

## Objetivos:

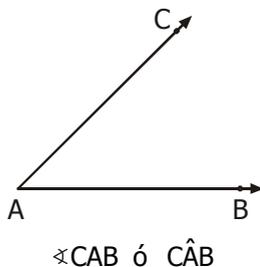
- Reconocer el ángulo trigonométrico y los sentidos en que estos pueden estar generados: horario y antihorario.
- Dibujar el ángulo trigonométrico en cualquiera de los sentidos ya mencionados.
- Operar correctamente los ángulos trigonométricos.

## Conocimientos previos (Elementos de geometría)

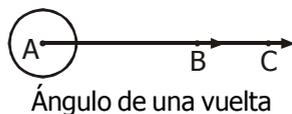
### 1. Ángulo

Es la figura formada por dos rayos que tienen el mismo origen. Los dos rayos son los lados del ángulo y el origen común es el vértice. En el gráfico:

$\vec{AB}$  y  $\vec{AC}$ : lados  
A: vértice



Si los lados de un ángulo son dos rayos opuestos, el ángulo se llama ángulo llano y cuando estos lados coinciden, el ángulo se llama de una vuelta.



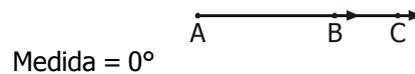
### 2. Medición de ángulos

En geometría, la medición de ángulos está referida a la magnitud asociada a la abertura entre los lados de un ángulo. Se usa el sistema sexagesimal, cuya unidad es un grado sexagesimal ( $1^\circ$ ), tal que 360 de ellos equivale al ángulo de una vuelta, además presenta dos sub-unidades llamadas: minuto sexagesimal ( $1'$ ) y segundo sexagesimal ( $1''$ ): cumpliéndose:

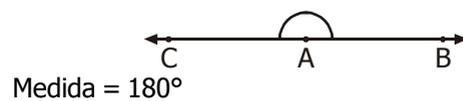
$$\sphericalangle 1 \text{ vuelta} = 360^\circ \quad 1^\circ = 60' \quad 1' = 60'' \quad 1^\circ = 3600''$$

### 3. Algunos ángulos:

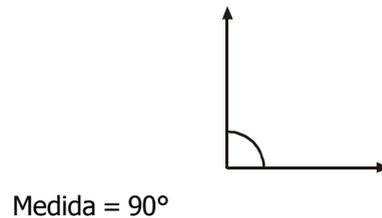
- Ángulo nulo:



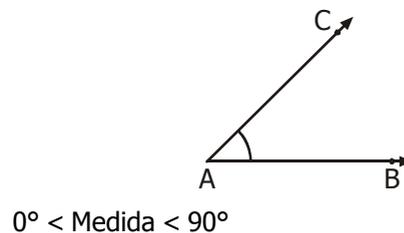
- Ángulo llano:



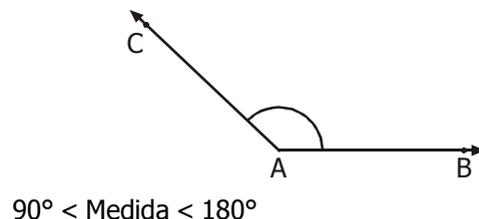
- Ángulo recto:



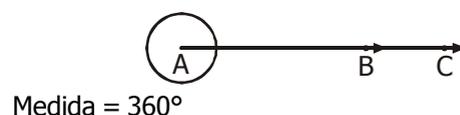
- Ángulo agudo:



- Ángulo obtuso:



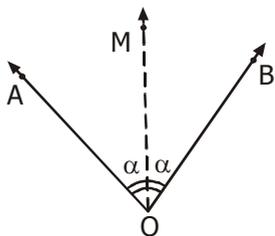
- Ángulo de 1 vuelta



**4. Bisectriz de un ángulo:**

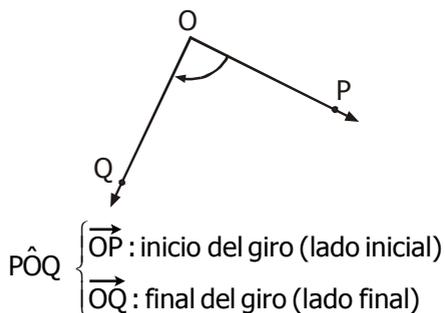
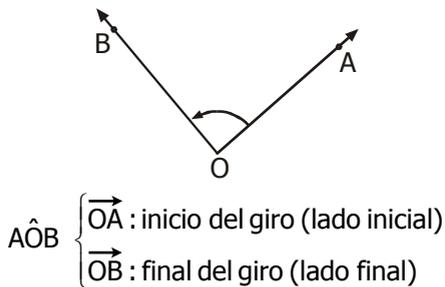
La bisectriz de un ángulo es el rayo que lo divide en dos de igual medida. En el gráfico diremos que  $\vec{OM}$  es bisectriz del ángulo  $\hat{A}OB$ , ya que:

$$m\angle AOM = m\angle MOB = \frac{m\hat{A}OB}{2}$$

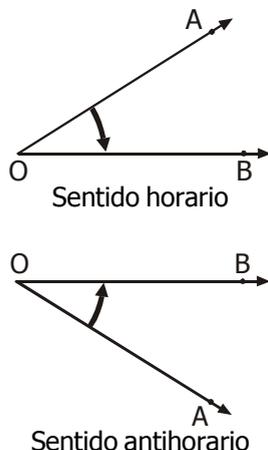


**Ángulo trigonométrico**

Es aquel que se genera por la rotación de un rayo, en un solo plano, alrededor de un punto fijo llamado vértice; desde una posición inicial (inicio del giro) hasta otra posición final (final del giro). En el gráfico:



De esta manera se puede reconocer dos tipos de rotación:



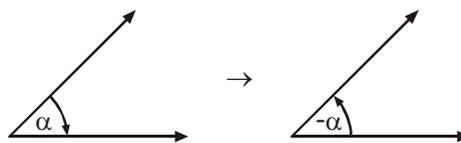
Obviamente cuando no hay rotación; el ángulo es nulo.

**Observaciones:**

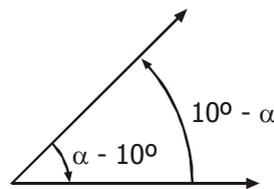
- La medida de un ángulo trigonométrico, hecha la indicación de los tipos de rotación; es:
  - sentido horario: medida negativa
  - sentido antihorario: medida positiva.
- La medida de un ángulo trigonométrico no puede limitarse, pues este depende de la magnitud de la rotación y a su vez estas pueden hacerse indefinidamente en cualquiera de los dos sentidos conocidos.



- Para poder sumar o restar ángulos trigonométricos, estos deben estar orientados en el mismo sentido. Si esto no ocurriese, se recomienda cambiar la rotación, así:



Por ejemplo:

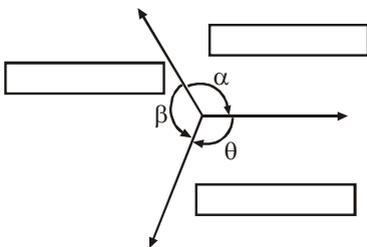


Obs.: Se recomienda colocar todos los ángulos en sentido antihorario.

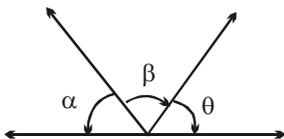


# Test de Aprendizaje

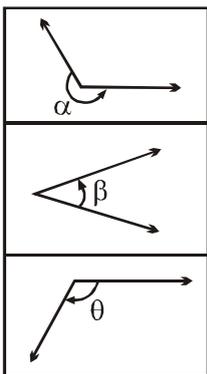
1. Complete en cada recuadro el sentido de la rotación en que fue generado cada ángulo.



2. De acuerdo al gráfico, señale la relación que verifican "α", "β" y "θ".

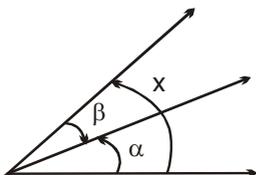


3. Asocie mediante flechas:

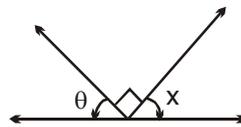


Sentido horario
Sentido Antihorario

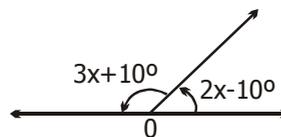
4. Del gráfico, hallar "x".



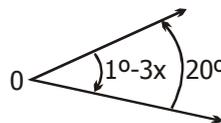
5. Del gráfico, hallar "x".



