נתונה הפונקציה: $f(x) = (2x + 1)^3 - 6x$.

א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:

1. נקודות הקיצון ואת סוגן.
2. נקודת החיתוך עם ציר ה- y .
3. תחומי העלייה והירידה.

ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $(2x + 1)^3 - 6x = 4$. נמק.

11. נתונה הפונקציה: $f(x) = 2 \cdot (2 - x)^3 + 3x^2$.

א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:

1. נקודות הקיצון ואת סוגן.
2. נקודת החיתוך עם ציר ה- y .
- ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

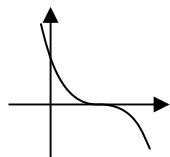
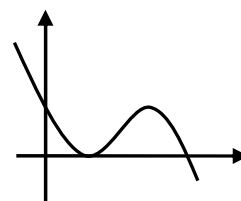
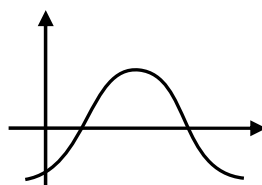
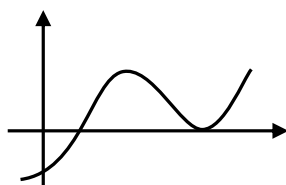
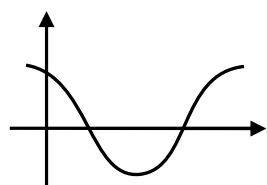
ג. קבע איזה מהגרפים הבאים עשוי להיות גרף הנגזרת $f'(x)$. נמק.

4.

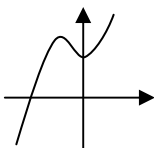
3.

2.

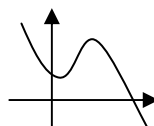
1.



9. א. 1. אין. קיימת נקודת פיתול $(2, 0)$. 2. $(0, 128)$, $(2, 0)$. 3. עולה: אף x ; יורדת: כל x . ב. השרטוט משמאל. ג. כל k .



10. א. 1. $\max(-1, 5)$, $\min(0, 1)$. 2. $(0, 1)$. 3. עולה: $0 < x$ או $x < -1$; יורדת: $-1 < x < 0$. ב. השרטוט משמאל. ג. שלושה פתרונות.



11. א. 1. $\min(1, 5)$, $\max(4, 32)$. 2. $(0, 16)$. ב. השרטוט משמאל. ג. שרטוט 2.

ב. חקירה מלאה ללא פרמטרים - כולל מכפלה

בתרגילים הבאים עליך לחקור את הפונקציות הנתונות באופן מלא לפי הסעיפים הבאים:

- תחום ההגדרה.
- נקודות הקיצון וסוגן (במידה ומצאת נקודת פיתול - ציין אותה).
- נקודות החיתוך עם הצירים.
- תחומי העלייה והירידה.
- סקיצה של גרף הפונקציה (במידה ומצאת נקודת פיתול - התייחס אליה בשרטוט).
- שרטט את גרף הנגזרת $f'(x)$.

11. $f(x) = (x-3)^2 \cdot (x+3)^2$ (*)

10. $f(x) = x \cdot (2x+1)^3$

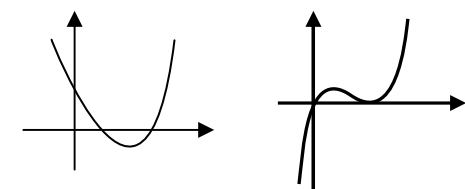
9. $f(x) = x \cdot (x-1)^4$

13. $f(x) = (x-5) \cdot (x+1)^2$ (*)

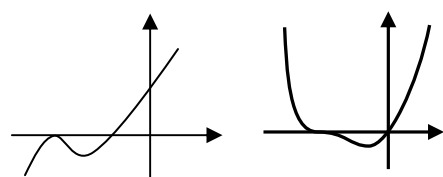
12. $f(x) = (x-1)^3 \cdot (x+3)$ (*)

פתרונות:

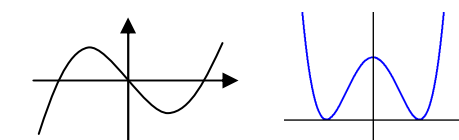
- 9 א. כל x . ב. $\max(0.2, 0.082)$, $\min(1, 0)$. ג. $(1, 0)$, $(0, 0)$.
 ד. עולה: $1 < x$ או $x < 0.2$. יורדת: $0.2 < x < 1$.
 ה. השרטוט הימני. ו. השרטוט השמאלי.



