
A C A D E M I A
V I R T U A L - A Q J

TRIGONOMETRÍA



ALFREDO QUISPE JAUREGUI

Trigonometría

EJERCICIOS DE LA SEMANA N° 2

1. Si el área de un sector circular es Su^2 y su radio mide Su , halle la longitud de arco de dicho sector.
- A) 5 u B) 4 u C) 2 u D) 4,5 u E) 6 u

Solución:

Área  $= r u^2 \Rightarrow \frac{1}{2}(\theta)r^2 = r$

$$\Rightarrow \theta r = 2$$
$$\Rightarrow L = 2u$$

Rpta: C

2. Si la razón entre las áreas de dos sectores circulares de igual radio es $\frac{3}{5}$ y el ángulo central del sector circular de mayor área es $22^\circ 30'$, calcule la medida del ángulo central del otro sector circular.

A) $\frac{9\pi}{10}$ rad B) $\frac{7\pi}{50}$ rad C) $\frac{9\pi}{40}$ rad D) $\frac{\pi}{20}$ rad E) $\frac{3\pi}{40}$ rad

Solución:

$$i) S_1 = \frac{1}{2} \theta_1 r^2$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \theta_2 r^2$$

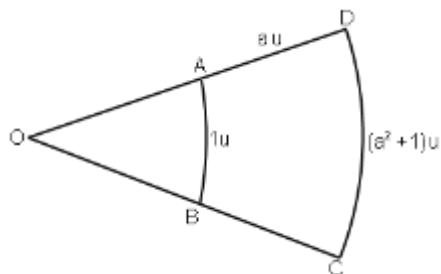
$$\Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{3}{5} \Rightarrow \theta_2 > \theta_1$$

$$ii) \theta_2 = 22^\circ 30' = \frac{\pi}{8} \text{ rad} \Rightarrow \theta_1 = \frac{3\pi}{40} \text{ rad}$$

Rpta.: E

3. En la figura adjunta, DOC es un sector circular; si el área del trapecio circular ABCD es $15u^2$, calcule el perímetro del sector circular DOC.

- A) $6u$ B) $5u$
C) $4u$ D) $12u$
E) $10u$

**Solución:**

Sea $m\angle AOB = \theta$ y $\overline{OA} = r$

$$i) \theta = \frac{a^2 + 1 - 1}{a} = a \text{ (En el trapecio)}$$

$$ii) 1.5 = \left(\frac{a^2 + 1 + 1}{2} \right) \cdot a \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \theta = 1 \text{ rad}$$

$$iii) 1 = \theta \cdot r \Rightarrow r = 1u \text{ (sector AOB)}$$

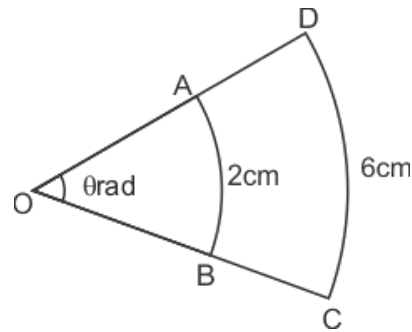
$$iv) \text{Perímetro del sector COD} = 1 + 1 + 1 + 1 + 2 = 6u$$

Rpta.: A

4. En la figura, AOB y DOC son sectores circulares. Si las áreas del sector circular AOB y del trapecio circular ABCD son $S_1 \text{ cm}^2$ y $S_2 \text{ cm}^2$, respectivamente,

calcule $\frac{S_1}{S_2}$.

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$
 C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{2}$
 E) $\frac{1}{6}$



Solución:

$$S_1 = \frac{4}{2\theta}$$

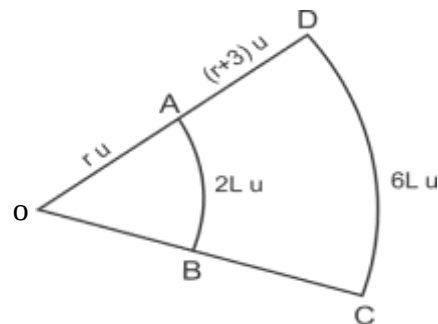
$$S_2 = \frac{36}{2\theta} - \frac{4}{2\theta} = \frac{32}{2\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{8}$$