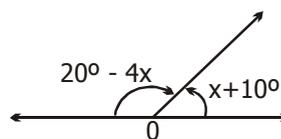
6. Hallar "x", si:



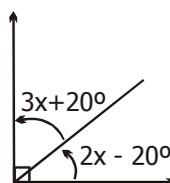
7. Hallar "x", si:



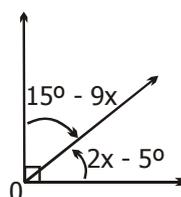
8. Hallar "x", si:



9. Hallar "x", si:



10. Hallar "x", si:





# Practiquemos



1. Si un ángulo que es llano mide  $(10x + 20)^\circ$ , ¿cuál es el valor de "x"?

- a) 11            b) 12            c) 16  
d) 8             e) 10

2. Si un ángulo recto mide  $(7x + 6)^\circ$ , ¿cuál es el valor de "x"?

- a) 8             b) 9             c) 10  
d) 11          e) 12

3. Si un ángulo agudo mide  $3x^\circ$ , ¿cuál es el máximo valor entero que toma "x"?

- a) 17            b) 27            c) 28  
d) 29          e) 89

4. Si un ángulo obtuso mide  $(5x + 10)^\circ$ , ¿cuál es el máximo valor entero que toma "x"?

- a) 31            b) 32            c) 33  
d) 34          e) 35

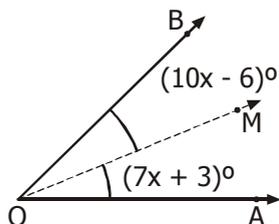
5. Si un ángulo obtuso mide  $(3x - 18)^\circ$ , ¿cuál es la suma del máximo y mínimo valor entero que toma "x"?

- a) 112          b) 102          c) 114  
d) 104          e) 96

6. Si un ángulo agudo mide  $(6x - 12)^\circ$ , ¿cuál es la suma del máximo y mínimo valor entero que toma "x"?

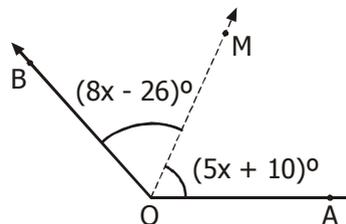
- a) 8             b) 10            c) 12  
d) 17          e) 19

7. En el gráfico,  $\vec{OM}$  es bisectriz, calcular "x".



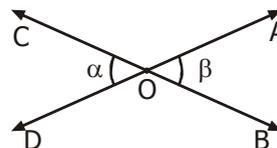
- a) 1             b) 2             c) 3  
d) 4            e) 6

8. Si  $\vec{OM}$  es bisectriz, calcular "x".



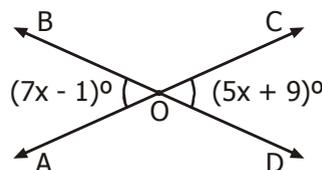
- a) 6             b) 7             c) 12  
d) 14          e) 16

9. En geometría es común decir que los ángulos cuyos lados son rayos opuestos se denominen opuestos por el vértice y son de igual medida. En el gráfico, por ejemplo  $\hat{A}OB$  y  $\hat{C}OD$  son opuestos por el vértice y se cumple:



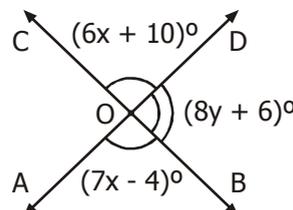
$$m\hat{A}OB = m\hat{C}OD \quad \text{ó} \quad \alpha = \beta$$

Según lo anterior, en el gráfico calcular "x".



- a) 2             b) 3             c) 4  
d) 5            e) 6

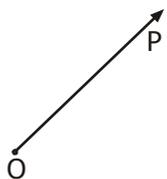
10. En el gráfico, calcular "y".



- a) 6             b) 14            c) 10  
d) 12          e) 16

11. En cada caso, tomando como inicio de giro el rayo  $\vec{OP}$ , dibuje un ángulo en sentido:

a. Horario:



b. Antihorario:



12. En cada caso, tomando como inicio de giro el rayo  $\vec{OP}$ , dibuje un ángulo en sentido:

a. Horario:

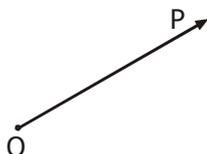


b. Antihorario:



13. En cada caso, tomando como inicio de giro al rayo  $\vec{OP}$ , dibuje un ángulo que mida: (use transportador)

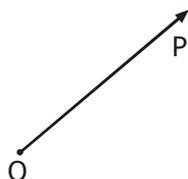
a.  $140^\circ$



b.  $-70^\circ$

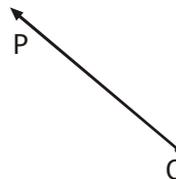


c.  $-120^\circ$



14. En cada caso, tomando como inicio de giro al rayo  $\vec{OP}$ , dibuje un ángulo que mida: (use transportador)

a.  $100^\circ$



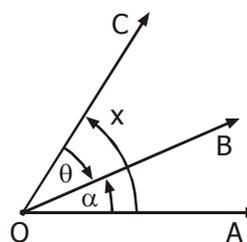
b.  $-50^\circ$



c.  $-160^\circ$

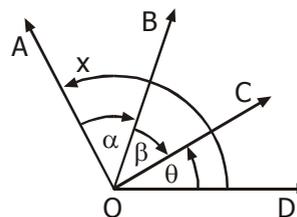


15. Del gráfico, señalar "x" en función de los otros ángulos trigonométricos mostrados.



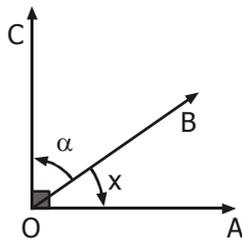
- a)  $\alpha + \theta$       b)  $\alpha - \theta$       c)  $\theta - \alpha$   
 d)  $-\alpha - \theta$       e) F.D.

16. Del gráfico, hallar "x" en función de los otros ángulos trigonométricos.



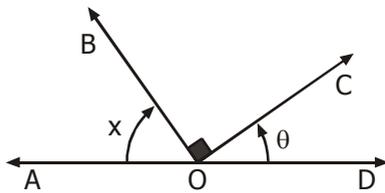
- a)  $\alpha + \beta + \theta$       b)  $\alpha - \beta - \theta$       c)  $\theta - \alpha - \beta$   
 d)  $\theta - \beta + \alpha$       e)  $\alpha - \theta + \beta$

17. Del gráfico, hallar "x" en función de los otros ángulos trigonométricos mostrados.



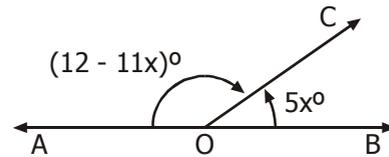
- a)  $90^\circ - \alpha$     b)  $\alpha - 90^\circ$     c)  $180^\circ + \alpha$   
 d)  $90^\circ + \alpha$     e)  $-90^\circ - \alpha$

18. En el gráfico, hallar "x" en función de los otros ángulos trigonométricos mostrados.



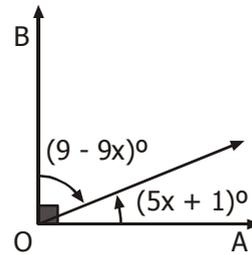
- a)  $\theta - 90^\circ$     b)  $90^\circ - \theta$     c)  $90^\circ + \theta$   
 d)  $-90^\circ - \theta$     e)  $-180^\circ + \theta$

19. Del gráfico, calcular "x".



- a) 2                      b) 4                      c) 8  
 d) 12                     e) 10

20. Del gráfico, calcular "x".



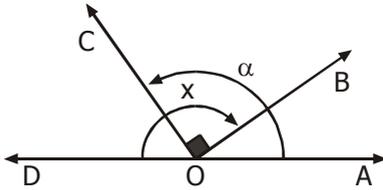
- a) 3                      b) 4                      c) 5  
 d) 6                     e) 7



# Autoevaluación

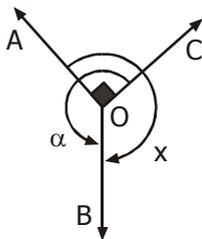


1. Hallar "x" en función de "α".



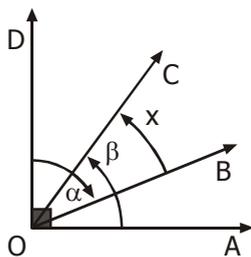
- a)  $\alpha - 180^\circ$     b)  $\alpha + 180^\circ$     c)  $\alpha + 270^\circ$   
 d)  $\alpha - 270^\circ$     e)  $270^\circ - \alpha$

2. Halle "x" en función de "α".



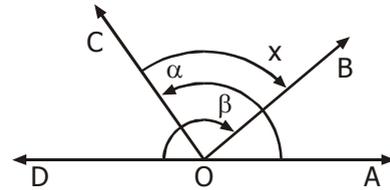
- a)  $450^\circ - \alpha$     b)  $\alpha - 450^\circ$     c)  $360^\circ - \alpha$   
 d)  $\alpha - 360^\circ$     e)  $\alpha - 270^\circ$

