PROBLEMAS RESUELTOS

PREGUNTA 01

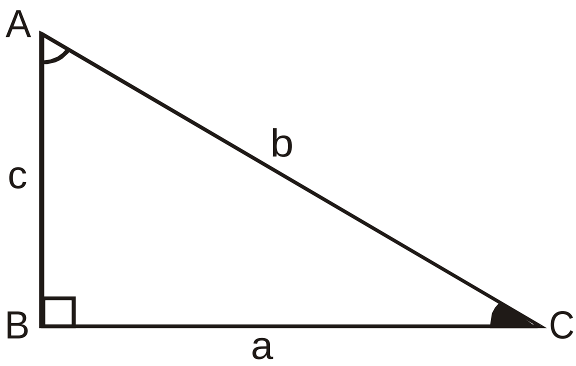
En un triángulo ABC (B = 90°); reducir:

L = SenA.CscA + CosA.SecA + SenC.CosC.TgC.CtgC.SecC.CscC.

RESOLUCIÓN:

Note: SenC.CosC.TgC.CtgC.SecC.CscC = 1

Graficando tenemos:



$$L = \frac{a}{b}.\frac{b}{a} + \frac{c}{b}.\frac{b}{c} + 1$$

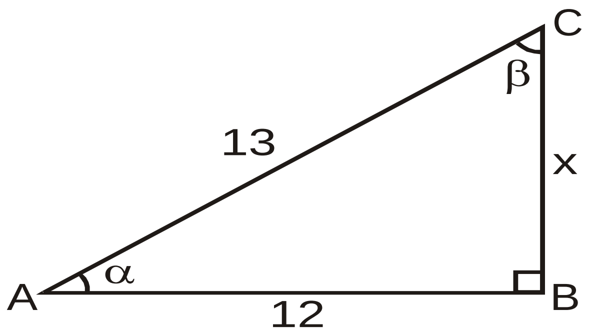
$\therefore$ **L = 3**

PREGUNTA 02

En un triángulo rectángulo, los lados mayores miden 13cm y 12cm. Calcular el coseno del mayor ángulo agudo.

RESOLUCIÓN:

Uno de los lados mayores involucra a la hipotenusa, por lo tanto se puede graficar:



i) Pitágoras: $13^2 = 12^2 + x^2$

$169 = 144 + x^2 \rightarrow \therefore x = 5$

ii) A menor lado se opone el menor ángulo y viceversa, por lo tanto el mayor ángulo agudo es "β"

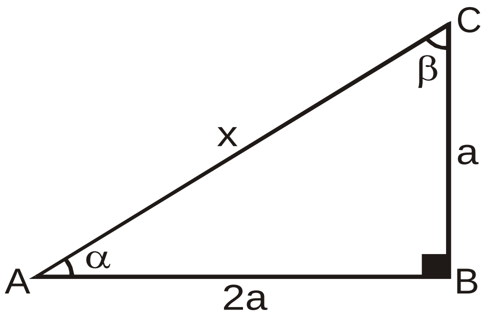
nos piden entonces: $\cos\beta = \dfrac{5}{13}$

PREGUNTA 03

En un triángulo rectángulo, un cateto es el doble del otro. Calcular el seno del mayor ángulo agudo.

RESOLUCIÓN:

Graficando y respetando la condición:



i) Por Pitágoras: $x^2 = (a)^2 + (2a)^2$

$x^2 = a^2 + 4a^2 \rightarrow x^2 = 5a^2 \rightarrow \therefore x = \sqrt{5}a$

ii) Mayor ángulo agudo "β"

iii) Por lo tanto: $\operatorname{sen}\beta = \dfrac{2a}{a\sqrt{5}} \rightarrow \operatorname{sen}\beta = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$

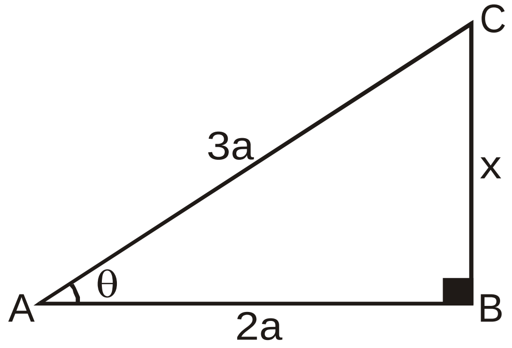
PREGUNTA 04

Siendo "¯" un ángulo agudo, tal que: $Cos\,\overline{\ } = \frac{2}{3}$; determinar "$Sen\,\overline{\ }$".

<u>RESOLUCIÓN</u>:

Interpretando la condición:

$$\cos\theta = \frac{2}{3} = \frac{C.A.}{H}$$



i) Por Pitágoras: $(3a)^2 = (2a)^2 + x^2$

$$9a^2 = 4a^2 + x^2 \rightarrow x^2 = 5a^2 \rightarrow \therefore x = \sqrt{5}\,a$$

ii) $\operatorname{sen}\theta = \frac{C.O.}{H} \rightarrow \operatorname{sen}\theta = \frac{\sqrt{5}\cancel{a}}{3\cancel{a}}$

$$\therefore \operatorname{sen}\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

