



Prácticas de física experimental

Mecánica Clásica



20 de junio de 2018

Copyright © 2017

PUBLICADO POR UNAM

Primera edición, enero 2018



Índice general

1	Introducción	5
2	Importancia de la Medición y el Error	9
3	Introducción a la Medición: Péndulo	19
4	Mediciones y Análisis del Error: π	29
5	Movimiento Relativo en una Dirección	37
6	El significado de las Gráficas	47
7	Rapidez Instantánea y Promedio	55
8	Posición y Velocidad	63
9	Velocidad y Aceleración	71
10	Aceleración constante	81
11	Aceleración en un Plano Inclinado	89
12	Movimiento de un Proyectil	97

13	Segunda Ley de Newton	111
14	Coeficiente de Fricción	121
15	Fuerza Centrípeta	129
16	Conservación de la Energía	137
17	Las Colisiones en 1D	143
18	Péndulo Balístico	149
19	Segunda Ley de Newton: Rotación	157
20	Energía Cinética Rotacional	167
21	Conservación del Momento Angular	173
22	El Resorte: Masas Oscilantes	179
23	Apéndices	185
23.1	Análisis de Datos	186
23.2	El reporte de la práctica.	186
23.3	Reglamento	190
	Bibliografía	193



1. Introducción

Este manual está dirigido a estudiantes de las licenciaturas de ciencias de la ENES Morelia. El objetivo es abordar algunos experimentos claves de mecánica clásica a través de 20 experimentos (del capítulo 3 al 22) entorno a los temas de medición y los errores asociados, así como su propagación del error, cinemática en una y dos dimensiones, dinámica, trabajo, energía y leyes de conservación.

Este manual pretende aportar una base para el proceso de la enseñanza–aprendizaje de la física, por medio de algunas técnicas que de acuerdo a la experiencia de algunos profesores que se han dedicado a la enseñanza de la física, han permitido una mejor comprensión de los conceptos físicos. Dichas técnicas de aprendizaje se basan en la detonación de las ideas previas, desarrollo del marco teórico (clases teóricas), experimentos, la resolución de ejercicios, así como el desarrollo de habilidades y competencias con diversos estilos de aprendizaje (auditivo, visual, kinestésico, lectura y escritura), es decir, en el desarrollo y construcción del pensamiento científico.

Las prácticas de este manual están organizadas en secuencia didáctica, las cuales proporcionan diversos enfoques, problemática y retos, simulando el desarrollo de un ambiente muy parecido a las actividades de investigación, utilizando de manera natural las herramientas de las ideas previas, matemáticas, computacionales (T.I.C.'s) y de comunicación. En algunos casos se establecen escenarios que pueden ser desarrollados en un contexto multidisciplinario, por ejemplo, Geociencias, Ciencias de materiales, etc.

Para lograr estos objetivos, este manual tiene diversas estrategias para que los estudiantes desarrollen de manera grupal diversas etapas, tales como:

- Hacer explícitas las ideas previas de los estudiantes por medio de un cuestionario previo (planteamiento de problemas), un vídeo introductorio o lluvia de ideas del fenómeno natural. Esta etapa inicial, los conceptos e ideas de cada estudiante se hacen explícitos, las cuales ayudan a generar la(s) hipótesis grupal.
- Experimentar: Armar y/o diseñar el experimento, así como comprobar las hipótesis. Ellos podrán utilizar una gran diversidad de herramientas, que van desde las básicas

como son regla, papel, lápiz y cronómetro, hasta sensores modernos que auxilian en la medición simultánea de diversas variables tales como la posición, el lapso entre dos eventos (tiempo), y variables derivadas como la rapidez, aceleración o la fuerza, por mencionar algunas. Al experimentar, se puede hacer de manera libre o pueden consultar el manual o el vídeo para armarlo o configurar a los sensores. Este material se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con el siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>.

- Y por último, concluir y contestar el cuestionario final con el objetivo de resolver ejercicios de aplicación que promuevan la integración de los conceptos desarrollados.

Cabe aclarar que este compendio tiene en cada práctica las indicaciones necesarias para que el estudiante sea autodidacta.

Después de haber realizado una práctica, se requiere que el estudiante genere un reporte de forma estructurada, con estilo muy parecido a la revistas científicas (ver apéndice 23.2) con el objetivo de contextualizar sus conclusiones y socializar los resultados. Este reporte deberá incluir: Datos generales, introducción, registro y documentación de sus resultados, así como la discusión y conclusiones, mismas que deber ser contrastadas con sus hipótesis iniciales y la predicción teórica. Por otro lado, actualmente se posee una herramienta gratuita y poderosa para retroalimentar (por pares) a los reportes. La herramienta sugerida es al realizar los reportes en la plataforma de Google Docs.

En los anexos de este manual también encontrarán elementos básicos del análisis de datos, así como el reglamento para el uso del laboratorio de física.

Agradecimientos

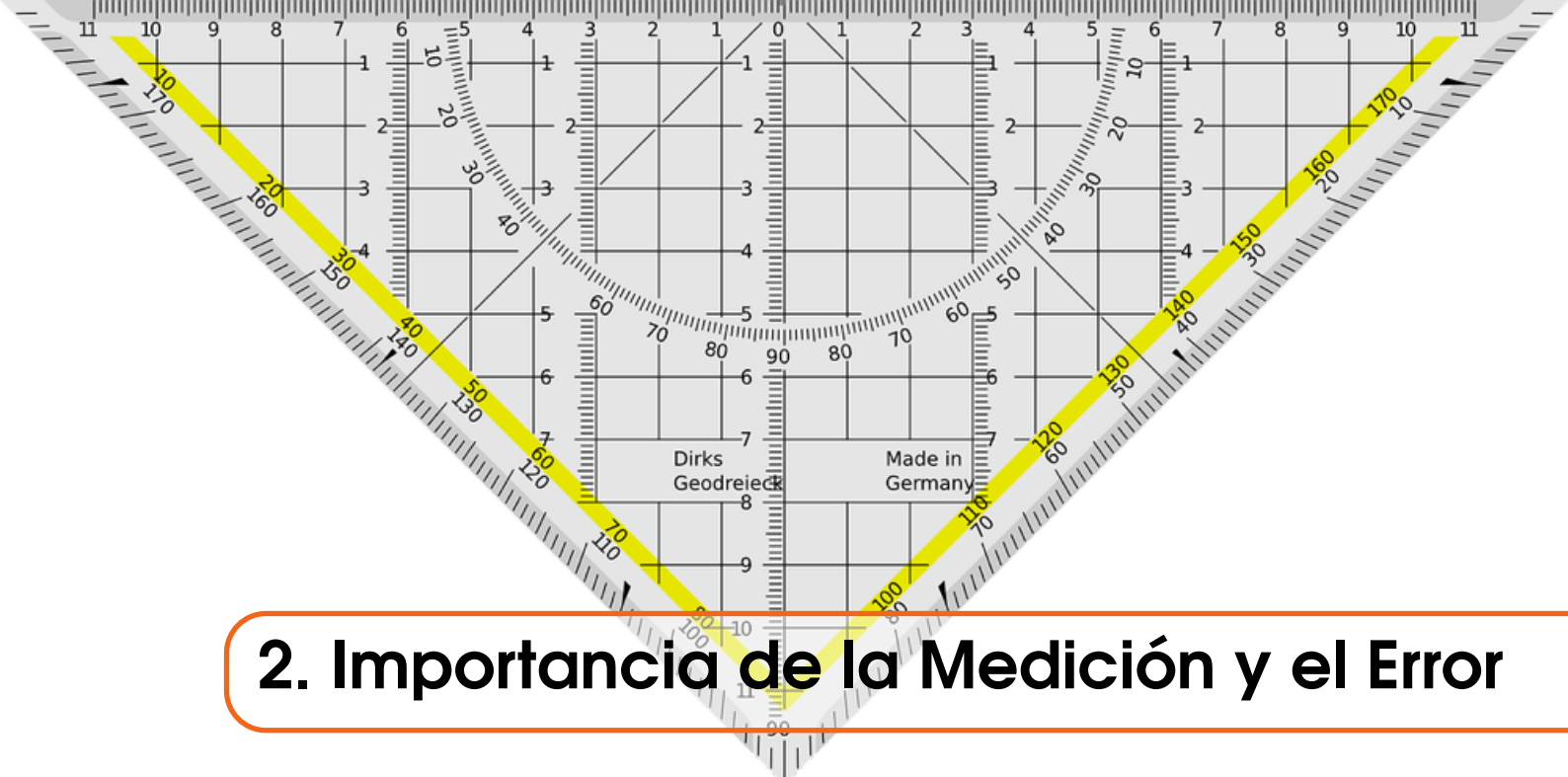
El Dr. Haro Corzo agradece el esfuerzo y dedicación en la elaboración de este manual a las siguientes personas:

- Nancy Velázquez Reséndiz, auxiliar del Laboratorio de Física de la ENES Morelia.
- Stephany Ortuño Chanelo, estudiante de Geociencias de la ENES Morelia.
- Diana Estefanía Fierro Huerta, estudiante de Geociencias de la ENES Morelia.
- Andrés Castro Chacón, estudiante de Material Sustentables de la ENES Morelia.
- Mtro. Iván Mendoza Amaro, académico de la ENES Morelia.
- A todos los estudiantes de la generación 2016 y 2017 de Geociencias. -Ing. Vicente García e Ing. Humberto Medina de la compañía MEXITEC y PASCO, respectivamente.

Agradecemos también a los siguientes repositorios de imágenes con licencia Creative Commons:

- <https://pixabay.com/es/>
- <http://openphoto.net/>
- <https://commons.wikimedia.org>
- <http://publicdomainarchive.com/>
- <https://500px.com/creativecommons>

El Dr. Haro Corzo hace un especial agradecimiento al Programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE102417 de la Dirección General de Asuntos de Personal Académico de la Universidad Nacional Autónoma de México, así como también agradece el compromiso de los referis anónimos por revisar el material, así como el invaluable labor de la Dra. Cecilia López Ridaura por su excelente coordinación en el proceso editorial.



2. Importancia de la Medición y el Error

Palabras clave: *Medición, error, incertidumbre, error absoluto, error relativo, cifras significativas*

Introducción

¿Por qué realizar ciencia experimental? Es una pregunta con un alto grado de complejidad y controversia histórica, la cual gira en torno a la comprensión de la naturaleza o paradigmas (ver Kuhn [4]). Pero antes de contestar esta pregunta, es importante que el lector esté consciente de que la comprensión de la naturaleza puede estar equivocada y llena de errores. La historia ayuda a evidenciar que los científicos han estado constantemente mejorando las teorías, los modelos, instrumentos y un largo etcétera, con el objetivo de que se explique mejor a la naturaleza, así como formular nuevas predicciones o consecuencias que deberán ser comprobadas o rechazadas. Una vez hecha esta aclaración podemos esbozar el del porque se hace ciencia experimental. A lo largo de la historia, algunas veces se le ha dado mayor importancia a los experimentos y en otros momentos se la daba preponderancia a la teoría. Actualmente se busca la compatibilidad entre ambas, por lo que los científicos tratan de encontrar las fallas en los modelos y tratan de profundizar en el por qué la teoría no ajusta con el experimento o viceversa. Los científicos hacen muchos experimentos, los cuales deben ser reproducibles bajo las mismas condiciones, pero también elaboran diversas hipótesis, crear nuevos modelos para intentar demostrar sus ideas. Este constante quehacer, es el camino que usa la ciencia para buscar modelos que describen lo que se observa en el Universo. Con base a lo anterior y de manera muy amplia, la ciencia es un conjunto de saberes, técnicas, procedimientos, habilidades, actitudes que son desarrolladas al observar, medir, registrar sistemáticamente, razonar, hacer hipótesis, controlar variables, y un largo etc. A partir de esto, los científicos buscan correlaciones

entre las observaciones para formular leyes generales. Estas nuevas teorías permiten formular nuevas preguntas y nuevas predicciones. El esfuerzo para poner a prueba estas nuevas predicciones representa en muchos casos un reto tecnológico que permite obtener nuevas mediciones. El análisis crítico de estos nuevos datos permite afinar las teorías, marcando de esta manera un quehacer continuo y cíclico.

La medición ha jugado un papel esencial en la actividad del hombre a lo largo de la historia: el tamaño de un bloque de piedra para construir una pirámide Maya, la predicción de un eclipse, la medición del tamaño de una célula en la sangre, la determinación de la órbita de un satélite artificial, hacer la datación de un fósil, elaborar un nuevo material sustentable. Los ejemplos anteriores son una muestra de casos en los cuales la medición ha sido y es utilizada con el fin de satisfacer las necesidades del humano. En 1883 Lord Kelvin (William Thomson) enunció "...si puedes medir aquello de lo que estás hablando y expresarlo con números, entonces sabes algo sobre ello. Pero cuando no puedes medirlo, cuando no puedes expresarlo en números, tu conocimiento es magro e insatisfactorio; puede ser el principio del conocimiento pero haz escasamente, en tus ideas, avanzado a la etapa de ciencia..."

Algunos errores de medición en la ciencia y la ingeniería

A lo largo de la historia han existido diversos patrones de medición, que son variables uno de otro, por ejemplo, 1 metro equivale a 3.28 pies. La selección y adopción de los patrones para medir las magnitudes físicas es el resultado de diversas conferencias/congresos realizadas por los científicos, tal como el Sistema Internacional que fue instaurado en 1960 basado en el sistema MKS (para más información leer la publicación de Arredondo y al. [1]). Las definiciones de este sistema están condicionadas básicamente en los siguientes requisitos:

- Reproducibles
- Invariantes

Sin embargo, la existencia de diversos patrones de medida para una misma magnitud, ha creado dificultades y errores en las relaciones internacionales de comercio, en el intercambio de resultados de investigaciones científicas, tecnología, etc. Entre los errores de medición que han sido más conocidos en la ciencia y la ingeniería se encuentran los siguientes cinco ejemplos:

El orbitador de clima de Marte

Diseñado para orbitar Marte como el primer satélite meteorológico interplanetario, sin embargo el Orbitador de Marte se perdió en 1999 porque el equipo de la NASA utilizó el sistema de unidades inglesa mientras que uno de los contratistas de la misión utilizó el sistema métrico decimal en una pieza del programa informático que operaba la nave desde la Tierra. La sonda de \$125 millones de dólares se acercó demasiado a la atmósfera de Marte cuando intentaba maniobrar hacia su órbita estable, pero se destruyó al entrar en fricción con la atmósfera.

El buque Vasa

En Suecia en 1628, una multitud presencié el hundimiento de un nuevo buque de guerra, a menos de dos kilómetros de la costa. En el suceso murieron 30 tripulantes. Los

expertos que estudiaron el caso reportaron que la nave era asimétrica: más gruesa a babor que en estribor. Una razón para esto fue que los obreros utilizaron diferentes sistemas de medidas. Los arqueólogos han encontrado cuatro reglas usadas por los constructores: dos estaban calibradas en pies suecos, que tenían 12 pulgadas, mientras que otras dos medían pies de Ámsterdam, con 11 pulgadas.

El planeador Gimli

En 1983, un vuelo de la compañía Air Canada se quedó sin combustible cuando volaba sobre el pueblo de Gimli, en la provincia de Manitoba. En ese entonces Canadá había cambiado al sistema métrico decimal en 1970, y el avión había sido el primero de Air Canada en usar las nuevas medidas. El calibrador de combustible a bordo del avión no estaba funcionando, por lo que la tripulación utilizó un tubo para medir cuánto combustible había cargado. Pero las cosas se complicaron cuando convirtieron estas mediciones de volumen en medidas de peso: tenían el número correcto, pero mal la unidad de medición, es decir, confundieron las libras de combustible por kilogramos. Como resultado, el avión llevaba alrededor de la mitad del combustible.

Hubble, el telescopio miope

El telescopio espacial Hubble es famoso por sus hermosas imágenes del espacio y se considera un gran éxito de la NASA. Lanzado el 24 de abril de 1990, el telescopio espacial Hubble prometía resultados espectaculares con su espejo primario de 2.4 metros y su órbita a 593 kilómetros de altitud, lo que lo libraba de la absorción de la atmósfera en las observaciones astronómicas. Sin embargo, despegó tras un comienzo difícil. Las primeras imágenes que mostró eran borrosas debido a que Perkin-Elmer, la empresa encargada de construir el espejo principal, había cometido un error al pulirlo y sus bordes eran demasiado planos por 2.2 micrómetros, lo que provocaba aberración esférica, con lo que los rayos de luz que venían del borde del espejo tenían su punto de enfoque en otro que los que venían del centro. Afortunadamente, los científicos lograron solucionar el problema en 1993, usando un instrumento llamado Reemplazo Axial Correctivo Óptico de Telescopio Espacial (COSTAR, por sus siglas en inglés), que básicamente es una lente que contrarrestaba el fallo del espejo principal. Fue como ponerle unas gafas al Telescopio espacial Hubble.

El Puente del Milenio en Londres

Para marcar la entrada en el nuevo milenio, Londres construyó un puente peatonal en junio del 2000 que une el famoso museo de arte Tate Modern, en la ribera sur del río Támesis, con la orilla norte cercana a la catedral de Saint Paul. Pero la gente se dio cuenta que la estructura de 350 metros de largo se tambaleaba de forma alarmante cuando caminaban sobre ella. Una de las dificultades del diseño de un puente peatonal es el efecto de las pisadas sincronizadas; a medida que el puente rebota o se balancea, la gente ajusta sus pasos al ritmo de los movimientos del puente, magnificándolos sin darse cuenta. En este caso, los diseñadores tomaron en cuenta los pasos sincronizados de arriba abajo, pero no el efecto de lado a lado. Al año siguiente comenzaron los trabajos para instalar amortiguadores para reducir el balanceo. Volvió a abrirse al público en 2002.

En las siguientes secciones introduciremos los conceptos de básicos asociados a los procesos de medición y magnitud física, así como error y cifras significativas.

Medición

Como hemos visto en la sección anterior, la medición, su rectificación, las unidades, así como el error son necesarios para que todo resulte lo más cercano a como fue planeado. Cuando los fenómenos naturales y los hallazgos de la investigación científica se expresan en términos matemáticos pierden su ambigüedad, se les puede verificar o refutar por medio de experimentos. En la descripción física cuantitativa de la naturaleza, la medición juega un papel fundamental. **La medición es el proceso mediante el cual cuantificamos nuestra experiencia del mundo exterior al comparar un objeto con respecto a una norma o estándar que ha sido acordada por la comunidad científica.** La medida está representada por la **Magnitud física** compuesta por un escalar y las unidades respectivas (de acuerdo al sistema de referencia para su medición, tal como el Metro, Kilo, Segundo, también llamado M.K.S.). Por lo anterior, la realización de un experimento implica la necesidad de obtener magnitudes físicas con la finalidad de obtener valores que puedan ser contrastados. La medición puede realizarse de forma directa o indirecta según sea el caso:

- **Medición directa:** es aquella que realizamos utilizando un instrumento diseñado, construido y calibrado para cuantificar apropiadamente la magnitud que nos interesa. El valor de la medida se obtiene a partir de una escala o una pantalla asociada al instrumento de medición.
- **Medición indirecta:** es aquella en la cual la magnitud a medir se calcula mediante una relación matemática que se basa en mediciones directas.

Error

Cualquiera que sea la forma de medir, directa o indirecta, la medición debe ser una acción planificada y atenta. Sin embargo, a pesar del avance de la tecnología para desarrollar mejores instrumentos para realizar una medición cuidadosa, no existen mediciones realizadas con una precisión infinita, es decir, no hay mediciones exactas; cada medida debe considerarse como una información que contiene cierto grado de error. En términos prácticos, el **Error** en una medición es la diferencia que hay al comparar nuestro objeto con respecto a la norma, es decir, se define un intervalo que contiene el valor más probable de la magnitud que se requiere medir. Si el intervalo del error se reduce, entonces decimos que aumentó la precisión de la medición.

El error de medición es un parámetro asociado con el resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores obtenidos. Al realizar las mediciones de manera repetida y constante, se busca descubrir su variación (intervalo) de manera estadística. El concepto de error, como un atributo cuantificable, es relativamente nuevo en la historia de las mediciones, aunque los términos error y análisis de error han sido bastante utilizados como parte práctica de la ciencia de las mediciones o metrología. Es importante señalar que el error y la incertidumbre son conceptos sutilmente distintos, debido a que el error está asociado a la medición y la incertidumbre está asociada a la naturaleza del fenómeno.

Fuentes de error

Todas las mediciones tienen asociado un error que puede deberse a los siguientes factores:

- **La naturaleza de la magnitud que se mide:** Existen casos en los que el instrumento de medición debe hacer contacto con el objeto que se está estudiando; ésta interacción generalmente alterará la magnitud a medir. Por ejemplo, en la naturaleza existen objetos de dimensiones muy pequeñas, como lo son los microorganismos, cuyos tamaños están alrededor de unas cuantas micrómetros. Para la medición de estos objetos, es necesaria una instrumentación de alta precisión que no se usan de forma cotidiana y por lo tanto no están al alcance de forma rápida.
- **El instrumento de medición:** Nuestros instrumentos no son exactos. Podrán parecer muy bien acabados pero una evaluación estricta y detallada seguramente mostrará que tienen defectos tanto de construcción como de funcionamiento.
- **El observador:** Toda medida es el resultado de una operación humana en la cual se ven implicados los sentidos, estados de ánimo, actitud y otros factores intrínsecos a la persona, por lo que es más probable que durante el proceso de medición aumente el error si el observador no está concentrado. El observador que realiza una mala medición aumenta el error y reduce la precisión. Este tipo de error es llamado error de apreciación, el cual considera la estrategia en que el observador lee los datos de instrumentos de medición analógicos, dependiendo desde que punto de vista se realiza la medición de la apreciación nominal (mínima cantidad que puede medirse con un instrumento dado). Hacemos notar que el error de apreciación no es debido a la escala mínima del instrumento, sino al método usado para leer la apreciación nominal. Por ejemplo, genera un error de apreciación el hecho de que el observador tenga diferentes posiciones para leer el ángulo de una brújula o de las manecillas del reloj o la longitud medida con una regla de madera.
- **Las condiciones externas:** Estos errores suelen ocurrir por factores climáticos u otros factores ajenos al instrumento y al objeto de la medición, los cuales afectan directamente las mediciones. Por ejemplo, la medición del campo magnético terrestre en una zona con cables de alta tensión o cerca de televisor.

Es importante conocer y tener control de cada uno de estos factores cada vez que se realiza una medición, ya que el grado de control que se tenga de los parámetros involucrados en una medición impactará en la precisión de una medida y por lo tanto, en el error asociado. En general, podemos agrupar las fuentes de error en dos bloques: el error **sistemático** y el error **aleatorio**. El primero se refiere al error que influye de igual manera a todas las mediciones (por ejemplo, una mala calibración del instrumento), mientras que el error aleatorio se refiere a la variación de una medición a otra (por ejemplo, la perspectiva del observador para ver la aguja del indicador). Las fuentes de error son inherentes al objeto de medición y observador por lo que no se pueden omitir arbitrariamente. Para corregir este tipo de error, se requiere medir varias veces.

Tipos de errores

Para buscar la mejor manera de cuantificar el error asociado a una medición, primero construyamos la magnitud de la medición y después la magnitud del error. Entonces primero consideremos recolectar varias medidas, $x_1, x_2, \dots, x_i$, en donde x_i es la i -ésima

medida, las cuales conforman un intervalo de valores en los que se tiene cierto grado de confianza para encontrar la **magnitud más probable** o también llamada **media, promedio o valor central**, denotada como $(\bar{X})$. Entonces, la magnitud más representativa de la variable medida está dada por la siguiente identidad:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

en la cual se suman todas las mediciones realizadas y se divide entre el número total de mediciones, n . Una vez esto, calcularemos la magnitud del error en los siguientes apartados.

Error absoluto

Alrededor del valor central, hay una cantidad que determina los límites del intervalo de valores donde confiamos está el valor de la medida. A ésta cantidad le llamamos error absoluto de la medida (error absoluto de la variable X , ΔX). Su valor es usado frecuentemente para establecer la precisión de la medida. Entonces, para expresar el valor de la medición en términos del promedio y su error absoluto asociado, se usa la siguiente notación:

$$X = \bar{X} \pm \Delta X \quad (2.1)$$

Ésta forma de expresar el resultado de una medición tal como se presenta en la ecuación 2.1, se le conoce como forma de error absoluto, porque el error absoluto tiene las mismas unidades que el valor central.

Error porcentual

La precisión de una medida debemos establecerla a partir de la información que nos brinde la relación que existe entre el valor de su error absoluto y su valor central. Definimos entonces el error relativo como la fracción del error absoluto entre el promedio de las medidas:

$$I_r = \frac{\Delta X}{\bar{X}} \quad (2.2)$$

El error relativo es adimensional, es decir, no tiene unidades.

En general, la forma de expresar el error de una medida tiene el inconveniente de que el error relativo es una cantidad muy pequeña; por este motivo se acostumbra dar opcionalmente el error porcentual la cual se define como: error porcentual o error porcentual (I_p) de una medida es el error relativo multiplicado por cien. Esto es:

$$I_p = \frac{\Delta X}{\bar{X}} 100 \quad (2.3)$$

Una vez establecida el error relativo o el error porcentual de una medida estamos en capacidad de comparar su precisión con la de otras. Los términos precisión y error porcentual son complementarios, es decir, cuanto más baja es el error porcentual de una medida más alta es su precisión. Los siguientes ejemplos ilustrarán la forma de establecer la precisión de una medida y la importancia que esta cantidad tiene para comparar la calidad de las medidas.

Error del instrumento

Frecuentemente, los instrumentos de medición condicionan el error de una medida. Sin embargo, la calidad de un instrumento no necesariamente garantiza una buena calidad en una medida. Para resolver esta situación se propone lo siguiente: al hacer una sola medición directa de una cantidad cuyo resultado se reportará, debemos dar como valor central de la medida aquél que se obtiene tomando en cuenta la marca más próxima de la escala del instrumento de medición. Se debe aplicar redondeo cuando el puntero indicador esté ubicado a la mitad de dos marcas consecutivas. **El error instrumental será la mitad de la mínima división de la escala del instrumento.**

Error estándar

La desviación estándar se utiliza a menudo como una buena estimación del error, el cual es llamado error estándar. Para calcular este error σ , se debe extraer la raíz positiva de la varianza σ^2 definida como:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{X})^2 \quad (2.4)$$

El error estándar caracteriza la variabilidad de los valores observados x_i , es decir, nos acota la dispersión alrededor de la media $X = \bar{X} \pm \sigma$.

Una vez que se han considerado todos los posibles errores, entonces se procede a hacer estadística de errores, es decir a sumar los cuadrados de los errores, asumiendo que todas las distintas fuentes de error son independientes una de otras.

Cifras significativas

En una medición ¿Cuántos dígitos se deben de reportar después del punto decimal? ¿Se trunca el número de manera arbitraria? ¿Estará relacionada el número de dígitos reportados con el error absoluto de la medida?. **El criterio para establecer las cifras significativas del valor central es: el valor tendrá el mismo número de dígitos después del punto decimal que el número de dígitos tenga, también después del punto decimal, el error absoluto.**

Considere el siguiente ejemplo. El número transcendental e , también llamado número de Euler o constante de Napier, es aproximadamente igual a 2.7182. Pero para ser exactos con el valor de e , deberíamos incluir un número infinito de dígitos. Sin embargo, cuando se hacen mediciones de e en el laboratorio, es incorrecto escribir el número que sale directo de la calculadora/computadora, porque existen ciertos límites instrumentales y errores en medición que deben ser tomados en cuenta y que por consecuencia, nos dará pauta para decidir hasta donde truncar el número de dígitos después del punto decimal. Si el error absoluto es ± 0.1 al medir el valor de e , entonces tendremos que reportarlo como $e = 2.7 \pm 0.1$, decimos que e tiene 2 cifras significativas. Otro ejemplo, cuando usamos una cinta métrica, graduada en milímetros, para medir directamente la longitud de una mesa cuyos bordes están bien definidos y reportamos como valor central $\bar{l} = 154\text{cm}$, estamos actuando incorrectamente. Esta expresión tiene menos cifras significativas de las que realmente se pueden obtener en la medición de esta cantidad utilizando dicho instrumento. Si la longitud de la mesa coincide exactamente con la marca del instrumento indicada con

el número 154, o está más próxima de la misma que de otra, el valor central de la medida debemos expresarla como $\bar{l} = 154.0 \pm 0.5 \text{ cm}$.

Para los estudiantes interesados en profundizar más en los diferentes tipos de error, así como en la medición se recomienda el Manual de Prácticas Interdisciplinarias de Arredondo y al. [1], así como el libro de Física Experimental de Baird [2].