3. Halle "x" en función de los otros ángulos trigonométricos mostrados.



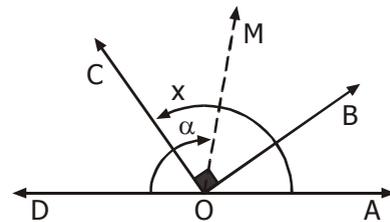
- a)  $\beta - \alpha - 90^\circ$     b)  $\beta + \alpha - 90^\circ$     c)  $\beta - \alpha + 90^\circ$   
 d)  $\alpha - \beta + 90^\circ$     e)  $\alpha - \beta - 90^\circ$

4. Halle "x" en función de los otros ángulos trigonométricos mostrados.



- a)  $180^\circ + \alpha - \beta$     b)  $180^\circ - \alpha + \beta$   
 c)  $270^\circ + \alpha - \beta$     d)  $270^\circ - \alpha + \beta$   
 e)  $180^\circ + \alpha + \beta$

5. Halle "x" en función de "α", si  $\vec{OM}$  es bisectriz del ángulo BOC.



- a)  $135^\circ + \alpha$     b)  $135^\circ - \alpha$     c)  $\alpha - 135^\circ$   
 d)  $225^\circ - \alpha$     e)  $225^\circ + \alpha$



## Tarea domiciliaria



1. Si un ángulo llano mide  $(3x - 24)^\circ$ , ¿cuál es el valor de "x"?

- a) 17                      b) 56                      c) 68  
d) 38                      e) 54

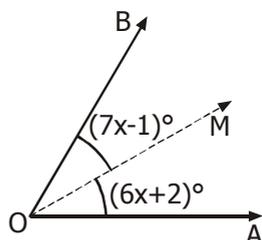
2. Si un ángulo recto mide  $(5x + 20)^\circ$ , ¿cuál es el valor de "x"?

- a) 12                      b) 14                      c) 26  
d) 30                      e) 32

3. Si un ángulo agudo mide  $(3x - 12)^\circ$ , ¿cuál es el máximo valor entero que puede tomar "x"?

- a) 30                      b) 31                      c) 32  
d) 33                      e) 34

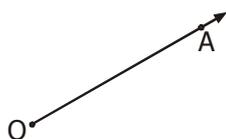
4. En el gráfico,  $\overline{OM}$  es bisectriz del  $\widehat{AOB}$ . ¿Cuál es el valor de "x"?



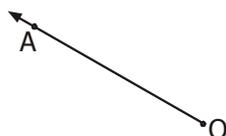
- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d) 4                      e) 5

5. Tomando como inicio de giro (lado inicial) el rayo indicado, dibuje un ángulo que mida:

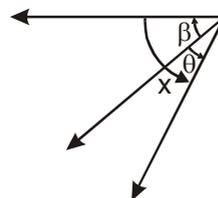
a.  $\theta = 140^\circ$



b.  $\theta = -120^\circ$

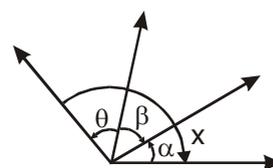


6. Halle "x" en función de "θ" y "β".



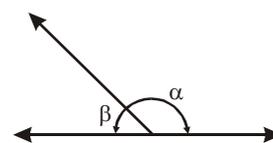
- a)  $\theta + \beta$                       b)  $\theta - \beta$                       c)  $\beta - \theta$   
d)  $-\theta - \beta$                       e)  $2\theta - \beta$

7. Halle "x" en función de "α", "β" y "θ".



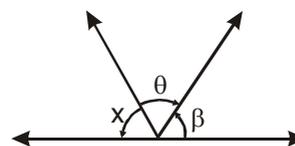
- a)  $\beta + \theta + \alpha$                       b)  $\beta - \theta - \alpha$                       c)  $\beta - \theta + \alpha$   
d)  $\theta - \beta + \alpha$                       e)  $\alpha - \theta - \beta$

8. Del gráfico, se cumple:



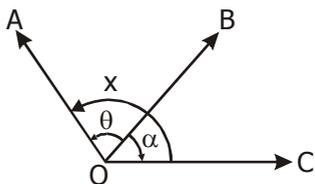
- a)  $\alpha + \beta = \frac{1}{2}$  vuelta                      b)  $\beta - \alpha = 1$  vuelta  
c)  $\beta - \alpha = \frac{1}{2}$  vuelta                      d)  $\alpha - \beta = \frac{1}{2}$  vuelta  
e)  $\beta - \alpha = \frac{1}{4}$  vuelta

9. Hallar "x" del gráfico.



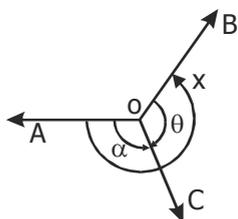
- a)  $\frac{1}{2}$  vuelta -  $\theta - \beta$                       b)  $\frac{1}{2}$  vuelta -  $\beta + \theta$   
c)  $\frac{1}{2}$  vuelta +  $\beta - \theta$                       d)  $\frac{1}{2}$  vuelta +  $\beta + \theta$   
e)  $\frac{1}{4}$  vuelta +  $\theta - \beta$

10. Hallar "x" del gráfico mostrado.



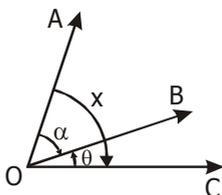
- a)  $\theta + \alpha$       b)  $\theta - \alpha$       c)  $\alpha - \theta$   
 d)  $-\theta - \alpha$       e)  $\frac{1}{2}$  vuelta  $+ \theta - \alpha$

11. Hallar "x" del gráfico mostrado.



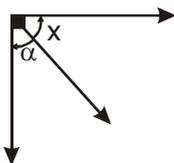
- a)  $\alpha - \theta$       b)  $\theta - \alpha$       c)  $\theta + \alpha$   
 d)  $-\alpha - \theta$       e) 1 vuelta  $+ \alpha - \theta$

12. Hallar "x" del gráfico mostrado.



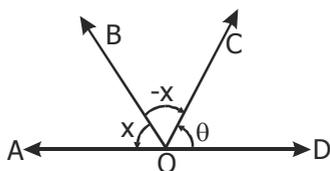
- a)  $\alpha + \theta$       b)  $\alpha - \theta$       c)  $\theta - \alpha$   
 d)  $-\alpha - \theta$       e)  $\frac{1}{4}$  vuelta  $+ \alpha - \theta$

13. Hallar "x" del gráfico mostrado.



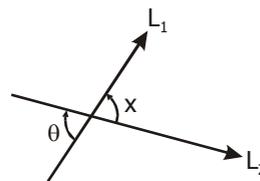
- a)  $90^\circ + \alpha$       b)  $\alpha - 90^\circ$       c)  $90^\circ - \alpha$   
 d)  $180^\circ - \alpha$       e)  $-\alpha - 90^\circ$

14. Hallar "x" del gráfico mostrado.



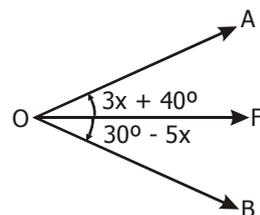
- a)  $90^\circ - \frac{\theta}{2}$       b)  $90^\circ + \frac{\theta}{2}$       c)  $180^\circ - \frac{\theta}{2}$   
 d)  $180^\circ + \frac{\theta}{2}$       e)  $45^\circ + \frac{\theta}{2}$

15. Hallar "x".



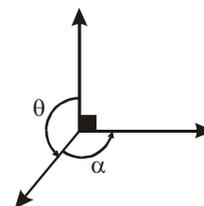
- a)  $\theta$       b)  $-\theta$       c)  $-2\theta$   
 d)  $180^\circ - \theta$       e)  $90^\circ - \theta$

16. Hallar "x", además  $\vec{OF}$  es bisectriz.



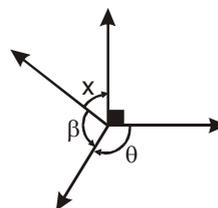
- a)  $32^\circ$       b)  $35^\circ$       c)  $34^\circ$   
 d)  $70^\circ$       e)  $50^\circ$

17. Calcular: " $\theta + \alpha$ "



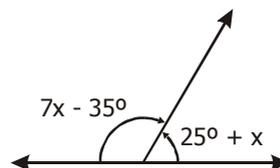
- a)  $90^\circ$       b)  $180^\circ$       c)  $270^\circ$   
 d)  $135^\circ$       e)  $150^\circ$

18. Hallar "x" en función de los ángulos mostrados.



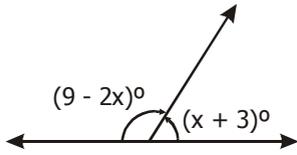
- a)  $\beta - \theta = 90^\circ - x$       b)  $\beta + \theta + 270^\circ = x$   
 c)  $\beta - \theta - 360^\circ = x$       d)  $\beta - \theta - 270^\circ = x$   
 e)  $\beta - \theta + 180^\circ = x$

19. Hallar "x".



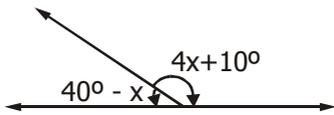
- a)  $-10^\circ$       b)  $-20^\circ$       c)  $-30^\circ$   
 d)  $-40^\circ$       e)  $-50^\circ$