PREGUNTA 05

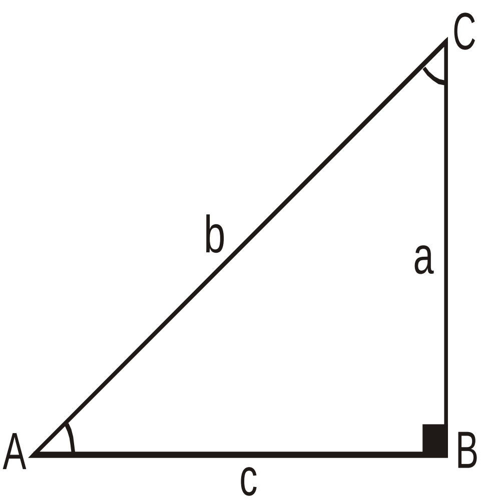
En un triángulo rectángulo ABC (recto en "B"), de lados "a", "b" y "c", se cumple que:

$$\frac{\tan A + \tan C}{\sec A - \operatorname{sen} C} = 8$$

Reducir: $K = [\cot^2 A + 2\operatorname{sen} A]^{\cos C}$

<u>RESOLUCIÓN</u>:

Interpretando la condición en función de los lados del triángulo rectángulo.



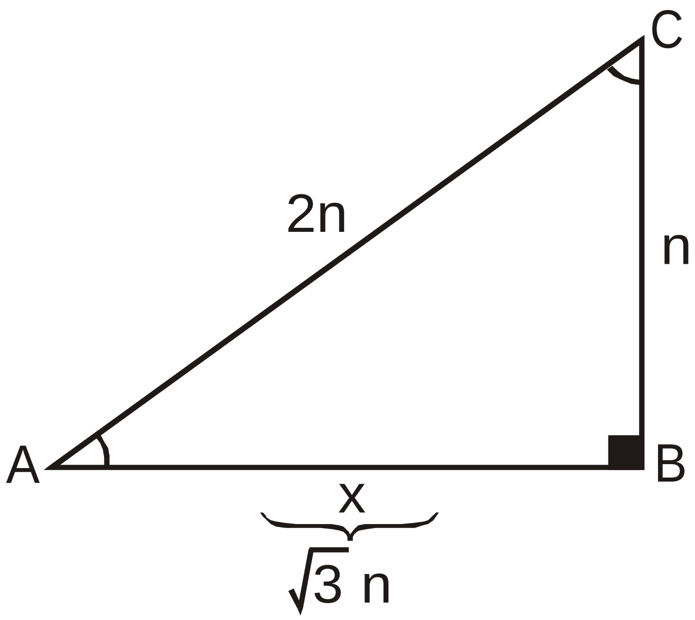
i) reemplazando:

$$\frac{\frac{a}{c} + \frac{c}{a}}{\frac{b}{c} - \frac{c}{b}} = 8$$

ii) efectuando operaciones:

$$\frac{(a^2 + c^2)bc}{ac\,(b^2 - c^2)} = 8$$

$$\Rightarrow \frac{\overbrace{(a^2+c^2)}^{b^2}b}{a\underbrace{(b^2-c^2)}_{a^2}} = 8 \Rightarrow \frac{b^3}{a^3} = 8 \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{2n}{1n}$$



i) Por Pitágoras: $(2n)^2 = (n)^2 + x^2$

$$4n^2 = n^2 + x^2 \rightarrow 3n^2 = x^2 \rightarrow \therefore x = \sqrt{3}n$$

ii) Reemplazando en "K":

$$K = [\cot^2 A + 2\operatorname{sen}A]^{\cos C} = \left[\left(\frac{\sqrt{3}n}{n}\right)^2 + 2\left(\frac{n}{2n}\right)\right]^{n/2n}$$

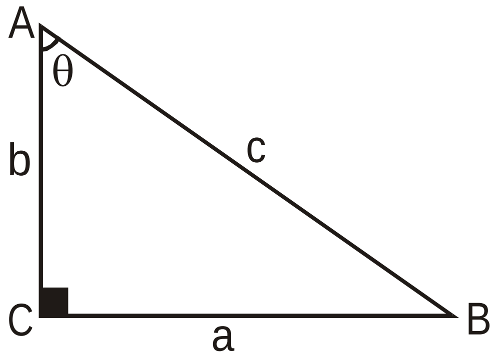
$$K = [(\sqrt{3})^2 + 2(\tfrac{1}{2})]^{1/2} \rightarrow \therefore K = 2$$

PREGUNTA 06

En el triángulo rectángulo se cumple que la diferencia de las medidas de la hipotenusa con uno de los catetos es 8 y con el otro es 9. Calcular el valor de la tangente del mayor ángulo agudo de dicho triángulo.

RESOLUCIÓN:

Sea $(a > b)$



$$\left.\begin{array}{l} \text{i) } c - a = 8 \rightarrow a = c - 8 \\ \text{ii) } c - b = 9 \rightarrow b = c - 9 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{además:} \\ a^2 + b^2 = c^2 \end{array}$$

iii) Reemplazando:

$$(c - 8)^2 + (c - 9)^2 = c^2 \rightarrow c^2 - 34c + 145 = 0$$

Factorizando:

$$c^2 - 34c + 145 = 0$$

$$\begin{array}{ll} c & -29 \\ c & -5 \end{array}$$

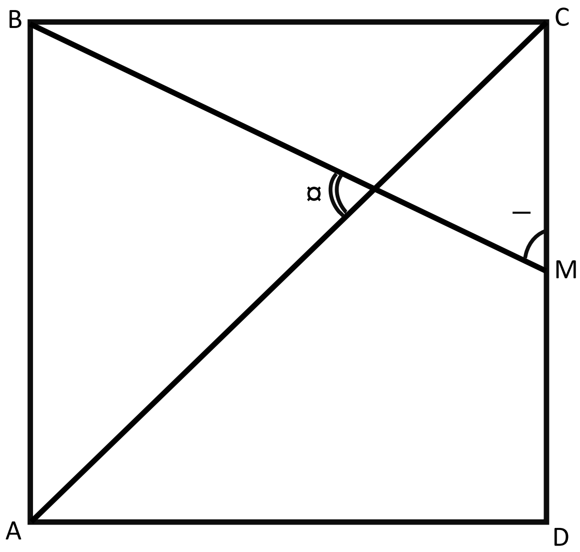
$(c - 29)(c - 5) = 0 \rightarrow \therefore c = 29 \wedge a = 21$

por lo tanto: $b = 20$

$$\therefore \quad tg\,\bar{\ } = \frac{21}{20}$$

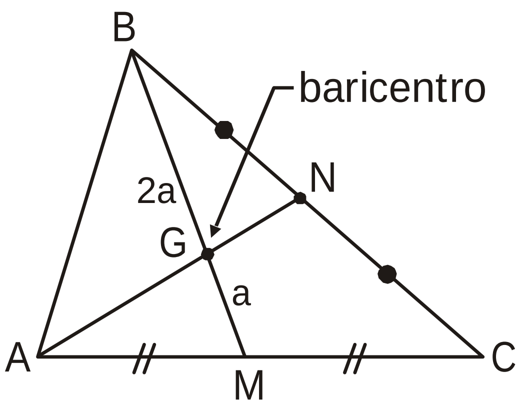
PREGUNTA 07

En la figura, se tiene que ABCD es un cuadrado. Determine el valor de:
$E = ctg$¯ $+ ctg$¤ . M es punto medio de CD.

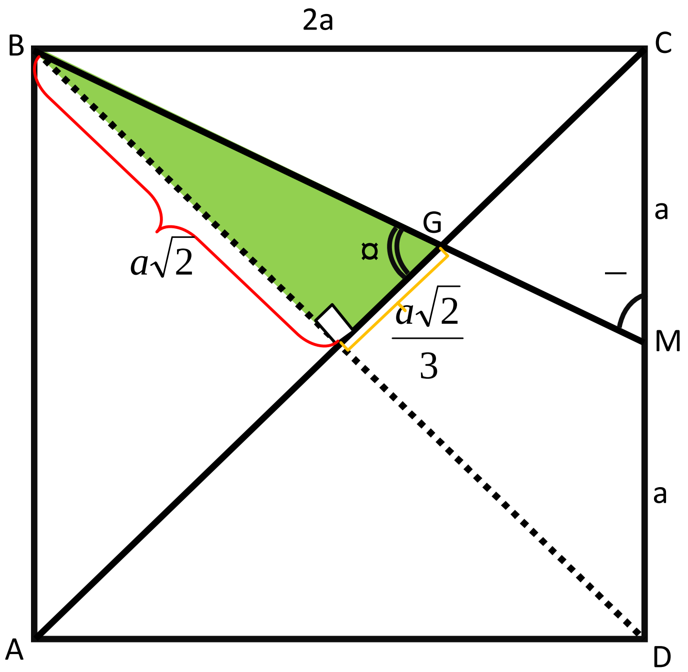


RESOLUCIÓN

Recuerde:



G: baricentro del triángulo BCD



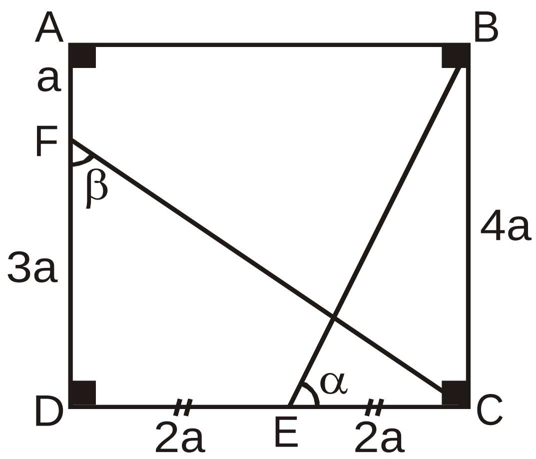
De la figura:

$$ctg\,\text{¯} + ctg\,\text{¤} = \frac{a}{2a} + \frac{\frac{a\sqrt{2}}{3}}{a\sqrt{2}} = \frac{5}{6}$$

PREGUNTA 08

En un cuadrado ABCD, se traza ("E" en DC y "F" en AD tal que: FD = 3AF y CE = ED, si: ∠ mBEC = ~ y ∠ CFD = ; calcular: J = 2cot~ + 3tan

RESOLUCIÓN:



i) Como: CE = ED ⇒ "E" : punto medio

ii) Además: FD = 3AF ⇒ AF = a ∧ FD = 3a

iii) Reemplazando en "J":

$$J = 2\left(\frac{2\cancel{a}}{4\cancel{a}}\right) + 3\left(\frac{4\cancel{a}}{3\cancel{a}}\right)$$