Rpta.: C

5. En la figura, AOB y DOC son sectores circulares. Halle el valor de r.

- A) 4 B) $\frac{1}{4}$
 C) 3 D) 2
 E) $\frac{1}{6}$



Solución:

Sea $m\angle AOB = \theta \text{ rad}$

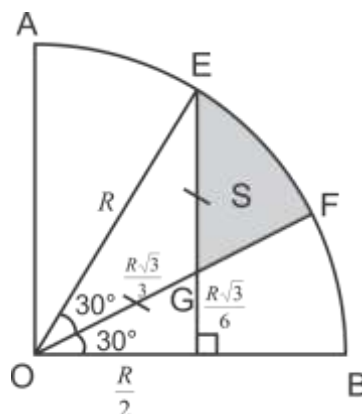
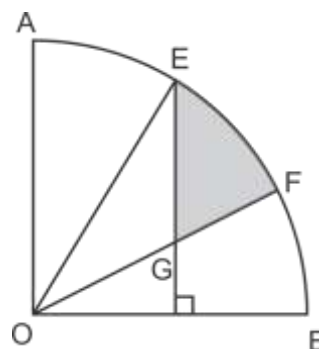
$$\theta r = 2L \text{ (En AOB) y } \theta(2r + 3) = 6L \text{ (En COD)}$$

$$\Rightarrow \text{Dividiendo : } 3 = \frac{2r+3}{r} \Rightarrow r = 3$$

Rpta.: C

6. En la figura, AOB es sector circular de radio R y de ángulo central igual a 100° , $AE = FB = EF$. Halle el área de la región sombreada.

- A) $\frac{(\pi - \sqrt{3})R^2}{12}u^2$ B) $\frac{(\pi + \sqrt{3})R^2}{12}u^2$
 C) $\frac{(\pi - \sqrt{3})R^2}{2}u^2$ D) $\frac{(\pi + \sqrt{3})R^2}{2}u^2$
 E) $\frac{(\pi - \sqrt{3})R^2}{6}u^2$



Solución:

De la figura:

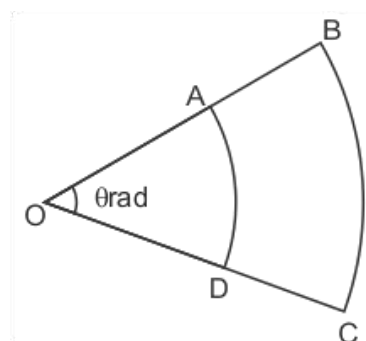
$$S = S_{EOF} - S_{\triangle EOG}$$

$$S = \frac{1}{2} \frac{\pi}{6} R^2 - \frac{1}{2} \frac{R\sqrt{3}}{3} \frac{R}{2} = \frac{(\pi - \sqrt{3})R^2}{12}$$

Rpta.: A

7. En la figura mostrada BOC es un sector circular; si el área y perímetro del trapecio circular ABCD son $\frac{5\pi}{3}u^2$ y $(4 + \frac{5\pi}{3})u$, respectivamente, hallar la longitud de AB, ($AB < 2,5$).

- A) 4 u B) 2 u
 C) 1,5 u D) 2,4 u
 E) 1 u



Solución:

De la figura $h = AB$

$$\frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2} h(L_1 + L_2) \dots (1) \text{ y } 4 + \frac{5\pi}{3} = 2h + L_1 + L_2 \dots (2)$$

Reemplazando $L_1 + L_2$ de (1) en (2):

$$6h^2 - (12 + 5\pi)h + 10\pi = 0 \Rightarrow (h - 2)(6h - 5\pi) = 0 \Rightarrow h = 2 \text{ y } h \neq \frac{5\pi}{6}$$

Rpta.: B

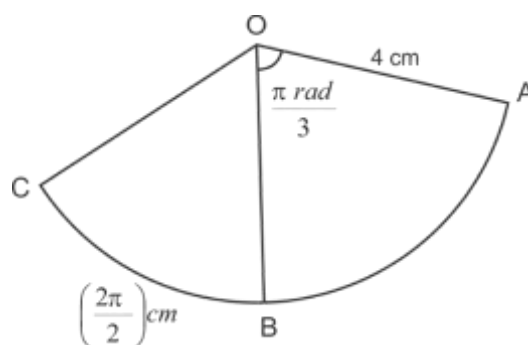
8. En la figura, AOB y COB son sectores circulares; halle el área del sector circular AOC.

