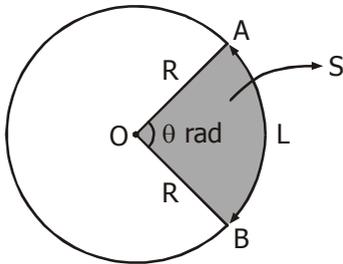


Objetivos:

- Reconocer un sector circular, sus elementos y calcular su superficie de manera correcta.
- Interpretar correctamente los ejercicios tipo enunciado y aplicar eficientemente las fórmulas a la resolución de ejercicios con gráficos.

Cálculo de la superficie de un sector circular

Como manifestábamos en el capítulo anterior, el sector circular limitado por el ángulo central y su arco correspondiente generan una región cuya área será nuestro objetivo y se calculará de la siguiente manera:



$$S = \frac{\theta R^2}{2}$$

$$S = \frac{LR}{2}$$

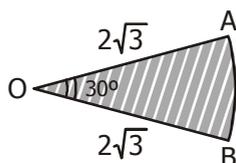
$$S = \frac{L^2}{2\theta}$$

Donde: θ : número de radianes del ángulo central
 R: radio del sector
 L: longitud del arco correspondiente

Además el uso de una u otra fórmula dependerá de los datos que presenten los ejercicios.

Por ejemplo, calculemos la superficie de un sector circular cuyo ángulo central mide 30° y su radio mide $2\sqrt{3}$ cm.

Resolución:



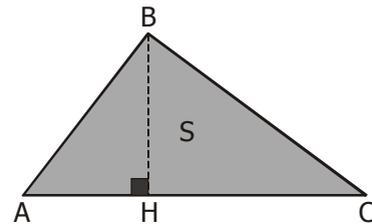
- Note que: $\theta = 30^\circ \rightarrow \text{rad}$
 $\theta = 30^\circ \cdot \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

- Luego:

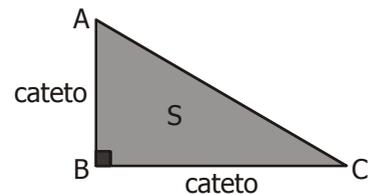
$$S = \frac{\theta R^2}{2} = \frac{\frac{\pi}{6} (2\sqrt{3})^2}{2}$$

$$\therefore S = \pi \text{ cm}^2$$

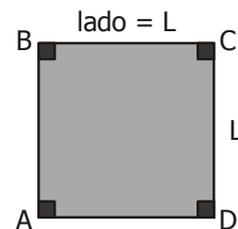
También se puede adaptar el uso de la fórmula al cálculo de áreas de regiones que no tienen una fórmula determinada. Para ello, debemos recordar el área de una región triangular, de un cuadrado y un rectángulo:



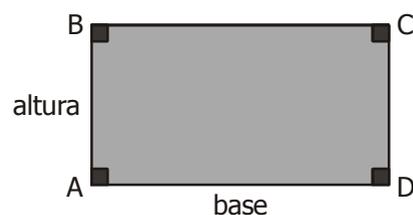
$$S = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{AC \times BH}{2}$$



$$S = \frac{AB \cdot BC}{2}$$

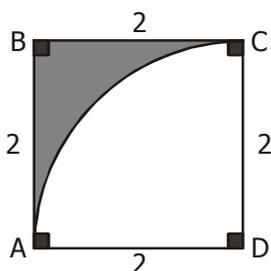


$$S = L^2$$



$$S = \text{base} \times \text{altura}$$

Por ejemplo, calculemos el área de la región sombreada si ABCD es un cuadrado.