20. Hallar "x"



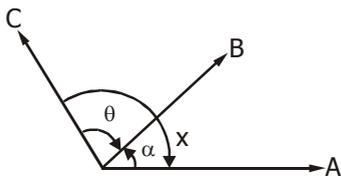
- a)  $31^\circ$                       b)  $51^\circ$                       c)  $62^\circ$
- d)  $60^\circ$                       e)  $36^\circ$

21. Hallar "x".



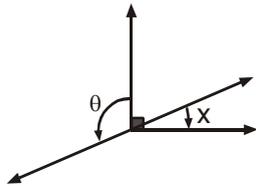
- a)  $-18^\circ$                       b)  $-24^\circ$                       c)  $-30^\circ$
- d)  $45^\circ$                       e)  $-50^\circ$

22. Hallar "x".



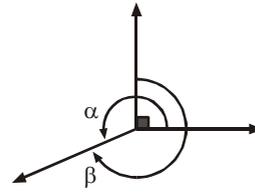
- a)  $\alpha + \theta$                       b)  $\alpha - \theta$                       c)  $\theta - \alpha$
- d)  $-\alpha - \theta$                       e)  $2\alpha - \theta$

23. Halle "x" del gráfico mostrado.



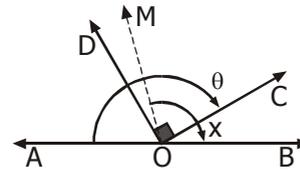
- a)  $90^\circ + \theta$                       b)  $90^\circ - \theta$                       c)  $\theta - 90^\circ$
- d)  $180^\circ + \theta$                       e)  $180^\circ - \theta$

24. Del gráfico, lo correcto es:



- a)  $\alpha + \beta = 360^\circ$                       b)  $\alpha - \beta = 360^\circ$
- c)  $\alpha + \beta = 450^\circ$                       d)  $\alpha - \beta = 450^\circ$
- e)  $\alpha - \beta = 120^\circ$

25. Del gráfico, hallar "x", si  $\overline{OM}$  es bisectriz del  $\widehat{AOC}$ .



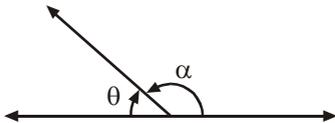
- a)  $\theta - 180^\circ$                       b)  $-\theta - 180^\circ$
- c)  $\frac{\theta}{2} - 180^\circ$                       d)  $-\frac{\theta}{2} - 180^\circ$
- e)  $-\frac{\theta}{2} - 90^\circ$



## Practiquemos

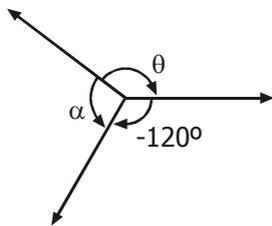


1. De acuerdo al gráfico, señale lo correcto:



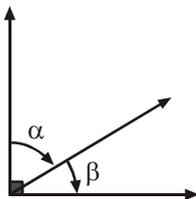
- a)  $\alpha + \theta = 180^\circ$       b)  $\alpha - \theta = 180^\circ$   
 c)  $\theta - \alpha = 180^\circ$       d)  $\alpha + \theta = -180^\circ$   
 e)  $\alpha + \theta = 90^\circ$

2. De acuerdo al gráfico, señale lo correcto:



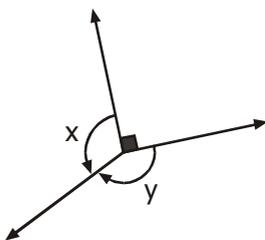
- a)  $\alpha + \theta = 240^\circ$       b)  $\alpha + \theta = 120^\circ$   
 c)  $\alpha - \theta = 240^\circ$       d)  $\alpha - \theta = 120^\circ$   
 e)  $\theta - \alpha = 240^\circ$

3. De acuerdo al gráfico, señale lo correcto:



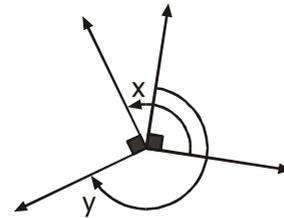
- a)  $\alpha + \beta = 90^\circ$       b)  $\alpha + \beta = -90^\circ$   
 c)  $\alpha - \beta = 90^\circ$       d)  $\beta + \alpha = 270^\circ$   
 e)  $\alpha + \beta = 180^\circ$

4. Del gráfico, señale lo correcto:



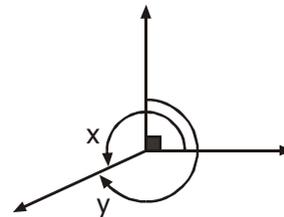
- a)  $x + y = 300^\circ$       b)  $x - y = 300^\circ$   
 c)  $x + y = 270^\circ$       d)  $x - y = 270^\circ$   
 e)  $x - y = 180^\circ$

5. De acuerdo al gráfico, señale lo correcto:



- a)  $x + y = 180^\circ$       b)  $x + y = 360^\circ$   
 c)  $x - y = 360^\circ$       d)  $x - y = 180^\circ$   
 e)  $x - y = 270^\circ$

6. Del gráfico, señale lo correcto:



- a)  $x - y = 180^\circ$       b)  $x + y = 180^\circ$   
 c)  $x - y = 300^\circ$       d)  $x + y = 300^\circ$   
 e)  $x - y = 450^\circ$

7. Si un ángulo "θ" agudo mide:  $(6x^\circ + 18^\circ)$ , ¿cuál es el máximo valor entero que puede tomar "x"?

- a) 10      b) 11      c) 12  
 d) 13      e) 14

8. Si un ángulo obtuso mide:  $(6x^\circ + 120^\circ)$ , ¿cuál es el máximo valor entero que puede tomar "x"?

- a) 7      b) 8      c) 9  
 d) 10      e) 11

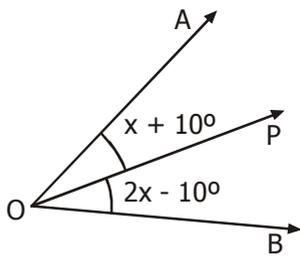
9. Si un ángulo obtuso mide:  $4n^\circ + 60^\circ$ , ¿cuál es el máximo valor entero que puede tomar "n"?

- a) 27      b) 28      c) 29  
 d) 30      e) 31

10. Si un ángulo agudo mide:  $3n^\circ + 24^\circ$ , ¿cuál es el máximo valor entero que puede tomar "n"?

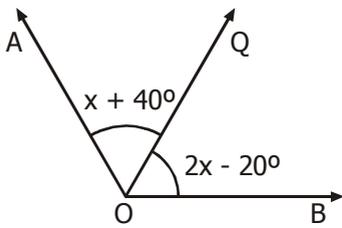
- a) 20      b) 21      c) 22  
 d) 23      e) 24

11. Si en el gráfico  $\overline{OP}$  es bisectriz del  $\hat{A}OB$ ; calcular el complemento de "x".



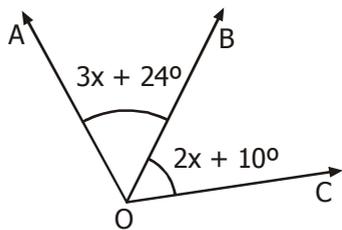
- a)  $20^\circ$       b)  $30^\circ$       c)  $60^\circ$   
 d)  $70^\circ$       e)  $80^\circ$

12. Si en el gráfico  $\overline{OQ}$  es bisectriz del  $\hat{A}OB$ , calcular el suplemento de "x".



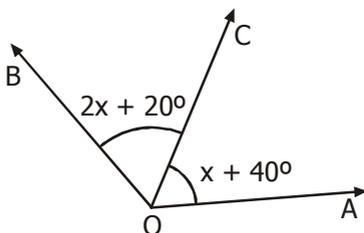
- a)  $60^\circ$       b)  $80^\circ$       c)  $100^\circ$   
 d)  $120^\circ$       e)  $140^\circ$

13. Si en el gráfico  $\hat{A}OB$  es agudo y "x" toma su máximo valor entero posible, calcular  $m\hat{A}OC$ .



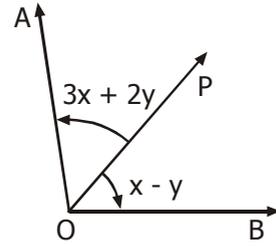
- a)  $124^\circ$       b)  $134^\circ$       c)  $144^\circ$   
 d)  $154^\circ$       e)  $164^\circ$

14. Si en el gráfico  $\hat{A}OB$  es obtuso y "x" toma su mayor valor entero posible, ¿cuál es la medida de  $\hat{A}OC$ ?