3. Introducción a la Medición: Péndulo

Palabras clave: *Periodo, frecuencia, oscilaciones pequeñas, péndulo simple, g aceleración debido a la gravedad*

Introducción¹

Tal como vimos en el capítulo anterior, la medición es un proceso esencial en el quehacer científico, debido a que cuantifica las variables que describen a cada fenómeno. En esta práctica se describirá el movimiento de un péndulo a través de mediciones directas e indirectas. El péndulo es conocido desde la antigüedad, pero fue Galileo el primero en describir cómo oscila y qué variables están involucradas en dicha oscilación. En la actualidad los péndulos y la forma en la que éstos oscilan nos han ayudado a comprender diversos fenómenos en la naturaleza, tal es el ejemplo de los sismos (haciendo uso de sismógrafos), llevar el ritmo en las composiciones musicales, medir el tiempo, estudiar la aceleración de la gravedad, evidenciar la rotación de la Tierra, entre otros.

Objetivo

El objetivo de este experimento es conocer la dependencia de la variable “periodo de oscilación” de un péndulo simple en función de otras variables, tales como la longitud, la masa, la amplitud del movimiento, el ángulo θ que forma con la vertical, entre otras.

Objetivos específicos:

1. Uso de los sensores e interfaz 850 y de la computadora
2. Analizar gráficamente el movimiento
3. Controlar variables
4. Medir la frecuencia y el periodo
5. Calcular el valor de g

¹ Basado en PASCO-Scientific/P01 [7]

6. Analizar el movimiento periódico

Cuestionario Previo

- El periodo del péndulo ¿Se puede medir como función de otras variables? ¿Cuáles son?
- El periodo de un péndulo ¿Cambia con la amplitud?
- El periodo de un péndulo ¿Cambia con la longitud de la cuerda?
- El periodo del péndulo ¿Depende de la masa?
- Con base en lo anterior, el periodo del péndulo ¿Es una variable dependiente o independiente?
- En las preguntas anteriores ¿Cuáles son errores asociados a las mediciones?
- ¿Cuál es el modelo matemático que relaciona las variables?
- Haz un esbozo de como crees que sería la gráfica del periodo vs. las otras variables

Fundamento Teórico

Un péndulo simple consiste en una masa m que es llamado contrapeso (bob), el cual es atado a una cuerda de longitud L que tiene masa despreciable con respecto a m . Cuando el contrapeso es empujado fuera de su posición de equilibrio y liberado, comienza a oscilar. El periodo T es la cantidad de tiempo para realizar una oscilación completa (ir y regresar). En la Figura 3.1, se puede observar, que el contrapeso va de la posición 1 a la posición 2 y de regreso a la posición 1. La amplitud A de oscilación es medida desde el punto de equilibrio hasta el máximo desplazamiento, por lo que es la mitad de la oscilación completa de la posición 1 a la posición 2.

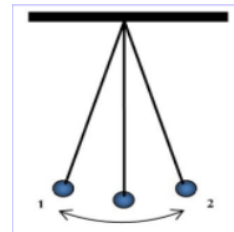


Figura 3.1:
Oscilación del péndulo.

Diseño Experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número PASCO
1	Sensor de Movimiento	PS-2103A
1	Set de Densidad “Contrapeso”	ME-8569
1	Abrazadera del Péndulo	ME-9506
1	Soporte universal	ME-8735
1	Abrazadera larga para la mesa	ME-9472
1	Varilla de 90-cm	ME-8738
1	Varilla de 45-cm	ME-8736
1	Cuerda de 2 metros	SE-8050
1	Flexómetro	
1	Balanza	

Tabla 3.1: Material.

Instalación del Equipo

Tiempo estimado de armado: 15 minutos.

Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>.

1. Anclar la varilla de 90 cm a la base y a su vez anclar la abrazadera del péndulo a la varilla en la parte superior. Colocar un pedazo de cuerda de 2 metros de longitud a la abrazadera del péndulo como se muestra en la Figura 3.3. Deslizar la cuerda a través del orificio del cilindro de latón y colocar los extremos de la cuerda en los clips externo e interno de la abrazadera del péndulo, formando con la cuerda una “V” al momento de colgar.
2. Ajustar el largo de la cuerda de tal manera que la distancia vertical entre el perfil inferior de la abrazadera del péndulo y la mitad del contrapeso sea de 70 cm.
3. Al usar la abrazadera para la mesa y la varilla de 45 cm, colocar el sensor de movimiento al frente del péndulo tal que el disco de latón esté vertical y de cara al contrapeso (ajustando el ángulo, ver Figura 3.4), apuntando a lo largo de la dirección en la que el péndulo tiene el movimiento de oscilación. Verificar que el interruptor del sensor de movimiento este posicionado en la parte superior. Ajustar la altura del sensor de movimiento arriba o abajo de tal manera que se encuentre a la misma altura que el contrapeso.
4. Ajustar la posición del soporte universal para que el sensor de movimiento quede a una distancia de alrededor de 25 cm con respecto al contrapeso en la posición de reposo. Conectar el sensor de movimiento a la interfase 850.
5. Comenzar un nuevo experimento en el programa de análisis de datos.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 90 minutos.

Resumen del Procedimiento.

1. Poner el péndulo a oscilar en amplitud pequeña
2. Obtener la gráfica posición vs tiempo con el sensor de movimiento
3. Medir el periodo del movimiento con los datos del sensor de movimiento
4. Repetir para los valores de la tabla de datos
5. Graficar L vs T . Comparar las gráficas realizadas con los softwares: Capstone, hoja de cálculo (Google Worksheet), Gnuplot, Matematica (Wolframalpha), Geogebra, Python, etc. Hacer la comparación entre cada software, así como discutir su ventaja y desventaja de cada uno
6. Análisis de datos por mínimos cuadrados
7. A partir del valor de la constante de ajuste hallar el valor de la aceleración de la gravedad g

Guardando Datos

1. Construir un gráfico de posición m en función del tiempo s .
2. Comenzar la oscilación del péndulo: Empujar el péndulo lejos del sensor de movimiento, a unos 5 cm y soltar. Tratar de obtener la oscilación lo más suave posible y con oscilaciones pequeñas.
3. Iniciar la grabación de datos. Cuando la gráfica se llene demasiado, se deberá parar la grabación y volver a empezar. En la barra de herramientas del gráfico es posible cambiar la escala del mismo. Verificar que la amplitud de la oscilación es de unos 5 cm.
4. El sensor de movimiento no puede detectar objetos que estén a menos de 15 cm. Si es necesario, se puede alejar el péndulo del sensor.
5. ¿Los datos resultantes son una curva senoidal suave?
6. En caso de que no sea así, ajustar la posición del interruptor de rango en la parte superior del sensor de movimiento para determinar qué ajuste de intervalo devuelve los mejores datos. En general, la posición con el icono de carro es para objetos más pequeños y cercanos, y la posición con el icono de persona es para objetos más grandes y más lejanos.
7. ¿Hay suficientes puntos en los datos por cada período para definir la onda senoidal?
8. Si la respuesta es no, utilizar los controles de frecuencia de muestreo (desde el software) para aumentar la rapidez y poder ver el efecto. Una frecuencia de 50 Hz funcionará bien para este experimento.
9. Tratar de obtener una serie de datos que tengan una curva suave con 4 a 6 oscilaciones completas. Se pueden eliminar las corridas incorrectas según sea necesario: Eliminar las corridas incorrectas mediante el botón eliminar de la barra de herramientas inferior.



Figura 3.2: Material.



Figura 3.3: Colgando el contrapeso en la abrazadera del péndulo.



Figura 3.4: Sensor de movimiento.

Herramientas de Medición

1. Medición del período del péndulo: Mediante la herramienta de coordenadas, determinar el momento en que se produce el pico en cada oscilación y sustraer los picos adyacentes para obtener el período. Registrar en la bitácora el resultado obtenido.
2. ¿Se obtuvo la misma respuesta del periodo para todos los casos?.
3. Cuando se seleccione la herramienta de coordenadas (Coordinates Tool), se puede dar click secundario sobre la región de la gráfica para activar la herramienta δ . La herramienta δ permite medir la diferencia entre dos puntos. Tratar de medir el período utilizando esta herramienta. Registrar el resultado en la bitácora.
4. Hay varias funciones disponibles para ajustar la curva (Curve Fit): Seleccionar el ajuste Seno (Sine) desde la barra de herramientas de gráficos. ¿Son los datos obtenidos un buen ajuste a una onda senoidal?.
5. La forma general de una onda senoidal es:

$$y = A \text{Sen} \left[\frac{2\pi}{T}x + \phi \right] \quad (3.1)$$

Donde A es la amplitud, T es el período, x la posición y ϕ es el ángulo de fase. Utilizar los valores del ajuste de curva obtenido anteriormente para calcular el período de la oscilación. ¿Cómo se compara esto con las respuestas anteriores?.

Parte 1. Variando la longitud

1. Cambiar la longitud del péndulo. Para predecir lo que le sucederá al período de oscilación cuando se disminuya la longitud del péndulo L . ¿Qué sucedió? ¿Aumentó, disminuyó o permaneció igual?.
2. La longitud del péndulo L se mide desde el borde inferior de la abrazadera del péndulo hasta el centro del “contrapeso”.
3. Registrar una serie de corridas para diferentes longitudes de péndulo empezando con una longitud de 70 cm y disminuyendo en intervalos de 5 cm hasta llegar a 10 cm. Mantener la amplitud aproximadamente igual en todas las oscilaciones realizadas.
4. Utilizar cualquiera de las tres herramientas mencionadas en la sección anterior para determinar el período de oscilación en las distintas longitudes del péndulo.
5. Registrar la longitud del péndulo y del período en la Tabla 3.2.
6. Copiar los valores del período y longitud de la Tabla 3.2 en el software y, a continuación, crear un gráfico de período s en función de longitud m utilizando estos valores.

Ajuste de Curvas

$L \pm \Delta L$	$T \pm \Delta T$
(m)	(s)
10	
20	
30	
40	
50	
60	
70	
80	
90	
100	

Tabla 3.2: Reporte del período T de un Péndulo de longitud L , así como sus errores respectivos.

1. Frecuentemente los datos se representan en una línea recta para realizar el mejor ajuste, así obtener la pendiente α y manejar e interpretar los datos con mayor facilidad. Para llevar a cabo este cambio, se debe seleccionar el nombre del eje horizontal del gráfico (Período en función de longitud) y seleccionar *Cálculo rápido* (quick calcs, ver apéndice 23.1) para cambiar la forma en que se grafica la longitud en función del período. Prueba haciendo los cambios: $\frac{1}{L}, L^2$ etc. ¿Alguno de estos resultados es una línea recta?
2. Regresar el eje horizontal a L e intentar cambiar el eje vertical. Pruebe haciendo cambios: $\frac{1}{L}, L^2$, etc. Se deberá conseguir que las gráficas sean una línea recta. ¿Qué gráfico produjo una línea recta?.
3. Seleccionar el ajuste de *curva lineal* (linear curve fit) en la barra de herramientas del gráfico y registrar los coeficientes de ajuste lineal aquí:

La ecuación de una línea recta

$$y = \alpha L + b \quad (3.2)$$

donde α = pendiente y b = ordenada al origen.

Parte 2. Variando la Amplitud

1. Variará la amplitud de la oscilación del péndulo. Predecir lo que le sucederá al período de oscilación cuando se disminuya la amplitud del péndulo. ¿Aumentará, disminuirá o permanecerá el mismo período?.
2. Ajustar la longitud del péndulo de modo que la distancia desde el borde inferior de la abrazadera del péndulo a la parte superior del cilindro sea de 40 cm.

3. Registrar una serie de datos para diferentes amplitudes del péndulo comenzando con una amplitud de 10 cm y disminuyendo en intervalos de 2 cm hasta alcanzar una amplitud de 2 cm. La amplitud se mide desde el equilibrio hasta el desplazamiento máximo.
4. Reusar cualquiera de las tres herramientas de medición utilizadas en la sección *herramientas de medición* (measurement tools) para determinar el período de oscilación en cada amplitud.
5. Registrar la amplitud y el período en la Tabla 3.3.

A (cm)	T (s)

Tabla 3.3: Período T de un péndulo con amplitud A

Parte 3. Variando la Masa

1. En esta parte se variará la masa del péndulo. Predecir lo que sucederá al período de oscilación cuando se disminuya la masa del péndulo bob. ¿Aumentará, disminuirá o permanecerá el mismo período?.
2. Ajustar la longitud del péndulo de modo que la distancia desde el borde inferior de la abrazadera del péndulo a la parte superior del cilindro sea de 60 cm. Medir cuidadosamente y mantener esta longitud igual para los tres contrapesos.
3. Utilizando una amplitud de oscilación de 6 cm para las tres corridas, registrar una serie de datos para cada uno de los tres movimientos del péndulo (latón, aluminio y plástico). Tratar de obtener la oscilación lo más suave posible.
4. Utilizar cualquiera de las tres herramientas de medición utilizadas en la sección herramientas de medición para determinar el período de oscilación para cada movimiento del péndulo.
5. Registrar la amplitud y el período en la Tabla 3.4.

Bob	T (s)	m (g)
Metal		
Aluminio		
Plástico		

Tabla 3.4: Período T de un péndulo con masa m .

Cuestionario²

1. En general, ¿Qué sucede con el período de un péndulo cuando cambia la longitud, la masa y la amplitud del movimiento?.
2. ¿Aumentará, disminuirá o permanecerá el mismo período al cambiar la longitud, la masa y la amplitud del péndulo?.
3. En San Francisco un edificio tiene aditamentos ligeros que consisten en bombillas pequeñas de 2.35 kg con pantallas, que cuelgan del techo en el extremo de cordones ligeros y delgados de 1.50 de longitud. Si ocurre un terremoto leve, ¿cuántas oscilaciones por segundo harán tales aditamentos?.
4. Un péndulo en Marte. En la Tierra cierto péndulo simple tiene un periodo de 1.60 s. ¿Qué periodo tendrá en Marte, donde $g = 3.71 \text{ m/s}^2$?
5. **Pregunta Reto:** Todos los animales que caminan, incluido el ser humano, tienen un ritmo (paso) natural para caminar, un número de pasos por minuto, que es más cómodo que un ritmo más rápido o más lento. Suponga que este ritmo natural corresponde a la oscilación de las piernas como un péndulo físico. a) ¿Cómo depende el paso natural de la longitud L de la pierna, medida de la cadera al pie? Considere la pierna como una varilla uniforme con pivote en la cadera. b) Pruebas fósiles demuestran que el *Tyrannosaurus rex*, un dinosaurio bípedo que vivió hace 65 millones de años al final del período Cretácico, tenía una longitud de pierna $L = 3.1 \text{ m}$ y una longitud de paso (la distancia de una huella a la siguiente del mismo pie) $S = 4.0 \text{ m}$. Estime la rapidez con que caminaba el *Tyrannosaurus rex*.

Experimentos adicionales: el cálculo de g

Se puede comprobar que se cumple la relación entre el período y la longitud del péndulo.

La aceleración de la gravedad de la Tierra puede ser calculada utilizando un péndulo simple. Se sabe que la relación entre el periodo de oscilación y la longitud de la cuerda están relacionadas por la siguiente ecuación tomando en consideración que esto es una aproximación para oscilaciones pequeñas.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad (3.3)$$

Donde T es el periodo del péndulo, L su longitud y g la aceleración debida a la gravedad. Al elevar al cuadrado ambos lados de la ecuación, se puede observar que para una gráfica de T^2 contra L , la pendiente de la recta resultante está dada por:

$$\text{Pendiente} = \frac{T^2}{L} = \frac{4\pi^2}{g} \quad (3.4)$$

Utilizar la pendiente del gráfico de T^2 en función de L que se obtuvo para calcular g , la aceleración debida a la gravedad. El resultado de g es:

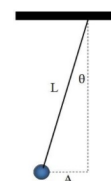


Figura 3.5:
Componentes
del péndulo.

²Basado en Sears, Zemansky y Young [27]

Suponer que el péndulo se puede llevar a la Luna donde la gravedad es menor, ¿qué pasaría con el período y por qué?

La amplitud de un péndulo se mide generalmente por el ángulo que forma al oscilar y no por su desplazamiento horizontal. En la última sección cuando se cambio la masa, se obtuvo una longitud y una amplitud máxima de 60 y de 6 cm respectivamente.

En general, el período de un péndulo no depende de la amplitud cuando el ángulo es pequeño, es decir, cuando es inferior a 15 grados; cuando esto sucede las funciones trigonométricas se pueden expresar de la siguiente manera:

$\text{Sen}\theta \sim \theta$, $\text{Cos}\theta \sim 1$, $\text{Tan}\theta \sim \theta$.

Cuando el ángulo es mayor a 15 grados, las funciones trigonométricas ya no se pueden aproximar como se hizo para ángulos menores a 15 grados. Usando trigonometría, calcular la amplitud del péndulo.



4. Mediciones y Análisis del Error: π

Palabras clave: *Medición, incertidumbre, error, análisis de datos*

Introducción¹

En la cultura científica, las medidas que no tienen unidades ni un error asociado pierden su significado. El cálculo del error de las mediciones nos sirve para saber qué tan precisa es una medición y que tan significativo es el resultado. No hay mediciones que sean exactas, ya que todo proceso, al igual que las mediciones, están sujetas a variaciones por diversos factores (ver capítulo 2). Es por ello que es de suma importancia realizar la medición del error, así como tomar en cuenta la que esta establecida en los equipos de medición, ya que al no hacerlo, el resultado obtenido no sería correcto. Un ejemplo histórico fue el determinar la edad de la Tierra, por diversos métodos e hipótesis, tales como suponer el tiempo de enfriamiento de la roca incandescente o decaimiento radiactivo de los asteroides.

Objetivo

En esta práctica se aprenderá a determinar empíricamente el valor del número π mediante la medición el diámetro y la circunferencia de cuatro cuerpos circulares (discos) de diferentes tamaños (ver Figura 4.1) usando la cinta flexible transparente suministrada.

Objetivos específicos:

1. Conocer los conceptos de medición, error, exactitud y precisión.
2. Efectuar mediciones de longitud y obtener el error asociado a cada medición.
3. Expresar los resultados de las mediciones empleando cifras significativas.
4. Mostrar mediante la construcción de gráficas, la distribución estadística de las mediciones realizadas.

¹ Basado en PASCO-Scientific/P02 [9]

5. Determinar la constante de proporcionalidad entre el perímetro y el diámetro de la circunferencia mediante el ajuste de mínimos cuadrados de datos experimentales.
6. Establecer la ecuación para calcular la circunferencia en función del diámetro.

Cuestionario Previo

1. ¿Cuál es la relación entre el número π , el diámetro y la circunferencia?
2. ¿Piensas que el valor de π es el mismo para cada disco? ¿Por qué?
3. ¿Cuál es la máxima precisión que se puede alcanzar al medir el valor de π ? Explica tu respuesta.
4. ¿Cómo podrías calcular experimentalmente el valor de π si no tuvieras la vista?
5. Existen algunos mitos en internet, uno de ellos es la demostración meme de π (ver complemento de la práctica). Argumente por qué esta demostración es falsa.
6. Sugerir una manera de medir: (a) el radio de la tierra (b) la masa de un electrón, (c) la temperatura del sol, (d) masa de un alfiler.

Fundamento Teórico

El perímetro de un círculo es la longitud de su circunferencia y es directamente proporcional a su diámetro, la constante de proporcionalidad es el número irracional Pi (π) y su magnitud se calcula con la fórmula matemática $P = \pi D$ en donde P es el perímetro y D = el diámetro.

Dado que los números irracionales tienen expresión decimal infinita, experimentalmente no es posible determinar su valor exacto, sin embargo, se puede determinar un valor aproximado con suficiente precisión si se realiza un proceso experimental sistemático que considere los errores en las mediciones.

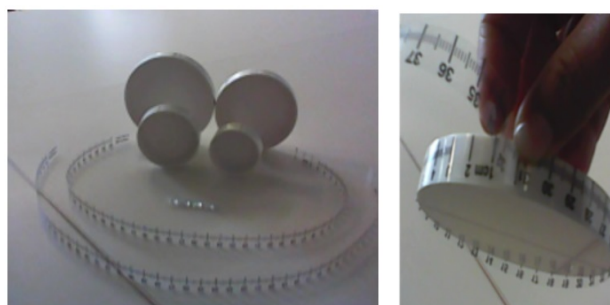
Por ejemplo, al medir la longitud de un objeto, se compara el objeto con un patrón de longitud, es decir, una regla y además se debe estimar el último dígito porque la lectura cae entre las divisiones más pequeñas de la escala. Fijando el extremo del objeto en la división correspondiente al valor 0 de la escala de la regla y si el otro extremo cae entre entre dos divisiones; por ejemplo: entre 14 y 15 cm, entonces, una manera de estimar el error de medición es considerar el valor promedio como el valor de referencia ($\frac{14+15}{2}$) cm y la semi-dispersión máxima o también llamado error absoluto (la mitad de la mínima escala) ($\frac{15-14}{2}$) cm. Entonces, se deberá reportar la longitud del objeto hipotético [$L=14.5 \pm 0.5$ cm]. En el caso de que el objeto que se mide no es uniforme, esto introduce aún más error. Siempre se debe observar y registrar el error en todas las mediciones que se realicen. Por ejemplo, se puede registrar que la longitud de un objeto 24.2 ± 0.3 cm. Se debe tener siempre en cuenta que las mediciones también deben incluir las unidades y redondear las respuestas finales a un número apropiado de dígitos. Por ejemplo, no tendría sentido reportar la longitud $24.24198 \text{ cm} \pm 0.3 \text{ cm}$. Las cifras 4198 no tienen significado. La regla para eliminar las cifras no significativas es la siguiente: si el número decimal después de la última cifra significativa es mayor a 5, es aumentada una unidad la última cifra significativa, en caso contrario no se hace modificación. Por ejemplo, dado el valor 2.2963 cm, su aproximación con tres cifras significativas es 2.296 cm y, con dos cifras significativas, 2.3 cm.

Diseño Experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número PASCO
1	Conjunto Descubrir π (4 Discos, 2 Cintas métricas, 4 topos de plástico)	ME-6806
1	Caliper	-

Tabla 4.1: Material.



(a) Kit para medir diámetro y perímetro de 4 discos.

(b) Cinta.

Figura 4.1: Material a usar en la práctica.

Instalación del Equipo

Tiempo estimado de armado: 1 minuto.

Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>.

Para medir la circunferencia, deslice el extremo doblado de la cinta flexible transparente en la ranura del lado del disco (ver Figura 4.1.b) y envuelva la cinta una vez alrededor del disco para que se superponga al marcador de línea cero. Medir el diámetro a lo largo de la línea marcada en la cara del disco. Las marcas del índice de la cinta métrica están impresas en la parte posterior, de modo que la circunferencia real del disco (sin incluir el espesor de la cinta) es medida. Una ranura lateral de cada disco sostiene la cinta mientras la circunferencia se mide. Una línea marcada en la cara de cada disco, que pasa por el centro, permite la medición del diámetro.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 60 minutos.

Estimando la incertidumbre

1. Una manera de estimar el error es repetir una medición varias veces. Probar este método para medir la circunferencia del disco más grande. Las marcas de la cinta se encuentran cada 0.1 cm, aunque es posible alcanzar una precisión mayor al agregar un dígito decimal adicional mediante la estimación entre las marcas de la escala.

Vuelve a enrollar la cinta y repite la medición. ¿Se obtiene una respuesta diferente dependiendo de la tensión que se aplica a la cinta?.

- Introduce todos los valores en la Tabla. Estos valores se representarán en la gráfica siguiente (figura 4.2). A medida que se agregan más valores, observa cómo cambia el máximo, el mínimo y la media (promedio). Cada persona del equipo tomará mediciones separadas e independientes, sin tomar en cuenta las mediciones de los otros integrantes. Registrar todos los valores para la circunferencia del disco grande en esta misma tabla. Registrar todos los valores para la circunferencia del disco grande en una hoja de cálculo y calcula el promedio.

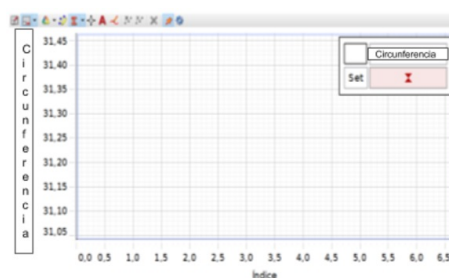


Figura 4.2: Gráfico de la circunferencia en función del índice.

- La Desviación Estándar es utilizada como una buena estimación del error. Registrar el valor final para la circunferencia en la tabla de la derecha en la forma "valor medio" $\pm$ "desviación estándar". Incluye solamente los dígitos que tienen sentido y recuerda colocar las unidades.
- Anotar el valor para la circunferencia del disco más grande en la tabla.
- Utilizar la misma cinta para medir el diámetro del disco más grande. Alinear el marcador (línea cero) con el borde del disco y medir el diámetro a lo largo de la línea marcada en la cara del disco, estimar el error en esta medición. No es necesario realizar la gran variedad de mediciones que se hicieron en la página anterior, pero al menos se deberán tomar 10 mediciones para estimar el error.
- Registrar el diámetro del disco más grande en la Tabla 4.2.
- Medir y registrar la circunferencia y el diámetro de los otros 3 discos.

Disco	Diámetro (cm)	Desviación estándar (cm)	Perímetro (cm)	Desviación estándar (cm)
1 más grande				
2 grande				
3 pequeño				
4 más pequeño				

Tabla 4.2: Datos del diámetro, perímetro y desviaciones estándares

Análisis

Hacer una gráfica que muestre el perímetro de la circunferencia contra el diámetro. Comparar las gráficas realizadas con los softwares: Capstone, hoja de cálculo (Google worksheet), Python, Gnuplot. Matematica (wolframalpha), etc. Hacer la comparación entre cada software.

Realizar y comparar las gráficas con Capstone, una hoja de cálculo y Gnuplot. En caso de Capstone la gráfica muestra los datos de la página anterior trazada en la forma circunferencia en función del diámetro.

1. ¿Cuál es la relación entre la circunferencia y el diámetro de un círculo?.
2. Calcule el promedio y desviación estándar.
3. Realice un ajuste lineal de mínimos cuadrados ¿Cuál es la pendiente de la línea?.
4. Seleccionar el ajuste de curva lineal en la barra de herramientas del gráfico. ¿Cuál es la pendiente de la línea? ¿Cuál es el significado físico de esta pendiente?.
5. Observar el valor del error de la pendiente. Esto se basa en los valores ingresados, pero recuerda que existe un error asociado a las mediciones. Tomar el valor de $\pm$ error que se determinó en la sección anterior y agregar esto a la circunferencia del disco más grande, y sustraerlo al valor de la circunferencia del disco más pequeño. ¿En qué medida esto cambia la pendiente? Este cambio es una buena estimación del error en su valor para la pendiente.
6. Introducir la mejor estimación del valor para la pendiente, incluyendo el error:

Pendiente=
 % estimación=
 Promedio Perímetro/ Diámetro=
 Desviación estándar Perímetro/ Diámetro=
 Ordenada al origen del ajuste lineal por mínimos cuadrados=
 Coeficiente de correlación lineal=

7. Se han realizado las medidas de longitud de las circunferencias enrollando la cinta graduada alrededor de los discos. Realizar ahora la medida de la circunferencia manteniendo la cinta fija sobre la mesa y haciendo rodar los discos (sin que se deslicen) sobre la cinta.
8. Repetir la medición del punto precedente realizando esta vez cinco vueltas de los discos sobre la regla. La medición obtenida corresponde a cinco veces la circunferencia. Comparar los errores obtenidos en este caso con los obtenidos en la medición del precedente.

Porcentaje de error:

Para encontrar el porcentaje del error asociado es necesario comparar la diferencia entre el valor medido (M) y el valor esperado (E):

$$\%error = \frac{E - M}{E} 100\% \quad (4.1)$$

Cuestionario²

1. ¿Cambiará la relación obtenida entre diámetro y circunferencia para otros objetos circulares, como, por ejemplo, una moneda o la llanta de un auto?
2. Realizando distintas mediciones de la misma magnitud física se obtienen en general resultados distintos, no solo para los errores. ¿Por qué ocurre este fenómeno?, una posible explicación es la existencia de un error sistemático que se cumple en el acto de medición. ¿Cuáles podrían ser los errores sistemáticos en el caso de las distintas operaciones de medición realizadas para las circunferencias y los diámetros de los discos?
3. Al medir la longitud de un palo se han obtenido los siguientes valores en centímetros: 90 88 92 90 91 89 91 89 99. ¿De qué manera procederemos para hallar el valor más probable para la longitud del palo?. Además, calcula el error absoluto de la primera medida.
4. Un valor aproximado, útil y fácil de recordar del número de segundos que hay en un año es $\pi \times 10^7$. Determine el error de aproximación en este valor aproximado. (Un año tiene 365.24 días).
5. Al comer una bolsa de galletas con chispas de chocolate, usted observa que cada una es un disco circular con diámetro de 8.50 ± 0.02 cm y espesor de 0.050 ± 0.005 cm.
a) Calcule el volumen promedio de una galleta y el error del volumen. b) Obtenga la razón diámetro/espesor y el error de dicha razón.
6. Se sabe que el valor de la gravedad en cierto lugar es 9.81 m/s^2 , lo cual se quiere probar mediante un experimento con un péndulo simple. Debido a la dificultad para estimar experimentalmente los valores de la longitud del hilo y el período del péndulo, los valores se dispersan mucho y se obtiene para "g" lo siguiente: 10.00 10.02 9.80 10.00 9.85 10.03 10.02. a) Hallar el valor experimental más probable para "g". b) Calcular el error relativo de cada medida.