Resolución:

En este caso, el área de la región sombreada (S) es igual a la diferencia del área del cuadrado y el área del sector circular ADC, esto es:

$$S = S_{ABCD} - S_{ADC} \dots (1)$$

Luego:

$$S_{ABCD} = 2^2 = 4$$

$$S_{ADC} = \frac{\theta R^2}{2} = \frac{\frac{\pi}{2} \cdot (2)^2}{2} = \pi$$

En (1):

$$S = S_{ABCD} - S_{ADC} \rightarrow S = 4 - \pi$$



Test de Aprendizaje

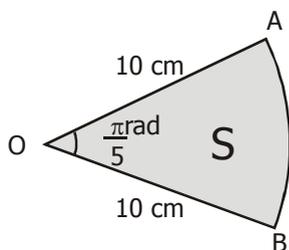
1. Complete la fórmula para un sector circular de ángulo central " θ rad"; radio " R " y arco " L ". El área del sector es:

$$S = \frac{\theta \cdot R^2}{2}$$

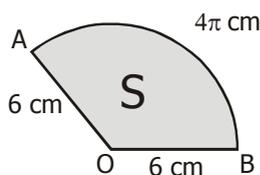
2. Con la misma consideración del ejercicio anterior, complete: "El área del sector es:"

$$S = \frac{L \cdot R}{2}$$

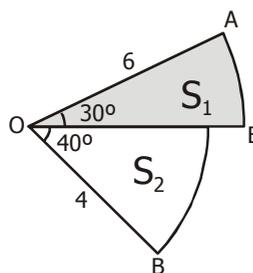
3. En el sector mostrado, calcular su área.



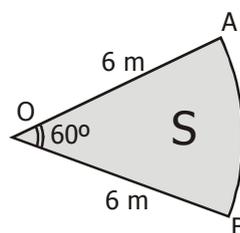
4. En el sector circular mostrado, calcular su área.



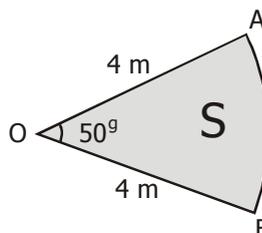
5. Del gráfico, calcular: $K = \frac{S_1}{S_2}$



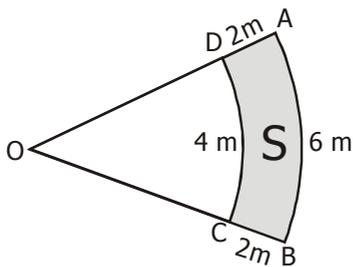
6. Calcular "S", si:



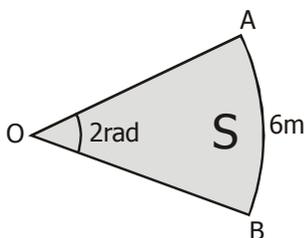
7. Calcular "S", si:



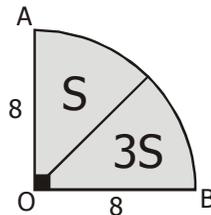
8. Calcular "S", si:



9. Calcular "S", si:



10. Calcular "S", si:



Practiquemos



1. En un sector circular cuyo ángulo central mide 45° y el radio 8 cm, ¿cuál es su superficie?

- a) $\pi \text{ cm}^2$ b) 2π c) 4π
 d) 8π e) 16π

2. En un sector circular cuyo ángulo central mide 36° y su radio $2\sqrt{10}$ cm, ¿cuál es su superficie?

- a) $\pi \text{ cm}^2$ b) 2π c) 4π
 d) 5π e) 10π

3. En un sector circular el arco mide 2π cm y el radio 8 cm, ¿cuál es su superficie?

- a) $2\pi \text{ cm}^2$ b) 4π c) 6π
 d) 8π e) 16π

4. En un sector circular el arco mide $\pi/2$ cm y el radio 6 cm, ¿cuál es su superficie?

- a) $3\pi \text{ cm}^2$ b) $\frac{3\pi}{2}$ c) $\frac{3\pi}{4}$

- d) $\frac{\pi}{2}$ e) $\frac{\pi}{6}$

5. En un sector circular el arco mide $\pi/4$ cm y el ángulo central de 30° , ¿cuál es su superficie?

- a) $\frac{3\pi}{16} \text{ cm}^2$ b) $\frac{3\pi}{8}$ c) $\frac{3\pi}{4}$

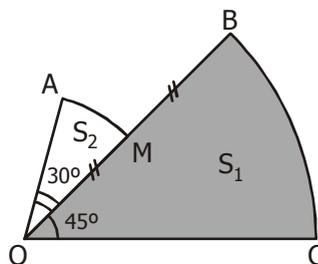
- d) 2π e) $\frac{2\pi}{3}$

6. En un sector circular el arco mide $\pi/3$ cm y el ángulo central mide 60° , ¿cuál es su superficie?

- a) $\frac{\pi}{2} \text{ cm}^2$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) $\frac{\pi}{6}$