- A) $\frac{4\pi}{3} \text{ cm}^2$ B) $\frac{\pi}{3} \text{ cm}^2$
 C) $\frac{14\pi}{3} \text{ cm}^2$ D) $\frac{7\pi}{3} \text{ cm}^2$
 E) $\frac{14\pi}{5} \text{ cm}^2$

Solución:

$$S_{AOC} = S_{AOB} + S_{BOC} = \frac{1}{2} \frac{\pi}{3} 4^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi}{2} \right) (4) = \frac{14\pi}{3}$$

Rpta.: C



9. En la figura, AOB, COD y EOF son sectores circulares y el perímetro del trapecio circular CDFE es igual a 40 u y su área es la máxima posible. Halle el área de la región sombreada si OA=AC=CE.

- A) 10 u^2 B) 80 u^2
 C) 20 u^2 D) 40 u^2
 E) 100 u^2

Solución:

$$S = \left(\frac{a+b}{2} \right) n \dots (I)$$

$$\text{.Por dentro : } a + b + 2n = 40$$

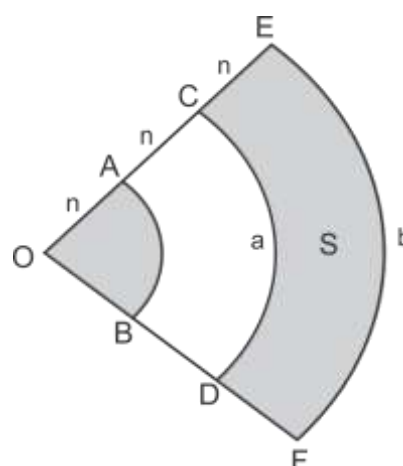
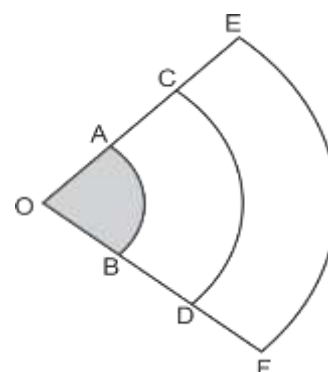
$$\Rightarrow a + b = 40 - 2n \dots (II)$$

$$\text{.Reemplazando (II) en (I) :}$$

$$S = (20 - n)n = 20n - n^2$$

$$S = 100 - (n - 10)^2 \Rightarrow S_{\max} = 100$$

$$\text{.Como } OA = AC = CE \Rightarrow \frac{S_{AOB}}{1} \Rightarrow S_{AOB} = 20 \text{ u}^2$$



Rpta.: C

10. Una rueda de radio "r", realiza 10 vueltas al recorrer internamente los 4 lados de un rectángulo de perímetro $(40\pi + 16)u$. Determine el valor de r.

A) 3 u B) 4 u C) 5 u D) 2 u E) 8 u

Solución:

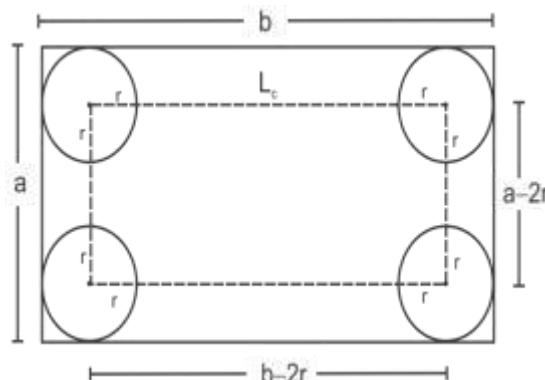
Dato

$$2a + 2b = 40\pi + 16$$

$$L_c = 2(a - 2r) + 2(b - 2r)$$

$$\Rightarrow 10 = \frac{2(a - 2r) + 2(b - 2r)}{2\pi r} = \frac{40\pi + 16 - 8r}{2\pi r}$$