²Basado en Sears, Zemansky y Young [27]

5. Movimiento Relativo en una Dirección

Palabras clave: *Marco de referencia inercial, rapidez, velocidad, aceleración, movimiento relativo*

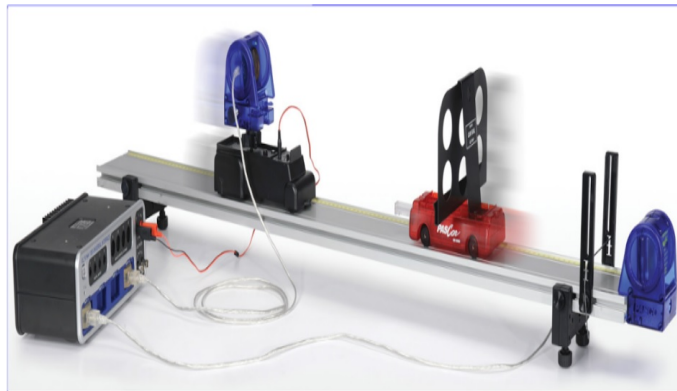


Figura 5.1: Midiendo el movimiento relativo entre dos carros.

Introducción¹

Tal vez se ha notado que cuando se va en una bicicleta en compañía de algún amigo que avanza lentamente, parece que él se mueve hacia atrás cuando es rebasado, a pesar de que él sigue pedaleando para adelante, parece como si él pedaleara en reversa. A esto le llamamos movimiento relativo. A Galileo le pareció muy interesante el movimiento relativo, por lo que encontró cómo transformar la rapidez entre un marco y otro. Siglos

¹Basado en PASCO-Scientific/P03 [10]

después, Einstein propuso una nueva forma de transformar la rapidez relativa². Por ahora se analizará el movimiento de un objeto visto por diferentes observadores en marcos de referencia inerciales. Por ejemplo, si trasladamos el movimiento relativo al sistema Sol-Tierra-Luna, tenemos que para un observador ubicado en la Tierra, la Luna describirá una órbita casi circular en torno a la Tierra, pero para un observador que está ubicado en el Sol, la trayectoria de la Luna será en una línea ondulante, por su parte tenemos dos trayectorias diferentes para la Luna, por lo cual dichos observadores deberán reconsiderar sus observaciones tomando en cuenta sus movimientos relativos respectivos.

Objetivo

El propósito de esta práctica es estudiar el movimiento relativo en una dimensión mediante la comparación de la rapidez media de dos cuerpos. Se mide la velocidad del carro (PAS-CAR) rojo (ver Figura 5.1) con el sensor de movimiento del extremo derecho y simultáneamente con el sensor de movimiento ubicado en el carro motorizado en movimiento y utilizando la ecuación 5.2.

Objetivos específicos:

1. Definir sistemas de referencia
2. Medir el movimiento relativo

Cuestionario previo

Suponer dos carros que circulan en sentido contrario:

1. Para dos carros en marcos de referencia que se acercan uno al otro, ¿Su rapidez relativa es la suma algebraica? ¿Por qué?.
2. ¿Cuál es el signo de la rapidez relativa y de qué depende? ¿Por qué?.
3. ¿Por qué un automóvil que circula en sentido contrario parece tener mayor rapidez?.

Fundamento teórico

Experimentalmente el movimiento relativo es importante cuando la medición depende de la posición en la que se encuentra el observador, es decir, la descripción del movimiento de un cuerpo depende del lugar en el que se está situado el observador. Para cuantificar el movimiento relativo de un punto P es necesario utilizar las transformaciones de posición y rapidez de Galileo para, en este caso, dos marcos de referencia (ver Figura 5.2). Para esto, se define el marco S que se encuentra en tierra (fijo) y el marco S' que se mueve relativamente con respecto a S una rapidez W , entonces $\vec{r}$ describe a P desde S , $\vec{R}$ describe a S' desde S y $\vec{r}'$ describe a P desde S' obteniendo la siguiente suma vectorial:

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}' \quad (5.1)$$

²La teoría de la Relatividad Especial estudia los objetos que se mueve a una rapidez cercana a la de la luz, con la ayuda de la transformación de Lorentz, la cual será abordada en cursos avanzados de física

En términos de la velocidad, en la cual $\vec{W}$ es la velocidad relativa entre S y S' , así como $\vec{v}$ y $\vec{v}'$ son las velocidades de P para el marco S y S' , respectivamente obtenemos:

$$\vec{v} = \vec{W} + \vec{v}' \quad (5.2)$$

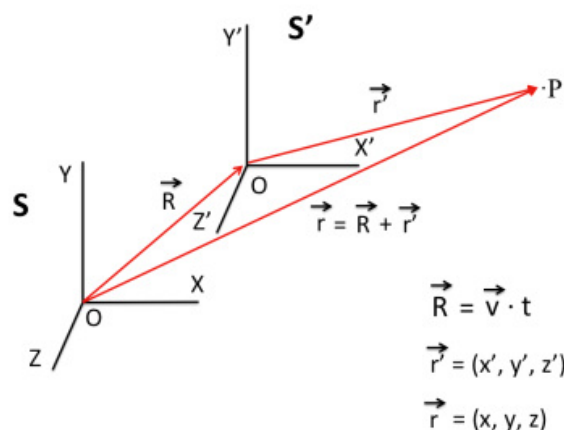


Figura 5.2: Marcos de referencia S y S' que describen el movimiento de S .

Diseño Experimental

Tiempo estimado de armado: 10 minuto.

Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>.

Recursos

Cantidad	Artículos	Número PASCO
2	Sensor de movimiento PASCO	PS-2103A
1	Bases para el sistema dinámico PAS-CAR 1.2m	ME-8994
1	Sistema dinámico PAS-CAR 1.2m (carro rojo y riel)	ME-6955
1	Accesorio adaptador de carro	ME-6743
1	Carro motorizado	ME-9781
1	Base y Vela de 30cm para PAS-CAR	ME-9595
1	Parachoques elástico (4 bases y 1 liga)	ME-8998

Tabla 5.1: Material.

Instalación del Equipo

Tiempo estimado del procedimiento: 40 minutos.

1. El sensor de movimiento se conecta al adaptador del carro con el tornillo $\frac{1}{4} - 20$ en la parte inferior del sensor de movimiento. Fijar el adaptador del carro en la bandeja superior del carro motorizado. Colocar el sensor de movimiento para que apunte hacia adelante y utilizar el mando grande para fijarlo en su posición.
2. El sensor de movimiento en el carro motorizado debe ser conectado al puerto 4 del PASPORT como se muestra en la Figura 5.3 . Conectar el cable de alimentación del carro motorizado a la salida 1 y verificar de que esté apagado (off external setting).

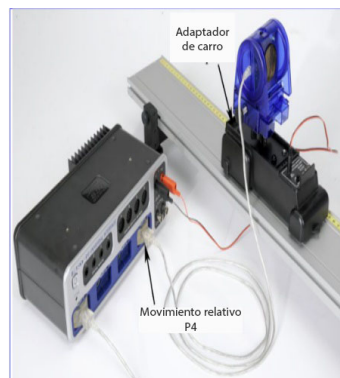


Figura 5.3: Carro motorizado con sensor de movimiento.

3. Instalar primero el parachoques elástico (Figura 5.4). El sensor de movimiento se desliza hacia el final de la pista. Este segundo sensor de movimiento debe ser conectado al puerto 1 de PASPORT. Verificar que el interruptor de rango esté en el icono "Carro" para ambos sensores.



Figura 5.4: Sensor de movimiento en la pista.

4. Montar el soporte de la vela del carro en el carro rojo. Utilizar los soportes ajustables para nivelar la pista para que el carro rojo no se mueva cuando éste se libere.
5. El sensor de movimiento en la pista medirá el movimiento del carro. El sensor de movimiento en el carro motorizado medirá desde el soporte de la vela del carro (montado en el carro), por tanto, se medirá el movimiento relativo entre los dos.

Procedimiento

1. Colocar el carro motorizado en la pista en el extremo opuesto al sensor de movimiento. Colocar el carro rojo a unos 20 cm del carro motorizado.
2. Iniciar la grabación y, a continuación, mover el carro rojo al extremo opuesto de la pista. Observar la colocación de la mano en el carro en la Figura 5.5 . Detener la grabación.



Figura 5.5: Carro en movimiento.

3. Identificar los datos que corresponden a cada carro. Los datos deben ser continuos sin fallas. Girar el mango (Figura 5.4) en el sensor de movimiento para ajustar el ángulo para mejorar los datos. Tomar en cuenta que el sensor de movimiento no puede medir una distancia inferior a 15 cm.
4. Se pueden eliminar las ejecuciones no deseadas mediante la función *eliminar ejecución* en la barra de control en la parte inferior. Las velocidades medidas por los sensores de movimiento en este laboratorio son cálculos que incluyen un valor absoluto. Por lo tanto, todos los valores medidos por el ordenador serán positivos. El sensor de movimiento de la pista medirá la velocidad real del carro rojo. El sensor de movimiento en el carro motorizado medirá la velocidad relativa entre los dos carros. La velocidad real del carro motorizado viene determinada por el voltaje aplicado (ver página siguiente).

No bloquear el extremo del carro a la derecha o el soporte de la vela del carro a la izquierda. El sensor de movimiento necesita ver el carro, no la mano.

5. Con el coche rojo en medio de la pista, comenzar a grabar. Suavemente mover el carro rojo a la izquierda (10 a 20 cm) y luego a la derecha, después de nuevo, al centro en un tiempo total de aproximadamente 8 segundos.
6. ¿Cómo se ve? Identificar qué conjunto de datos se midió en que zona. Los datos deben ser continuos con un mínimo de fallos.
7. Una vez que el sistema esté funcionando, para obtener buenos datos de ambos sensores, eliminar todas las ejecuciones (utilizando la función *eliminar ejecución* en la barra de control en la parte inferior) y dirigirse a la página siguiente.
8. Colocar el carro motorizado en la pista en el extremo opuesto del sensor de movimiento. Colocar el carro rojo en reposo contra el parachoques elástico.

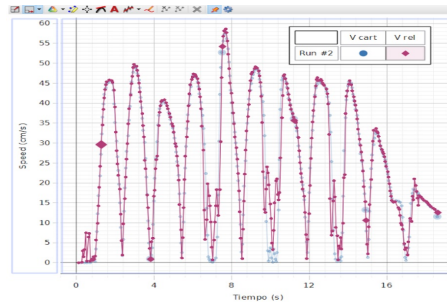


Figura 5.6: Velocidad medida por ambos sensores.

9. Ajustar la salida de voltaje CC 1 a 2.00 voltios. Iniciar la grabación y, a continuación, hacer clic en la salida *Activado* y después en la salida *Off* antes de que el carro motorizado llegue al otro extremo.
10. Tener en cuenta la velocidad del carro motorizado, utilizando la visualización de gráficos y dígitos. Ajustar el voltaje a 2.10 voltios y repetir. ¿Cómo cambia la velocidad?.
11. Ajustar el voltaje para obtener la velocidad del carro motorizado lo más cerca posible a $10 \frac{cm}{s}$.
12. Ajustar la salida en el modo "Auto". Esto activará automáticamente el carro motorizado cuando inicie la grabación y lo apagará cuando deje de grabar. Realizar algunas pruebas para verificar que el carro motorizado se enciende y apaga correctamente, y que la velocidad del carro motorizado es de $10 \frac{cm}{s}$.

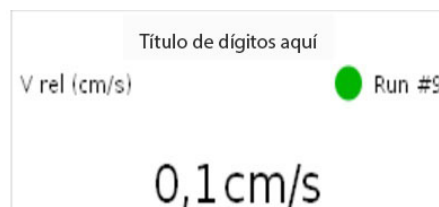
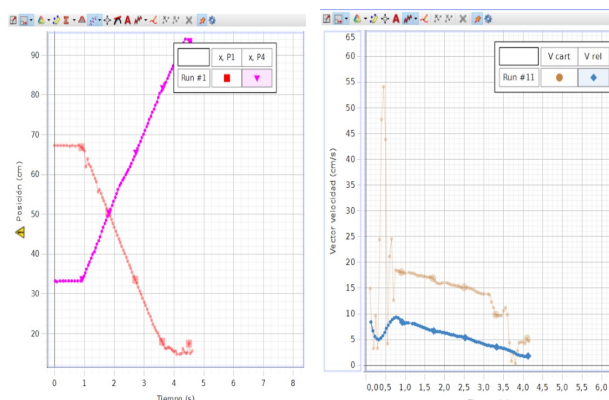


Figura 5.7: Velocidad relativa, primera ejecución.

13. Colocar el carro motorizado en la pista en el extremo opuesto del sensor de movimiento. Empezando con el carro rojo cerca del centro, impulsar el carro rojo (lejos del carro motorizado) hacia el sensor de movimiento en la pista, y permitir que rebote el parachoques elástico. Iniciar la grabación tan pronto como el carro cambie de dirección. Detener la grabación antes de que los dos choquen.
14. Elegir una hora en el gráfico donde se tengan datos de velocidad suave para ambos. Utilizar la herramienta de coordenadas para medir la velocidad del carro rojo.
15. Calcular la velocidad relativa. Recordar que la velocidad del carro motorizado es de $10 \frac{cm}{s}$. Para una colisión frontal, ¿Cómo se calcula la velocidad relativa? ¿Se suman las velocidades o se restan?.
16. Medir la velocidad relativa del gráfico y compararla con la calculada. Repetir para otros dos ensayos.
17. Repetir para los dos carros que se mueven en la misma dirección.

18. Para cada uno de los pares de datos, comparar la velocidad medida (M) con el valor calculado (aceptado o promedio, C) usando el cálculo de porcentajes de error (E) tal como sigue en la ecuación 5.3:



(a) Posición del carro rojo (b) Velocidad medida por ambos sensores.

Figura 5.8: Gráficos y PASCAR

$$E = \left[\frac{M - C}{C} \right] (100) \quad (5.3)$$

19. Registrar los valores en la tabla.
20. En general, ¿Qué tan bien se comparan los valores?.

Num	Velocidad $\pm \Delta v$ calculada (m/s)	Velocidad $\pm \Delta v$ medida (m/s)	% de error
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Tabla 5.2: Datos de la velocidad calculada, velocidad medida y el porcentaje de error entre ambos.

Cuestionario³

1. ¿A qué distancia viaja hacia adelante un automóvil que se mueve a razón de 58 km/h durante un segundo de tiempo?, ¿Qué es lo que le toma ver un accidente al lado de la carretera?.

³Basado en Halliday, Resnick y Krane [3]

2. Dos trenes, cada uno a una velocidad de 34 km/h, corren uno hacia el otro en la misma vía recta. Un pájaro que puede volar a 58 km/h vuela saliendo del frente de un tren cuando los trenes están separados por una distancia de 102 km y va directamente hacia el otro tren. Al llegar al otro tren vuela de regreso hasta el primer tren y así sucesivamente. (a) ¿Cuántos viajes podrá hacer el pájaro de un tren a otro antes de que los trenes choquen?, (b) ¿Cuál es la distancia total que recorre volando el pájaro?
3. Un automóvil sube una pendiente a la velocidad constante de 40 km/h y retorna cuesta abajo a la velocidad de 60 km/h. Calcule la velocidad promedio del viaje redondo.
4. Un río de 400.0 m de ancho fluye de oeste a este a 30.0 m/min (ver Figura 5.9). La lancha donde usted viaja se mueve a 100.0 m/min relativa al agua, sin importar la dirección en que apunte. Para cruzar el río, usted parte de un muelle en el punto A en la ribera sur. Hay una lancha que llega a tierra directamente en el sentido opuesto, en el punto B de la ribera norte, y también una que llega al punto C, 75.0 m corriente abajo desde B (Figura 3.53). a) ¿A qué punto de la ribera norte llegaría usted a tierra, si su lancha apuntara perpendicularmente a la corriente del agua, y qué distancia viajaría? b) Si usted dirige inicialmente su lancha justo hacia el punto C y no cambiara ese rumbo en relación con la orilla, ¿a qué punto de la ribera norte llegaría? c) Para llegar al punto C: i) ¿con qué rumbo debería dirigir su bote?, ii) ¿cuánto tiempo tardaría en cruzar el río?, iii) ¿qué distancia viajaría?, y iv) ¿cuál sería la rapidez de su lancha según la medición de un observador situado en la ribera del río?

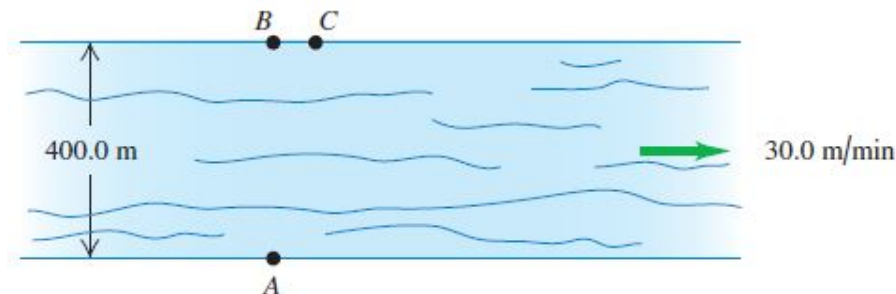


Figura 5.9: Pregunta de cuestionario acerca de movimiento relativo en un río.



6. El significado de las Gráficas

Palabras clave: *Posición, velocidad, tiempo, movimiento, gráfica*

Introducción¹

En la vida cotidiana es útil resumir los datos de las tablas en una gráfica con el objetivo de visualizar la tendencia del comportamiento del fenómeno físico. La importancia de los gráficos en la ciencia radica al momento de representar datos de una manera mejor estructurada para dar a conocer un resultado de algún estudio realizado con el fin de facilitar la comprensión. Por ejemplo, al tener un gas de cierto elemento químico y al aumentar o disminuir su presión, es necesario conocer la manera en que cambian los demás parámetros físico-químicos. El llevar a cabo estos estudios ayuda a comprender el comportamiento de los gases en general y de manera particular los gases degenerados, con los cuales se puede entender el comportamiento de algunas estrellas. Por otro lado, la generación e interpretación de tablas ayuda a describir los procesos geoquímicos de las rocas o la resistencia de ciertos materiales.

Objetivo

En esta práctica se estudiará el movimiento de una persona mediante el análisis de las gráficas. El propósito de esta actividad es explorar y reproducir las diversas gráficas de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo generadas por los sensores.

Objetivos específicos:

1. La persona se moverá de tal manera que su movimiento corporal reproduzca el gráfico que se proporciona.
2. Estimar cualitativamente la velocidad y aceleración.

¹ Basado en PASCO-Scientific/P04 [11]

3. Asociar el cambio de movimiento a las gráficas de velocidad y aceleración.
4. Aprender el significado de las gráficas de x , v , así como a versus el tiempo t .

Cuestionario Previo

- ¿Describe cuáles deberían ser los movimientos necesarios que se deben hacer para reproducir las gráficas 6.2 y 6.3 ?.

Fundamento Teórico

La relación entre rapidez (v), posición (x) y tiempo (t) esta descrita como la pendiente de la gráfica x vs t . La pendiente se puede calcular como:

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (6.1)$$

El valor de la pendiente nos indicará el ritmo al que un objeto se acerca o aleja. De la misma manera, la pendiente de la gráfica velocidad contra tiempo nos describirá la aceleración del objeto (a), la cual puede ser calculada como:

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (6.2)$$

La pendiente indica el ritmo al cual el objeto cambia su velocidad, a este cambio se le llama aceleración. Por lo tanto al hacer el análisis de la pendiente, se podrá saber la tasa en la que se acelera o desacelera el objeto.

Diseño Experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número PASCO
1	Sensor de movimiento	PS-2103A
1	Vela de carro	ME-9595
1	Abrazadera de mesa	ME-9707
1	Barra de 45 cm	ME-8736

Tabla 6.1: Material.

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 2 minutos. Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>.

1. Utilizar la abrazadera de varilla y la varilla de 45 cm para sujetar el sensor de movimiento a la mesa, como se muestra en la Figura 6.1. Se necesitará al menos 3 metros de espacio vacío delante del sensor.

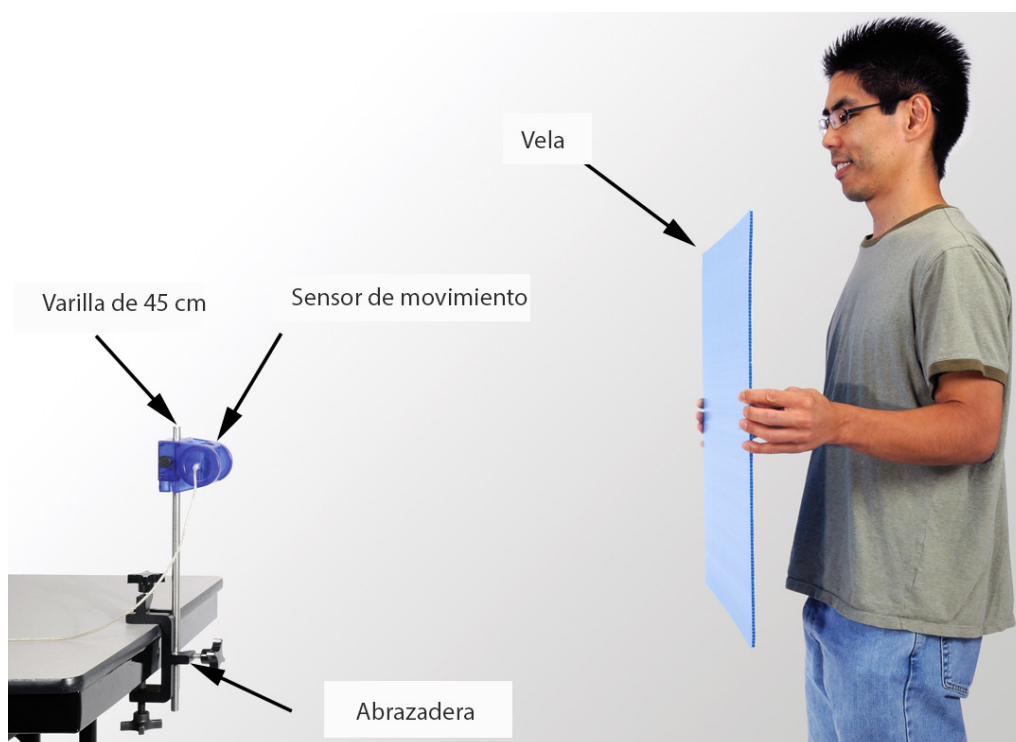


Figura 6.1: La vela azul grande del carro se utiliza como blanco para mejorar los resultados del gráfico usando el sensor de movimiento.

2. Conectar el sensor de movimiento a la interfaz y ajustar el sensor de movimiento en el ajuste "personas".
3. Dirigir el sensor de movimiento a la sección media cuando se esté de pie frente al sensor. Colocar la vela azul del ME-9595 (ver Figura 6.1) delante del cuerpo para mejorar los resultados, puesto que una reflexión de diversas partes del cuerpo mientras se mueve se puede imitar el movimiento rápido hacia adelante y hacia atrás.
4. Colocar el monitor de la computadora para que se pueda ver la pantalla al alejarse del sensor de movimiento.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 40 min.

1. Permanecer 1 metro delante del sensor de movimiento, sosteniendo la vela como se muestra en la Figura 6.1.
2. Comenzar a grabar. El Sensor de Movimiento hará un débil sonido y el LED verde parpadeará para indicar que está encendido.
3. Después de comenzar la grabación, realizar una cuenta regresiva de tres segundos antes de que comience la grabación de datos, para alcanzar a posicionarse. Observar el reloj en la parte inferior de la pantalla moverse cuando este llegue a cero.
4. Caminar hacia el sensor y después alejarse, mirando el gráfico mientras se mueve. La grabación se detendrá automáticamente después de 10 segundos. ¿El gráfico registró correctamente la posición?

5. En cada una de las siguientes páginas, hay un gráfico que se tratará de reproducir. Los tres primeros son gráficos de posición, y los cuatro siguientes son gráficos de velocidad. Para los gráficos de velocidad, se debe comenzar a $\frac{1}{2}$ metro del Sensor de Movimiento. Para los gráficos de posición, se puede ver la distancia inicial en el gráfico, y se debe iniciar en dicha posición. También se puede marcar la posición en el suelo con algún tipo de cinta.
6. Intentar reproducir el gráfico moviéndose hacia delante o hacia atrás. La pantalla de puntuación mostrará que tanto se coincide con el gráfico. Cuanto más cerca de 100, mejor. Es bastante fácil conseguir una puntuación por encima de 95 en las gráficas de posición. Las gráficas de velocidad son más difíciles y las puntuaciones por encima de 80 son buenas.
7. Comenzar a grabar. Comenzar una cuenta regresiva de tres segundos y reproducir el gráfico. La grabación se detendrá automáticamente después de 10 segundos.
8. Repetir el proceso de registro de datos tantas veces como sea necesario (sí el tiempo lo permite) para obtener la mejor coincidencia. Se pueden eliminar las ejecuciones no deseadas mediante la función "Eliminar" en la barra de control inferior. Si se desea examinar una ejecución anterior, se deberá utilizar el triángulo negro mediante el icono *seleccionar ejecución* en la barra de herramientas de gráficos situada encima del gráfico.
9. Ver que compañero puede obtener la mejor puntuación. En un pedazo de papel, escribir que ejecuciones fueron las mejores y quien las hizo.
10. Repetir el proceso para el resto de los gráficos.

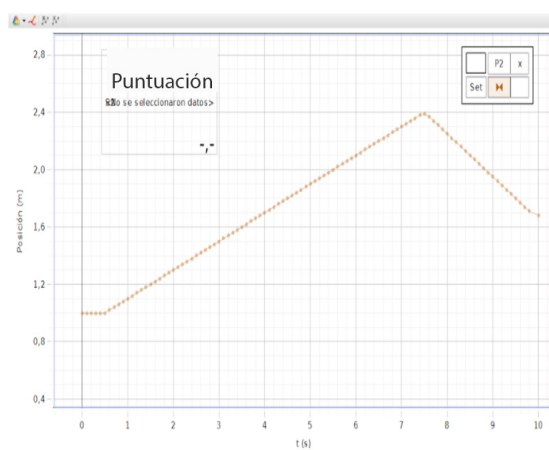
Cuestionario

Gráficas de posición

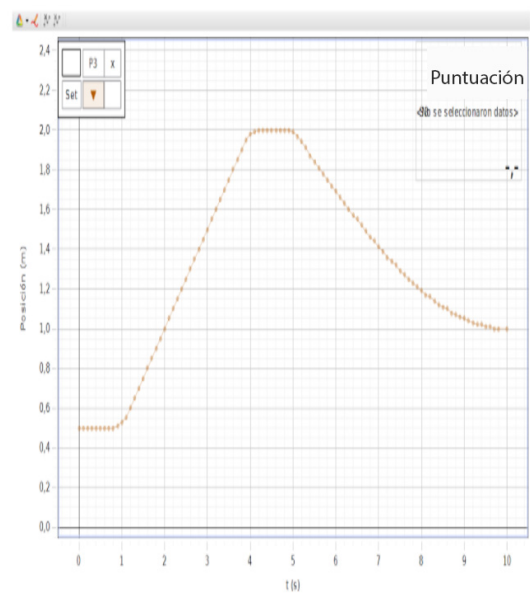
1. En la gráfica de posición en función del tiempo, ¿Qué significa una línea horizontal?.
2. ¿Qué interpretación física tiene la pendiente positiva y negativa en las gráficas de posición en función del tiempo?.
3. En la gráfica Posición 3, ¿Qué está ocurriendo entre los 5 y 10 segundos?.
4. ¿Qué partes de la gráfica fueron más fáciles de reproducir? ¿Qué partes de la gráfica fueron las más difíciles de reproducir? ¿Por qué?.