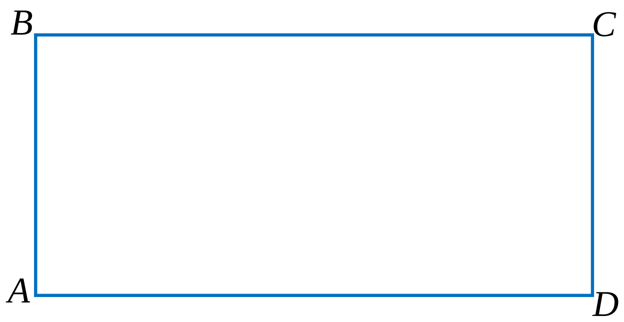
$$\therefore\ J = 5$$

PREGUNTA 09

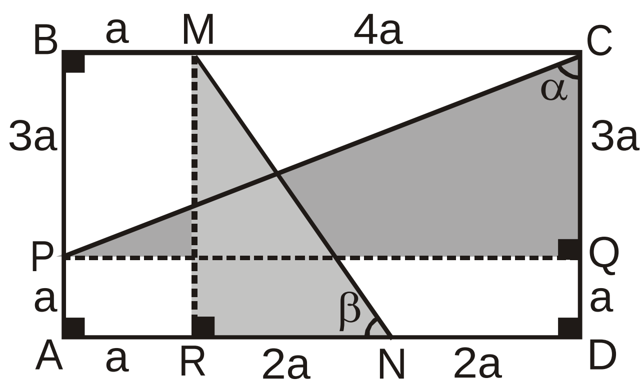
En un rectángulo ABCD, se ubican los puntos "M", "N" y "P" en BC, AD, AB respectivamente, tal que:

$$BM = AP = \frac{MC}{4} = \frac{BP}{3} = \frac{ND}{2}$$

Si: ∠PCD = ~ ∧ ∠MNA = , calcular: J = tan~ + tan



RESOLUCIÓN:



i) Interpretando el gráfico:

ii) $BM = AP = \frac{MC}{4} = \frac{BP}{3} = \frac{ND}{2} = a$

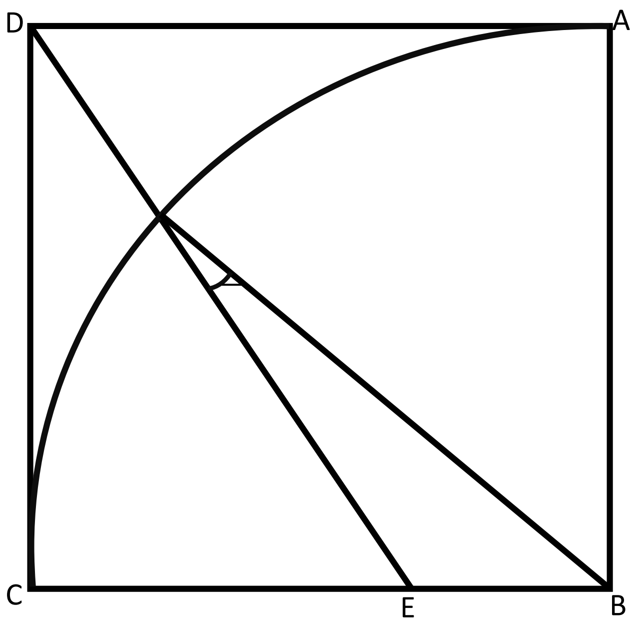
$BM = a;\ AP = a;\ MC = 4a;\ BP = 3a;\ ND = 2a$

iii) Reemplazando:

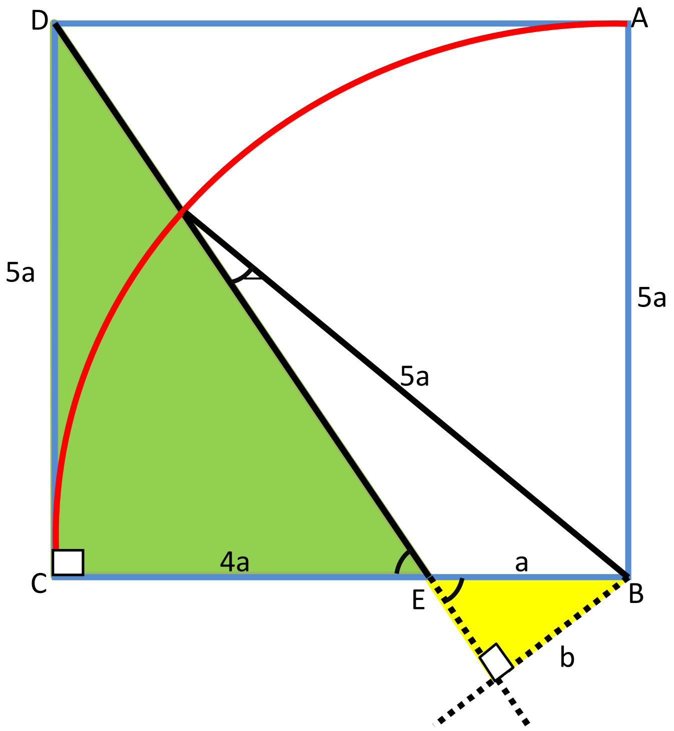
$$J = \frac{5\cancel{a}}{3\cancel{a}} + \frac{4\cancel{a}}{2\cancel{a}};\ J = \frac{5}{3} + 2 \rightarrow J = \frac{11}{3}$$

PREGUNTA 10

En la figura mostrada, el cuadrado ABCD contiene al cuadrante ABC. Si $EB=\frac{1}{4}CE$, halle el valor de: $\sqrt{41}sen$