$$\Rightarrow r = 2$$

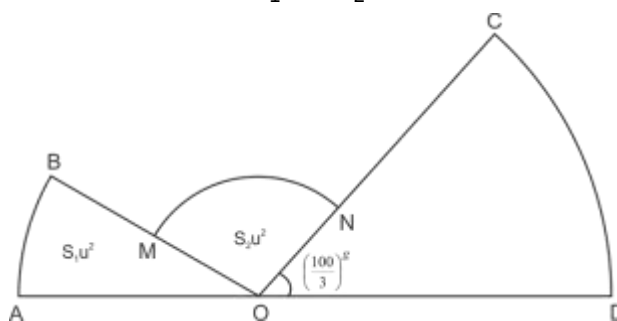


Rpta.: D

EVALUACIÓN N° 2

1. En la figura, AOB, MON, DOC, son sectores circulares. Si el área del sector circular COD es $27\pi u^2$, y las áreas de los sectores circulares AOB y MON son $S_1 u^2$ y $S_2 u^2$ respectivamente, además $BM = MO$, $CN = 2NO$, calcule $S_1 + 4S_2$.

A) 30π
 B) 15π
 C) 10π
 D) 60π
 E) 36π



Solución:

$$m\angle COD = \left(\frac{100}{3}\right)^g = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

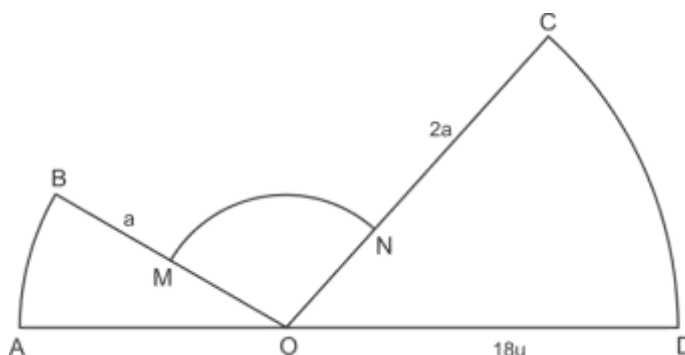
$$m\angle BOA = \theta_1, m\angle MON = \theta_2$$

$$\Rightarrow S_{COD} = \frac{R^2}{2} \frac{\pi}{6} = 27\pi$$

$$\Rightarrow R = 18u \text{ y } \theta_1 + \theta_2 = \frac{5\pi}{6}$$

(OC = R)

$$S_1 = \frac{144\theta_1}{2} \Rightarrow S_1 = 72\theta_1 \text{ y } S_2 = \frac{36\theta_2}{2} \Rightarrow S_2 = 18\theta_2 \Rightarrow S_1 + 4S_2 = 60\pi$$



Rpta.: D

2. En la figura, se tiene los sectores circulares AOB, COD Y EOF. Calcule el área del trapecio circular ABDC, siendo el área del sector circular AOB igual a 18m^2 y $OA=6CE$, $AC+DF=2$ y la longitud del arco EF es igual a 8 m.

- A) $3,5\text{ m}^2$ B) $9,5\text{ m}^2$
 C) $6,5\text{ m}^2$ D) 3 m^2
 E) 2 m^2

Solución:

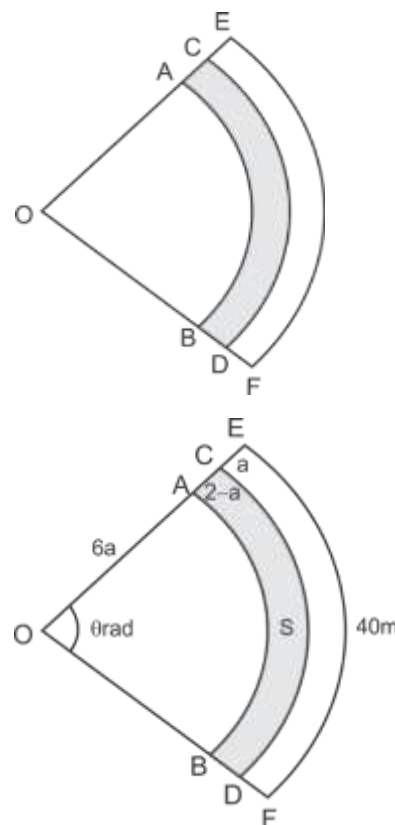
En EOF: $(6a+2)\theta = 8$

$$\Rightarrow \theta = \frac{4}{3a+1} \dots (I) \wedge \frac{\theta(6a)^2}{2} = 18 \Rightarrow \theta a^2 = 1 \dots (II)$$