Gráficas de velocidad

1. En la gráfica de velocidad en función del tiempo, ¿Qué significa una línea horizontal?.
2. ¿Cuál es la diferencia entre las partes de la gráfica con pendiente positiva y las partes con pendiente negativa?.
3. Considerar la gráfica de Velocidad.
4. ¿Cuál es la diferencia entre los lugares donde la pendiente es grande y lugares donde está cerca de cero?.
5. Considerar la gráfica de Velocidad 2. ¿Dónde está la aceleración más grande? ¿Cuál es la velocidad en ese punto?.
6. ¿Cuál era más difícil de reproducir, los gráficos de posición o velocidad? ¿Por qué?.

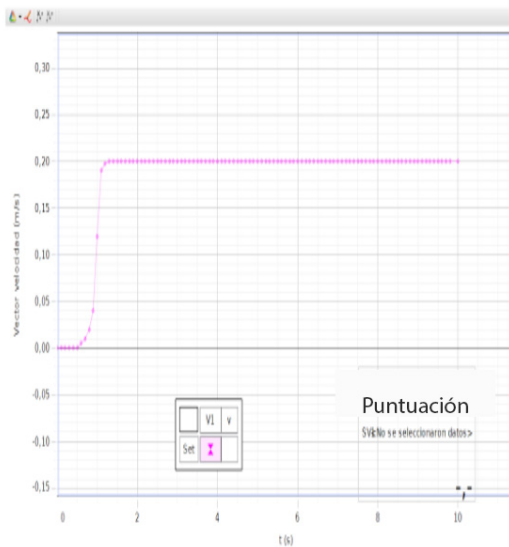


(a) Gráfico de posición 1.

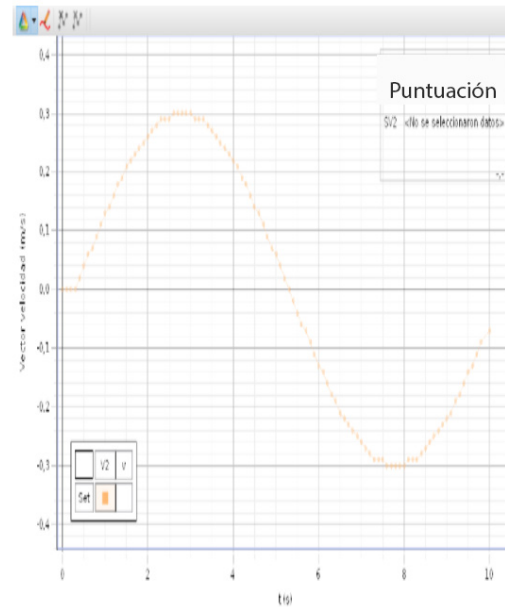


(b) Gráfico de posición 2.

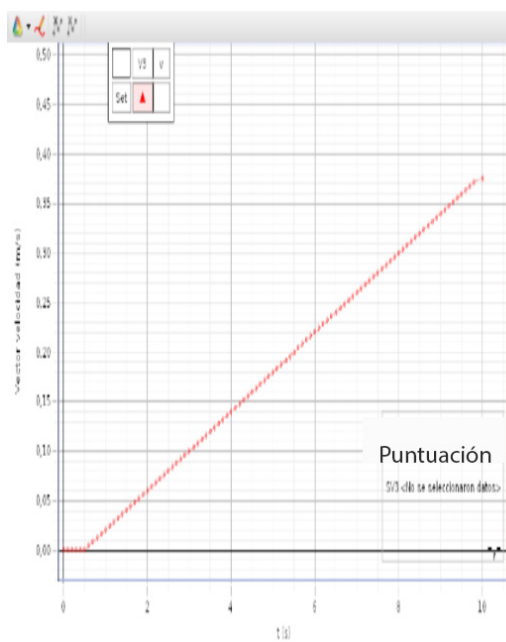
Figura 6.2: Gráficos de posición en función del tiempo que deberán reproducirse con el movimiento corporal.



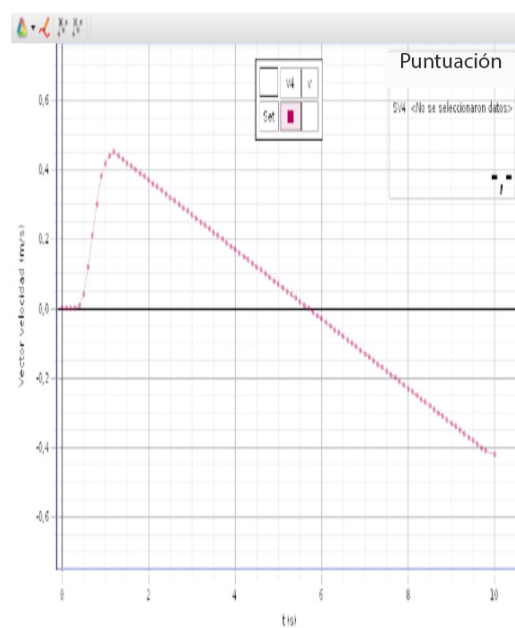
(a) Gráfico de velocidad 1.



(b) Gráfico de velocidad 2.



(c) Gráfico de velocidad 3.



(d) Gráfico de velocidad 4.

Figura 6.3: Gráficos de velocidad en función del tiempo que deberán reproducirse con el movimiento corporal.

A satellite with a large parabolic dish antenna is shown in space. In the background, there is a large, glowing blue sphere, possibly representing a planet or a star, with some wispy clouds or gas around it. The satellite is positioned in the lower right, with its dish pointing towards the sphere. The background is a dark, starry space.

7. Rapidez Instantánea y Promedio

Palabras clave: *Posición, velocidad, rapidez, plano inclinado*

Introducción¹

Es común hablar indistintamente de rapidez promedio e instantánea, pero científicamente hablando, no es correcto. Supon un auto en una pista inclinada, a medida que los intervalos de tiempo se hacen más pequeños, la rapidez media del carro puede tender a un valor instantáneo. En el límite que el intervalo va a cero, la rapidez media aproxima el valor de la rapidez instantánea del carro. La rapidez instantánea es la rapidez en un instante preciso (en un momento en particular), mientras que la rapidez media es el promedio de las rapidezces instantáneas de un determinado período; si la rapidez instantánea es igual a la rapidez media, esto nos indica que el objeto en movimiento mantuvo su rapidez constante durante todo el período de tiempo. Otro ejemplo, la rapidez instantánea es usada por los agentes de transito para verificar que los autos respeten lo limites de rapidez, pero de nada le ayudaría un detector de rapidez promedio y menos en zona peligrosa con límite de rapidez instantánea.

Objetivo

En esta práctica se demostrará la diferencia entre rapidez instantánea y promedio, así como aprender a calcularlas para diversos carros.

Objetivos específicos:

1. Usar sensores y la interfaz de computadora.
2. Analizar gráficamente el movimiento.
3. Distinguir entre rapidez instantánea y promedio.

¹ Basado en PASCO-Scientific/P05 [12]

Cuestionario previo

1. Desde tu punto de vista ¿Cuál es la semejanza y diferencia entre la rapidez instantánea y la rapidez promedio?
2. Considerando el movimiento rectilíneo, ¿Los valores de la rapidez instantánea son igual a la rapidez promedio?
3. Considerando el movimiento uniformemente acelerado, ¿Los valores de la rapidez instantánea son igual a la rapidez promedio?
4. Podrías encontrar la rapidez instantánea y promedio utilizando la gráfica 7.1
5. ¿Podrías encontrar la aceleración?
6. Explique cómo se puede determinar la rapidez de los objetos con un vídeo por computadora. Por ejemplo ver la referencia de Tracker [28] o *Capstone* de PASCO-Scientific [6].

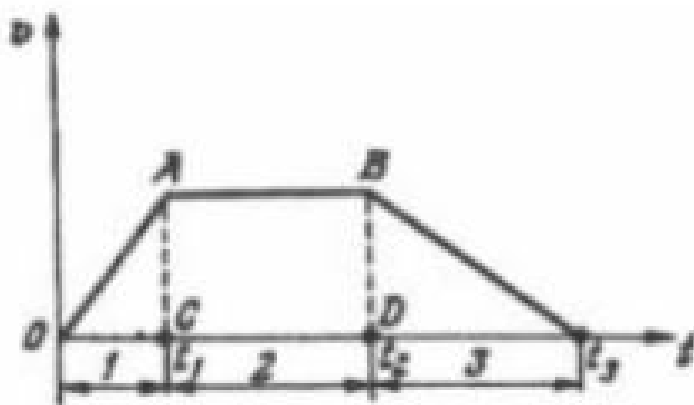


Figura 7.1: Ejemplo de posición vs tiempo.

Fundamento teórico

Por un lado, la rapidez promedio se define como el cociente del intervalo de la distancia ($\Delta x = x_f - x_i$) y el tiempo ($\Delta t = t_f - t_i$), es decir:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (7.1)$$

Por otra parte, la rapidez instantánea se define casi de la misma manera pero acotando el límite Δt a cero, es decir:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (7.2)$$

Para los estudiantes que han llevado la asignatura de “Cálculo diferencial” les debe quedar claro que la definición del límite hace la gran diferencia entre la rapidez v y $\bar{v}$, dos definiciones que parecen semejantes, pero no lo son. Se hace notar que la última igualdad de la ecuación 7.2 es justo la definición de la derivada de la posición x con respecto al tiempo t .

Las mediciones básicas para la cinemática son el tiempo t , la posición x , el desplazamiento, la rapidez y la aceleración. En el caso de procesos que se mueven con aceleración

constante, las ecuaciones del movimiento son polinomios de segundo grado, tal como se verá más adelante.

Diseño Experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número PASCO
1	Sistema dinámico PAS-CAR 1.2m (2 masas en barra de peso de 250 gr.)	ME-6955
2	Barra de peso de 250gr.	ME-6955
1	Temporizador Inteligente Picket-Fence (Regla Cebra)	ME-8933
1	Parachoques Elástico (que incluye 2 soportes para fotoc compuerta)	ME-8998
2	Sensor fotoc compuerta	ME-9498A

Tabla 7.1: Material.

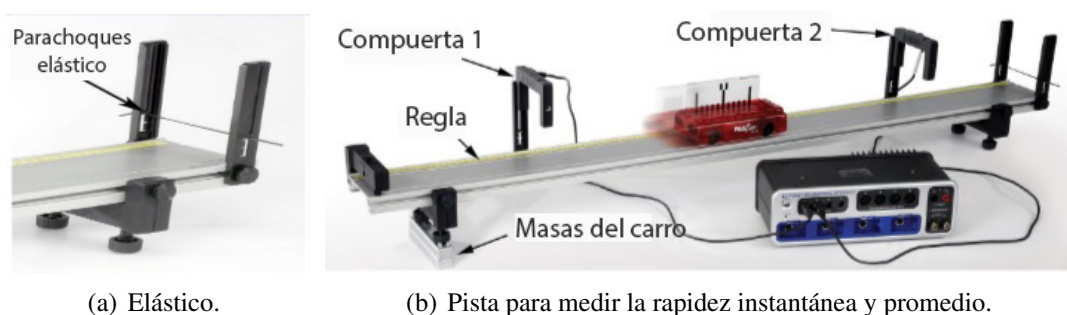


Figura 7.2: Montaje del equipo.

Instalación del Equipo

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/OK15ta>.

1. Instalar los dos soportes de la fotoc compuerta en la pista del lado con la regla, como se muestra en la Figura 7.2. Utilizar las masas de carro para inclinar la pista.
2. Instalar el tope final en la parte superior del plano inclinado y un parachoques elástico (ver Figura 7.2) en la parte inferior.
3. La fotoc compuerta en la parte superior del plano inclinado debe ser conectada en el interfaz 850 en la entrada digital 1, y la fotoc compuerta de la parte inferior del plano inclinado debe ir conectada en la entrada digital 2 (ver Figura 7.3).
4. Instalar sobre el carro PAS-CAR la *regla cebra*, la cual servirá como interruptor de la fotoc compuerta. Colocar el carro sobre la pista y verificar que el extremo del carro, que tiene tela velcro, se encuentre en el extremo superior (ver Figura 7.3). Esto asegura que los imanes del carro y los imanes en el tope fijo superior no interactúen.

5. Ajustar la altura de las fotocompuertas de manera que las marcas (o cebras), de la parte superior del carro, puedan interrumpir el haz cuando el carro se mueva. Una manera de verificar que fue instalada correctamente es observar que la luz, el led de la fotocompuerta, se prende y apaga con el paso del carro.



(a) Conexiones de las fotocompuertas al 850

(b) Carro

Figura 7.3: Partes del material

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 60 minutos.

Configuración de las fotocompuertas (ver vídeo complementario para la configuración). Al estar dentro del software Capstone, hacer clic en el menú *Configuración* del temporizador en los modos *rapidez* de la puerta 1 y *rapidez* en la puerta 2, respectivamente.

Resumen del Procedimiento

1. Mover las fotocompuertas a las posiciones de 25 y 95 cm, es decir, a 70 cm de separación entre una y otra. Esta distancia es llamada L .
 2. CUIDADO, no permitas que el carro rebote o golpee a la fotocompuerta.
 3. Determinar el tiempo que tarda en recorrer la distancia.
 4. Repetir para todas las distancias enumeradas en la Tabla 7.2.
 5. Obtener el promedio y el error asociado.
 6. En el límite en que la distancia entre las fotocompuertas se acerca a cero (esto es, cuando el límite de la separación tiende a cero, de acuerdo a la definición de la derivada), la rapidez media se aproxima al valor de la rapidez instantánea.
 7. Utilizar un ajuste de curva para los datos obtenidos.
1. Colocar la fotocompuerta superior en la marca de 100 cm, y la fotocompuerta inferior en la marca de 20 cm.
 2. CUIDADO, no permitas que el carro rebote o golpee a la fotocompuerta.
 3. Hacer clic en vista previa para iniciar dicho modo. Los datos no se almacenarán hasta que se guarde la muestra.
 4. Mover el carro a la parte superior del plano inclinado, usando el tope final superior, el cual servirá para iniciar en la misma posición al carro. Soltar el carro, permitiendo así que ruede libremente por la pista.
 5. Cuando se seleccione la opción *guardar muestra*, se guardará ese par de puntos de datos en la Figura 7.4.
 6. Mover el carro a la parte superior de la pendiente y permitir que vuelva a rodar. Dado que hay error asociado a la medición, se deberán tomar varias ejecuciones. Observar

	Run #21 Velocidad en puerta 1, Ch 1 (cm/s)	Run #21 Velocidad en puerta 2, Ch 2 (cm/s)
1	57,94	
2	58,05	
3	58,00	
4	58,08	
Media	58,01	--
Desv. Est.	0,06	--

Figura 7.4: Tabla para recolectar la rapidez en la puerta 1 y 2

que los valores medios se calculan en la parte inferior de la pantalla (ver Figura 7.3).

Tabla de datos

$L(cm) \pm \Delta L$	$t(s) \pm \Delta t$	$v(cm/s) \pm \Delta v$
70		
60		
50		
40		
30		
20		
10		
-		

Tabla 7.2: Datos de distancia, tiempo y rapidez.

rapidez 1 ($\frac{cm}{s}$)	rapidez 2 ($\frac{cm}{s}$)	rapidez media ($\frac{cm}{s}$)

Tabla 7.3: Datos de rapidez 1, 2 y su promedio.

7. Cuando se obtengan los valores promedio para las rapidezces, detener la grabación y registrar estos dos números en la fila 1 de la Tabla 7.3 en rapidez 1 y rapidez 2.
8. Mover las fotocpuertas a las posiciones de 25 y 95 cm y repetir los pasos del 2 al 4.
9. Repetir para cada una de las distancias enumeradas en la Tabla 7.2. Observar que la gráfica de la rapidez media contra la distancia se esta formando, ver siguiente sección.

10. Quitar la fotoc compuerta inferior y colocar la fotoc compuerta superior en la posición de 60 cm. Medir la rapidez del carro varias veces para obtener un promedio. Esta es la rapidez instantánea del carro en el punto medio.

Análisis de datos por mínimos cuadrados

1. ¿Cuál es la pendiente de la gráfica posición vs tiempo?.
2. ¿Cuál es el coeficiente de correlación lineal del ajuste?.

Cuestionario²

1. Observar la forma de la gráfica de la rapidez media en función de la distancia. Si se extrapola la curva para una distancia entre fotoc compuerta que tienda a cero, ¿Quéé valor se obtendrá para la rapidez media? y ¿Qué valor tendría la rapidez instantánea?.

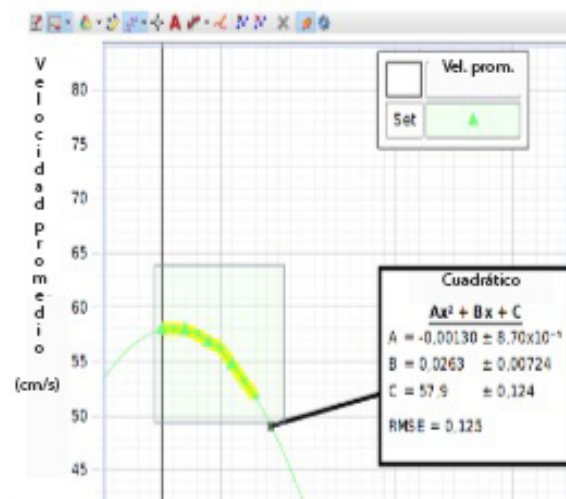


Figura 7.5: Ajuste cuadrático

2. Utilizar la herramienta *Ajuste de curva* para los datos. Tratar de ajustar una función polinomial. Si se abre el menú *Ajuste del editor de curvas* (barra de herramientas izquierda) se podrá cambiar el número de términos para el polinomio. ¿Cuál es el mejor ajuste?, ¿Cuántos términos son los adecuados para el mejor ajuste? y ¿Cómo se compara este ajuste con la rapidez media?.
3. Comparar el valor de la rapidez media cuando el espaciado tiende a cero (ver pregunta 1) con la rapidez instantánea real del paso 7 (procedimiento), ¿En qué porcentaje difieren?.
4. La posición de una partícula que se mueve a lo largo del eje x está dada en centímetros por $x = 9.75 + 1.50t^3$, donde t está en segundos. Considere el intervalo de tiempo de $t = 2$ a $t = 3$ y calcule (a) la rapidez promedio; (b) la rapidez instantánea en $t = 2$ s, (c) la rapidez instantánea en $t = 3$ s; (d) la rapidez instantánea en $t = 2.5$ s; y (e) la rapidez instantánea cuando la partícula está a medio camino entre sus posiciones en $t = 2$ s y $t = 3$ s.

²Basado en Halliday, Resnick y Krane [3]

5. Un estudiante de la ENES viaja en la carretera de Morelia a Uruapan, en la mitad de tiempo a 70. km/h, en el viaje de regreso usted viaja la mitad de la distancia a 70. km/h y a la otra mitad a 90 km/h. ¿Cuál es la rapidez promedio para los siguientes tres casos?
- (a) de Morelia a Uruapan, (b) de Uruapan a Morelia y (c) Para todo el viaje?.

A close-up photograph of an astronaut in a white space suit, floating in space. The astronaut's helmet is visible, reflecting the Earth and other parts of the suit. The background shows the blue and white curves of the Earth against the blackness of space. An American flag patch is visible on the astronaut's suit.

8. Posición y Velocidad

Palabras clave: *Velocidad, rapidez, posición, velocidad constante, velocidad media y velocidad instantánea*

Introducción¹

Una forma de describir el movimiento de cualquier objeto puede ser a partir de dos variables: posición y tiempo. La relación matemática entre ellas, puede dar información sobre su rapidez y aceleración. La rapidez es la magnitud escalar del vector velocidad, y en este experimento, el vector velocidad tiene una dimensión (el movimiento del carro sólo ocurre sobre el riel), por lo que resulta que la primera componente del vector velocidad es exactamente la rapidez.

La posición es importante para determinar la localización de cualquier objeto, persona u evento en particular, desde ubicar un volcán en un mapa, hasta determinar la posición de nuestro planeta en la galaxia, por su parte, la velocidad nos proporciona información de que distancia se recorre en un determinado tiempo, obteniendo de esta manera miles de aplicaciones, como por ejemplo que tiempo tomaría llegar al laboratorio desde casa si se viaja en un vehículo cuya velocidad es de 80 km/h.

La velocidad es útil para un sin fin de sucesos, por ejemplo: estimar la velocidad de propagación de ondas sísmicas, estudiar el cambio de velocidad de un carro en una montaña rusa, estimar la expansión del Universo, entre otras más.

Objetivo

Construir gráficas de posición en función del tiempo con varios dispositivos y en distintos escenarios. Investigar la relación entre posición y tiempo en cada uno de los casos

¹Basado en PASCO-Scientific/P06 [13]

anteriores para verificar y clasificar este tipo de movimiento.

Objetivos específicos:

- Utilizar un sensor de movimiento para medir la posición del carro motorizado en la pista.
- Construir gráficos de posición en función del tiempo.
- Calcular la velocidad por medio de las pendientes de estos gráficos.
- Aprender las diferencias entre velocidad constante, velocidad media y velocidad instantánea.

Cuestionario previo

1. ¿El velocímetro de un automóvil mide rapidez o velocidad? ¿Por qué?.
2. ¿Por qué el cociente de la diferencia de posición con respecto al intervalo de tiempo es la rapidez?.
3. Considerando una gráfica genérica de la posición contra el tiempo ¿Por qué la pendiente es la rapidez?.
4. De la misma gráfica anterior, ¿Qué se puede decir de la rapidez si se obtiene una pendiente como en los siguientes tres casos? (a) positiva, (b) negativa, (c) cero.

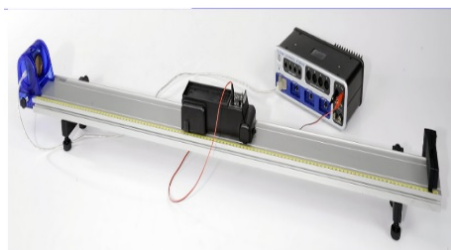


Figura 8.1: Medición de posición del carro motorizado.

Fundamento teórico

El cálculo diferencial e integral es la herramienta matemática que ayuda a describir el movimiento de los objetos. En este caso trabajamos en una dimensión (1D), con la finalidad de estudiar el movimiento de un cuerpo sobre una línea recta (movimiento rectilíneo). Se define a la rapidez instantánea como la magnitud escalar compuesta por la diferencial de la distancia recorrida (x) en una fracción infinitesimal de tiempo (t) :

$$v = \frac{dx}{dt} (m/s) \quad (8.1)$$

Por otro lado, si conocemos la rapidez, entonces la posición de una partícula puede ser determinada a partir de integrar la ecuación 8.1.

Cantidad	Artículos	Número PASCO
1	Sistema dinámico PAS-CAR de 1.2 metros	ME-6955
1	Carro motorizado	ME-9781
1	Parachoques elástico	ME-8998
1	Sensor de movimiento	PS-2103A

Tabla 8.1: Material.

Diseño Experimental

Recursos

Instalación del Equipo

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>.

1. Armar la pista con las bases y el parachoques como se muestra en la Figura 8.1. Conectar el sensor de movimiento a la pista y conectarlo al 850. Verificar que el interruptor de rango esté en el icono de carro.
2. Conectar el cable de alimentación del carro motorizado en la salida 850 número 1, y verificar que el interruptor en el carro esté apagado.

Procedimiento

Tiempo estimado de procedimiento: 50 min.

1. Colocar en la parte trasera del riel el carro motorizado aproximadamente a los 20 cm. Esta será la posición inicial del carro para cada ejecución. Regresar siempre el carro a esta posición.
2. Como punto de partida, verificar que la salida de la interfaz 850 esté ajustada en DC (Corriente Directa) con un voltaje de 2 voltios. Encender y apagar la salida para asegurar que todo funcione.
3. Como una recomendación general, iniciar la grabación de datos. Encender y apagar la salida para obtener buenos datos de posición.
4. Se pueden eliminar las ejecuciones no deseadas mediante la función *eliminar ejecución* en el panel de control en la parte inferior.
5. Cuando todo esté funcionando adecuadamente, hacer clic en “Auto” en el control de salida. Esto hará que la salida se active automáticamente cuando se inicie la grabación. Se puede detener la grabación en cualquier momento que se desee, pero también hay una condición de parada incorporada que detendrá el carro antes de que llegue al parachoques.
6. Obtener datos de posición en función tiempo para el carro, repetir para un voltaje de 3 y 4 voltios.
7. Pasar a la siguiente página cuando se obtengan los tres resultados en el gráfico.

Medición de pendientes

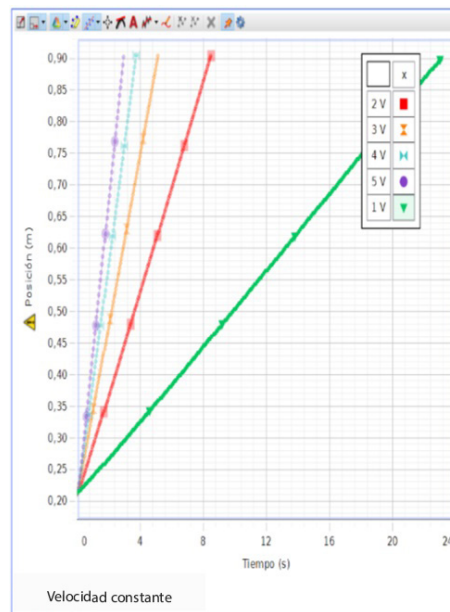


Figura 8.2: Gráfico con 5 diferentes corridas (voltaje variable) a velocidad constante

1. En el software Capstone, aplicar un *ajuste lineal* en la gráfica 1 de posición en función del tiempo.
2. ¿Cuál es el significado físico de la pendiente y cuáles son sus unidades?.
3. ¿Qué tan lineales son sus datos, y era esta velocidad realmente constante?.
4. ¿Cuál es el significado físico de la intersección de y en la gráfica? y ¿Cuáles son sus unidades?.
5. Aplicar un ajuste lineal a las otras dos curvas.

Velocidad no constante

1. Confirmar que la salida del 850 esté seleccionada en "*onda cuadrada*" con un $\frac{\text{voltaje}}{\text{amplitud}}$ de 2 volts, y un voltaje offset de 2 volts. Con la frecuencia a 1 Hz, el carro podrá correr por $\frac{1}{2}$ segundo, apagado por $\frac{1}{2}$ segundo, encendido $\frac{1}{2}$ segundo, etc. Con el botón "*Auto*", el carro se detendrá antes de llegar al final.
2. Iniciar la grabación. Obtener datos de posición en función del tiempo para el carro. Se pueden eliminar las ejecuciones no deseadas usando la opción eliminar ejecución en el panel de control que está en la parte inferior.
3. Calcular la velocidad promedio del carro para una ejecución entera por medición de los Δx y Δt .
4. Aplicar una curva de ajuste. ¿Cómo se compara esta velocidad con la velocidad promedio calculada?.
5. Utilizar la herramienta de selección para resaltar una sección pequeña de los datos cuando el carro esté en movimiento con velocidad constante. ¿Cómo es esta velocidad comparada con la velocidad promedio de la ejecución entera?.
6. Confirmar que la salida del interfaz 850 está ajustada en rampa positiva con una amplitud de voltaje de 4 voltios, y una amplitud de voltaje de 1 voltio. Con la frecuencia establecida en 0.1 Hz, el carro aumentará su velocidad en un período de 10 segundos, la parada automática debe detenerlo antes de que llegue al final.

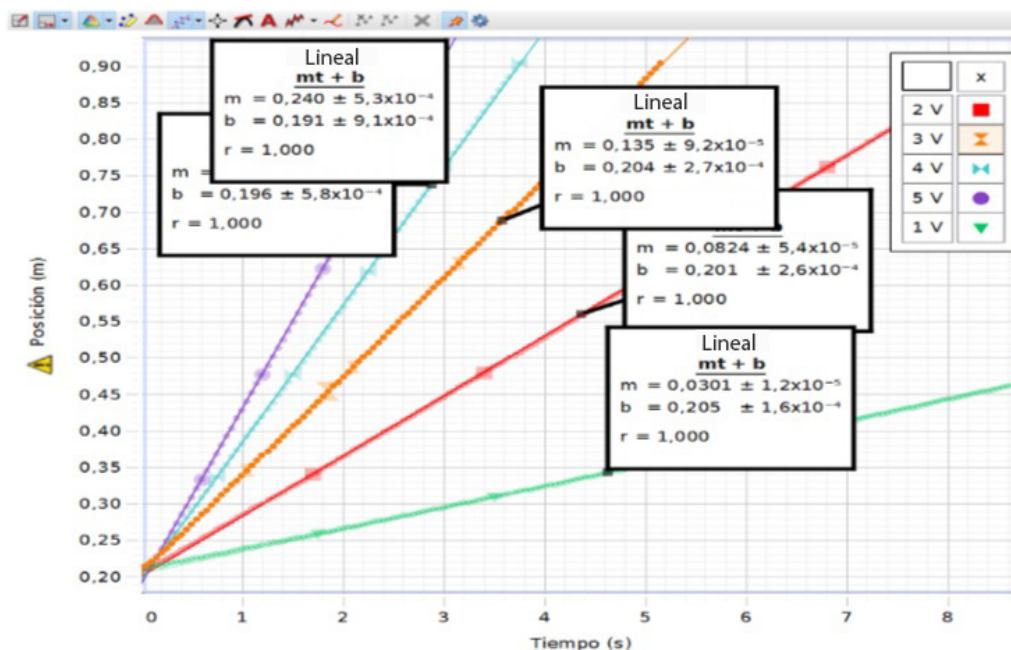


Figura 8.3: Gráfica de diversas posiciones en función del tiempo para velocidad constante.