- d) $\frac{\pi}{12}$ e) $\frac{2\pi}{3}$

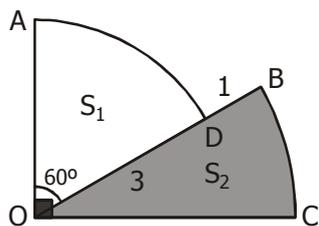
7. Del gráfico,



calcular: $K = \frac{S_1}{S_2}$

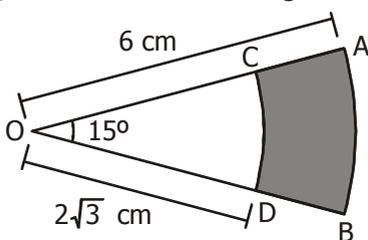
- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 6

8. Del gráfico, calcular: $K = \frac{S_1}{S_2}$



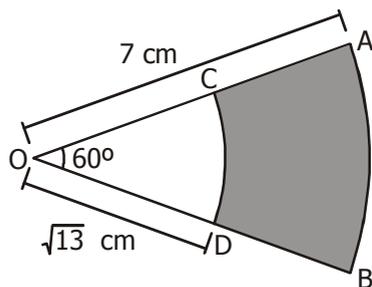
- a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{3}{8}$
 d) $\frac{9}{2}$ e) $\frac{9}{8}$

9. Del gráfico, calcular el área de la región sombreada.



- a) π b) 2π c) 3π
 d) 4π e) 6π

10. Del gráfico, calcular el área de la región sombreada.



- a) $\pi \text{ cm}^2$ b) 2π c) 3π
 d) 4π e) 6π

11. Se tiene un sector circular de área "S". Si el ángulo central se duplica y el radio se triplica, se genera un nuevo sector circular cuya área es:

- a) 9S b) 12S c) 18S
 d) 16S e) 15S

12. Se tiene un sector circular de área "S". Si el ángulo central se triplica y el radio se duplica, se genera un nuevo sector circular cuya área es:

- a) 4S b) 6S c) 9S
 d) 12S e) 18S

3. Se tiene un sector circular de superficie 36 cm^2 . Si el ángulo central se reduce a la mitad y el radio se duplica, se genera un nuevo sector circular cuya superficie es:

- a) 36 cm^2 b) 72 c) 144
 d) 18 e) 96

4. Se tiene un sector circular de superficie 48 cm^2 . Si el ángulo central se reduce a su tercera parte y el radio se duplica, se genera un nuevo sector circular cuya superficie es:

- a) 32 cm^2 b) 24 c) 16
 d) 64 e) 18

5. Se tiene un sector circular cuya superficie es 24 cm^2 . Si el ángulo central se incrementa en su doble y el radio se reduce en su tercera parte, se genera un nuevo sector circular cuya superficie es:

- a) 48 cm^2 b) 18 c) 24
 d) 36 e) 32

6. Se tiene un sector circular cuya superficie es 40 cm^2 . Si el ángulo central se reduce en su quinta parte y el radio se incrementa en su doble, se genera un nuevo sector circular cuya superficie es:

- a) 80 cm^2 b) 576 c) 72
 d) 288 e) 144

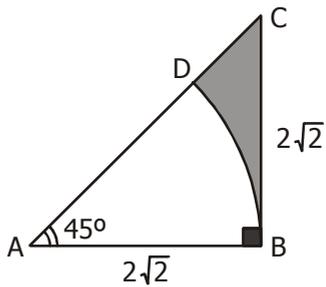
7. Se tiene un sector circular de radio "R" y ángulo central de 36° . Si se reduce el ángulo central en 11° y el radio se incrementa en "x", de modo que el área del nuevo sector generado es igual a la del sector original. ¿Cuál es el valor de "x"?