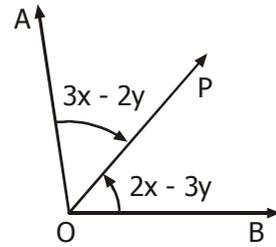
- a)  $69^\circ$       b)  $79^\circ$       c)  $89^\circ$   
 d)  $56^\circ$       e)  $76^\circ$

15. Si en el gráfico,  $\overline{OP}$  es bisectriz del  $\hat{A}OB$ ; calcular "x/y".



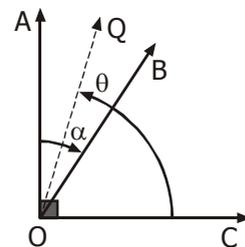
- a) 4      b) -4      c)  $\frac{1}{4}$   
 d)  $-\frac{1}{4}$       e)  $-\frac{1}{2}$

16. Si en el gráfico,  $\overline{OP}$  es bisectriz de  $\hat{A}OB$ , calcular "x/y".



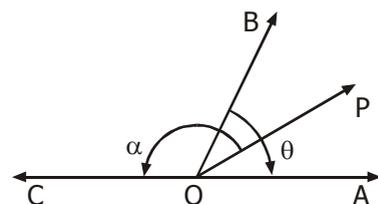
- a) 1      b) -1      c)  $\frac{1}{2}$   
 d)  $-\frac{1}{2}$       e) -2

17. Del gráfico señale lo correcto, si:  $\overline{OQ}$  es bisectriz del  $\hat{A}OB$ .



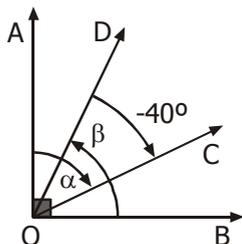
- a)  $2\theta - \alpha = 90^\circ$       b)  $2\theta - \alpha = 180^\circ$   
 c)  $2\theta + \alpha = 90^\circ$       d)  $2\theta + \alpha = -90^\circ$   
 e)  $2\theta + \alpha = 45^\circ$

18. Del gráfico señale lo correcto, si:  $\overline{OP}$  es bisectriz del  $\hat{A}OB$ .



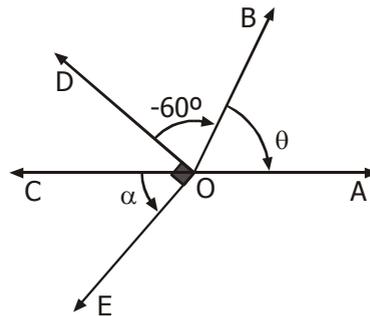
- a)  $2\theta - \alpha = 360^\circ$       b)  $2\alpha - \theta = 180^\circ$   
 c)  $2\theta + \alpha = 180^\circ$       d)  $2\theta + \alpha = 360^\circ$   
 e)  $2\alpha + \theta = 360^\circ$

19. Del gráfico, señale lo correcto:



- a)  $\beta + \alpha = 50^\circ$
- b)  $\beta - \alpha = 130^\circ$
- c)  $\beta + \alpha = 40^\circ$
- d)  $\beta - \alpha = 140^\circ$
- e)  $\beta + \alpha = 90^\circ$

20. Del gráfico, señale lo correcto:



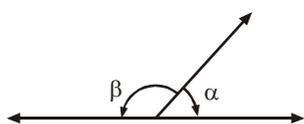
- a)  $\theta + \alpha = 30^\circ$
- b)  $\theta + \alpha = -30^\circ$
- c)  $\theta - \alpha = 150^\circ$
- d)  $\theta - \alpha = 30^\circ$
- e)  $\alpha - \theta = 30^\circ$



## Tarea domiciliaria

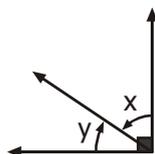


1. De acuerdo al gráfico, señale lo correcto:



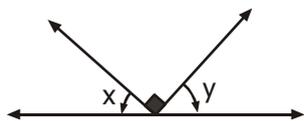
- a)  $\alpha + \beta = 180^\circ$
- b)  $\alpha - \beta = 180^\circ$
- c)  $\beta - \alpha = 180^\circ$
- d)  $\alpha + \beta = -180^\circ$
- e)  $\alpha - \beta = 90^\circ$

2. De acuerdo al gráfico señale lo correcto:



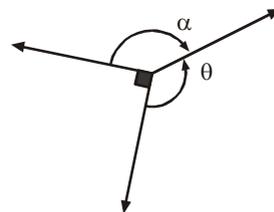
- a)  $x + y = 90^\circ$
- b)  $x + y = -90^\circ$
- c)  $x - y = 90^\circ$
- d)  $y - x = 90^\circ$
- e)  $x + y = 0^\circ$

3. De acuerdo al gráfico, señale lo correcto:



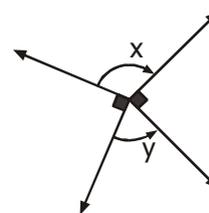
- a)  $x + y = 180^\circ$
- b)  $x + y = 90^\circ$
- c)  $y - x = 180^\circ$
- d)  $y - x = 90^\circ$
- e)  $x - y = 90^\circ$

4. De acuerdo al gráfico, señale lo correcto:



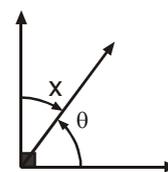
- a)  $\alpha + \theta = 270^\circ$
- b)  $\alpha + \theta = 360^\circ$
- c)  $\alpha - \theta = 270^\circ$
- d)  $\theta - \alpha = 270^\circ$
- e)  $\alpha - \theta = 180^\circ$

5. Del gráfico, señale lo correcto:



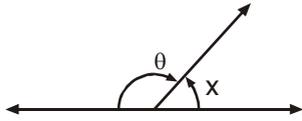
- a)  $x + y = 90^\circ$
- b)  $x + y = 180^\circ$
- c)  $x - y = 90^\circ$
- d)  $x - y = 180^\circ$
- e)  $y - x = 180^\circ$

6. Del gráfico, hallar "x" en función de "θ".



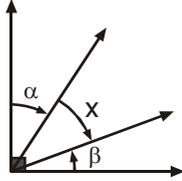
- a)  $90^\circ - \theta$
- b)  $\theta - 90^\circ$
- c)  $180^\circ - \theta$
- d)  $90^\circ + \theta$
- e)  $-90^\circ - \theta$

7. Del gráfico, hallar "x" en función de "θ".



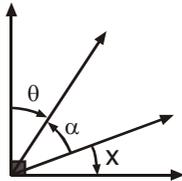
- a)  $180^\circ - \theta$     b)  $\theta - 180^\circ$     c)  $180^\circ + \theta$   
 d)  $-180^\circ - \theta$     e)  $90^\circ + \theta$

8. Del gráfico, hallar "x" en función de "α" y "β".



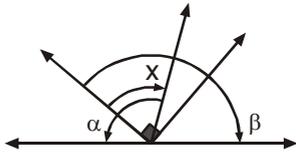
- a)  $90^\circ - \alpha - \beta$     b)  $\alpha - 90^\circ - \beta$     c)  $\beta - \alpha - 90^\circ$   
 d)  $\beta + \alpha - 90^\circ$     e)  $\beta + 90^\circ - \alpha$

9. Del gráfico, hallar "x" en función de los otros ángulos.



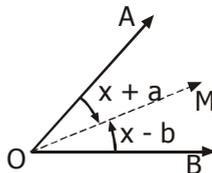
- a)  $\alpha - \theta - 90^\circ$     b)  $\alpha + \theta - 90^\circ$   
 c)  $\alpha + \theta + 90^\circ$     d)  $\theta - \alpha - 90^\circ$   
 e)  $\theta - \alpha + 90^\circ$

10. Del gráfico mostrado, hallar "x" en función de los otros ángulos.



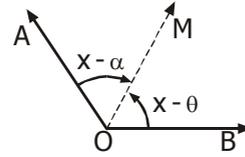
- a)  $180^\circ - \alpha + \beta$     b)  $90^\circ - \alpha - \beta$   
 c)  $90^\circ - \alpha + \beta$     d)  $180^\circ + \alpha + \beta$   
 e)  $90^\circ + \alpha + \beta$

11. Del gráfico, hallar "x" si  $\overline{OM}$  es bisectriz del  $\hat{A}OB$ .



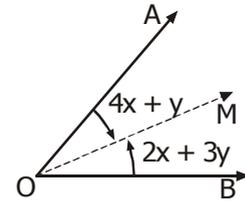
- a)  $a - b$     b)  $b - a$     c)  $\frac{\alpha - \beta}{2}$   
 d)  $\frac{\beta - \alpha}{2}$     e)  $a + b$

12. Del gráfico, hallar "x" si  $\overline{OM}$  es bisectriz del  $\hat{A}OB$ .



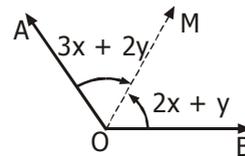
- a)  $\alpha + \theta$     b)  $\theta - \alpha$     c)  $\frac{\theta - \alpha}{2}$   
 d)  $\frac{\alpha - \theta}{2}$     e)  $\frac{\alpha + \theta}{2}$