7. Iniciar la grabación. Obtener una buena ejecución de posición en función del tiempo para el carro. Se pueden eliminar las ejecuciones no deseadas mediante la función eliminar ejecución.
8. Calcular la velocidad media del carro para todo el recorrido midiendo el total Δx y Δt .
9. Seleccionar un ajuste de curva lineal. ¿Cómo se compara esta velocidad con el cálculo del promedio total realizado?.
10. Utilizar la herramienta de selección para resaltar sólo aproximadamente 1 segundo de datos. Después, se puede desplazar esta selección para encontrar la velocidad media en diferentes ubicaciones.
11. Utilizar la herramienta de selección para los datos iniciales y reducir el tamaño de la sección mientras se observa la pendiente. En el límite que se reduce este tamaño a lo más pequeño posible, la pendiente se acerca a la velocidad instantánea del carro. Utilizando este método, medir la velocidad mínima y máxima del carro.

Cuestionario²

1. Existen algunas situaciones en donde no conocemos la posición, pero sí la velocidad en un movimiento rectilíneo. ¿Cómo obtenemos la posición a partir de la función de la velocidad?.
2. Un automóvil viaja en la dirección +x sobre un riel nivelado horizontalmente. En los primeros 4 segundos de su movimiento, la velocidad media del automóvil es $V_{med} = 6.25 \text{ m/s}$. ¿Qué distancia viaja el automóvil en 4 segundos?.
3. En un experimento, se retiró a una Pardela (ave marina) de su nido, se le llevó a 5150

²Basado en Sears, Zemansky y Young [27]

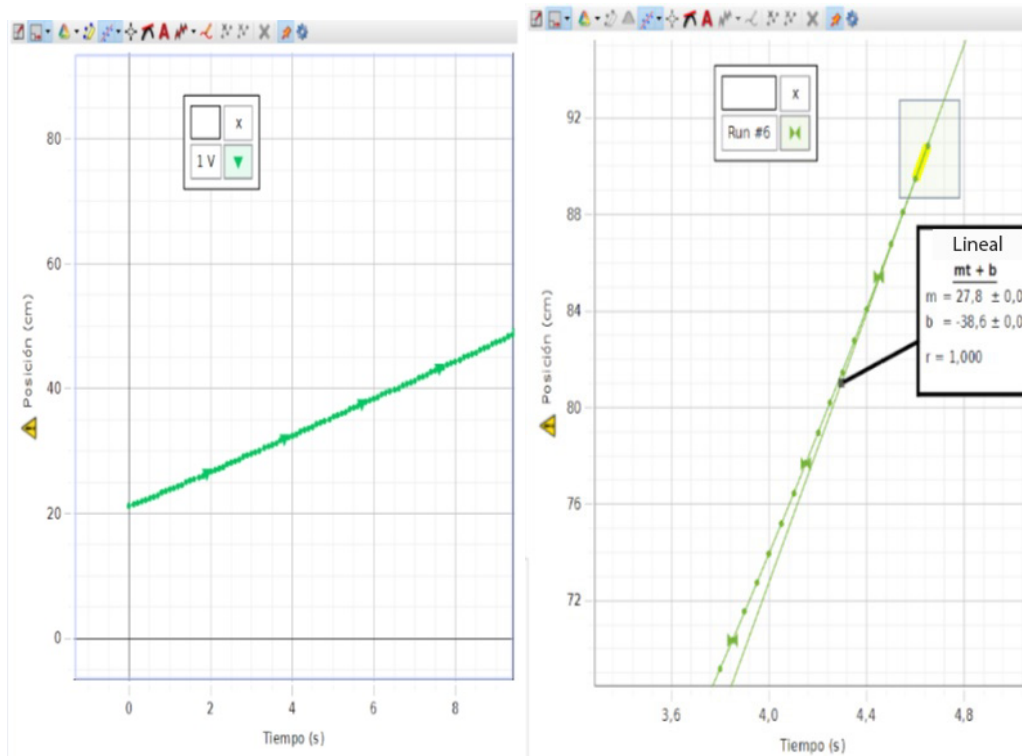


Figura 8.4: Gráficos de la posición vs tiempo para encontrar la Velocidad instantánea

km de distancia y luego fue liberada. El ave regresó a su nido 13.5 días después de haberse soltado. Si el origen es el nido y extendemos el eje +x al punto de liberación, ¿Cuál fue la velocidad media del ave en m/s para los dos siguientes casos? a) en el vuelo de regreso y b) desde que se retiró del nido hasta que regresó.

4. Viaje a casa. Suponga que usted normalmente conduce por la autopista que va de San Diego a Los Ángeles con una rapidez media de 105 km/h (65 km/h) y que el viaje le toma 2 h y 20 min. Sin embargo, un viernes por la tarde el tráfico le obligó a conducir la misma distancia con una rapidez media de solo 70 km/h (43 min/h). ¿Cuánto tiempo más tardará el viaje?.
5. Un automóvil viaja en línea recta en carretera. Su distancia x de un letrero de alto está dada en función del tiempo t por la ecuación $x(t) = at^2 - bt^3$; Donde $a = 1.50m/s^2$ y $b = 0.0500m/s^3$. Calcule la velocidad media del auto para los intervalos a) $t = 0$ a $t = 2.00$ s; b) $t = 0$ a $t = 4.00$ s; c) $t = 2.00$ s. a $t = 4.00$ s.



9. Velocidad y Aceleración

Palabras clave: *Velocidad, aceleración, trayectoria, gráfica*

Introducción¹

Haga un experimento pensando, en el cual un astronauta se mueve en un cohete para ir al espacio. Cuando el cohete acelera hacia adelante y comienza a aumentar su rapidez, entonces el astronauta sentirá que su cuerpo es empujado hacia atrás, es decir, hacia su asiento. Después de unos minutos, el cohete alcanza una velocidad constante, por lo que no hay aceleración y entonces el astronauta no tendrá ninguna sensación. Pero si repentinamente el cohete activa los propulsores de frenado, entonces el astronauta sentirá que es empujado hacia el frente. En esta práctica se analiza la relación de la velocidad y la aceleración (en las siguientes prácticas se analizarán las causas) utilizando un sensor de movimiento para medir el movimiento de un carro motorizado y un carro con ventilador. Los gráficos de posición y velocidad se analizan para velocidad constante, y aceleración constante. La salida de la interfaz 850 se utiliza para controlar la velocidad del carro motorizado.

Objetivo

El estudiante describirá y calculará la aceleración de un carro motorizado a diferentes rapidezces, ya sea constante o variable.

Objetivos específicos:

1. Medir el cambio de rapidez
2. Medir la aceleración

¹ Basado en PASCO-Scientific/P07 [14]

Cuestionario previo

1. ¿Por qué la aceleración es un vector?.
2. ¿Por qué es fácil confundir la velocidad con la aceleración?.
3. Ejemplifique un caso en el que la aceleración tiene una sola componente y otro caso en donde podría tener dos componentes.
4. ¿En qué caso se podría ser equivalente la aceleración con la atracción gravitatoria?.
5. Suponga que se hace un hoyo en la Tierra que va de extremo a extremo y se deja caer un bola de masa m ¿Qué le pasará al objeto durante el trayecto?, describe su trayectoria, fuerza y aceleración, omitiendo la resistencia del aire.
6. ¿Un objeto con aceleración constante puede invertir la dirección en la que se mueve? ¿Puede invertirla dos veces? .

Fundamento teórico

La aceleración es la segunda derivada de posición con respecto al tiempo o de manera equivalente, la aceleración es la primera derivada de la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt}(m/s^2) = \frac{d^2x}{dt^2}(m/s^2) \quad (9.1)$$

Por otro lado, si conocemos la aceleración, entonces la rapidez de una partícula puede ser determinada a partir de integrar la ecuación 9.1.

Diseño Experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número PASCO
1	Sistema dinámico PAS-CAR de 1.2 metros	ME-6955
1	Carro motorizado	ME-9781
1	Carro con ventilador	ME-6977
1	Parachoques elástico	ME-8998
1	Sensor de movimiento	PS-2103A

Tabla 9.1: Material.

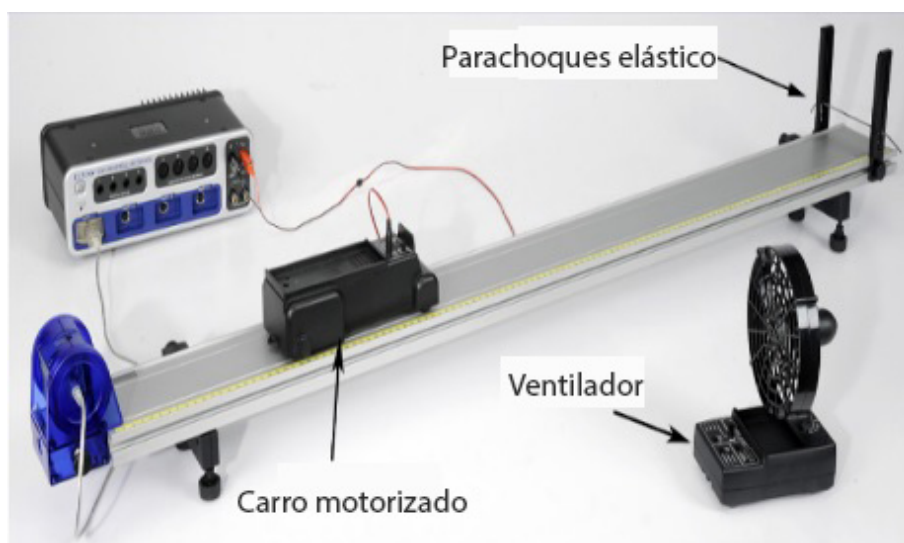


Figura 9.1: Instalación del equipo.

Instalación del Equipo

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

1. Armar la pista como se muestra en la Figura 9.1. Tener en cuenta que el sensor de movimiento está en el extremo de la pista, que es el punto cero de la regla amarilla. Conectar el sensor de movimiento al 850 y verificar que el interruptor de rango esté en el icono carro.
2. Conectar el cable de alimentación del carro motorizado en la salida 850 número 1, y verificar que el interruptor en el carro esté apagado. El carro del ventilador no se utilizará hasta más adelante en el experimento.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 50 minutos.

Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/OK15ta>.

1. Colocar la parte trasera del carro motorizado en la marca de 20 cm. Regresar el carro a esta posición para comenzar una nueva ejecución.
2. Confirmar que la salida 1 del *Interfaz 850* está ajustada en DC con un voltaje de 2 voltios. Encender y apagar la salida para que todo funcione bien.
3. Iniciar la grabación de datos. Encender y apagar la salida para obtener buenos datos de posición. Nota: se pueden eliminar las ejecuciones no deseadas mediante la función eliminar ejecución en el panel de control en la parte inferior.
4. Cuando todo esté funcionando adecuadamente, hacer clic en “auto” en el control de salida. Esto hará que la salida se active automáticamente cuando se inicie la grabación. Se puede detener la grabación en cualquier momento, pero también hay una condición de parada incorporada que detendrá el carro antes de que llegue al parachoques.

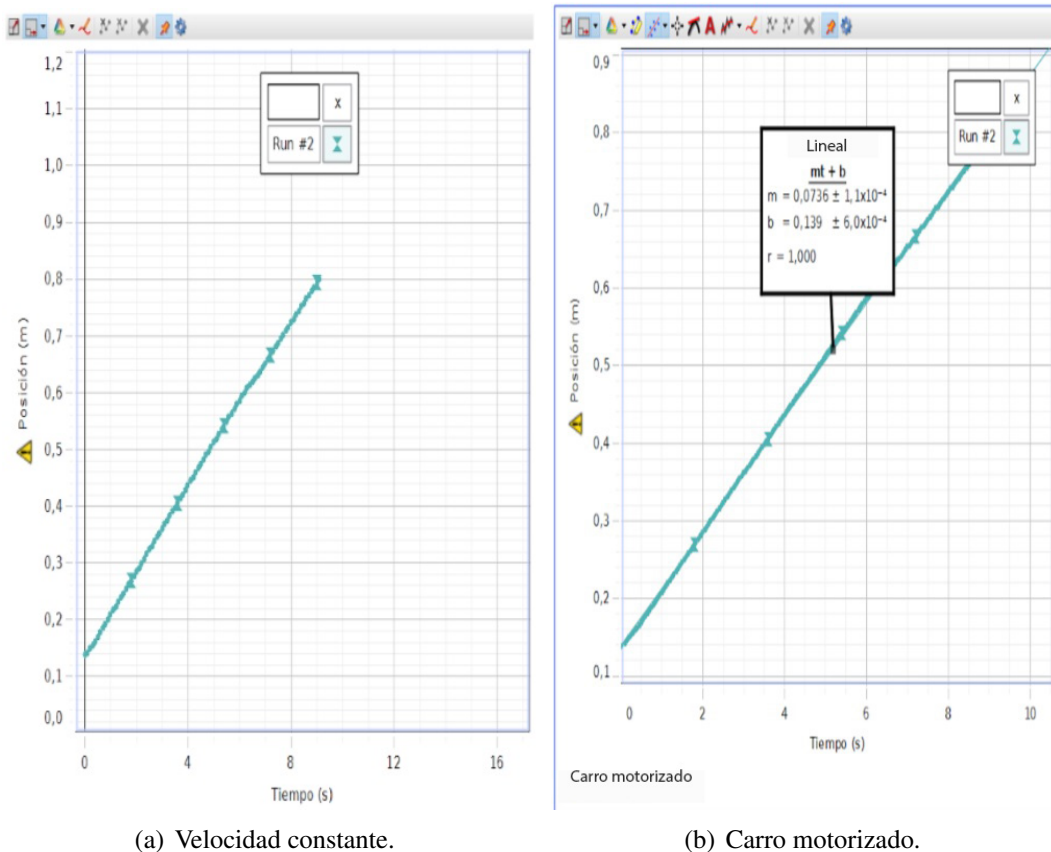


Figura 9.2: Gráficos de velocidad

- Obtener la ejecución de posición en función del tiempo, luego abrir la ventana "resumen de datos" y etiquetar esta ejecución como "Carro motorizado".

Velocidad

Si $x(t)$ es una función que describe la posición de un objeto como una función del tiempo, entonces la rapidez del objeto está dada por:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} (m/s) \quad (9.2)$$

Si se gráfica la primera derivada de la posición con respecto al tiempo, la pendiente que se obtenga, será la aceleración.

- Para el gráfico de posición del carro motorizado, ¿Cómo varía la pendiente durante la carrera?.
- Seleccionar un ajuste de curva lineal en la barra de herramientas del gráfico.
- ¿Cuál es la interpretación física de la pendiente? ¿Tiene unidades?.
- ¿Qué tipo de ecuación describe la gráfica? ¿Se mantiene constante?.
- ¿Cuál es el significado físico de la ordenada al origen? ¿Tiene unidades?.

Carro con ventilador

Instalación del equipo

Tiempo de armado: 2 minutos.

1. Colocar el carro del ventilador en la pista como se muestra en la Figura 9.3 . El ventilador puede girar sobre su base, la parte frontal debe estar apuntando hacia el sensor de movimiento, con el indicador de ángulo puesto a cero grados.
2. Ajustar el nivel de la pista para que el carro se desplace ligeramente hacia abajo, para compensar la fricción. Colocar el carro ligeramente hacia la derecha (lejos del sensor de movimiento). Si se acelera, la pista está demasiado empinada.
3. Encender el carro del ventilador (ver Figura 9.3) presionando el botón de encendido. El carro del ventilador está ahora en modo de espera, y la velocidad del ventilador debe ajustarse a baja. Presionar nuevamente el botón de encendido para iniciar y detener el ventilador.



(a) Encendido del ventilador. (b) Movimiento del carro con ventilador. (c) Ajustar la velocidad del ventilador.

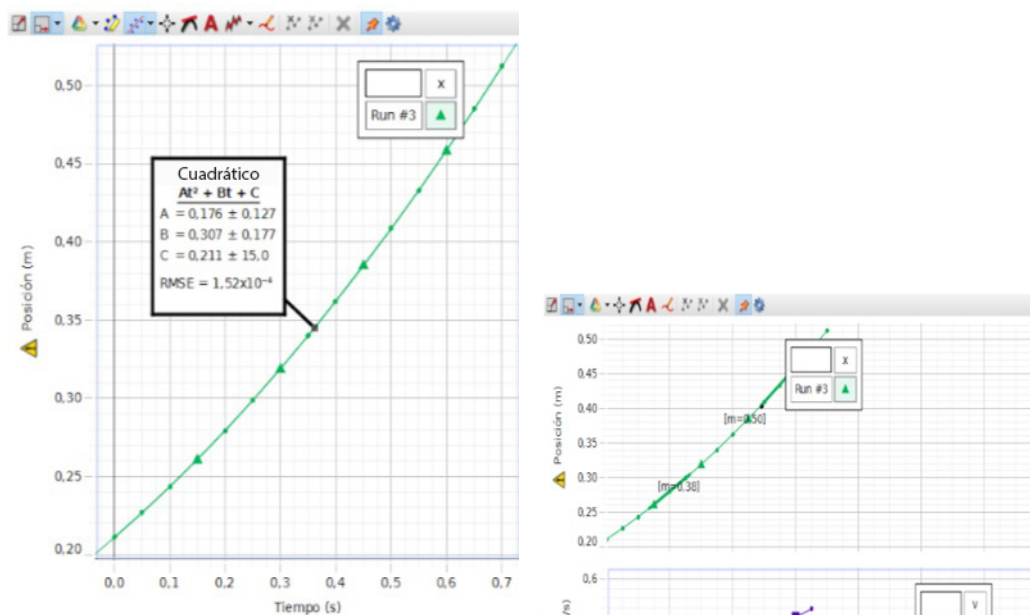
Figura 9.3: Ajuste del material.

4. Presionar el botón de velocidad del ventilador (ver Figura 9.3) para cambiar la velocidad al ajuste medio. Presionar de nuevo el botón de encendido para iniciar y detener el ventilador.

Procedimiento

Tiempo estimado de procedimiento: 15 min.

1. Colocar la parte posterior del carro del ventilador en la marca de 15 cm.
2. Verificar que la velocidad del ventilador esté en el ajuste medio. Presionar el botón de encendido para encender el ventilador, mantener el carro en la marca de 15 cm.
3. Iniciar la grabación de datos y, a continuación, soltar el carro. No habrá datos trazados en el gráfico hasta que el carro haya alcanzado la marca de 20 cm debido a la condición de inicio.
4. Se pueden eliminar las ejecuciones no deseadas mediante la función *eliminar ejecución* en la barra de ajustes. Una vez que se logre una buena ejecución de datos de posición en función del tiempo, cambiar el nombre de esta ejecución a "carro con ventilador".
5. Para el gráfico de posición del carro del ventilador, ¿Cómo varía la pendiente durante la carrera, y esta velocidad constante?.
6. Hacer clic en el gráfico de posición para activar el gráfico y, a continuación, seleccionar la herramienta *Inclinación* en la barra de herramientas del gráfico.



(a) La gráfica parece ser cuadrática; la pendiente está aumentando linealmente con el tiempo (b) La pendiente instantánea corresponde a la velocidad instantánea. No es constante.

Figura 9.4: Gráficos posición contra tiempo.

7. Mover la herramienta de pendiente a 0.2 segundos en el gráfico.
8. ¿Cuál es la pendiente en este punto (incluyendo unidades)?.
9. ¿Cómo se compara la rapidez en la gráfica de velocidad en el mismo tiempo?.
10. Repetir durante 0,4 s. y 0,6 s.

Aceleración Constante

Si $v(t)$ es una función que describe la velocidad de un objeto como una función del tiempo, entonces la aceleración del objeto está dada por:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} \quad (9.3)$$

La primera derivada de la función de velocidad. Gráficamente, la aceleración es la pendiente del gráfico de velocidad.

1. Observar que el gráfico de la derecha es un gráfico de velocidad en función del tiempo. Para la gráfica obtenida de velocidad del carro del ventilador, ¿Cómo varía la pendiente durante la carrera?
2. Seleccionar un ajuste de curva lineal en la barra de herramientas del gráfico.
3. ¿Cuál es el significado físico de la pendiente? ¿Tiene unidades?.
4. ¿Cuán lineales son los datos obtenidos? ¿Fue esta aceleración verdaderamente constante?.
5. ¿Cuál es el significado físico de la intersección (y) en la gráfica? ¿Tiene unidades?.

Carro del ventilador con pulso corto

Aceleración no constante.

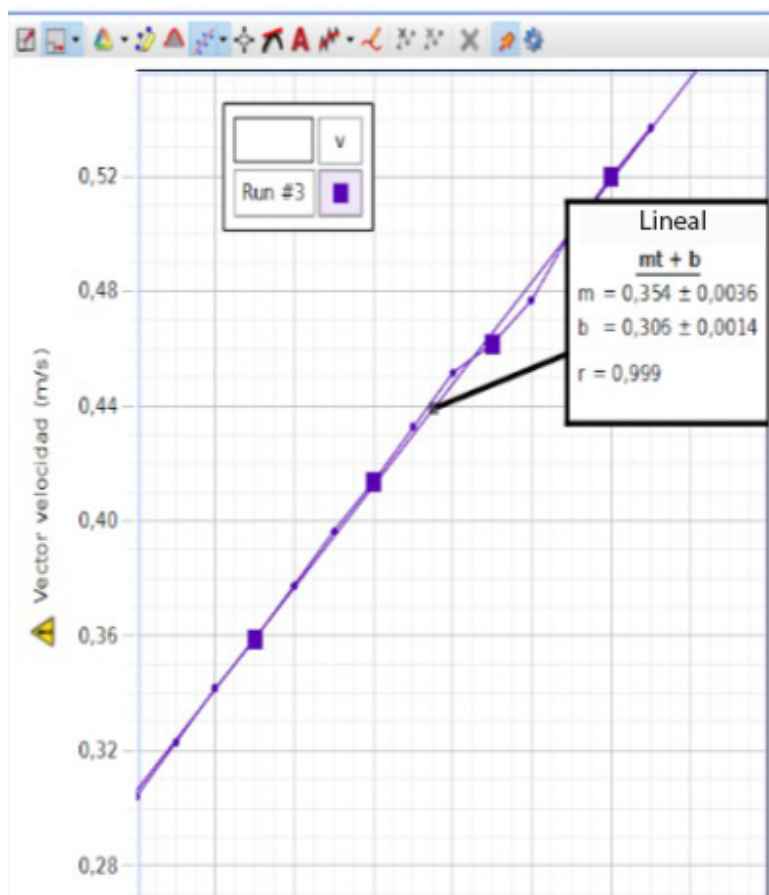


Figura 9.5: Ajuste a los datos del vector velocidad y la posición.

1. Presionar el botón *duración del pulso* tal como se muestra en la Figura 9.8. Con el LED 1s encendido, el ventilador funcionará durante 1 segundo y luego se apagará. Cuando se presiona el botón de encendido, hay un retraso de 2 segundos antes de que el ventilador se encienda.
2. Presionar el botón de encendido e iniciar inmediatamente la grabación de datos. Se puede detener la grabación en cualquier momento, pero también hay una opción automática que detendrá la grabación antes de que el carro llegue al parachoques.
3. Obtener una buena ejecución de velocidad en función del tiempo, abrir la ventana "resumen de datos" y etiquetar esta ejecución como "pulso para el ventilador".
4. Etiquetar los puntos en el gráfico donde la aceleración del carro es cero.
5. Etiquetar los puntos en el gráfico donde la aceleración del carro es constante, pero no cero.
6. ¿Cómo coinciden estos puntos con el ventilador?.
7. Utilizar la herramienta área en la barra de herramientas del gráfico para calcular el área bajo el gráfico de velocidad en función del tiempo. ¿Cuál es el significado físico de la zona? ¿Cuáles son las unidades?.
8. A partir de la forma del gráfico de velocidad en función del tiempo, predecir la forma del gráfico de posición en función del tiempo.
9. ¿Se predijo correctamente la forma del gráfico de posición en función del tiempo?.

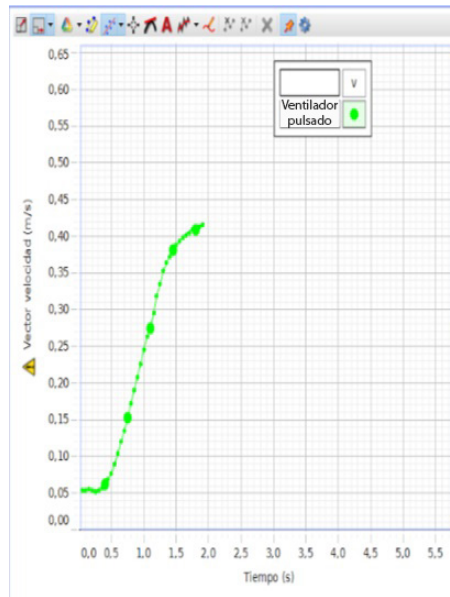
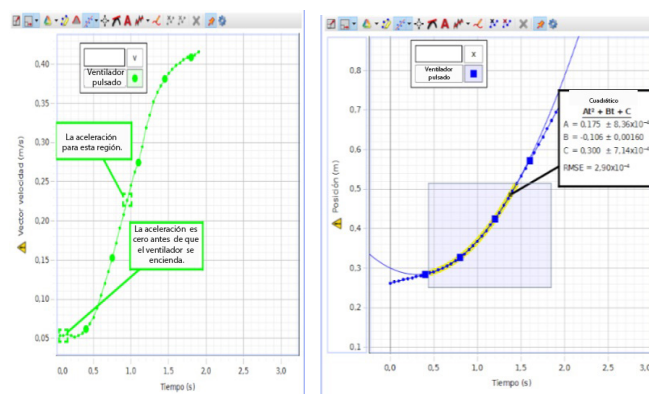


Figura 9.6: Carro con ventilador con pulso corto.

10. ¿Se pueden identificar los puntos en el gráfico donde el ventilador se enciende y apaga?.
11. Utilizar la herramienta de coordenadas (de la barra de herramientas del gráfico) para medir el último punto de datos de posición. ¿Cómo corresponde ese punto al área que se tomó en la página anterior?.
12. Cuando se ha seleccionado la herramienta coordenadas, se puede hacer clic con el botón derecho en el cursor (en el gráfico) para activar la herramienta delta (Δ). Utilizando la herramienta Δ , medir el desplazamiento total del carro. ¿Cómo corresponde este valor con el área que obtenida en la página anterior?.



(a) Encendido del ventilador. (b) Carro con ventilador con pulso corto.

Figura 9.7: Gráficos

Cuestionario²

1. Existen algunas situaciones en donde no conocemos la posición, pero sí la aceleración. ¿Cómo podemos obtener la posición y la rapidez a partir de la función de la aceleración?
2. Un motociclista que viaja al este (hacia la derecha), cruza una pequeña ciudad y viaja con aceleración constante de 4.0 m/s^2 después de pasar los límites de la ciudad. En el tiempo a $t = 0 \text{ s}$, está a 5.0 m a la derecha del límite de la ciudad, y se desplaza al este a 15 m/s a) Calcule su posición y velocidad en $t = 2 \text{ s}$. b) ¿Dónde está el motociclista cuando su velocidad es de 25 m/s ?



Figura 9.8:
Tiempo de ajuste
del pulso.

²Basado en Sears, Zemansky y Young [27]



10. Aceleración constante

Palabras clave: *Ecuación de movimiento, velocidad, aceleración, fuerza*

Introducción¹

La ecuación de movimiento más sencilla de resolver es cuando el objeto se mueve en línea recta con aceleración constante. Para analizar esta ecuación, se utilizará un carro que se va acelerando por la pendiente.

Una aplicación en las ciencias espaciales es cuando un cohete que se dirige hacia el espacio exterior parte del reposo con aceleración constante. Por otro lado, la gravimetría es otro ejemplo del estudio entorno a la variación de la aceleración gravitatoria en diferentes lugares del planeta.