- a) $\frac{R}{2}$ b) $\frac{R}{4}$ c) $\frac{R}{5}$
 d) $\frac{R}{6}$ e) $\frac{R}{9}$

8. Se tiene un sector circular de radio "R" y ángulo central de 49° . Si se reduce el ángulo central en 13° y el radio se incrementa en "x", de modo que el área del nuevo sector generado es igual a la del sector original. ¿Cuál es el valor de "x"?

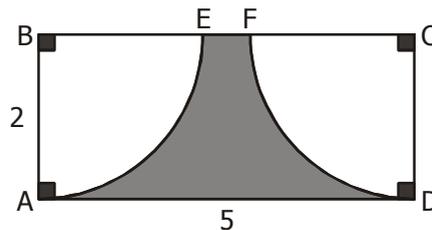
- a) $\frac{R}{2}$ b) $\frac{R}{3}$ c) $\frac{R}{4}$
 d) $\frac{R}{5}$ e) $\frac{R}{6}$

9. Del gráfico, calcular el área de la región sombreada, si DAB es un sector circular con centro en "A".



- a) $4 - \pi$ b) $3 - \frac{\pi}{2}$ c) $\pi - 3$
 d) $\frac{\pi}{2} - 1$ e) $2 - \frac{\pi}{2}$

10. Del gráfico, calcular el área de la región sombreada.



- a) $10 - \pi$ b) $5 - \pi$ c) $2\pi - 5$
 d) $10 - 2\pi$ e) $10 - 3\pi$



Autoevaluación

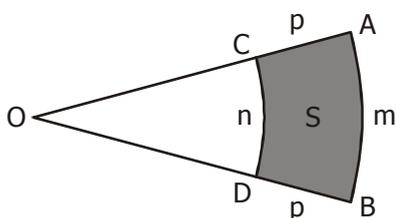


1. En un sector circular cuyo radio mide 4 cm, ¿cuál es el mínimo valor entero que puede tomar la superficie de dicho sector circular?

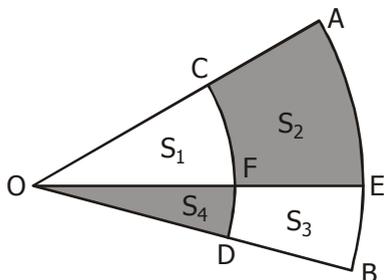
- a) 24 cm^2 b) 25 c) 12
 d) 18 e) 28

2. Demostrar que el área de la región sombreada es:

$$S = \left(\frac{m+n}{2} \right) p \quad (\text{ABCD: trapecio circular})$$

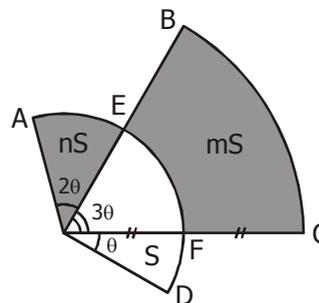


3. Del gráfico, calcular: $K = \frac{S_1 S_3}{S_2 S_4}$



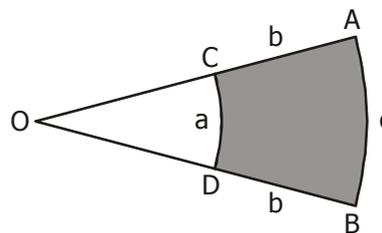
- a) 1 b) 2 c) $\frac{1}{2}$
 d) 4 e) $\sqrt{2}$

4. Del gráfico, calcular: $E = m + n$



- a) 10 b) 11 c) 12
 d) 13 e) 14

5. Se sabe que una sucesión de números están en progresión aritmética cuando uno cualquiera de ellos es igual al anterior incrementado en una cantidad constante llamada razón de la progresión. Si en el gráfico "a", "b" y "c" están en progresión aritmética y el área de la región sombreada es igual a 81 cm^2 , calcular "a + c".