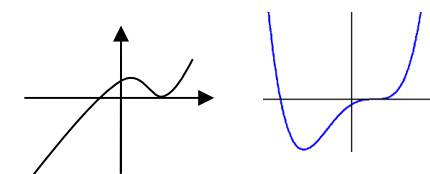
- 10 א. כל x . ב. $\min(-0.125, -0.053)$. קיימת נקודת פיתול $(-0.5, 0)$.
 ג. $(0, 0)$, $(-0.5, 0)$. ד. עולה: $-0.125 < x$. יורדת: $x < -0.125$.
 ה. השרטוט הימני. ו. השרטוט השמאלי.



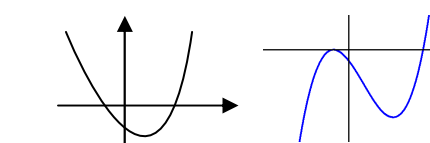
- 11 א. לכל x . ב. $\min(-3, 0)$, $\max(0, 81)$, $\min(3, 0)$. ג. $(-3, 0)$, $(0, 81)$, $(3, 0)$.
 ד. עולה: $3 < x$ או $-3 < x < 0$. יורדת: $0 < x < 3$ או $x < -3$.
 ה. השרטוט הימני. ו. השרטוט השמאלי.



- 12 א. לכל x . ב. $\min(-2, -27)$. קיימת נקודת פיתול $(1, 0)$.
 ג. $(-3, 0)$, $(0, -3)$, $(1, 0)$. ד. עולה: $-2 < x$. יורדת: $x < -2$.
 ה. השרטוט הימני. ו. השרטוט השמאלי.



- 13 א. לכל x . ב. $\max(-1, 0)$, $\min(3, -32)$. ג. $(-1, 0)$, $(0, -5)$, $(5, 0)$.
 ד. עולה: $3 < x$ או $x < -1$. יורדת: $-1 < x < 3$.
 ה. השרטוט הימני. ו. השרטוט השמאלי.



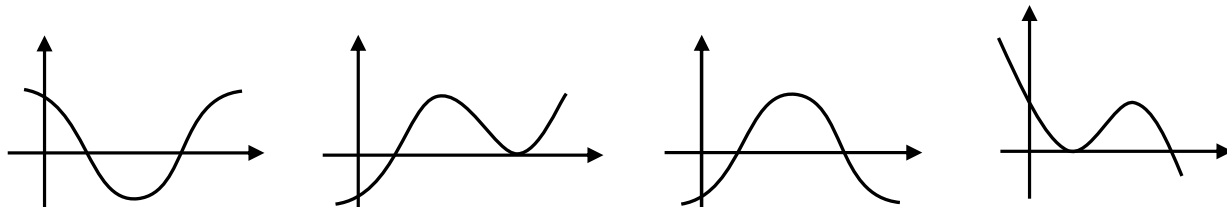
ג. חקירה מלאה כולל פרמטרים

1. שיפוע הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = (5x + a)^3$ בנקודה שבה $x = 2$ הוא 15.
 - א. מצא את ערכו של הפרמטר a בהינתן ש: $-10 < a$.
 - ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. נקודות הקיצון אם קיימות, ואת סוגן. במידה ומצאת נקודות פיתול - ציין אותן.
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. תחומי העלייה והירידה.
 - ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. במידה ומצאת נקודות פיתול - התייחס אליהן.
2. הישר המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = m \cdot (x - 1)^4$ בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y מקביל לישר $y = -8x + 1$.
 - א. מצא את ערכו של הפרמטר m .
 - ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. נקודות הקיצון אם קיימות, ואת סוגן.
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. תחומי העלייה והירידה.
 - ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ד. מצא עבור אילו ערכי p יהיו למשוואה: $f(x) = p$ שני פתרונות.
3. הפונקציה: $f(x) = (p - x)^4 + x^4$ חותכת את ציר ה- y בנקודה $(0, 256)$.
 - א. מצא את ערכו של הפרמטר החיובי p .
 - ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ ואת סוגה.
 - ג. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ד. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = f(x) - a$. המשיקה לציר ה- x . מצא את ערכו של הפרמטר a .
4. גרף הפונקציה: $f(x) = (-2x + 12)^3 + mx^2 - 540$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(16.5, 0)$.
 - א. מצא את ערכו של הפרמטר m .
 - ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. נקודות הקיצון אם קיימות, ואת סוגן.
 2. נקודת החיתוך עם ציר ה- y .
 3. תחומי העלייה והירידה.
 - ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ד. מצא עבור אילו ערכי p יהיו למשוואה: $f(x) = p$ שני פתרונות.

5. אחת מנקודות הקיצון של גרף הפונקציה: $f(x) = bx - 9 + (5 - x)^3$ נמצאת על הישר $x = 4$.