Objetivo

El estudiante analizará la ecuación de movimiento de un carro acelerado constantemente por la gravedad en un plano inclinado. Utilizando el sensor de movimiento, se analizan los gráficos de la posición y la velocidad, así como se hacen comparaciones con las ecuaciones estándares del movimiento usando ajustes de curva definidos por el estudiante.

Objetivos específicos:

1. Encontrar la ecuación de movimiento

¹ Basado en PASCO-Scientific/P08 [15]

Cuestionario previo

1. ¿Qué características del planeta Tierra determinan el valor de la aceleración gravitacional g que determina la fuerza (peso) que sufre un cuerpo masivo en proximidad de la superficie terrestre?
2. ¿En qué casos podemos considerar constante la aceleración g debida a la atracción de la Tierra?
3. ¿Por qué en el plano inclinado la aceleración g se considera constante?
4. ¿Qué representa el área bajo la curva cuando se grafica la aceleración del cuerpo en movimiento contra el tiempo?

Fundamento teórico

A partir de estas prácticas y en las siguientes, se analizará la dinámica de los objetos en movimiento, analizaremos las leyes de Newton para describir la causa/efecto de objetos en movimiento con las fuerzas que lo originan.

Diseño Experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número PASCO
1	Sistema dinámico PAS-CAR de 1.2 metros	ME-6955
1	Sensor de movimiento	PS-2103A

Tabla 10.1: Material.



Figura 10.1: Carro en plano inclinado.

Instalación del Equipo

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>.

1. Armar la pista como se muestra en la Figura 10.1. Tener en cuenta que el sensor de movimiento está en el extremo de la pista que es el punto cero de la regla amarilla.

2. Conectar el sensor de movimiento en la interfaz y verificar que el interruptor esté en el icono "carro".
3. Verificar que el émbolo en el carro esté en el lado hacia el final de carrera.
4. Utilizar las dos masas del carro para inclinar la pista.

Procedimiento

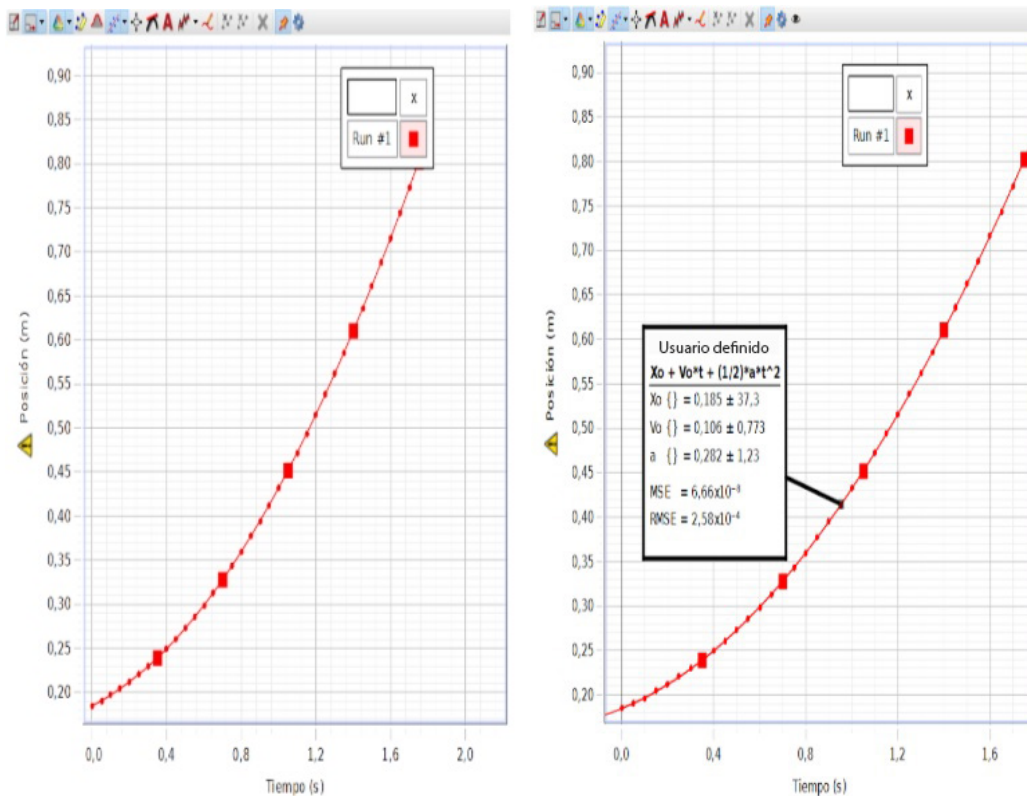
Tiempo estimado del procedimiento: 50 minutos.

1. Colocar la parte trasera del carro (más cercana al sensor de movimiento) en la marca de 16 cm como se muestra en la Figura 10.2. Esta es la posición inicial del carro.
2. Iniciar la grabación y, a continuación, soltar el carro. La recolección de datos no comenzará hasta que el carro llegue a una posición de 18 cm, debido a una condición de inicio. Esto dará mejores datos.
3. Se puede detener la grabación en cualquier momento, pero hay una condición de parada automática que detiene la grabación cuando el carro alcanza los 80 cm.
4. Se pueden eliminar las ejecuciones no deseadas mediante la función *eliminar ejecución* en la barra de herramientas del gráfico.



Figura 10.2: Posición de inicio.

5. Obtener una buena ejecución de datos de posición en función del tiempo.
6. Seleccionar un ajuste de curva definido por el usuario en la barra de herramientas del gráfico.
7. Si los parámetros de ajuste de curva no aparecen en la ventana del editor (a la izquierda), seleccionar la herramienta de ajuste de curva (en el gráfico) para activarla.



(a) Gráfico de velocidad (primera ejecución) (b) Zoom del gráfico de velocidad izquierdo.

Figura 10.3: Gráficos de velocidad.

8. El ajuste de la curva se verá actualmente

$$y = at + b \quad (10.1)$$

Se puede editar en el editor de curvas a la izquierda y cambiarlo a:

$$Xo + Vo*t + \frac{1}{2}at^2 \quad (10.2)$$

9. Hacer clic en aplicar.

10. Registrar en la bitácora la posición inicial, Xo , la velocidad inicial, Vo , y la aceleración, a , por ejemplo:

$$\begin{aligned} Xo &= 0.19m \\ Vo &= 0.11 \frac{m}{s} \\ a &= 0.28 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

11. Seleccionar un ajuste de curva definido por el usuario en la barra de herramientas del gráfico.

12. Si los parámetros de ajuste de curva no aparecen en la ventana del editor (a la izquierda), dar clic en ajuste de curva (en el gráfico) para activarla.

13. El ajuste de curva se verá actualmente como:

$$y = at + b \quad (10.3)$$

Se puede editar en el editor de curvas a la izquierda y cambiarlo a:

$$Vo + at \quad (10.4)$$

14. Hacer clic en aplicar.

15. Anotar en la bitácora la velocidad inicial, Vo , y la aceleración, a , por ejemplo:

$$Vo = 0.11 \frac{m}{s}$$

$$a = 0.28 \frac{m}{s^2}$$

Tomar en cuenta que los parámetros de ajuste de curva de las dos páginas anteriores se han reproducido anteriormente.

16. ¿Cuál es la posición inicial, Xo ? Recordar que la condición de inicio (cuando se registran los datos) fue cuando el carro llegó a 18 cm. ¿Cómo se compara?.
17. ¿Cómo el valor para Vo del gráfico de posición se compara con el valor de Vo del gráfico de velocidad?.
18. ¿Cómo el valor para " a " del gráfico de posición se compara con el valor de ' a ' del gráfico de velocidad?.
19. Hacer clic en el gráfico de posición para activar el gráfico y, a continuación, seleccionar la herramienta inclinación en la barra de herramientas del gráfico.
20. Mover la herramienta inclinación a 0.4 segundos. ¿Cuál es la pendiente en este punto (incluyendo unidades)? ¿Cómo se compara esto con la velocidad en la gráfica de velocidad para este mismo tiempo?.
21. Repetir durante 0.8 s y 1.2 s.

Cuestionario

1. ¿La relación entre la posición del carro y el tiempo es cuadrática?, ¿cómo cambia esta relación cuando se modifica la inclinación de la pista?.
2. Considera que usted conduce un automóvil a una cierta velocidad, el cual se encuentra por llegar a un semáforo. ¿Cuántos metros antes usted deberá de frenar para no pisar el cruce peatonal?, hacer el planteamiento, hipótesis y ecuaciones que usted considere necesarias para describir este problema.
3. Un avión aterriza en la cubierta de un portaaviones a 600 km/h y se detiene por completo a 90 metros. Encontrar la aceleración promedio y el tiempo necesario para detenerlo, suponiendo que la aceleración del avión es constante, igual a la aceleración promedio.

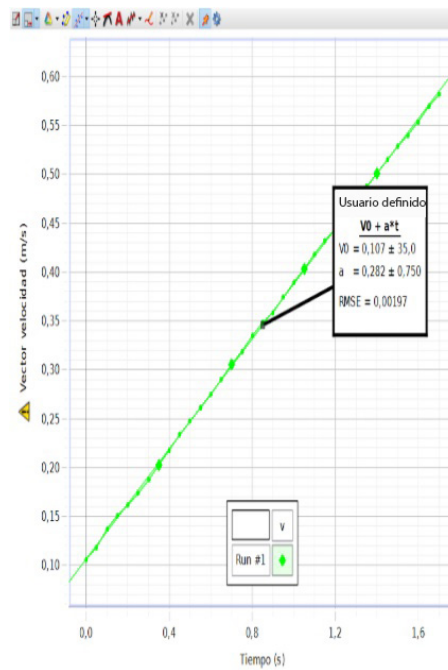


Figura 10.4: Gráfica del mejor ajuste del vector velocidad vs tiempo. haro

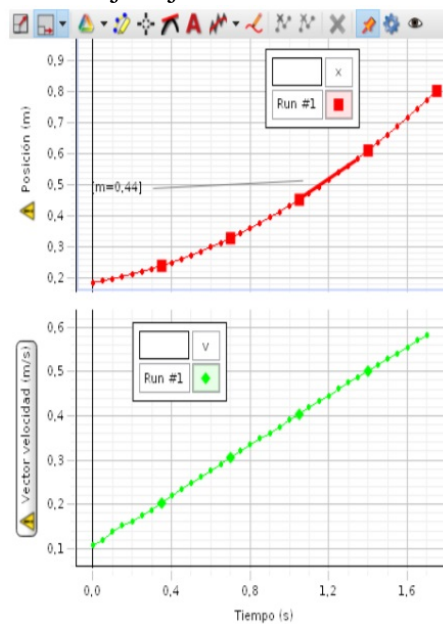


Figura 10.5: Gráficos del mejor ajuste de la posición y velocidad vs tiempo.

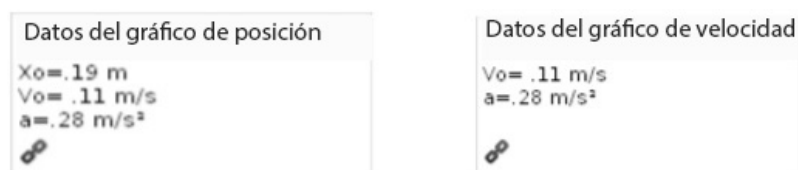


Figura 10.6: Datos de posición y velocidad.



11. Aceleración en un Plano Inclinado

Palabras clave: *Velocidad, aceleración, plano inclinado, fuerza, movimiento*

Introducción¹

Imaginamos un libro puesto sobre una mesa. Si se aplica una fuerza sobre el libro, inicialmente en reposo, este se desplazará, adquiriendo de esta manera un cambio de velocidad, es decir, una aceleración.

Analicemos el caso en donde se aplica la segunda ley de Newton para describir el movimiento de un objeto con dos sensores diferentes (acelerómetro y el sensor de posición) sobre el cual la fuerza neta es diferente de cero debido a que se desplaza en un plano inclinado. En la actualidad la mayoría de los teléfonos ya cuentan con la tecnología para medir posición y aceleración. La utilidad de aprender el concepto de aceleración es debido a su múltiple utilidad tal como: Los grandes aceleradores de partículas, transbordadores espaciales, comportamiento de los flujos piroclásticos en las erupciones de volcanes, diseño de motores más eficientes, detectar si la pantalla de un teléfono está de manera horizontal o vertical, entre otras.

Objetivo

El propósito de esta práctica es estudiar la relación entre posición, velocidad y aceleración. Un sensor de movimiento es utilizado para registrar el movimiento de un carro a medida que se mueve hacia arriba y hacia abajo de la pista inclinada (ver Figura 11.1). La aceleración del carro se calcula a partir de un gráfico de velocidad, y se compara con la aceleración medida directamente desde el sensor de aceleración en el carro.

Objetivos específicos:

¹ Basado en PASCO-Scientific/P011 [8]

1. Comparar las mediciones de los sensores contra los cálculos teóricos de la ecuación de movimiento.

Cuestionario previo

1. Investiga cuál fue la razón para que George Atwood estudiara el plano inclinado.
2. Explique por qué la aceleración de un objeto que cae libremente no depende del peso del objeto. Para el caso del plano inclinado, ¿la aceleración depende del peso?.

Fundamento teórico

La segunda ley de dinámica describe cuantitativamente la relación entre la variación de la velocidad de un sistema físico en movimiento y las fuerzas responsables de esta dinámica. Existen diversas maneras de calcular la aceleración (variación de la velocidad), a continuación algunas opciones:

1. Por un lado, es posible calcular la aceleración a de un cuerpo utilizando la segunda ley de la dinámica newtoniana, que, para un cuerpo de masa m constante, se expresa en términos de la famosa ecuación $F = m * a$, siendo F la resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. Esta se mide con un dinamómetro (despreciando las fuerzas de fricción) aplicando a un carro de prueba (dotado de masa), en movimiento a lo largo de la pista (movimiento unidimensional). Para la aceleración se obtiene la expresión:

$$a = \frac{F}{m} \quad (11.1)$$

2. Otra manera de calcular la aceleración es por medio del cálculo de la pendiente de la gráfica rapidez (m/s) contra tiempo (s), tal como ha visto en prácticas anteriores.
3. Por otro lado, los acelerómetros electrónicos calculan la aceleración por medio de un transductor que mida la variación de voltaje de un material pizoelectrico que es comprimido (ver los trabajos de CC. Hindrichsen, J. Larsen, et al, Circular piezoelectric accelerometer Sensors, 2009 IEEE, 2009).

Diseño Experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número PASCO
1	Sistema dinámico PAS-CAR de 1.2 metros	ME-6955
1	Sensor de movimiento	PS-2103A
1	Sensor de aceleración	PS-2118
1	Base para barra	ME-8735
1	Barra de 45cm	ME-8736
1	Parachoques elástico	

Tabla 11.1: Material.

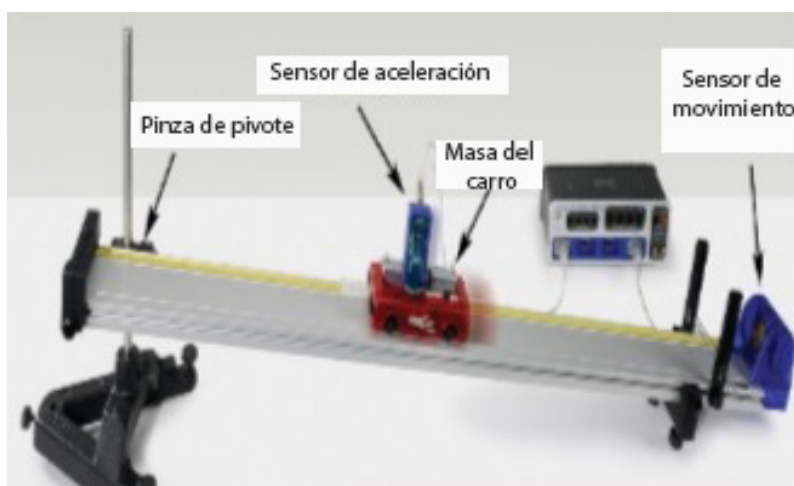


Figura 11.1: Material a usar en la práctica

Instalación del Equipo

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

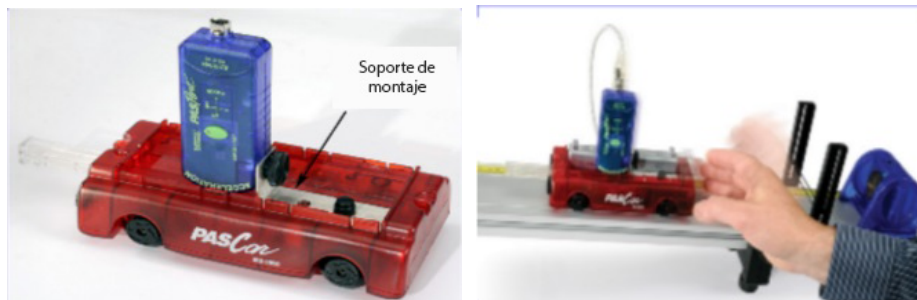
Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>.

1. Utilizar la abrazadera con la base de la varilla y la varilla de 45 cm para inclinar la pista como se muestra en la Figura 11.1. La altura del extremo elevado de la pista debe ser de unos 20 cm.
2. Instalar el parachoques elástico (ver Figura 11.2) en el extremo inferior de la pista con el sensor. Utilizar al menos dos piezas de cordón elástico, como se muestra.



Figura 11.2: Sensor de movimiento y parachoques elástico.

3. Conectar el sensor de movimiento al puerto P4 de la interfaz. Verificar que el interruptor de rango en el sensor de movimiento esté configurado en el icono “carro”.
4. Conectar el sensor de aceleración al carro utilizando el soporte de montaje como se muestra en la Figura 11.3. Conectar el sensor en el puerto P1 de la interfaz 850. El LED del sensor debe estar apagado. Colocar el carro en la inclinación como se muestra en la Figura 11.1, incluyendo la masa adicional del carro.



(a) Conexión del sensor de movimiento y el (b) Conexión del sensor de aceleración y el carro.

Figura 11.3: Carro rojo

5. Abrir la ventana resumen de datos y seleccionar el icono engranaje para el sensor de aceleración. Dar clic en *Zero Sensor Now* en el menú. Si se modifica la inclinación de la pista, se debe volver a poner a cero el sensor.
6. Iniciar la grabación de datos y mover el carro hacia arriba y hacia abajo por la pista. Verificar que se están obteniendo datos claros de posición del sensor de movimiento.
7. Si los datos de aceleración no son cero cuando el carro está en reposo, se deberá ajustar el punto 5.

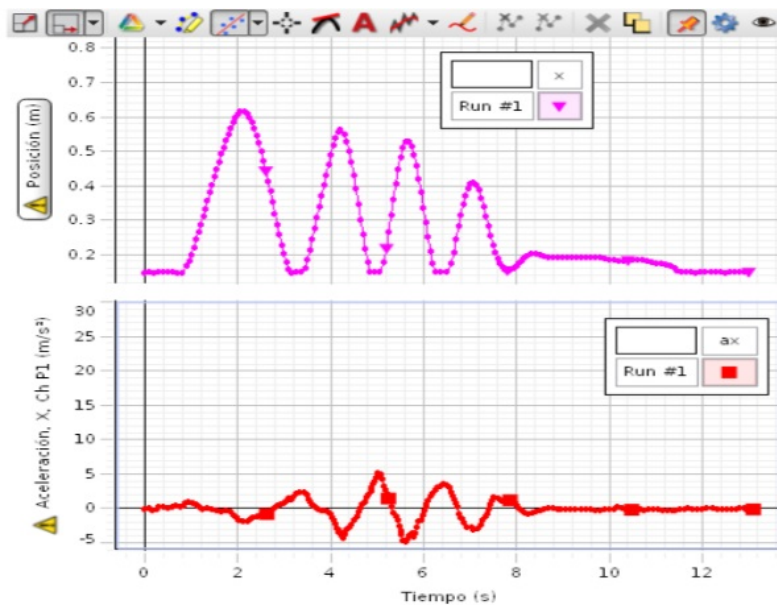


Figura 11.4: Datos del sensor de movimiento.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 50 min.

1. Con el carro colocado en la parte inferior de la pendiente, comenzar a grabar. La recolección de datos no comenzará hasta que el carro esté a más de 30 cm del sensor,

debido a una condición de arranque inicial. Esto dará mejores datos.

2. Soltar el carro por la pendiente como se muestra en la Figura 11.3. ¡Se debe sacar rápidamente la mano del camino! Tratar de colocar el carro en la parte superior, pero no golpear el parachoques en la parte superior. Permitir que vuelva a bajar. Tratar de mantener el cable fuera del camino.
3. Se puede detener la grabación en cualquier momento, pero hay una condición de parada automática que detiene la grabación cuando el carro vuelve a bajar y alcanza la marca de 30 cm. Es una buena idea tratar de atrapar el carro y no sólo confiar en el parachoques, pero no se debe detener durante la grabación.
4. Se pueden eliminar las ejecuciones no deseadas mediante la función eliminar ejecución en la barra de control de experimentos. Obtener una buena cantidad de datos de posición en función del tiempo.

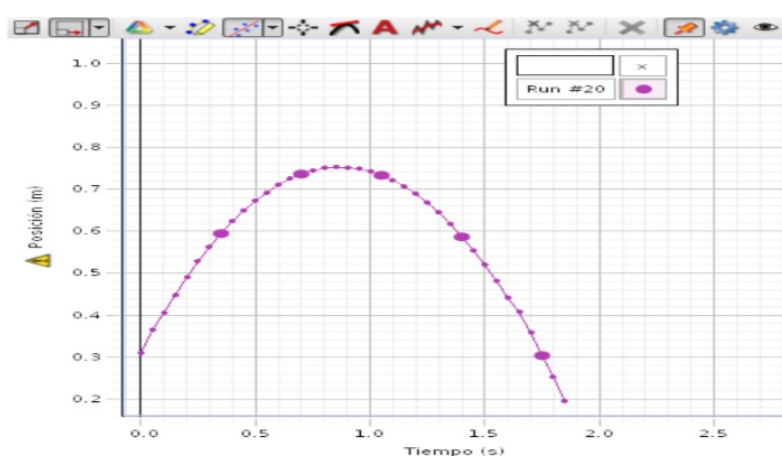


Figura 11.5: Gráfico de posición en función del tiempo.

Cuestionario

1. El gráfico de la Figura 11.6 muestra los datos de aceleración para la ejecución que se acaba de realizar. ¿Cómo se ve? Probar la función de suavizado en la barra de herramientas del gráfico.
2. ¿La aceleración es positiva o negativa? ¿Cuál es el significado del signo?.
3. ¿Cuál es la aceleración aproximada del carro? Intentar utilizar la herramienta de coordenadas en la barra de herramientas del gráfico. ¿Hay alguna diferencia entre cuando el carro se movía hacia arriba por la pendiente y cuando estaba bajando?.
4. Observar el gráfico de posición de la página anterior y anotar la hora en que el carro estaba en la parte superior de la pendiente. ¿Cuál es la aceleración del carro en la parte superior de la pendiente, cuando su velocidad era cero?.
5. La Figura 11.7 muestra los datos de velocidad para la ejecución que se tomó. Seleccionar un ajuste de curva lineal en la barra de herramientas del gráfico para encontrar la aceleración.
6. ¿Cómo se compara esto con el valor que se encontró antes?.
7. Utilizar la herramienta *selección* de la barra de herramientas del gráfico para resaltar una pequeña sección de los datos. A continuación, se puede mover esta selección para

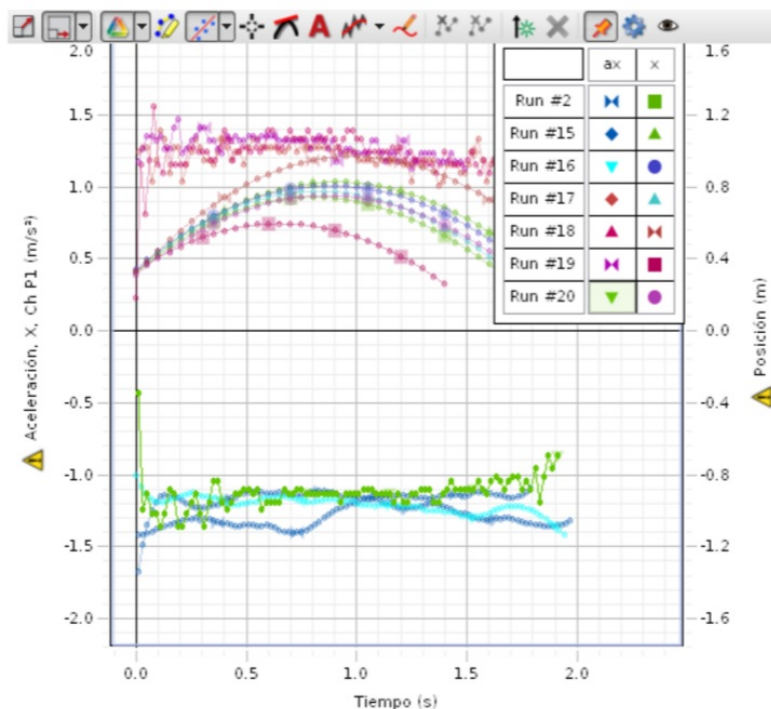


Figura 11.6: El carro cuesta arriba y cuesta abajo.

- encontrar la pendiente en diferentes puntos. ¿Hay alguna diferencia entre cuando el carro se movía hacia arriba por la pendiente y cuando estaba bajando?.
8. Observar una vez más los datos de posición de la ejecución. Usando la herramienta de anotación, etiquetar la parte del gráfico donde el carro se estaba moviendo hacia arriba. ¿Cuál es el signo de la velocidad?.
 9. Etiquetar la parte de la gráfica en la que el carro se desplazaba cuesta abajo. ¿Cuál es el signo de la velocidad?.
 10. Marcar en el gráfico en que punto la velocidad es cero.
 11. ¿Cuál es la aceleración en este punto? ¿Dónde la aceleración se vuelve cero?.
 12. Un bloque de hielo con masa de 2.00 kg se desliza 0.750 m hacia abajo por un plano inclinado a un ángulo de 36.98 bajo la horizontal. Si el bloque parte del reposo, ¿cuál será su rapidez final? Puede despreciarse la fricción.
 13. ¿Cuál de los objetos caerá más rápido por un plano inclinado, un cilindro sólido o una esfera sólida? ¿Por qué?.
 14. Saliendo de la escuela, un auto cargado de estudiantes se quedó sin gasolina (peso total es P) y van hacia abajo rumbo a la gasolinera. Suponga que el ángulo de la pendiente es constante (α) y que las llantas están bien infladas tal que la fricción es despreciable. ¿Qué aceleración tienen el auto? ¿Cuál es el diagrama de cuerpo libre?.
 15. Sean dos carros puestos en contacto sobre un plano inclinado de tal manera que la parte anterior de uno toque la parte posterior del otro. Calcular, en función del ángulo de inclinación del plano y del tiempo, como cambia la distancia entre los carros.

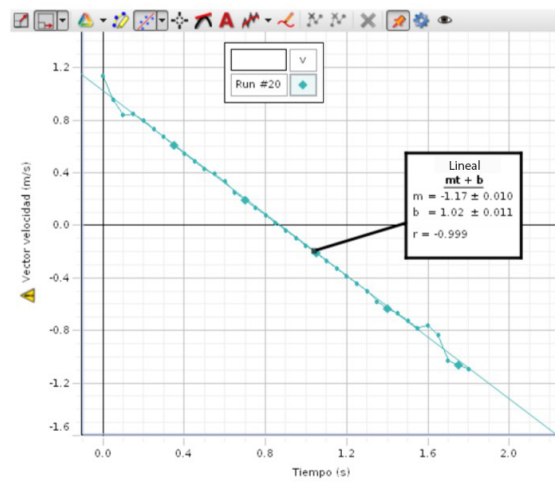


Figura 11.7: Datos de velocidad del sensor de movimiento.

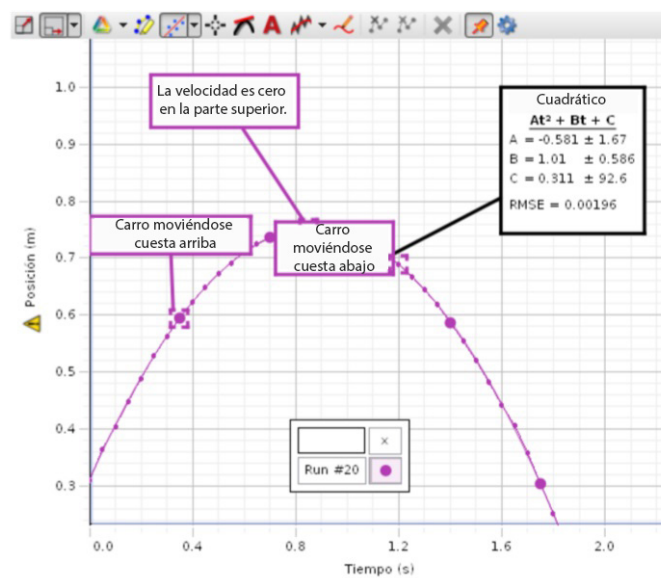


Figura 11.8: Datos de posición del sensor de movimiento.