- a) 9 cm b) 6 c) 18
 d) 12 e) 36



Tarea domiciliaria



1. Calcular el área de un sector circular de radio 6 m y un ángulo central 60° .

- a) $3\pi \text{ m}^2$ b) 4π c) 6π
d) 8π e) 12π

2. Calcular el área de un sector circular cuyo arco mide 8 m y su ángulo central correspondiente 3 rad.

- a) 6 m^2 b) 4 c) $\frac{32}{3}$
d) 12 e) 16

3. Calcular el área de un sector circular de ángulo central 20° y de radio 10 m.

- a) $\pi \text{ m}^2$ b) 2π c) 5π
d) 10π e) 15π

4. Determine el área de un sector circular cuyo radio y arco son números enteros consecutivos y de perímetro 16 m.

- a) 11 m^2 b) 13 c) 15
d) 16 e) 17

5. En un sector circular el ángulo central mide 45° y el radio 8 m. ¿Cuál es su área?

- a) $\pi \text{ m}^2$ b) 4π c) 8π
d) 6π e) 2π

6. En un sector circular el ángulo central mide 40° y el radio 5 cm. ¿Cuál es su área?

- a) $1,5\pi \text{ cm}^2$ b) $2,5\pi$ c) $3,5\pi$
d) $4,5\pi$ e) $5,5\pi$

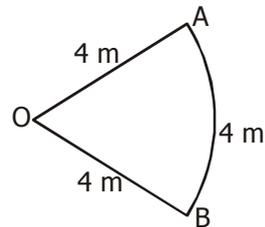
7. En un sector circular el arco mide $2\pi \text{ cm}$ y su radio 13 cm. ¿Cuál es su área?

- a) $11\pi \text{ cm}^2$ b) 12π c) 13π
d) 10π e) 14π

8. En un sector circular el ángulo central mide 40° y el arco $4\pi \text{ cm}$. ¿Cuál es su área?

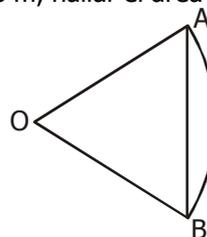
- a) $40\pi \text{ cm}^2$ b) 45π c) 48π
d) 42π e) 20π

9. Hallar el área del sector AOB mostrado.



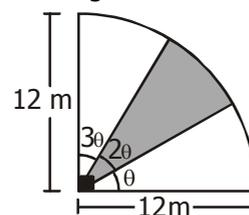
- a) 4 m^2 b) 6 c) 8
d) 10 e) 12

10. Si: $OA = AB = 8 \text{ m}$, hallar el área del sector AOB.



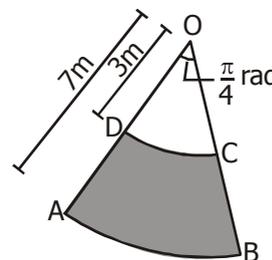
- a) $\frac{31}{2}\pi \text{ m}^2$ b) $\frac{32}{3}\pi$ c) $\frac{33}{4}\pi$
d) $\frac{37}{5}\pi$ e) $\frac{33}{8}\pi$

11. Hallar el área de la región sombreada.



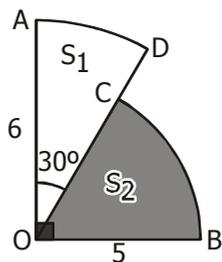
- a) $2\pi \text{ m}^2$ b) 3π c) 4π
d) 6π e) 12π

12. Del gráfico mostrado, calcular el área de la región sombreada.



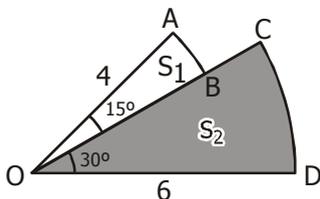
- a) $6\pi \text{ m}^2$ b) 5π c) 7π
d) 8π e) 16π

13. Del gráfico, calcular: $\frac{S_1}{S_2}$



- a) 0,36 b) 0,72 c) 0,28
d) 0,64 e) 0,86

14. Del gráfico, calcular: $\frac{S_1}{S_2}$



- a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{9}$
d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{1}{6}$