.De (I) en (II): $\frac{4}{3a+1} a^2 = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{4} \vee a = 1$

.En (I): $\theta = 1 \Rightarrow L_{AB} = 6, L_{CD} = 7$

$$S = \left(\frac{6+7}{2} \right) \times 1 = 6,5\text{m}^2$$



Rpta.: C

3. Si las áreas de un sector circular y la región encerrada por un cuadrado son iguales y además de igual perímetro, halle la medida del ángulo central del sector circular en radianes.
- A) 5 rad B) 4 rad C) 2 rad D) 4,5 rad E) 6 rad

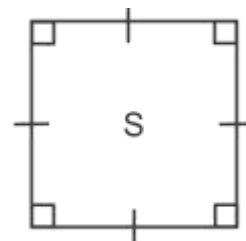
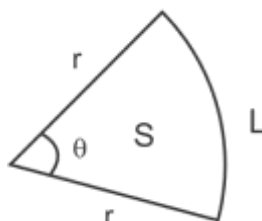
Solución:

- Área sector AOB = Área $\square$

$$\frac{\theta r^2}{2} = L^2 \Rightarrow \frac{L^2}{r^2} = \frac{\theta}{2}$$

- $2r + \theta r = 4L \Rightarrow \frac{L^2}{r^2} = \frac{(2+\theta)^2}{16}$

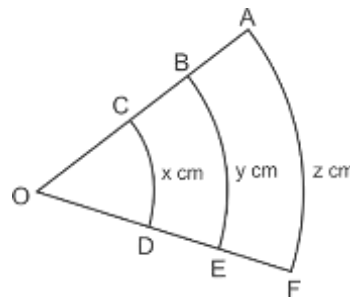
$$\Rightarrow \frac{\theta}{2} = \frac{(2+\theta)^2}{16} \Rightarrow \theta = 2$$



Rpta.: C

4. En la figura, BOE, COD y AOF son sectores circulares. Si $AB=2CB$, halle el valor de $\frac{4(z-x)(y-x)}{(z-y)^2}$.

- A) 5 B) 3
C) 4 D) 6
E) 1

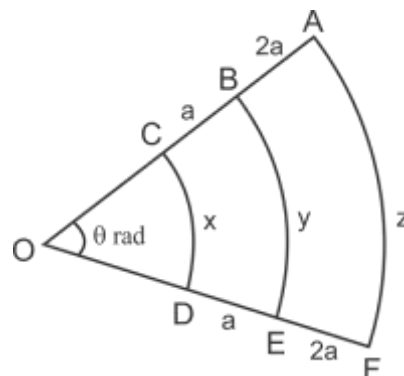


Solución:

De la figura

$$y-x = a\theta, \quad z-x = 3a\theta, \quad z-y = 2a\theta$$

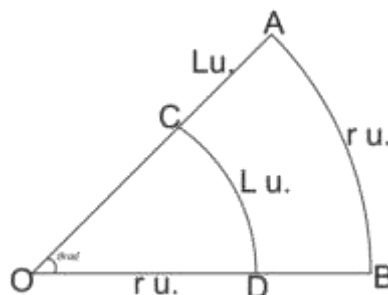
$$\Rightarrow \frac{4(z-x)(y-x)}{(z-y)^2} = 3$$



Rpta.: B

5. En la figura, AOB y COD son sectores circulares; si $\theta \neq 1$, calcule el valor de $\theta^3 - 2\theta$.

- A) 1 B) -1
C) 2 D) -2
E) -3



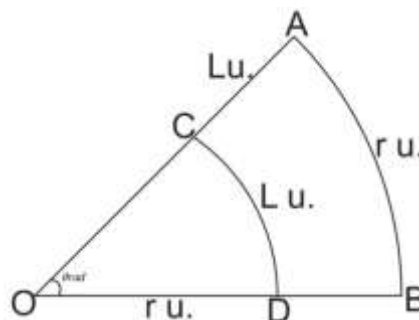
Solución:

$$L = \theta r, \quad r = (L+r)\theta$$

$$\Rightarrow \frac{L}{\theta} = L\theta + L$$

$$\Rightarrow \theta^2 + \theta = 1$$

$$\Rightarrow \theta^3 + \theta^2 = \theta \Rightarrow \theta^3 - 2\theta = -1$$



Rpta.: B