- א. מצא את ערכו של הפרמטר b .
- ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 1. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 2. נקודת החיתוך עם ציר ה- y .
 3. תחומי העלייה והירידה.
- ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. קבע איזה מהגרפים הבאים עשוי להיות גרף הנגזרת $f'(x)$. נמק.

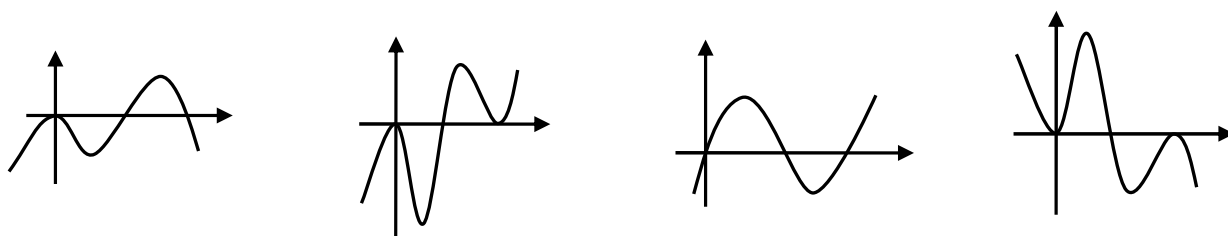
1. 2. 3. 4.



6. נתונה הפונקציה: $f(x) = (x^2 - 2ax)^3$ ($0 < a$).

- א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ הבע באמצעות הפרמטר a , במידת הצורך, את:
 1. נקודת הקיצון ואת סוגן (במידה ומצאת נקודות פיתול - ציין אותן).
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. תחומי העלייה והירידה.
- ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$. במידה ומצאת נקודות פיתול - התייחס אליהן.
- ג. קבע איזה מהגרפים הבאים עשוי להיות גרף הנגזרת $f'(x)$. נמק.

1. 2. 3. 4.



7. (*) נתונה הפונקציה: $f(x) = (x^2 - p^2)^2$ ($0 < p$).

- א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ הבע באמצעות הפרמטר p , במידת הצורך, את:
 1. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. תחומי העלייה והירידה.
- ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. נתון: הישר $y = 81$ חותך את גרף הפונקציה בשלוש נקודות. מצא את ערכו של הפרמטר p .
- ד. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = f(x) + 4$. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ ואת סוגן.

8. (*) נתונה הפונקציה: $f(x) = x \cdot (x - 3m)^2$ ($0 < m$).

- א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ הבע באמצעות הפרמטר m , במידת הצורך, את:
1. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. תחומי העלייה והירידה.
- ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. הישר העובר דרך נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בנקודה A. הבע באמצעות m את שיעור ה- y של הנקודה A.
- ד. מצא עבור אילו ערכי m הנקודה A נמצאת מעל הישר: $y = 24m$.

9. (*) נתונה הפונקציה: $f(x) = (x - 5) \cdot (x + m)^2$ ($m < 5$).

- א. נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y הוא -9. מצא את ערכו של הפרמטר m .
- ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
1. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. תחומי העלייה והירידה.
- ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $f(x) = -31$. נמק.

10. (*) גרף הפונקציה: $f(x) = (x^2 - 16x + 16p) \cdot (x^2 + px + 4)$ חותך את הישר $y = 256$ על ציר ה- y .

- א. מצא את ערכו של הפרמטר p .
- ב. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
1. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. תחומי העלייה והירידה.
- ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ד. מצא לאילו ערכי x גרף הפונקציה $f(x)$ חיובי אך גרף הנגזרת $f'(x)$ שלילי.

11. (*) נתונה הפונקציה: $f(x) = (x + p)^2 \cdot (x - 5p)$ ($0 < p$).

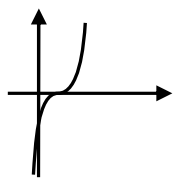
- א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$ הבע באמצעות הפרמטר p , במידת הצורך, את:
1. נקודות הקיצון ואת סוגן.
 2. נקודות החיתוך עם הצירים.
 3. תחומי העלייה והירידה.
- ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. נתון: גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את הצירים בשלוש נקודות היוצרות משולש ששטחו 240 יח"ר. מצא את ערכו של הפרמטר p .
- ד. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = -f(x)$. מצא את נקודות הקיצון של $g(x)$ ואת סוגן.

12. (**) גרף הפונקציה: $f(x) = (-x + 2p)^3 + (x + 4p)^3$ ($0 < p$) חותך את ציר ה- y בנקודה A.

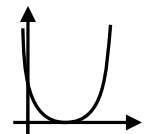
נסמן את נקודת הקיצון של הפונקציה כנקודה B.