RESOLUCIÓN



Por Pitágoras: $ED=a\sqrt{41}$

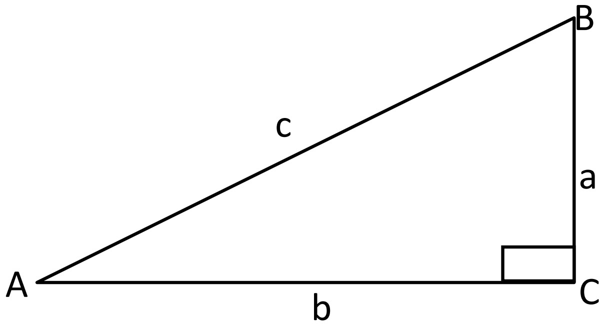
Triángulo verde es semejante al amarillo, entonces: $\frac{a\sqrt{41}}{a}=\frac{5a}{b}\Rightarrow b=\frac{5a}{\sqrt{41}}$

$$sen^{-}=\frac{b}{5a}=\frac{\frac{5a}{\sqrt{41}}}{5a}=\frac{1}{\sqrt{41}}\Rightarrow \sqrt{41}sen^{-}=1$$

PREGUNTA 11

Dado el triángulo rectángulo ABC (recto en C) en el cual se cumple: senA + senB + cosA + cosB = 3. Calcule el valor de tgA + tgB

RESOLUCIÓN



$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}+\frac{b}{c}+\frac{a}{c}=3\rightarrow\frac{a+b}{c}=\frac{3}{2}$$

Elevando m.a.m al cuadrado, además: $c^2=a^2+b^2$

$$\frac{(a+b)^2}{c^2}=\frac{9}{4}\rightarrow\frac{a^2+b^2+2ab}{c^2}=\frac{9}{4}$$

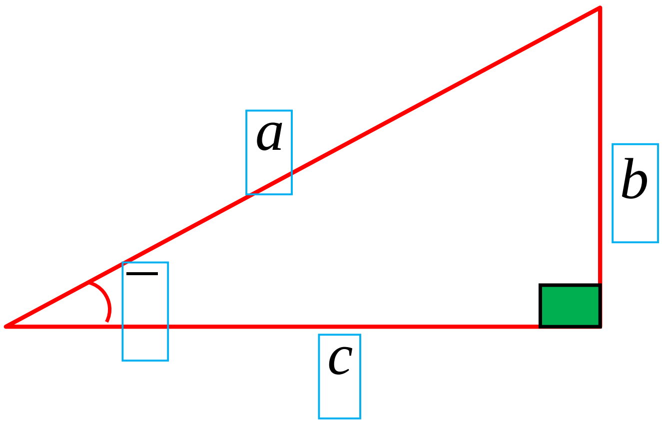
$$\frac{c^2+2ab}{c^2}=1+\frac{2ab}{c^2}=\frac{9}{4}\rightarrow\frac{c^2}{ab}=\frac{8}{5}$$

Por lo tanto: $tgA+tgB=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{c^2}{ab}=\frac{8}{5}$ **Rta: 1,6**

PREGUNTA 12

El perímetro de un triángulo rectángulo es de 240m. Si la secante de uno de sus ángulos es 2.1250, halle la diferencia de la longitud mayor y menor de los lados de dicho triángulo.

RESOLUCIÓN



$$\sec \text{—} = \frac{a}{c} = 2{,}1250 = \frac{17k}{8k}$$

Entonces: (a=17k; c=8k) lados de un triángulos pitagórico, luego b = 15k

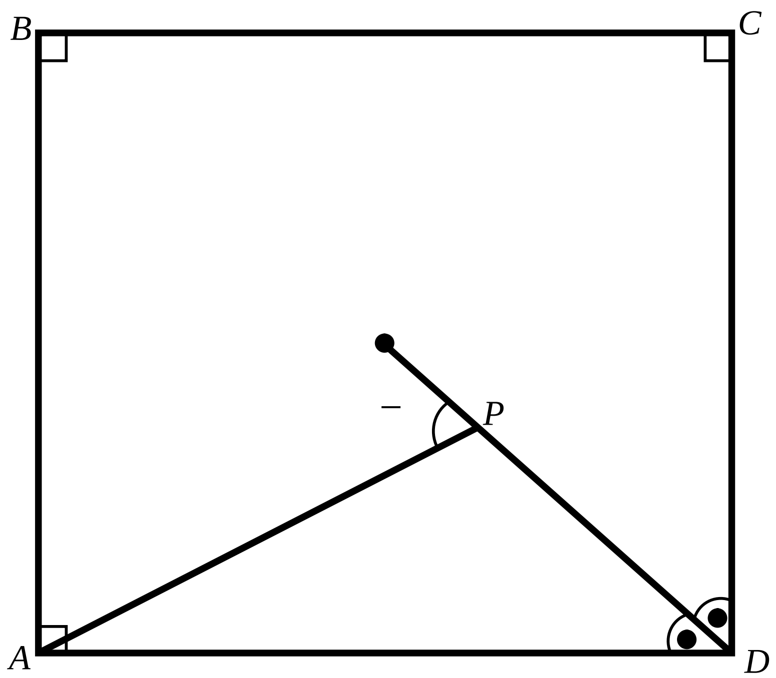
$$Pitágoras: (17k)^2 = (15k)^2 + (8k)^2 \Rightarrow k = 6$$

Entonces: a = 102; b = 90 y c = 48

$$\therefore \quad a - c = 102 - 48 = 54$$

PREGUNTA 13

De la figura mostrada, ABCD es un cuadrado, además $\frac{AD}{DP}=\frac{3}{\sqrt{2}}$, Calcule el valor de: E= $\left(\sec^{2}—\ -1\right)^{2}+\left(\csc^{2}\text{g}\ -1\right)^{2}$