Palabras clave: *Caída libre, velocidad, aceleración, proyectil, tiro parabólico, ecuación cuadrática*

Introducción¹

El movimiento de un proyectil está determinado por las condiciones iniciales del lanzamiento (ángulo y velocidad inicial), así como de la atracción gravitatoria y la resistencia del aire. Al tomar en cuenta estos factores es posible determinar la trayectoria del proyectil (movimiento parabólico). El movimiento del objeto se puede describir en 2D, movimiento vertical y horizontal. Este movimiento lo podemos ver usualmente en el fútbol, cuando se realizan pases a largas distancias, el balón sube y baja describiendo una parábola. Aún más, para los geocientíficos el movimiento de un proyectil es un tema interesante porque, por ejemplo, permite reproducir la erupción de un volcán a partir de la investigación del piroclasto expulsado y la distancia al volcán.

Objetivo

Analizar el movimiento de un proyectil por medio de una fotocompuerta para medir el tiempo de vuelo y la velocidad de lanzamiento inicial del proyectil, así como encontrar el intervalo máximo en función del ángulo.

Objetivos específicos:

1. Determinar la rapidez inicial del proyectil.
2. Determinar la altura máxima.
3. Con una variedad de ángulos, determinar experimentalmente el ángulo predicho por la teoría para obtener el máximo alcance horizontal.

¹Basado en PASCO-Scientific/P12 [16]

Cuestionario previo

1. Como ejemplo del lanzamiento del cohete *Falcon Heavy* de la compañía *Space X* a) haz su diagrama de cuerpo libre del cohete después de 50 segundos después de su despegue. b) ¿Cuáles son las fuerzas que actúan sobre el cohete?. c) ¿Cuáles son las componentes de la aceleración del cohete?.
2. ¿A qué es debida la aceleración del *Falcon Heavy* en la dirección horizontal?.
3. ¿Por qué el movimiento de un proyectil se puede descomponer en un movimiento horizontal con velocidad constante y en un movimiento vertical con aceleración constante?.
4. Justificar por qué matemáticamente la noción física de fuerza se representa en términos de un vector.
5. ¿Puede la composición de dos movimientos rectilíneos uniformes resultar en un estado de reposo?.
6. Escribe 5 actividades para las cuales sea útil conocer acerca del tiro parabólico.

Fundamento teórico

En los capítulos anteriores, se ha considerado el movimiento en una dirección (por ejemplo a lo largo de una pista rectilínea). En este capítulo nos interesamos a un movimiento que se desarrolla en el espacio. Se trata del movimiento de caída libre de un objeto dotado de una velocidad inicial no puramente vertical. Estos tipos de movimientos se estudian por medio de una descomposición de las características dinámicas a lo largo de las tres direcciones espaciales. En particular, para un proyectil disparado con una velocidad que forma un ángulo con respecto a la dirección vertical, su movimiento es la resultante de un movimiento uniforme en la dirección horizontal (en la idealización que la resistencia del aire sea despreciable) con un movimiento uniformemente acelerado en la dirección vertical. La composición resulta en una trayectoria parabólica seguida por el objeto. Las propiedades de esta trayectoria están determinadas por las condiciones iniciales (dirección y módulo de la velocidad inicial) del objeto así como de la atracción gravitacional y del resistencia del aire.

Se describe la dinámica de un proyectil fijando un sistema de referencia cartesiano en donde el eje x corresponde a la dirección horizontal y el eje y a la dirección vertical con el signo positivo hacia arriba. El proyectil se lanza desde un punto del eje y correspondiente a una altura y_0 . La velocidad inicial $\vec{v}_0$ está caracterizada por su magnitud física v_0 y su dirección es determinada por el ángulo θ . Descomponemos la velocidad inicial en términos de sus componentes horizontal y vertical:

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta \quad (12.1)$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \theta \quad (12.2)$$

La posición del proyectil en función del tiempo está determinada por las ecuaciones siguientes:

$$x(t) = v_{0x}t \quad (12.3)$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0 \quad (12.4)$$

es decir, la dinámica del proyectil resulta de la composición de un movimiento horizontal uniforme (velocidad constante) y un movimiento vertical uniformemente acelerado con aceleración igual a $g = 9.8m/s^2$ a nivel del mar.

Diseño Experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número PASCO
1	Mini lanzador	ME-6824A
2	Fotocompuertas	ME-9498A
1	Soporte de Fotocompuertas	ME-6821A
1	Temporizador de Vuelo	ME-6810
1	Abrazadera de Mesa	ME-9472
1	Base para Barra	ME-8735
1	Barra de 90 cm	ME-8738
1	Barra de 45 cm	ME-8736
1	Cojín Acolchado	SE-7347
1	Plomo	SE-8728
1	Metro	SE-8695
1	Cinta métrica	SE-8712A
1	Plastilina o papel carbón	
	Hojas de papel blanco	
	Cinta masking	

Tabla 12.1: Material.

Instalación del equipo.

Tiempo estimado de armado: 15 minutos.

Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>.

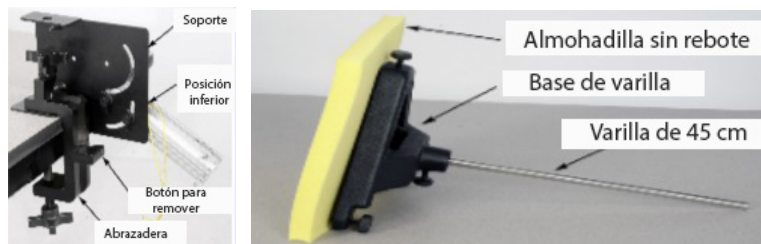
Sección 1. En esta sección, el proyectil se lanza desde la altura de la mesa (ver Figura 12.1). Se necesitarán de 1.5 a 2 m de longitud de mesa.

1. El lanzador está montado en el soporte en la posición inferior (ver Figura 12.2). Deslizar el lanzador hasta el fondo para que pivotee alrededor de la posición de lanzamiento de la pelota.
2. Sujetar el lanzador a la mesa utilizando la abrazadera de mesa. Es más fácil ajustar el ángulo del lanzador si se retira la perilla como se muestra en la Figura 12.2.
3. Utilizar el cojín (almohadilla sin rebote) con la base de la varilla y la varilla de 45 cm (ver la Figura 12.2(b)) como respaldo para ayudar a atrapar la pelota.



Figura 12.1: Lanzamiento del proyectil desde la altura de la mesa.

4. Es muy importante ajustar el ángulo de lanzamiento (ver Figura 12.3) con mucho cuidado. Se debe poder leer (ajustar) el ángulo a 0.2 grados (ver Figura 12.4).



(a) Abrazadera de mesa

(b) Respaldo para atrapar el proyectil.

Figura 12.2: Partes del material.



Figura 12.3: Ajuste del ángulo de lanzamiento.

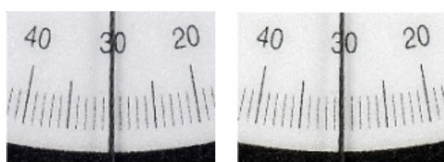


Figura 12.4: La ampliación muestra la cuerda centrada en la marca de 30°. En la Figura derecha, se puede ver que la cuerda está más cerca de 29° que de 31°, y se puede leer como $30^\circ \pm 0.5^\circ$.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 60 minutos.

Resumen del Procedimiento.

1. Colocar el lanzador de proyectiles a 20 grados con respecto a la horizontal.
 2. Efectuar un lanzamiento para estimar donde ha caído el proyectil y enseguida colocar en ese sitio el accesorio para medir el tiempo de vuelo.
 3. Efectuar un segundo lanzamiento y registrar la distancia alcanzada, la velocidad inicial y el tiempo de vuelo.
 4. Repetir otras 2 veces para disminuir el margen de error.
 5. Repetir los pasos 2,3,4 y 5 aumentando 10 grados a la inclinación del lanzador de proyectiles con respecto a la horizontal hasta llegar a los 80 grados, teniendo un total de 7 mediciones.
1. Confirmar que el lanzador está montado en el soporte en la posición inferior (ver Figura 12.4) para que la bola se lance desde la altura de la mesa.
 2. Para que los resultados sean más consistentes al lanzar la bola, siempre se debe tirar del cordón amarillo (conectado al gatillo) con un pulso rápido y corto. No tirar lentamente. Siempre verificar que todo el mundo está en su posición antes de disparar.
 3. Ajustar el ángulo para 20°. Colocar la bola en el pistón presionar (un clic) en la configuración de corto alcance.
 4. Lanzar el proyectil y anotar el lugar de aterrizaje. Colocar una hoja de papel en blanco en esta ubicación y pegarla en la posición como se muestra en la Figura 12.6. Cubrir con la plastilina o con una hoja de papel carbón.
 5. Lanzar de nuevo el proyectil y confirmar que el punto de contacto está marcado. Lanzar la pelota varias veces más.
 6. Utilizar el metro (ver Figura 12.5) para medir los intervalos. Esta distancia debe medirse desde el centro de la posición de lanzamiento de la pelota como se muestra en la Figura 12.5. Medir cada punto de aterrizaje por separado (ver Figura 12.7) y luego calcular el intervalo promedio.
 7. Repetir el procedimiento y determinar la distancia para ángulos de 30°, 40°, 50°, 60°, 70° y 80° y reportar los datos en la bitácora tal como la Tabla 12.2
 8. Seleccionar un ajuste de curva de seno en la barra de herramientas del gráfico. Si se tienen problemas con ese ajuste, un ajuste polinomial también debería funcionar.
 9. En teoría, el intervalo máximo debe ocurrir a 45°. ¿Los datos confirman esto? Hacer clic y arrastrar el eje para expandir la escala y acercar el pico del ajuste de la curva.

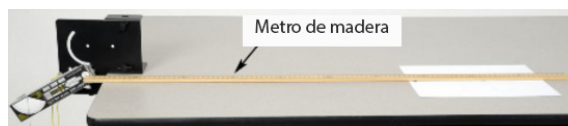
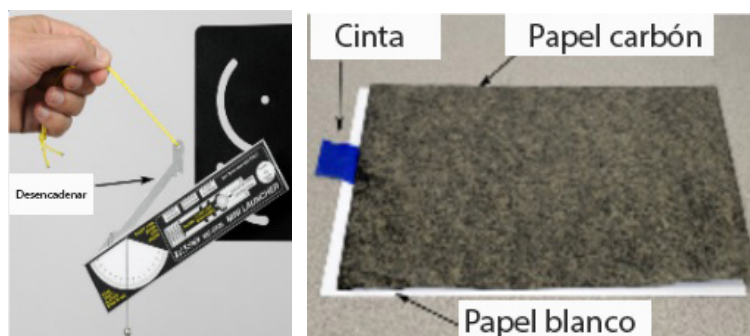


Figura 12.5: Medición de la distancia horizontal que ha recorrido el proyectil.



(a) Lanzamiento del proyectil.

(b) Área de aterrizaje

Figura 12.6: Partes del material

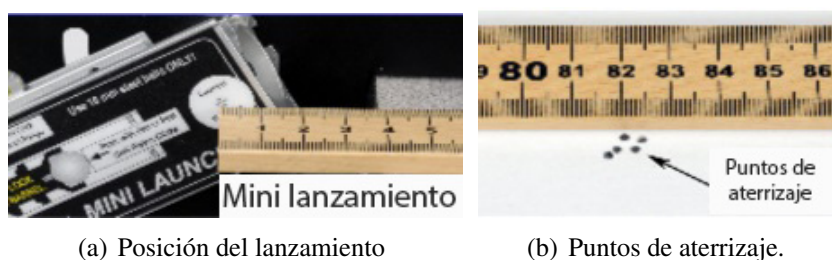
Localizar el ángulo para la distancia máxima.

10. ¿El ángulo es menor o mayor de 45° ? ¿Qué podría explicar esto?.
11. ¿Qué intervalo máximo predice el gráfico para el lanzador? Establecer el lanzador en ese ángulo (desde el gráfico) y confirmar que el lanzador dispara esa distancia.

Sección 2. Instalación del equipo

En esta sección, el proyectil se lanza horizontalmente desde una altura sobre la mesa, como se muestra en la Figura 12.9.

1. Fijar el lanzador horizontalmente (vea Figura 12.10) en el soporte utilizando los dos agujeros de los tornillos, pero no de los arcos de corte.
2. Deslizar el lanzador hacia adelante de modo que salga más allá del borde del soporte como se muestra en la Figura 12.10. Esto hace que sea más fácil de usar con las fotocompuertas.
3. Utilizar la abrazadera de mesa y la varilla de 90 cm para soportar el lanzador.
4. Verificar que el ángulo de lanzamiento es exactamente cero grados con respecto a la dirección horizontal y luego asegurar firmemente todos los tornillos.
5. Utilizar el cojín con la base de la varilla y la varilla de 45 cm (véase la Figura 12.2) como respaldo para ayudar a atrapar la pelota.
6. Colocar el proyectil en el pistón y presionar el émbolo completamente (tres clics) hasta el ajuste de largo alcance.
7. Lanzar la pelota y anotar el lugar de aterrizaje. Si el alcance de la pelota es demasiado largo, disminuir la altura del lanzador.
8. Medir la distancia de la pelota, desde la parte inferior de la pelota hasta la parte superior del temporizador de vuelo (ver Figura 12.9).
9. Conectar la almohadilla del temporizador de vuelo en la entrada digital 4, y colocarla en la posición de aterrizaje del proyectil.



(a) Posición del lanzamiento

(b) Puntos de aterrizaje.

Figura 12.7: Mediciones

	Ángulo	Distancia $\pm \Delta D$	Tiempo $\pm \Delta t$	$V_o \pm \Delta v$	Altura $h \pm \Delta h$
	(°)	(cm)	(s)	(cm/s)	(cm)
1	10				
2	20				
3	30				
4	40				
5	43				
6	47				
7	50				
8	60				
9	70				
10	80				

Tabla 12.2: Datos para los diversos ángulos del tiro parabólico.

10. Conectar las fotocompuertas al soporte de la misma y deslizar el soporte en la ranura en T en la parte inferior del lanzador, como se muestra en la Figura 12.9. Colocar las fotocompuertas lo más cerca posible del lanzador. Conectar la primer fotocompuerta en la entrada digital 1 y la segunda fotocompuerta en la entrada digital 2, como se muestra en la Figura 12.9.

Procedimiento

1. Presionar el émbolo de largo alcance, luego comenzar a grabar. Lanzar el proyectil. Se debe mostrar la velocidad y el tiempo de vuelo.
2. Detener la grabación y registrar los valores en la tabla. Repetir el proceso para otras dos ejecuciones en el ajuste de largo alcance.
3. Repetir para el conjunto de lanzadores para el intervalo de medio y corto alcance. Registrar tres buenas ejecuciones para cada posición del lanzador.
4. ¿Es menor el tiempo de vuelo de corto alcance, más o casi el mismo que el de vuelo para mediano y largo alcance?.
5. Calcular el tiempo medio de vuelo para todas las ejecuciones combinadas. Se puede utilizar la función de estadística en la barra de herramientas del gráfico para calcular este valor.
6. Usando este tiempo promedio, calcular la altura (h) desde que el proyectil cae a

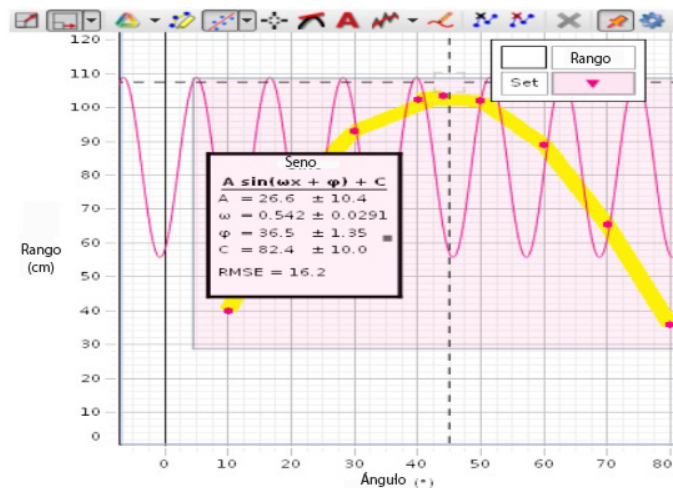


Figura 12.8: Distancia en función del ángulo de salida del proyectil.

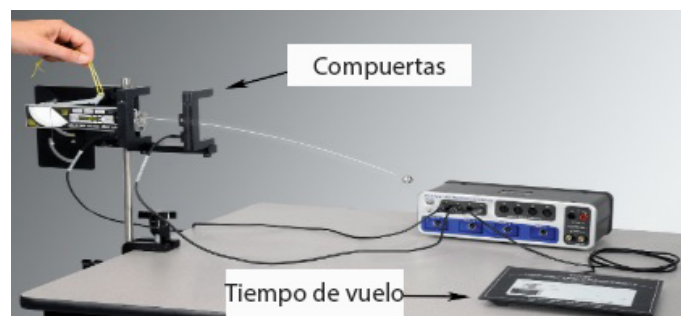


Figura 12.9: Midiendo tiempo de vuelo para un lanzamiento horizontal

partir de la fórmula (ver 12.4).

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad (12.5)$$

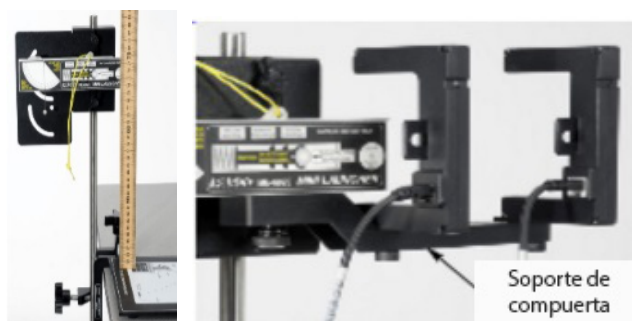
7. Comparar con el valor de 'h' que se obtuvo en la página anterior, utilizando el cálculo del porcentaje de error.



(a) Soporte del lanzador.

(b) Lanzamiento horizontal.

Figura 12.10: Partes y montaje del equipo.



(a) Medición de altura.

(b) Fotocompuertas.

Figura 12.11: Partes del material

Sección 3. Instalación del equipo.

1. Montar el lanzador en el soporte en la posición superior (ver Figura 12.13). Deslizar el lanzador hasta el extremo para que pivote alrededor de la posición de lanzamiento del proyectil.
2. Fijar el lanzador a la mesa utilizando la abrazadera de mesa y la varilla de 90 cm, como se muestra en la Figura 12.13. Esta configuración permite lanzar la bola hacia el suelo.
3. No se necesitarán las fotocompuertas si se midieron las velocidades de lanzamiento en la sección anterior. Se puede utilizar la almohadilla con la base de la varilla y la varilla de 45 cm (ver Figura 12.2) como tope para ayudar a atrapar el proyectil.
4. Ajustar el ángulo entre 20° y 60° , pero no a 45° .
5. Medir la altura inicial desde la parte inferior de la posición de lanzamiento del proyectil hasta el suelo.
6. Usando un plumón, marcar la posición de lanzamiento en un trozo de cinta en el piso debajo del lanzador.

Procedimiento

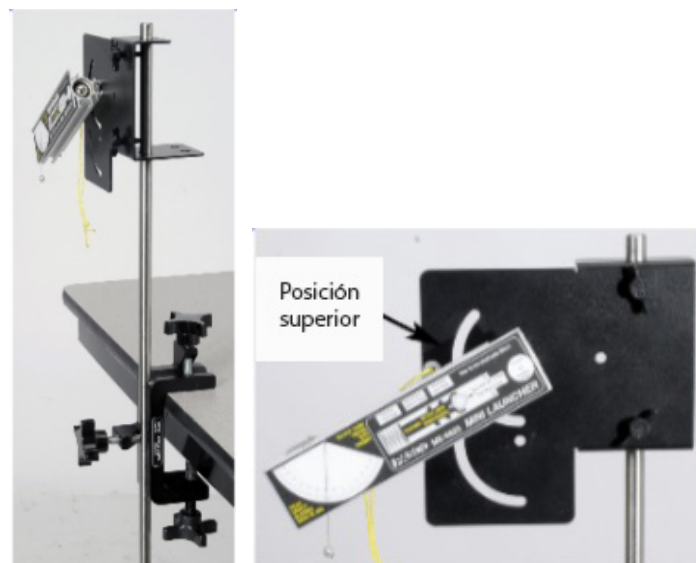
1. Decidir qué intervalo (corto, medio o largo) se usará.

⚠ Velocidad inicial		🔴 Run #15		⚠ Tiempo de vuelo		🔵 Run #15	
4.07 m/s				-.---S			

	Posición	Velocidad (m/s)	Tiempo de (s)
1	Largo	5.40	0.178
2	Largo	5.42	0.179
3	Largo	5.43	0.178
4	Mediano	4.18	0.178
5	Mediano	4.16	0.179
6	Mediano	4.17	0.180
7	Corto	3.24	0.181
8	Corto	3.25	0.180
9	Corto	3.24	0.180
10			
11			
12			
13			
14			
15			

Figura 12.12: Datos de posición, velocidad y tiempo.

- Utilizar los tres valores que se han medido para ese intervalo, calcular la velocidad de lanzamiento promedio.
- Para el ángulo que fijó el lanzador, utilizar la segunda y tercera ecuación para calcular las componentes horizontal y vertical de la velocidad inicial.
- Utilizar la quinta ecuación para determinar el tiempo de vuelo. Utilizar la cuarta ecuación para obtener el intervalo predicho.
- Medir desde la posición de lanzamiento marcada en el piso, y pegar hacia abajo un trozo de papel centrado en el intervalo predicho. Se tratará de golpear este papel. Colocar una línea en el papel mostrando la ubicación prevista.
- El cálculo se basó en la velocidad media de lanzamiento. Utilizando el valor más alto o más bajo, volver a realizar los cálculos. ¿Por cuánto cambia el intervalo predicho? Utilizar esta información para marcar un máximo y un mínimo estimados en el objetivo establecido.
- Cubrir dicho objetivo con una hoja de papel carbón. Colocar el proyectil en el pistón y presionar el émbolo hasta la posición apropiada.
- Verificar que todo el mundo está listo para lanzar el proyectil y anotar el lugar de aterrizaje.
- Si el proyectil no golpea el papel, se deberá averiguar dónde se cometió el error y se volverá a intentar, lanzar un total de cinco bolas. ¿Cuántos golpean dentro de la predicción?.
- Medir la distancia a los cinco, y calcular el promedio. Comparar esto con el cálculo predicho con un porcentaje de error.
- Repetir para un ángulo negativo entre -20° y -40° .



(a) Lanzador en el suelo.

(b) Posición superior.

Figura 12.13: Posicionamiento del material.

A continuación algunos ejemplos de los resultados obtenidos:

Ángulo positivo

$$Y_o = 0.91 \text{ m}$$

$$\text{ángulo} = 20^\circ$$

$$\text{Alcance} = 2.30 \text{ m}$$

$$\text{Intervalo de medición} = 2.29 \text{ m}$$

$$\text{Porcentaje de error} = 0.4$$

El error en la determinación teórica es aproximadamente del 4 por ciento, con 3 por ciento de error de la medición del ángulo, otro 1 por ciento de error en la altura de lanzamiento. El resultado fue muy cercano al intervalo predicho, dado que los efectos de la resistencia del aire fueron despreciados en el cálculo.

Ángulo negativo

$$Y_o = 0.87 \text{ m}$$

$$\text{ángulo} = -20^\circ$$

$$\text{Alcance predicho} = 1.22 \text{ m}$$

$$\text{Intervalo medido} = 1.19 \text{ m}$$

$$\text{Porcentaje de error} = 2.5$$

El error en la determinación teórica es aproximadamente del 4 por ciento, con 3 por ciento de error de la medición del ángulo, otro 1 por ciento de error en la altura de lanzamiento. El intervalo medido está muy dentro del intervalo predicho.

Cuestionario²

1. ¿Cuáles son los factores adicionales que se deben considerar para enviar un misil de largo alcance?
2. ¿Cuáles son los factores adicionales que se deben considerar para enviar una misión al espacio?
3. En un partido de fútbol, un futbolista golpea a una pelota la velocidad de 10 m/s con un ángulo de 37 grados con la horizontal. Si se encuentra en ese instante a 8 m de distancia del arco contrario, ¿hay posibilidades de gol?. La altura del arco es de 2.5 m . ($g = 9.8\text{ m/s}^2$).
4. Un proyectil se dispara horizontalmente desde un cañon ubicado a 45 m sobre un plano horizontal con una velocidad en la boca del cañon de 250 m/s . a) ¿Cuánto tiempo permanece el proyectil en el aire? b) ¿A qué distancia horizontal golpea el suelo? c) ¿Cuál es la magnitud de la componente vertical de su velocidad al golpear el suelo?
5. Una pequeña canica rueda horizontalmente con una rapidez V_0 y cae desde la parte superior de una plataforma de 2.75 m de alto, sin que sufra resistencia del aire. A nivel del piso, a 2.00 m de la base de plataforma, hay una cavidad (ver Figura 12.14a). ¿En qué intervalo de rapidez v_0 la canica caerá dentro de la cavidad?
6. Una bola de nieve rueda del techo de un granero con una inclinación hacia debajo de 40 grados (ver Figura 12.14b), el borde del techo está a 14 m del suelo y la bola tiene una rapidez de 7 m/s al salir del techo. a) ¿A qué distancia del borde del granero golpea la bola el piso? b) Dibuje los gráficos $x - t$ y $y - t$ para la bola mientras está en el aire. C) Un hombre de 1.90 m de estatura está parado a 4 m del granero, ¿lo golpeará la bola de nieve?

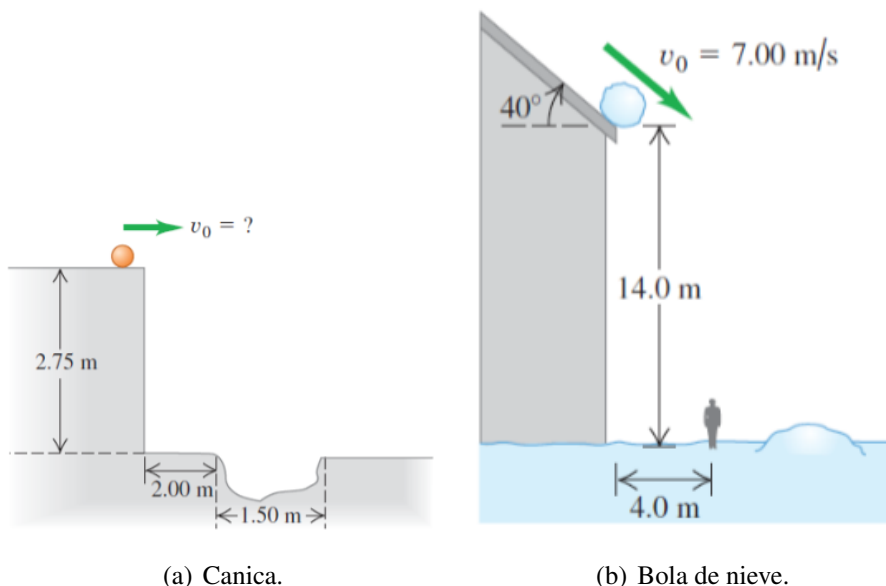


Figura 12.14: Ejercicios del cuestionario.

²Basado en Halliday, Resnick y Krane [3] y Sears, Zemansky y Young [27]

7. **Pregunta de reto:** Asumiendo la rotación de la Tierra y que además el cañon apunta con un ángulo de 90° (despreciando la fricción del aire) a) ¿El balón caerá en la misma posición en la que fue lanzado? b) Calcular a qué altura deberá subir el balón tal que la Tierra haya rotado 1° .
8. **Actividad reto:** Hacer un vídeo donde al dejar caer un objeto estimen el valor de la constante g usando el programa *Tracker* (buscar el tutorial en YouTube).



13. Segunda Ley de Newton

Palabras clave: *Fuerza, masa, velocidad, aceleración, posición*

Introducción¹

Las leyes de Newton son los fundamentos de la mecánica clásica por relacionar las causas (fuerzas) y los efectos (aceleración) con una bella simplicidad. En el libro Principia, Newton establece unos de los principios más importantes para el estudio de la física, a saber, la inercia, la dinámica, la acción-reacción y la atracción debido a la gravedad. En especial, la segunda ley, $\sum \vec{F} = M * \vec{a}$, es utilizada para explicar la dinámica de diversos objetos con muy buena precisión que van desde las partículas, autos, bicicletas, aviones, hasta el movimiento de los planetas o las galaxias, siempre y cuando se hagan las simplificaciones adecuadas para considerarlos como objetos puntuales.