- א. הבע באמצעות p , במידת הצורך, את:
1. משוואת הישר AB.
 2. שיעורי הנקודה C בה הישר AB חותך את ציר ה- x .
- ב. נתון: ראשית הצירים בנקודה O. מצא עבור אילו ערכי p , שטח המשולש $\triangle BCO$ גדול מ- $3p^6$.

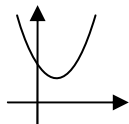
פתרונות:



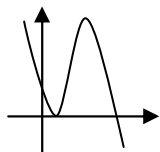
- (1) א. $a = -9$. ב. 1. קיימת נקודת פיתול: $(1.8, 0)$. 2. $(0, -729), (1.8, 0)$. 3. עולה: כל x . יורדת: אף x . ג. השרטוט משמאל.



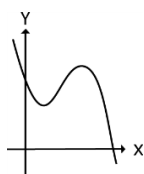
- (2) א. $m = 2$. ב. 1. $\min(1, 0)$. 2. $(0, 2), (1, 0)$. 3. עולה: $x > 1$. יורדת: $x < 1$. ג. השרטוט משמאל. ד. $0 < p$.



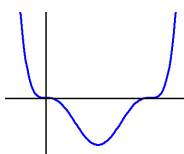
- (3) א. $p = 4$. ב. $\min(2, 32)$. ג. השרטוט משמאל. ד. $a = 32$.



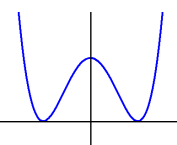
- (4) א. $m = 36$. ב. 1. $\min(3, 0), \max(12, 2916)$. 2. $(0, 1188)$. ג. השרטוט משמאל. ד. $p = 0, 2916$.



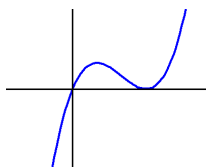
- (5) א. $b = 3$. ב. 1. $\min(4, 4), \max(6, 8)$. 2. $(0, 116)$. 3. עולה: $4 < x < 6$. יורדת: $x < 4$ או $6 < x$. ג. השרטוט משמאל. ד. גרף 2.



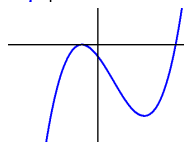
- (6) א. 1. $\min(a, -a^6)$. קיימות נקודות פיתול: $(0, 0), (2a, 0)$. 2. $(0, 0), (2a, 0)$. 3. עולה: $a < x$. יורדת: $x < a$. ג. השרטוט משמאל. ג. גרף 3.



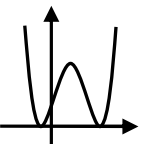
- (7) א. 1. $\min(-p, 0), \max(0, p^4), \min(p, 0)$. 2. $(-p, 0), (0, p^4), (p, 0)$. 3. עולה: $p < x$ או $-p < x < 0$. יורדת: $0 < x < p$ או $x < -p$. ג. השרטוט משמאל. ג. $p = 3$. ד. $\min(-3, 4), \max(0, 85), \min(3, 4)$.



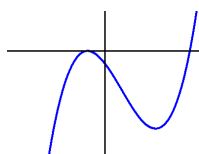
- (8) א. 1. $\max(m, 4m^3), \min(3m, 0)$. 2. $(0, 0), (3m, 0)$. 3. עולה: $x < m$ או $3m < x$. יורדת: $m < x < 3m$. ג. השרטוט משמאל. ג. $y_A = 6m^3$. ד. $2 < m$.



- (9) א. $m = 1$. ב. 1. $\max(-1, 0), \min(3, -32)$. 2. $(-1, 0), (0, -5), (5, 0)$. 3. עולה: $x < -1$ או $3 < x$. יורדת: $-1 < x < 3$. ג. השרטוט משמאל. ד. שלושה.



- (10) א. $p = 4$. ב. 1. $\min(-2, 0), \max(3, 625), \min(8, 0)$. 2. $(-2, 0), (0, 256), (8, 0)$. 3. עולה: $x < -2$ או $8 < x$. יורדת: $-2 < x < 3$ או $3 < x < 8$. ג. השרטוט משמאל. ד. $x < -2$ או $3 < x < 8$.



- (11) א. 1. $\max(-p, 0), \min(3p, -32p^3)$. 2. $(-p, 0), (0, -5p^3), (5p, 0)$. 3. עולה: $3p < x$ או $x < -p$. יורדת: $-p < x < 3p$. ג. השרטוט משמאל. ג. $p = 2$. ד. $\min(-2, 0), \max(6, 256)$.

- (12) א. 1. $y = 18p^2x + 72p^3$. 2. $C(-4p, 0)$. ב. $0 < p < 6$.