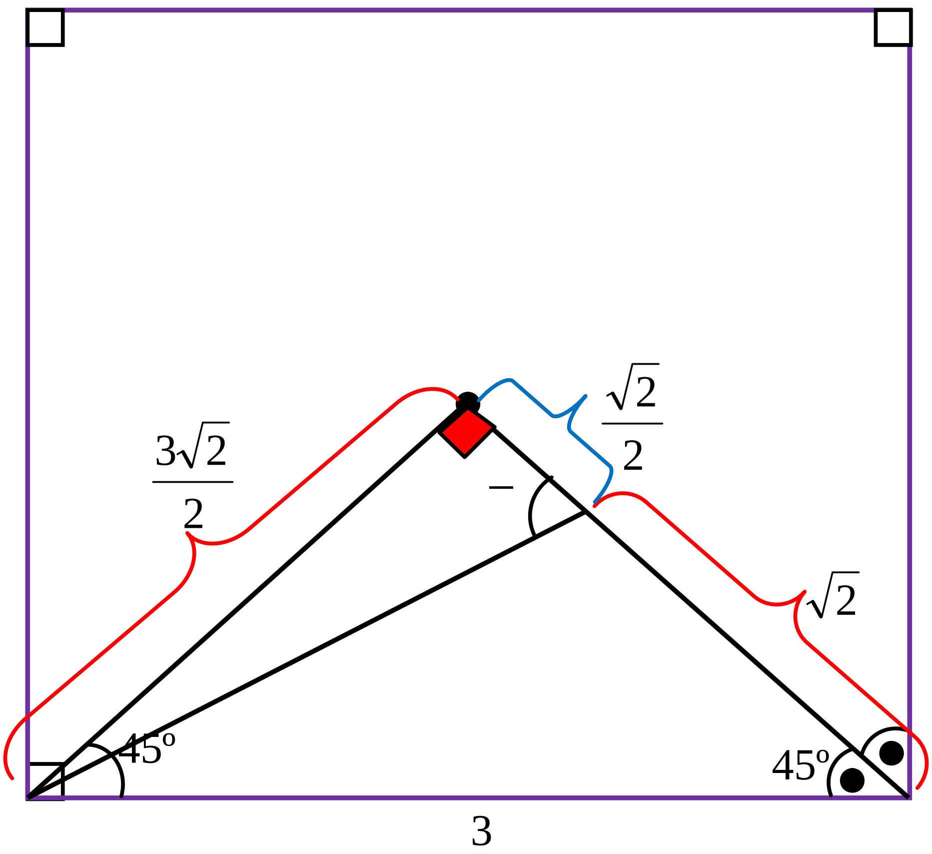


RESOLUCIÓN

Recuerde:

$$\sec^{2}—\ -1=tg^{2}—$$

$$\csc^{2}—\ -1=ctg^{2}—$$



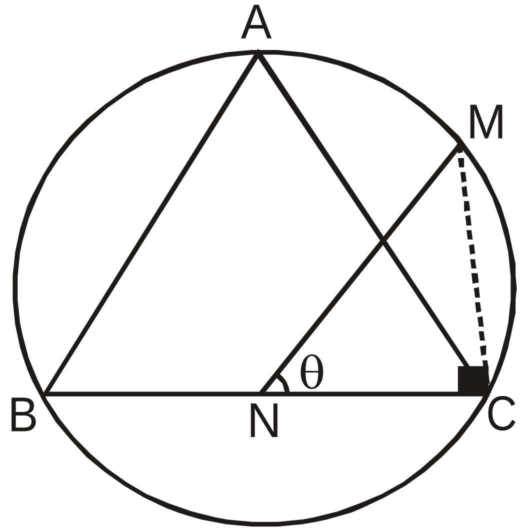
$$E=\left(tg^{2}-\right)^{2}+\left(ctg^{2}-\right)^{2}=\left(\left(\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)^{2}\right)^{2}+\left(\left(\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}\right)^{2}\right)^{2}$$

$$E=9^{2}+\frac{1}{9^{2}}=\frac{6562}{81}$$

PREGUNTA 14

Se tiene un triángulo equilátero ABC, inscrito en una circunferencia, si "M" es el punto medio del arco AC y "N" el punto medio del lado BC. Determinar el seno y tangente del ángulo MNC.

RESOLUCIÓN:



* Unimos los puntos "M" y "C", obteniendo el triángulo rectángulo MCN.

Sea: $\angle MNC = \theta$

Luego: $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{MC}{MN} \wedge \tan\theta = \dfrac{MC}{NC}$