13. Si en el gráfico  $\overline{OM}$  es bisectriz del  $\hat{A}OB$ , calcular: x/y



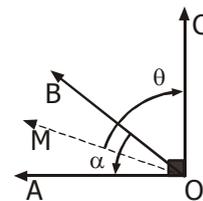
- a)  $\frac{1}{3}$     b)  $-\frac{1}{3}$     c)  $\frac{2}{3}$   
 d)  $-\frac{2}{3}$     e)  $-\frac{3}{2}$

14. Si en el gráfico  $\overline{OM}$  es bisectriz del  $\hat{A}OB$ , calcular: x/y.



- a) 0,4    b) -0,4    c) -0,6  
 d) 0,6    e) -0,8

15. Si en el gráfico  $\overline{OM}$  es bisectriz del  $\hat{A}OB$ , hallar la relación correcta.



- a)  $\alpha + \theta = 90^\circ$     b)  $\alpha - \theta = 90^\circ$   
 c)  $\alpha + 2\theta = 180^\circ$     d)  $\alpha - 2\theta = 180^\circ$   
 e)  $2\alpha - \theta = 180^\circ$

16. Si un ángulo agudo mide:  $3x + 18^\circ$ , ¿cuál es el máximo valor entero de "x"?

- a)  $20^\circ$     b)  $21^\circ$     c)  $22^\circ$   
 d)  $23^\circ$     e)  $24^\circ$

17. Si un ángulo obtuso mide:  $5x + 30^\circ$ , ¿cuál es el máximo valor entero de "x"?

- a)  $27^\circ$       b)  $28^\circ$       c)  $29^\circ$   
 d)  $30^\circ$       e)  $31^\circ$

18. Si un ángulo llano mide:  $3x + y$ , y un ángulo recto mide:  $2x - y$ . Calcular:  $x/y$

- a) 1              b) 2              c) 3  
 d) 4              e) 5

19. Si un ángulo llano mide:  $5x - 10^\circ$ , ¿cuál es el complemento de "x"?

- a)  $42^\circ$       b)  $52^\circ$       c)  $62^\circ$   
 d)  $72^\circ$       e)  $76^\circ$

20. Si un ángulo recto mide:  $3x + 18^\circ$ , ¿cuál es el suplemento de "x"?

- a)  $36^\circ$       b)  $46^\circ$       c)  $56^\circ$   
 d)  $66^\circ$       e)  $76^\circ$

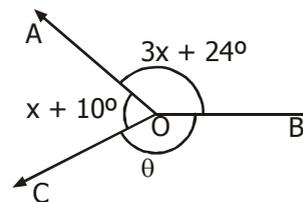
21. Si un ángulo agudo mide:  $3x - 18^\circ$ , además "x" toma su máximo valor entero posible, determine el complemento de "2x".

- a)  $10^\circ$       b)  $12^\circ$       c)  $16^\circ$   
 d)  $18^\circ$       e)  $20^\circ$

22. Si un ángulo obtuso mide:  $5x + 30^\circ$ , además "x" toma su máximo valor entero posible, ¿cuál es el suplemento de "4x"?

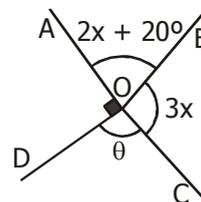
- a)  $44^\circ$       b)  $54^\circ$       c)  $64^\circ$   
 d)  $74^\circ$       e)  $84^\circ$

23. Señale el valor de " $\theta$ " si  $\hat{A}OB$  es obtuso y "x" toma su máximo valor entero posible.



- a)  $102^\circ$       b)  $82^\circ$       c)  $122^\circ$   
 d)  $112^\circ$       e)  $132^\circ$

24. Señale el valor de " $\theta$ " si  $\hat{A}OB$  es agudo y "x" toma su máximo valor entero posible.



- a)  $40^\circ$       b)  $60^\circ$       c)  $80^\circ$   
 d)  $78^\circ$       e)  $58^\circ$

25. Si un ángulo mide:  $[x(4 - x)]^\circ$ , y dicha medida es máxima, ¿cuál es el complemento de:  $\alpha = (x^x + x^{2x} + x^{3x})^\circ$ ?

- a)  $2^\circ$               b)  $3^\circ$               c)  $4^\circ$   
 d)  $5^\circ$               e)  $6^\circ$

## Objetivos:

- Reconocer los sistemas de medición angular: sexagesimal, centesimal y radial; así como sus unidades de medición.
- Operar convenientemente medidas de ángulos expresadas en unidades diferentes, convirtiéndolos correctamente a una unidad común.
- Operar las sub-unidades existentes en sistemas sexagesimal y centesimal.

## Sistemas de medición angular

Dado que los ángulos pueden medirse y compararse entre ellos; se crean diferentes formas de medirlos y diferentes sistemas de medición angular, entre los que destacan: sexagesimal, centesimal y radial; los cuales se definen de la siguiente manera:

### 1. Sistema sexagesimal (o inglés)

$$\text{Unidad: } 1^\circ = \frac{1 \text{ vuelta}}{360} \rightarrow 1 \text{ vuelta} = 360^\circ$$

$$\text{Además: } 1^\circ = 60' \quad 1' = 60'' \quad 1^\circ = 3600''$$

$$\text{Observación: } \alpha = a^\circ b' c'' = a^\circ + b' + c''$$

### 2. Sistema centesimal (o francés)

$$\text{Unidad: } 1^g = \frac{1 \text{ vuelta}}{400} \rightarrow 1 \text{ vuelta} = 400^g$$

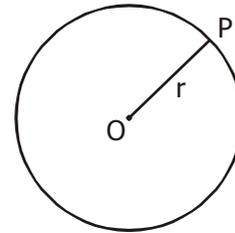
$$\text{Además: } 1^g = 100^m \quad 1^m = 100^s \quad 1^g = 10000^s$$

### 3. Sistema radial o circular (o internacional)

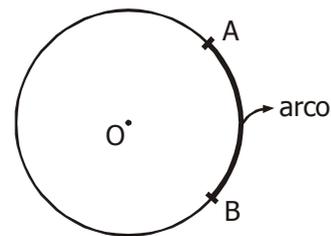
$$\text{Unidad: } 1 \text{ rad} \rightarrow 1 \text{ vuelta} = 2\pi \text{ rad}$$

**Comentario:** Se sabe que la reunión de todos los puntos del plano que equidistan de un punto fijo, determina una circunferencia y cualquier porción de ella se llama arco.

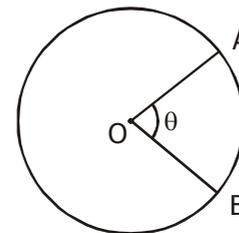
Así:



O: centro  
r: distancia de "O" a "P" (radio)  
 $2\pi r$ : longitud de la circunferencia

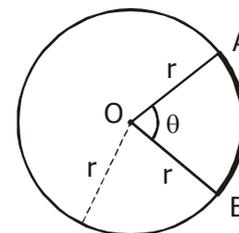


$\widehat{AB}$ : arco



$\widehat{AOB}$ : ángulo central

Se define el radián como la medida de un ángulo central en una circunferencia, cuando el arco que subtiende tiene la misma longitud que el radio de la circunferencia.



Si:  $\widehat{AB} = r \rightarrow \theta = 1 \text{ radián}$

## Equivalencias fundamentales

1. Como:  $360^\circ = 400^g = 2\pi \text{ rad}$   
 $\rightarrow 180^\circ = 200^g = \pi \text{ rad} \dots\dots (1)$
2. Como:  $180^\circ = 200^g$   
 $\rightarrow 9^\circ = 10^g \dots\dots (2)$

### Conversión entre sistemas

Es el procedimiento mediante el cual la medida de un ángulo pasa de un sistema a otro, es decir, cambiamos su unidad. Para convertir un ángulo "α" en un sistema dado a otro sistema, se tiene que multiplicar por un factor de la forma:

$$\frac{x}{y} \rightarrow \text{sistema que quiero}$$

$$\frac{y}{x} \rightarrow \text{sistema que no quiero}$$

donde "x" e "y" son cantidades equivalentes. Por ejemplo, convertir:

#### 1. 60° a radianes

α = 60°; el factor sería:

$$\frac{x \text{ rad}}{y^\circ} \rightarrow \text{sistema que quiero}$$

$$\frac{y^\circ}{x \text{ rad}} \rightarrow \text{sistema que no quiero}$$

De (1):

$$\frac{x \text{ rad}}{y^\circ} = \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ}$$

luego:

$$\alpha = 60^\circ \cdot \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

#### 2. 40° a radianes

α = 40°; el factor sería:

$$\frac{x \text{ rad}}{y^\circ} \rightarrow \text{sistema que quiero}$$

$$\frac{y^\circ}{x \text{ rad}} \rightarrow \text{sistema que no quiero}$$

luego:

$$\alpha = 40^\circ \cdot \frac{\pi \text{ rad}}{200^\circ} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{5} \text{ rad}$$