15. Se tiene un sector circular de área "S". Si duplicamos el radio y el ángulo central se triplica, se genera un nuevo sector circular cuya área es:

- a) 2S b) 3S c) 4S
d) 6S e) 12S

16. Se tiene un sector circular de área "S". Si el radio se triplica y el arco se duplica, se genera un nuevo sector circular cuya área es:

- a) 3S b) 4S c) 6S
d) 9S e) 8S

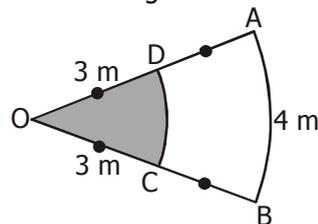
17. Se tiene un sector circular cuyo ángulo central mide 49° y el radio es "r". Si se reduce el ángulo central en 13° y se incrementa el radio en "x", se genera un nuevo sector circular cuya área es igual a la del sector original. Calcular "x".

- a) $\frac{2r}{7}$ b) $\frac{r}{7}$ c) $\frac{r}{3}$
d) $\frac{r}{6}$ e) $\frac{r}{9}$

18. Se tiene un sector circular cuyo ángulo central mide 25° y su radio es "R". Si se incrementa el ángulo central en 11° y se reduce el radio en "x", se genera un nuevo sector circular cuya área es igual a la del sector original. Hallar "x".

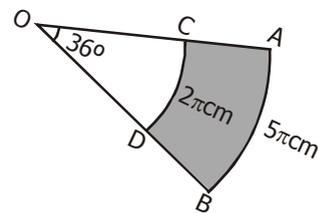
- a) $\frac{R}{6}$ b) $\frac{R}{5}$ c) $\frac{2R}{5}$
d) $\frac{R}{3}$ e) $\frac{R}{4}$

19. Calcular el área de la región sombreada.



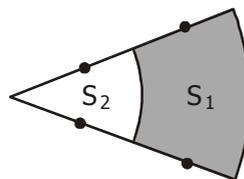
- a) 1 m^2 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

20. Del gráfico calcular el área de la región sombreada.



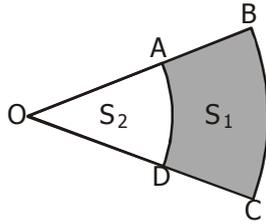
- a) $\frac{104\pi}{3} \text{ cm}^2$ b) $\frac{105\pi}{2}$ c) $\frac{107\pi}{2}$
d) $\frac{103\pi}{3}$ e) $\frac{75\pi}{2}$

21. Calcular " $\frac{S_2}{S_1}$ "



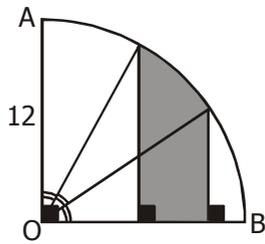
- a) 1 b) 2 c) 3
d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{3}$

22. Si: $OA = 2AB$, hallar: $\frac{S_2}{S_1}$



- a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{4}{5}$
- d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{1}{2}$

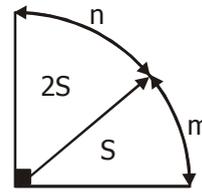
23. Calcular el área sombreada del gráfico:



- a) 6π b) 12π c) 16π
- d) 8π e) 18π

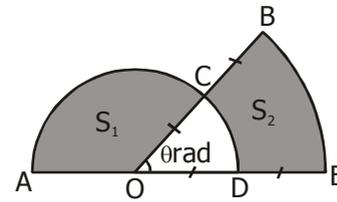
24. Del gráfico, determinar:

$$P = \frac{2m^2 + n^2}{S}$$



- a) 2π b) 3π c) 4π
- d) 5π e) 6π

25. Si: $S_1 = S_2$; Áreas. Hallar "θ"



- a) $\frac{\pi}{3}$ b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{\pi}{6}$
- d) $\frac{\pi}{2}$ e) $\frac{\pi}{8}$