De la geometría: $MC = \ell_6 = R \Rightarrow NC = \dfrac{\ell_3}{2} = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$

$$MN = \sqrt{MC^2 + NC^2} = \sqrt{R^2 + \frac{3R^2}{4}} = \frac{R\sqrt{7}}{2}$$

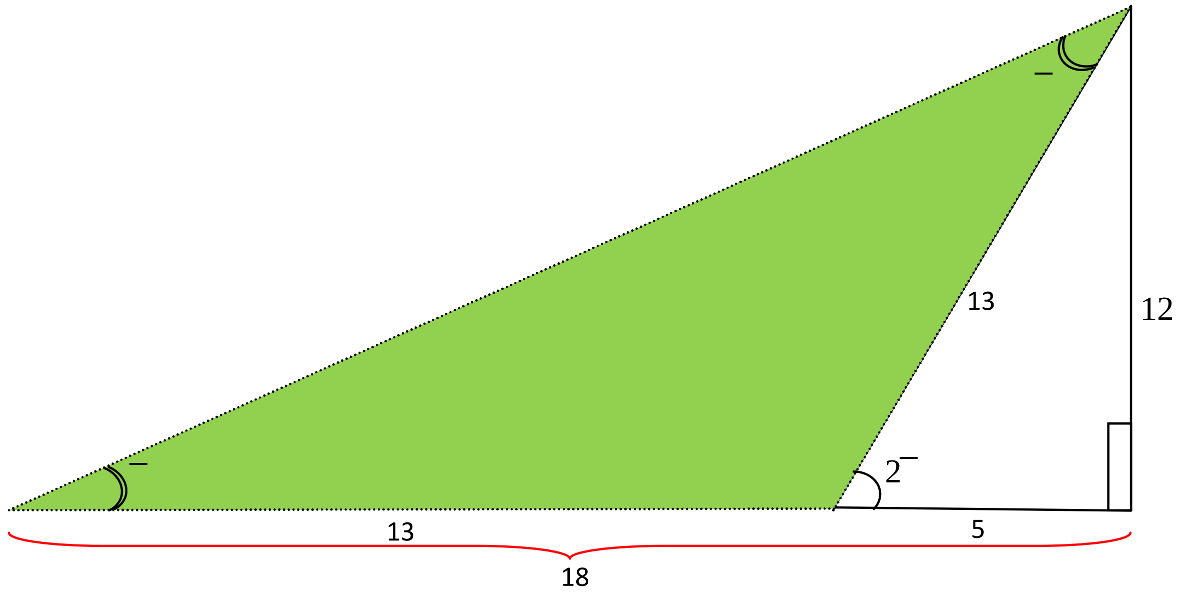
Entonces:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{R}{\frac{R\sqrt{7}}{2}} = \frac{2\sqrt{7}}{7} \Rightarrow \tan\theta = \frac{R}{\frac{R\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

PREGUNTA 15

Si $2^{-} \in <0;\frac{\circledR}{2}>$ y $tg(2^{-})=\frac{12}{5}$, calcular el valor de tangente de tetha(tg^{-}).

<u>RESOLUCIÓN</u>



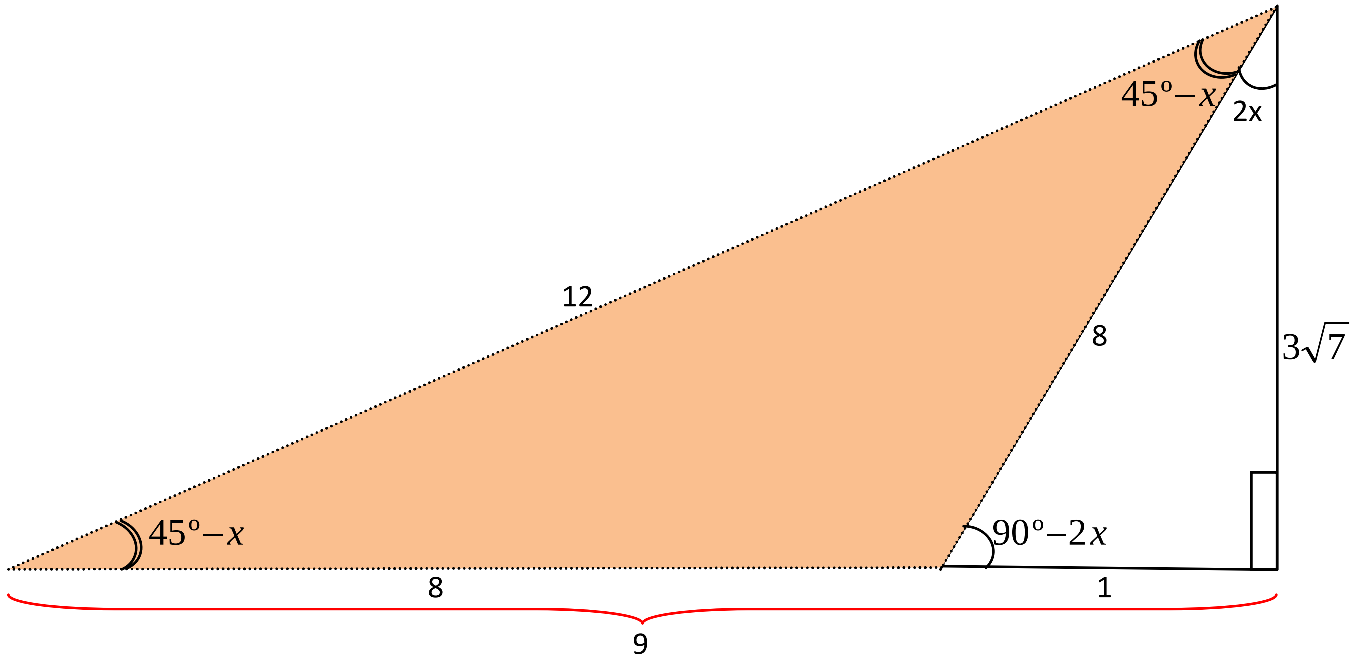
Del gráfico $tg^{-} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

PREGUNTA 16

Si $0 < x < \frac{\text{®}}{4}$; además: Si $8sen2x = 1$, entonces calcular el valor de:

Si $A = sen(45^{o}+x)+\sqrt{7}ctg(45^{o}-x)$

RESOLUCIÓN



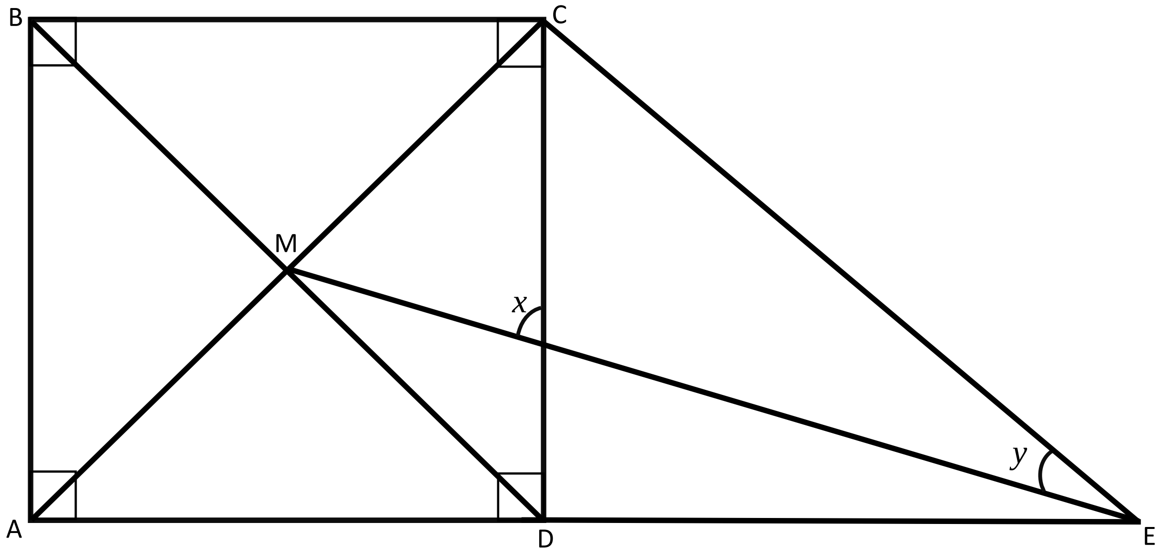
$$A = sen(45^{o}+x)+\sqrt{7}ctg(45^{o}-x)$$

$$A = \frac{9}{12}+\sqrt{7}.\frac{9}{3\sqrt{7}} = \frac{15}{4}$$

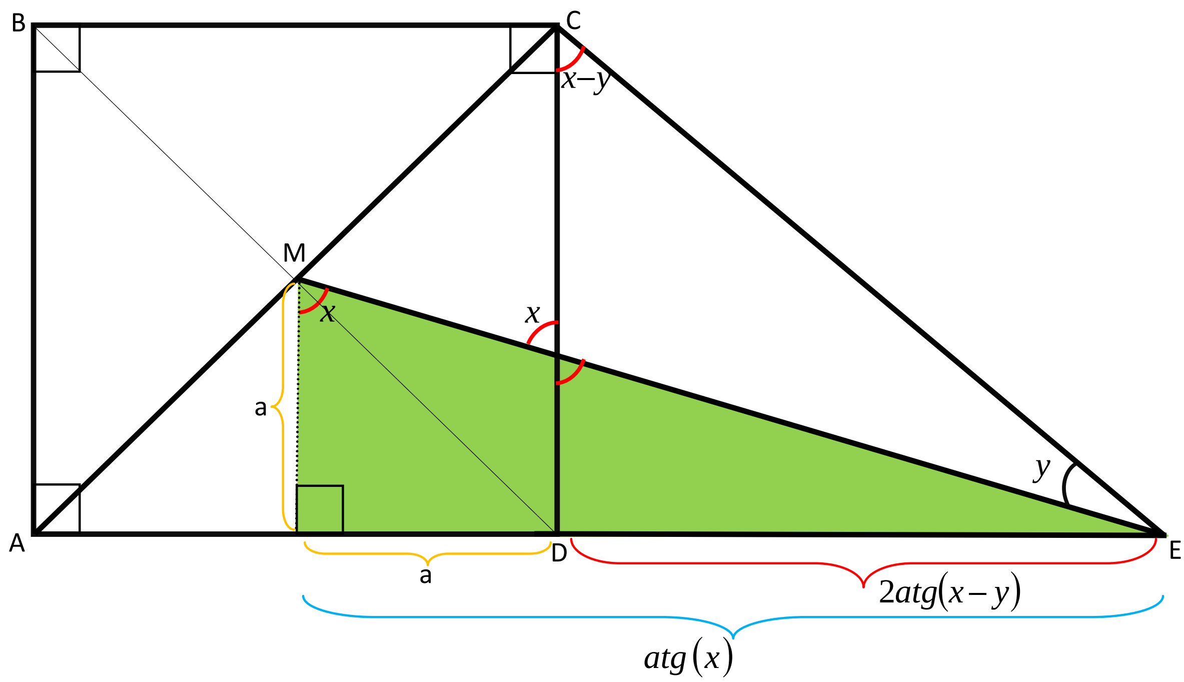
PREGUNTA 17

En la figura mostrada ABCD es un cuadrado y ME=CE. Halle el valor de:

$$M = tgx - 2tg(x-y)$$



RESOLUCIÓN



De la gráfica se observa:

$$atg(x) - 2atg(x-y) = a$$

$$\Rightarrow tg(x) - 2tg(x-y) = 1$$