#### 3. 72° a centesimales

α = 72°; el factor sería:

$$\frac{x^g}{y^\circ} \rightarrow \text{sistema que quiero}$$

$$\frac{y^\circ}{x^g} \rightarrow \text{sistema que no quiero}$$

de (2):  $\frac{x^g}{y^\circ} = \frac{10^g}{9^\circ}$

luego:

$$\alpha = 72^\circ \cdot \frac{10^g}{9^\circ} \rightarrow \alpha = 80^g$$

### Consideración:

Cuando se operan (suma o resta) ángulos expresados en grados, minutos o segundos en un mismo sistema; se operan independientemente; primero grados, luego minutos y después segundos, para finalmente simplificar. Por ejemplo, reducir:

$$\theta = 2^\circ 17' 43'' + 18^\circ 32' 14'' + 25^\circ 43' 42''$$

Aquí, primero operamos independientemente:

$$\begin{array}{r} \theta = 2^\circ 17' 43'' \quad + \\ \quad 18^\circ 32' 14'' \\ \quad 25^\circ 43' 42'' \\ \hline \theta = 45^\circ 92' 99'' \end{array}$$

$$\theta = 45^\circ + 92' + 99'' \rightarrow \theta = 45^\circ + 93' + 39''$$

$$\theta = 46^\circ + 33' + 39'' \rightarrow \theta = 46^\circ 33' 39''$$



## Test de Aprendizaje

#### 1. Complete:

"En el sistema sexagesimal su unidad es un grado sexagesimal, que se denota por ..... y en el sistema radial su unidad es un radián denotado por ....."

#### 2. Asocie mediante flechas:

$\alpha = \frac{2\pi}{7} \text{ rad}$	circular
$\beta = 20^\circ 15' 30''$	centesimal
$\theta = 10^g 12^m 75^s$	sexagesimal

#### 3. Exprese: $Q = 140^g - 2 \frac{\pi}{5} \text{ rad}$ ; en el sistema sexagesimal.

#### 4. Expresa:

$$Q = 2^\circ 20' + 3^\circ 17' + 5^\circ 46' + 6^\circ 37';$$

en radianes.

5. Calcular:

$$K = \frac{20^{\circ}3'}{3'}$$

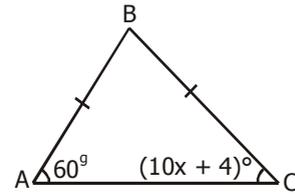
6. Señale el valor de:

$$E = \frac{\pi}{20} \text{ rad}$$

7. Señale el valor de:

$$P = \frac{\pi}{9} \text{ rad}$$

8. Del gráfico, calcular "x".



9. Si:  $\frac{\pi x}{30} \text{ rad} = (7x - 1)^{\circ}$  ¿cuál es el valor de "x"?

10. Expresar  $\frac{2\pi}{5} \text{ rad}$  en el sistema centesimal.



## Practiquemos



1. Expresar  $40^{\circ}$  en el sistema circular.

- a)  $\frac{\pi}{10} \text{ rad}$     b)  $\frac{\pi}{40}$     c)  $\frac{\pi}{9}$   
 d)  $\frac{2\pi}{9}$     e)  $\frac{\pi}{18}$

2. Expresar  $50^{\circ}$  en el sistema circular.

- a)  $\frac{5\pi}{18} \text{ rad}$     b)  $\frac{2\pi}{9}$     c)  $\frac{2\pi}{5}$   
 d)  $\frac{\pi}{5}$     e)  $\frac{\pi}{3}$

3. Expresar  $30^{\circ}$  en el sistema radial.

- a)  $\frac{5\pi}{18} \text{ rad}$     b)  $\frac{3\pi}{20}$     c)  $\frac{2\pi}{17}$   
 d)  $\frac{\pi}{6}$     e)  $\frac{\pi}{9}$

4. Expresar  $40^{\circ}$  en el sistema internacional.

- a)  $\frac{\pi}{3} \text{ rad}$     b)  $\frac{\pi}{4}$     c)  $\frac{\pi}{5}$   
 d)  $\frac{\pi}{6}$     e)  $\frac{\pi}{9}$

5. Expresar  $\frac{\pi}{6} \text{ rad}$  en el sistema sexagesimal.

- a)  $18^{\circ}$     b)  $24^{\circ}$     c)  $30^{\circ}$   
 d)  $36^{\circ}$     e)  $42^{\circ}$

6. Expresar  $\frac{\pi}{9} \text{ rad}$  en el sistema sexagesimal.

- a)  $10^{\circ}$     b)  $12^{\circ}$     c)  $18^{\circ}$   
 d)  $20^{\circ}$     e)  $40^{\circ}$

7. Expresar  $\frac{\pi}{4} \text{ rad}$  en el sistema centesimal.

- a)  $40^{\circ}$     b)  $36^{\circ}$     c)  $45^{\circ}$   
 d)  $50^{\circ}$     e)  $70^{\circ}$

8. Expresar  $\frac{\pi}{10}$  rad en el sistema centesimal.

- a)  $10^g$       b)  $20^g$       c)  $30^g$   
 d)  $18^g$       e)  $36^g$

9. Expresar  $54^\circ$  en el sistema francés.

- a)  $54^g$       b)  $60^g$       c)  $63^g$   
 d)  $70^g$       e)  $72^g$

10. Expresar  $90^g$  en el sistema inglés.

- a)  $100^\circ$       b)  $81^\circ$       c)  $72^\circ$   
 d)  $86^\circ$       e)  $96^\circ$

11. Reducir:

$$\theta = 2^\circ 40' 32'' + 3^\circ 31' 52''$$

- a)  $6^\circ 12' 34''$       b)  $6^\circ 12' 16''$   
 c)  $6^\circ 12' 24''$       d)  $5^\circ 24' 12''$   
 e)  $5^\circ 12' 24''$

12. Reducir:

$$\theta = 4^\circ 17' 51'' + 8^\circ 24' 17'' + 5^\circ 32' 20''$$

- a)  $18^\circ 16' 32''$       b)  $18^\circ 14' 26''$   
 c)  $18^\circ 16' 28''$       d)  $18^\circ 14' 28''$   
 e)  $18^\circ 16' 26''$

13. Siendo:

$$23^\circ 41' 17'' + 17^\circ 32' 56'' = a^\circ b' c''$$

Calcular:

$$K = \frac{a-b}{c-4}$$

- a) 1      b) 2      c) 3  
 d) 4      e) 5

14. Siendo:

$$18^\circ 32' 41'' + 21^\circ 14' 22'' + 3^\circ 26' 12'' = a^\circ b' c''$$

Calcular:

$$K = \frac{a-b}{c}$$

- a) 1      b) 2      c) 3  
 d) 4      e) 5

15. Calcular:

$$K = \frac{\frac{\pi}{12} \text{ rad} + 5^\circ}{100^g}$$

- a)  $\frac{1}{3}$       b)  $\frac{1}{9}$       c)  $\frac{2}{9}$   
 d)  $\frac{2}{5}$       e)  $\frac{3}{5}$

16. Calcular:

$$K = \frac{\frac{\pi}{3} \text{ rad} - 20^g}{6^\circ}$$

- a) 1      b) 3      c) 5  
 d) 7      e) 9

17. Calcular:

$$K = \frac{1^\circ 2'}{2'} + \frac{2^\circ 3'}{3'}$$

- a) 23      b) 61      c) 62  
 d) 71      e) 72

18. Calcular:

$$K = \frac{1^g 10^m}{10^m} + \frac{2^g 30^m}{20^m}$$

- a) 21      b) 20,5      c) 22,5  
 d) 21,5      e) 33,5

19. Sabiendo que:

$$\frac{\pi}{18} \text{ rad} = (3n + 1)^\circ$$

$$\frac{\pi}{n+2} \text{ rad} = (7m + 5)^g$$

Calcular:  $E = (m + n)^{m-n}$

- a) 27      b) 81      c) 729  
 d) 49      e) 64

20. Sabiendo que:

$$\frac{\pi}{12} \text{ rad} = (7n + 1)^\circ$$

$$\frac{\pi}{2n+6} \text{ rad} = (7m - 1)^g$$

Calcular:

$$E = (m + n)^{2n-m}$$

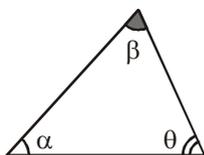
- a) 5      b) 7      c) 25  
 d) 49      e) 125



# Autoevaluación



1. Se sabe que en todo triángulo, la suma de medidas de sus ángulos interiores es igual a  $180^\circ$ .



$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$$

Si tuviéramos un triángulo donde sus ángulos interiores miden:

$$(20x)^\circ; (17x)^\circ \text{ y } \frac{\pi x}{18} \text{ rad}$$

Calcular el valor de:

$$E = \sqrt{x+5} - 1$$

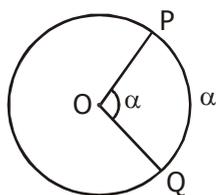
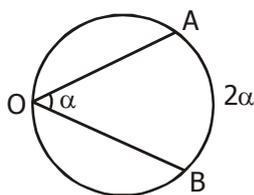
- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d) 4                      e) 5
2. En un triángulo sus ángulos interiores miden:

$$\left(\frac{160x}{9}\right)^\circ; (14x)^\circ \text{ y } \frac{\pi x}{6} \text{ rad}$$

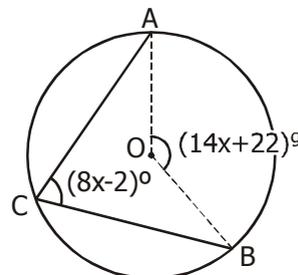
Calcular:

$$E = \frac{(x^2)^\circ x'}{x'}$$

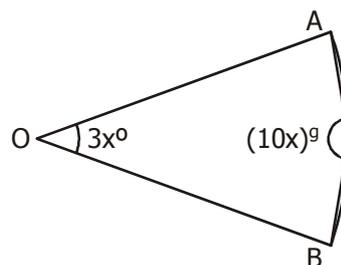
- a) 161                    b) 151                    c) 181  
d) 211                    e) 231
3. En geometría se define al ángulo inscrito como aquel que tiene su vértice sobre una circunferencia (ver figura), cumpliéndose que el arco que subtiende mide el doble del ángulo; mientras que un ángulo central subtiende un arco de medida igual al ángulo, esto debido a que los arcos van a tener dos tipos de medición: angular y lineal.



- Según esto, en el gráfico calcular el valor de "x". ("O" centro)

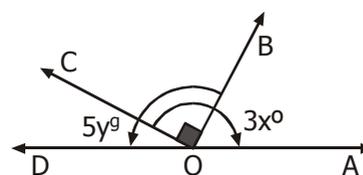


- a) 1                      b) 3                      c) 5  
d) 7                      e) 9
4. Del gráfico calcular "x", si  $\hat{A}OB$  es una porción de círculo de centro "O", llamado sector circular.



- a) 16                    b) 18                    c) 20  
d) 21                    e) 15
5. Del gráfico, calcular:

$$K = \frac{3y - 2x}{6}$$



- a) 20                    b) 10                    c) 30  
d) 15                    e) 40



## Tarea domiciliaria



1. Señale el equivalente de  $54^\circ$  en el sistema centesimal.

- a)  $54^\circ$       b)  $20^g$       c)  $30^g$   
 d)  $40^g$       e)  $60^g$

2. Señale el equivalente de  $40^g$  en el sistema sexagesimal.

- a)  $18^\circ$       b)  $27^\circ$       c)  $36^\circ$   
 d)  $45^\circ$       e)  $54^\circ$

3. Señale el equivalente de  $15^\circ$  en el sistema internacional.

- a)  $\frac{\pi}{12}$  rad      b)  $\frac{\pi}{10}$       c)  $\frac{\pi}{6}$   
 d)  $\frac{\pi}{4}$       e)  $\frac{\pi}{3}$

4. Señale el equivalente de  $50^g$  en el sistema circular.

- a)  $\frac{\pi}{6}$  rad      b)  $\frac{\pi}{5}$       c)  $\frac{\pi}{4}$   
 d)  $\frac{\pi}{3}$       e)  $\frac{\pi}{2}$

5. Convierte  $40^\circ$  al sistema radial.

- a)  $\frac{\pi}{5}$  rad      b)  $\frac{2\pi}{9}$       c)  $\frac{2\pi}{7}$   
 d)  $\frac{\pi}{9}$       e)  $\frac{5\pi}{9}$

6. Convertir  $\frac{3\pi}{20}$  rad al sistema sexagesimal.

- a)  $25^\circ$       b)  $27^\circ$       c)  $28^\circ$   
 d)  $26^\circ$       e)  $30^\circ$

7. Convertir  $\frac{\pi}{10}$  rad al sistema centesimal.

- a)  $20^g$       b)  $30^g$       c)  $18^g$   
 d)  $10^g$       e)  $15^g$

8. Convertir  $18^\circ$  al sistema circular.

- a)  $\frac{\pi}{9}$  rad      b)  $\frac{\pi}{10}$       c)  $\frac{\pi}{7}$   
 d)  $\frac{\pi}{20}$       e)  $\frac{2\pi}{5}$

9. Convertir  $80^g$  al sistema radial.

- a)  $\frac{4\pi}{3}$  rad      b)  $\frac{4\pi}{9}$       c)  $\frac{4\pi}{5}$   
 d)  $\frac{2\pi}{5}$       e)  $\frac{3\pi}{5}$

10. Convertir  $100^g$  al sistema sexagesimal.

- a)  $190^\circ$       b)  $130^\circ$       c)  $140^\circ$   
 d)  $90^\circ$       e)  $100^\circ$

11. Reducir:  $\theta = 6^\circ 23' 46'' + 8^\circ 57' 32''$

- a)  $16^\circ 21' 17''$       b)  $17^\circ 51' 16''$   
 c)  $14^\circ 20' 18''$       d)  $15^\circ 21' 18''$   
 e)  $16^\circ 21' 18''$

12. Si:  $5^\circ 37' 54'' + 8^\circ 42' 26'' = a^\circ b' c''$ ; calcular:

$$E = \frac{a+b+1}{c}$$

- a)  $\frac{7}{3}$       b)  $\frac{7}{4}$       c)  $\frac{9}{4}$   
 d)  $\frac{8}{5}$       e)  $\frac{7}{5}$

13. Hallar:

$$C = \frac{3^\circ 3'}{3'}$$

- a) 41      b) 51      c) 61  
 d) 71      e) 81

14. Calcular:

$$P = \frac{5^\circ 5'}{5'}$$

- a) 60      b) 61      c) 62  
 d) 71      e) 51

15. Hallar:

$$E = \frac{\frac{\pi}{3} \text{ rad} + 40^g}{8^\circ}$$

- a) 10      b) 12      c) 13  
 d) 14      e) 16

16. Hallar:

$$K = \frac{50^\circ + \frac{\pi}{6} \text{ rad}}{10^\circ}$$

- a) 4                      b) 6                      c) 8  
d) 10                     e) 12

17. Calcular:

$$V = \frac{\frac{\pi}{2} \text{ rad} + 60^\circ}{10^9}$$

- a)  $\frac{3}{10}$                     b)  $\frac{5}{3}$                     c)  $\frac{50}{3}$   
d)  $\frac{20}{3}$                    e)  $\frac{40}{3}$

18. Calcular:

$$P = \frac{\frac{\pi}{6} \text{ rad} + 110^g + 9^\circ}{20^g + \frac{\pi}{2} \text{ rad}}$$

- a)  $\frac{23}{18}$                     b)  $\frac{18}{23}$                     c) 1  
d)  $\frac{13}{9}$                     e)  $\frac{23}{9}$

19. Calcular "x", si:

$$(3x - 2)^\circ = \frac{\pi}{18} \text{ rad}$$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d) 4                     e) 5

20. Siendo:

$$\frac{\pi}{30} \text{ rad} = (2x - 4)^\circ$$

.....  
.....<sup>g</sup>.

- a)  $\frac{\pi}{20} \text{ rad}$               b)  $\frac{\pi}{40}$                     c)  $\frac{\pi}{80}$   
d)  $\frac{\pi}{4}$                      e)  $\frac{\pi}{10}$

21. En un triángulo dos de sus ángulos miden  $\frac{\pi}{18}$  rad y  $100^g$ . ¿Cuál es la medida del tercer ángulo?

- a)  $\frac{4\pi}{3} \text{ rad}$               b)  $\frac{4\pi}{5}$                     c)  $\frac{4\pi}{7}$   
d)  $\frac{4\pi}{9}$                     e)  $\frac{4\pi}{11}$

22. En un triángulo dos de sus ángulos miden  $70^g$  y  $100^\circ$ . ¿Cuánto mide el tercero?

- a)  $\frac{17\pi}{180} \text{ rad}$         b)  $\frac{19\pi}{180}$                     c)  $\frac{23\pi}{180}$   
d)  $\frac{27\pi}{180}$               e)  $\frac{\pi}{300}$

23. Sabiendo que:

$$a + b + c = 63$$

Además:

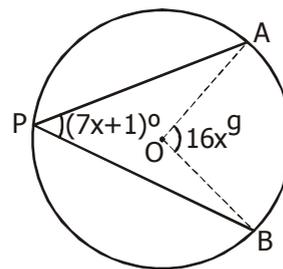
$$x^\circ y' z'' = a^\circ b' c'' + b^\circ c' a'' + c^\circ a' b''$$

Calcular:

$$J = \sqrt[z+1]{\frac{x}{y}}$$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d)  $\sqrt{2}$                    e)  $\sqrt[3]{2}$

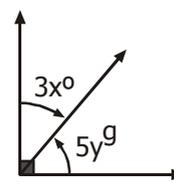
24. Del gráfico, calcular "x".



- a) 3                      b) 5                      c) 7  
d) 9                     e) 10

25. Del gráfico, calcular:

$$E = \frac{3y - 2x}{10}$$



- a) 6                      b) -6                    c) 3  
d) -3                    e) 5