Objetivo

Determinar la aceleración resultante del *carro con ventilador* bajo dos condiciones: Fuerza variable (manteniendo constante la masa) y masa variable (manteniendo la fuerza constante). El sensor de movimiento se utiliza para determinar la aceleración, y el sensor de fuerza se utiliza para medir la fuerza proporcionada por el carro del ventilador.

Objetivos específicos:

1. Determinar la aceleración cuando hay una fuerza variable.
2. Determinar la aceleración cuando hay una masa variable.
3. Mediciones de aceleración y fuerza.
4. Relacionar las mediciones experimentales con las leyes de Newton.

¹ Basado en PASCO-Scientific/P15 [17]

Cuestionario previo

1. ¿Cuál es la relación que tiene la fuerza con respecto a la aceleración?
2. Al empujar una caja hacia arriba de una rampa, ¿Se requiere menos fuerza si se empuja horizontalmente o si se empuja en forma paralela a la rampa? ¿Por qué?
3. Una mujer en un elevador suelta su portafolio, pero este no cae al piso. ¿Cómo se está moviendo el elevador? ¿Cuál es la aceleración del portafolio?
4. Cuando vas dentro de un vehículo, ¿Qué te sucede cuando este frena abruptamente? ¿Por qué?
5. Identifique las fuerzas en cada sistema (ver Figura 13.1).

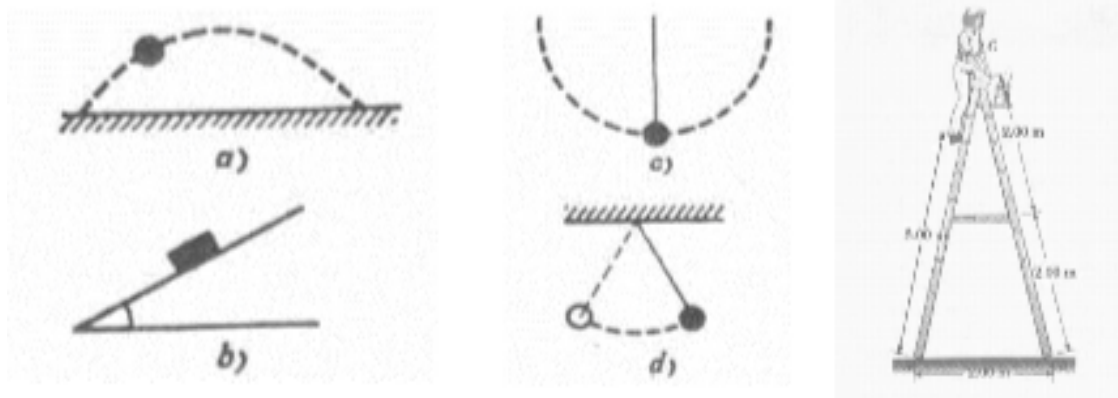


Figura 13.1: Identificar las fuerza para los siguientes 5 casos.

Fundamento teórico

Primera ley de Newton: Si la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo (la fuerza neta) es cero, el cuerpo está en equilibrio y tiene aceleración cero.

Segunda ley de Newton: La aceleración de un cuerpo bajo la acción de un conjunto de fuerzas dado es directamente proporcional a la suma vectorial de las fuerzas (la fuerza neta) e inversamente proporcional a la masa del cuerpo.

Tercera ley de Newton: Cuando dos cuerpos interactúan, se ejercen mutuamente fuerzas que en todo instante son iguales en magnitud y opuestas en dirección.

La fuerza es un concepto fundamental en mecánica Newtoniana, es el producto de la masa por la aceleración, pero representa una medida cuantitativa de la interacción de dos cuerpos. La fuerza es una cantidad vectorial.

La suma del cambio del momento total con respecto al tiempo es igual a la masa (M) del objeto multiplicado por la aceleración (a), es decir:

$$\sum \frac{d\vec{P}}{dt} = M * \vec{a} \quad (13.1)$$

El momento lineal está definido por la multiplicación de la masa por la velocidad $P = mv$.

Si la masa permanece constante en cada experimento, entonces el cambio de la velocidad estará relacionado con la aceleración.

Diseño Experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número PASCO
1	Sensor de movimiento	PS-2103A
1	Sensor de Fuerza	PS-2189
1	Sistema Dinámico	ME-6955
1	Accesorio soporte para sensor de fuerza	CI-6545
1	Carrito con Ventilador	ME-6977
2	Masa Compacta de Carro	ME-6755
2	Masa compacta	ME-9507
1	Balanza	

Tabla 13.1: Material.

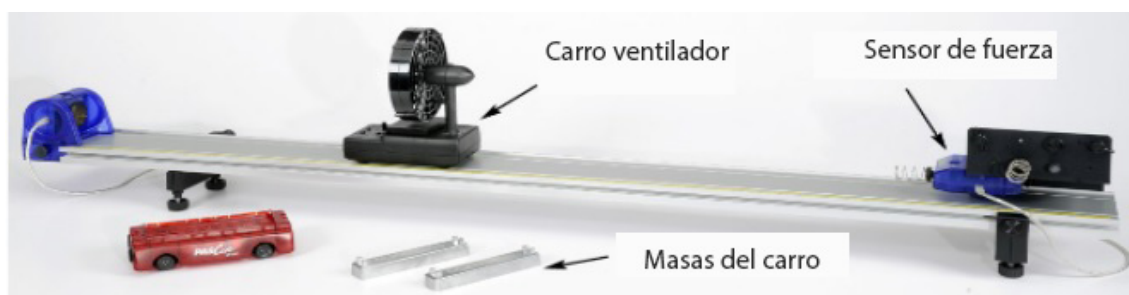


Figura 13.2: Midiendo aceleración del carro utilizando el sensor de movimiento.

Instalación del Equipo

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/OK15ta>.

1. Configurar la pista como se muestra en la Figura 13.2 con el sensor de movimiento en el extremo de la pista que es el punto cero de la regla amarilla.
2. Conectar el sensor de movimiento en el puerto P1 de la interfaz y verificar que el interruptor de rango esté en el icono de carro.
3. Conectar el sensor de fuerza al soporte como se muestra en la Figura 13.3. Utilizar el parachoques del resorte de servicio más ligero.
4. Conectar el sensor de fuerza en el puerto P2 de la interfaz.
5. Colocar el carro del ventilador en la pista como se muestra en la Figura 13.4. El ventilador puede girar sobre su base, debe estar apuntando hacia el sensor de movimiento, con el indicador de ángulo puesto a cero grados.

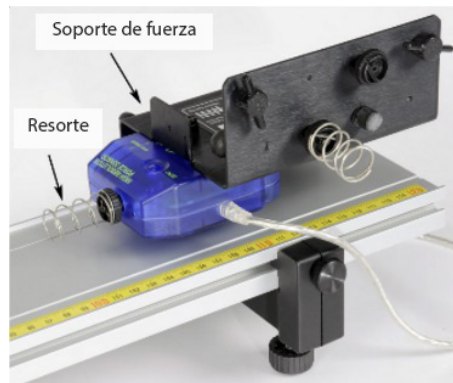
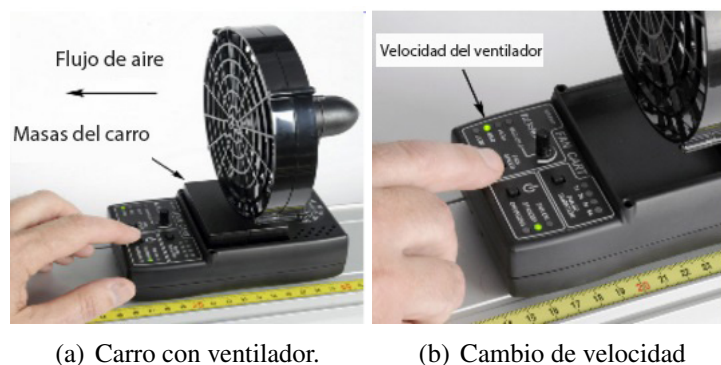


Figura 13.3: Partes del sensor de fuerza.



(a) Carro con ventilador.

(b) Cambio de velocidad

Figura 13.4: Ajuste del material.

6. Colocar ambas masas compactas negras en la bandeja debajo del ventilador.
7. Ajustar el nivel de la pista para que el carro ruede ligeramente hacia abajo, para compensar la fricción. Poner el carro ligeramente hacia la derecha (lejos del sensor de movimiento) y hacer clic en "Monitor". Utilizar el gráfico de velocidad para ajustar el nivel de la pista de modo que el carro se mueva a velocidad constante.
8. Con el carro del ventilador en reposo contra el resorte, tarar el sensor de fuerza. Dar clic en "Monitor" de nuevo y ver la visualización de dígitos de la fuerza para asegurar que el sensor está leyendo cero. Tarar de nuevo si es necesario.
9. Encender el carro del ventilador (ver Figura 13.4) presionando el botón de encendido. El carro del ventilador está ahora en modo de espera, y la velocidad del ventilador debe ajustarse en baja. Más adelante en el experimento cambiará la velocidad del ventilador. Presionar el botón de encendido de nuevo para iniciar y detener el ventilador.



Figura 13.5: Fuerza (primera ejecución)

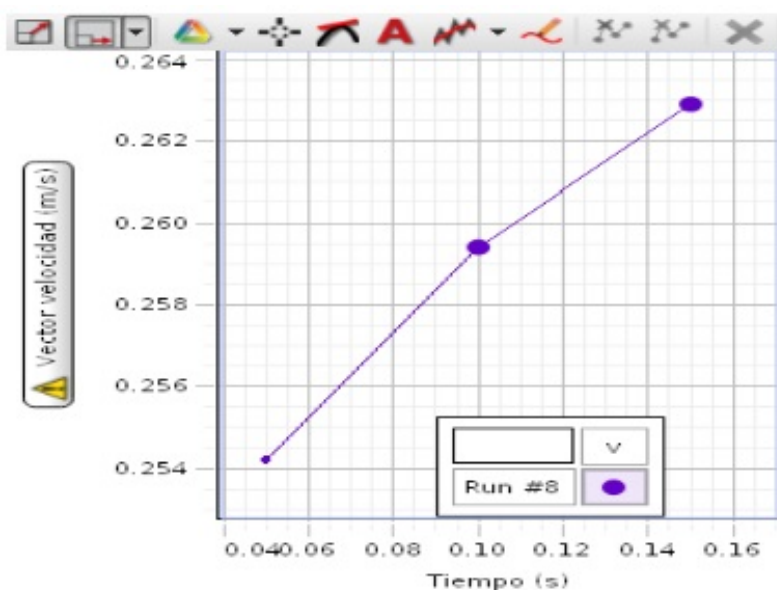


Figura 13.6: Pista nivelada

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 50 min.

Resumen del Procedimiento.

1. Obtener la gráfica posición y velocidad vs tiempo con el sensor de movimiento.
2. Determinar la aceleración por medio del software *Capstone* (repetir 3 veces la misma prueba).
3. Variar el peso del carro.
4. Hacer la tabla de fuerza en función de la aceleración.
5. Realizar ajuste por mínimos cuadrados. ¿Qué representa la pendiente de la gráfica? ¿cuál es su valor?.

1. Encender el ventilador. Se debe establecer en baja.
2. Con el carro del ventilador en reposo contra el muelle, comenzar a grabar. La pantalla de dígitos muestra el promedio de funcionamiento de la fuerza del ventilador, y debe mostrar rápidamente una lectura constante. Si el valor cambia gradualmente, detener y reiniciar la grabación.
3. Detener la grabación. Introducir la fuerza en la tabla siguiente. Ignorar el signo.
4. Con el ventilador todavía en funcionamiento, colocar la parte posterior del carro del ventilador en la marca de 15 cm. Siempre arrancar el carro desde esta posición.
5. Comenzar a grabar y soltar el carro del reposo. La recolección de datos no comenzará hasta que el carro alcance una posición de 18 cm, debido a una condición inicial. Esto dará mejores datos. Tratar de detener el carro antes de que llegue.
6. Se puede detener la grabación en cualquier momento, pero hay una condición de parada automática que detiene la grabación cuando el carro alcanza los 60 cm.
7. Seleccionar un ajuste de curva lineal para encontrar la aceleración del carro e ingresar el valor en la tabla. Repetir con la velocidad del ventilador ajustada en medio y alto.
8. Este gráfico muestra los valores de la Tabla 13.2 de fuerza aplicada y la aceleración

	Nivel	F	Aceleración
		(N)	$\frac{m}{s^2}$
1	Bajo		
2	Bajo		
3	Bajo		
4	Medio		
5	Medio		
6	Medio		
7	Alto		
8	Alto		
9	Alto		

Tabla 13.2: Registro de datos para el caso de masa constante



Figura 13.7: Fuerza media (ejecución 40)

resultante. ¿Qué propiedad física representa la pendiente de un gráfico de fuerza en función de la aceleración?. Sugerencia: ¿Cuáles son las unidades de la pendiente?.

9. Seleccionar un ajuste de curva lineal y determinar la pendiente.
10. Utilizar una balanza para encontrar la masa real del carro más barras de masa, y comparar con su valor.
11. La gráfica muestra que la fuerza aplicada es directamente proporcional a la aceleración resultante. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad? Escribir la ecuación en la bitácora.
12. ¿Cuál es el nombre de esta ecuación?.
13. Retirar las masas del carro del ventilador, y usar la balanza para medir la masa del carro con ventilador más la del carro PASCO (PAScar). Registrar el valor en la tabla siguiente.
14. Colocar el PAScar delante del carro del ventilador como se muestra en la Figura 13.6. La bandeja del PAScar se utilizará para mantener la masa extra, pero empieza con el vacío.
Sobreponer las masas para el carro, para hacer más espacio.
15. Encender el ventilador, ajustar para velocidad media.
16. Comenzar a grabar y soltar el carro desde la marca de 15 cm. Hay condiciones de inicio y parada como antes.
17. Utilizar la pendiente para encontrar la aceleración como antes e ingresar el valor en la Tabla 13.3.
18. Agregar una barra de masa y repetir. Utilizar todas las barras de masa, incluyendo

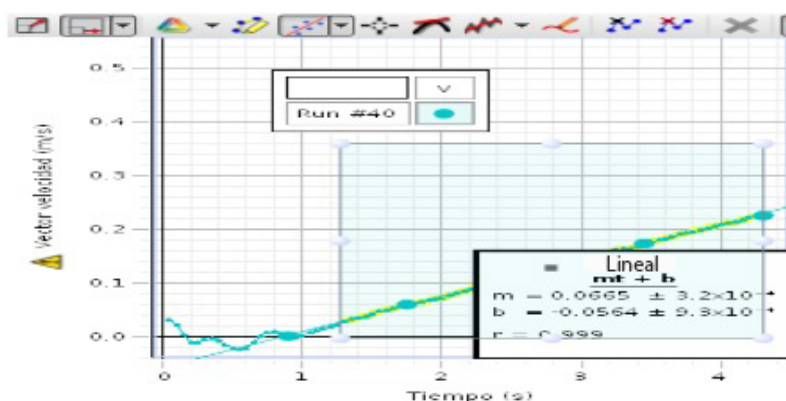


Figura 13.8: Gráfica del vector velocidad.

las masas compactas negras. También cabrán en el PAScar.

	Carga	Masa (kg)	Aceleración ($\frac{m}{s^2}$)	F (N)
1	PAS-CAR + ventilador			
2				
3	+1 masa			
4				
5	+2 masas			
6				
7	+3 masas			
8				
9	+4 masas			
10				

Tabla 13.3: Aceleración del PASCAR en relación a la variación de masa.

Cuestionario²

1. La Figura 13.9 muestra los valores de la tabla de la aceleración en función de la masa resultante. ¿Es esta gráfica lineal? ¿Debería serlo?
2. Seleccionar el eje de masas y luego elegir cálculo—rápido (QuickCalc) para seleccionar la preconfiguración de la inversa, $\frac{1}{m}$ (ver apéndice para mayor información acerca de Cálculo—Rápido). ¿Qué le sucedió a la gráfica?, ¿Por qué ocurrió esto?
3. Seleccionar un ajuste de curva lineal y determinar la pendiente. ¿Qué propiedad física representa la pendiente? ¿Cuáles son las unidades?
4. Comparar esto con el valor real que se midió anteriormente.
5. En general, ¿Qué sucede con la aceleración de un objeto cuando se aumenta la fuerza aplicada? (Asumir masa constante).

²Basado en Halliday, Resnick y Krane [3] y Sears, Zemansky y Young [27]

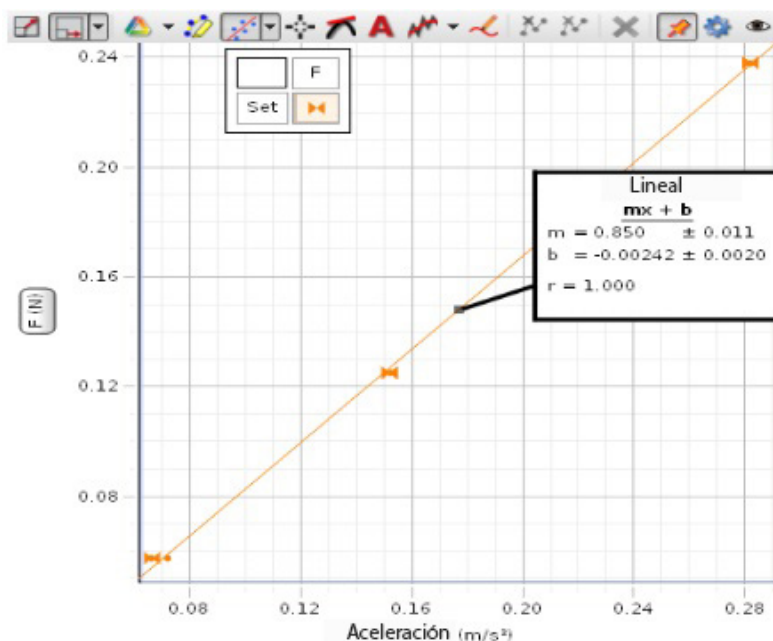
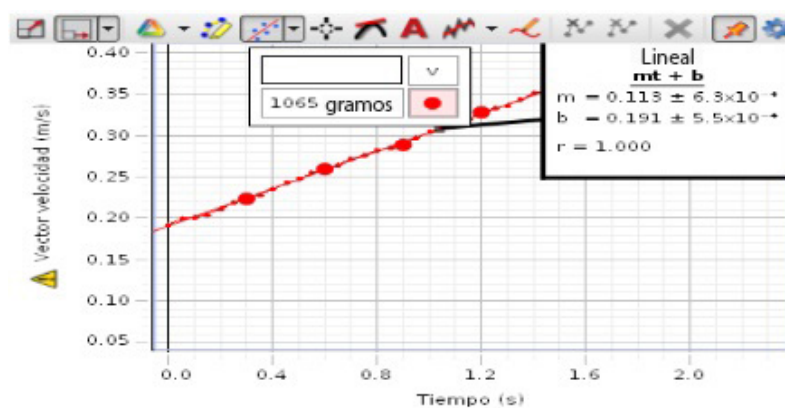


Figura 13.9: Gráfica de la fuerza vs. aceleración

6. En general, ¿Qué sucede con la aceleración de un objeto cuando aumenta su masa?. Suponer una fuerza constante.
7. Un bloque de 5.1 kg de peso es jalado a lo largo de un piso sin fricción por una cuerda que ejerce una fuerza $P = 12\text{N}$ con un ángulo $= 25$ grados sobre la horizontal, como se muestra en la Figura 13.12a (a) ¿Cuál es la aceleración del bloque? (b) La fuerza P se incrementa lentamente ¿Cuál es el valor de P en el momento antes de que el bloque sea levantado del piso? (c) ¿Cuál es la aceleración del bloque antes de que sea levantado del piso?.
8. Una cuña en triángulo rectángulo de masa M y ángulo θ (que soporta un pequeño bloque de masa m sobre su lado) descansa sobre una mesa horizontal, como se muestra en la Figura 13.12b. Suponga todos los contactos carentes de fricción. a) ¿Qué aceleración horizontal a deberá tener M (y m) en relación a la mesa para mantener a m estacionaria con respecto a la cuña? Ayuda: La fuerza normal entre la cuña y la masa, ¿vale $N = m g \cos\theta$? b) ¿Qué fuerza horizontal F deberá ser aplicada al sistema para obtener este resultado? c) Suponga que no se imprime fuerza alguna sobre M y que ambas superficies carecen de fricción. Describa cualitativamente el movimiento resultante.
9. **Actividad Reto** Quizás habrá intentado u observado el truco de quitar el mantel de la mesa sin quitar los platos, vasos, cubiertos y florero que están sobre ella. ¿Haz realizado el truco? Hacer un vídeo que tenga una duración no mayor a 2 minutos que explique este truco.



(a) Gráfico del mejor ajuste del vector velocidad con respecto al tiempo.



(b) Carro con ventilador empujando al PAS-CAR

Figura 13.10:

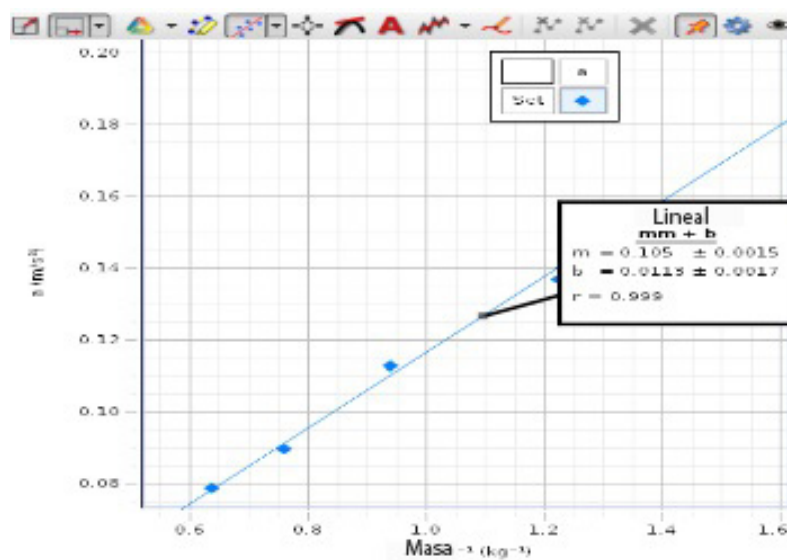
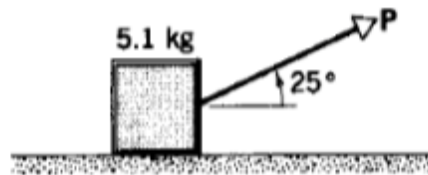
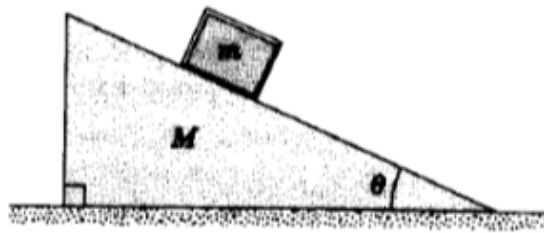


Figura 13.11: Gráfica de la aceleración contra la masa.



(a) Bloque de 5.1 Kg



(b) Cuña en triángulo rectángulo

Figura 13.12: Ejercicios de cuestionario

14. Coeficiente de Fricción

Palabras clave: *Coeficiente de fricción, estática, dinámica, parámetros fuerza, fuerza normal, masa, velocidad, área de superficie*

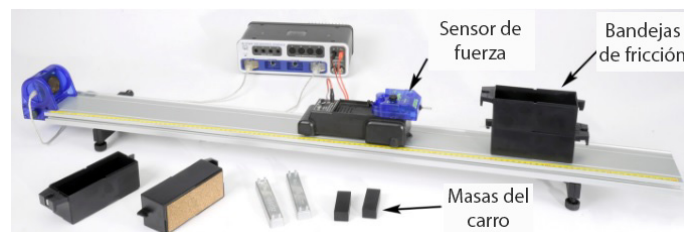


Figura 14.1: Material.

Introducción¹

El aprender a describir la fricción nos permite describir fenómenos más complicados como: el movimiento/deslizamiento de las capas tectónicas, el desgaste de las llantas de un automóvil, la interacción en un disco de acreción de una estrella o galaxia, entre otras aplicaciones.

¹Basado en PASCO-Scientific/P23 [18]

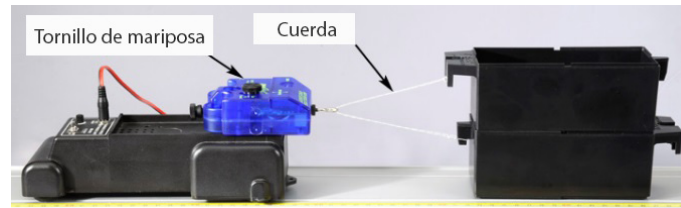


Figura 14.2: Bandejas atadas al sensor de fuerza.

Objetivo

Determinar el coeficiente de fricción y la fuerza necesaria para poder tirar de las bandejas de fricción, con diferentes materiales en su superficie. Identificar las diferencias entre fricciones cinéticas y estáticas para cada material. Las *bandejas de fricción* tienen diferentes materiales en su superficie inferior.

El carro motorizado (ver Figura 14.1) se utilizará para tirar de las bandejas de manera controlada a lo largo de la pista, ya que el sensor de fuerza mide directamente la fuerza de fricción.

Objetivos específicos:

1. Determinar el coeficiente de fricción

Cuestionario Previo

1. ¿Qué genera más trabajo, empujar una caja sobre una superficie lisa, o sobre una rugosa?.
2. ¿Cuál requiere aplicar una mayor cantidad de fuerza? a) una caja en reposo (fricción estática), b) la misma caja pero una vez que se desliza (fricción cinética). ¿Por qué?.
3. ¿A qué se debe la fuerza de fricción?.
4. Un automóvil en movimiento deja de acelerar hasta llegar al reposo, ¿Por qué se detiene el automóvil? Considerando la ley conservación de la energía, ¿En qué se convierte la energía cinética?.

Fundamento Teórico

La fuerza de fricción es un fenómeno complejo (interacción entre la materia a nivel molecular), pero para simplificarlo se ha considerado proporcional a diferentes variables, por ejemplo, en la caída de un objeto se considera proporcional a la rapidez, mientras que en el arrastre de objetos en una superficie rugosa se considera proporcional a la fuerza normal (N). La siguiente ecuación describe el modelo para la fuerza de fricción en el caso de arrastre de objetos:

$$F_{fric} = \mu N \quad (14.1)$$

La constante de proporcionalidad es llamada coeficiente de fricción (μ), la cual depende del material, pero también se puede especificar aún más su nombre si el objeto se mueve (coeficiente de fricción cinética) o si permanece estático (coeficiente de fricción estática).

Diseño Experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número PASCO
1	Sensor de Fuerza de Alta Resolución	PS-2103
1	Sensor de fuerza	PS-2189
1	Tornillo largo para el Sensor de Fuerza	PS-2189
1	Sistema Dinámico	ME-6955
1	Sensor de Fricción	ME-8735
1	Carro Motorizado	ME-9472
2	Masa Compacta	ME-9507
1	Cuerda	ME-8738
1	Balanza	SE-8723

Tabla 14.1: Material.

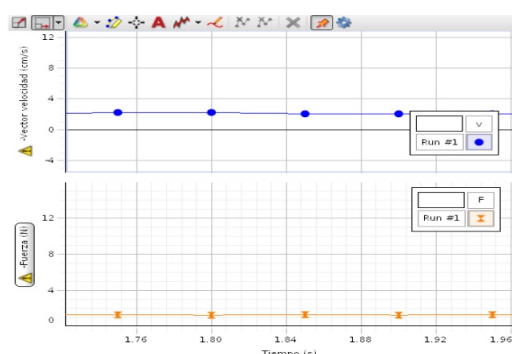
Tiempo estimado de armado: 10 min.

Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>.

1. Instalar la pista como se muestra en la Figura 14.1 y usar las patas ajustables para nivelar la pista.
2. Conectar el sensor de movimiento a la entrada P1 y colocarlo en la pista. Verificar que el interruptor en la parte superior del sensor de movimiento está ajustado en carro.
3. Conectar el sensor de fuerza a la entrada P4 y con el destornillador largo, fijarlo al carro como se muestra en la Figura 14.2. Colocar el conjunto del sensor del carro en la pista.
4. Conectar el cable de alimentación del carro motorizado a la salida 1 y verificar que esté apagado. Con la tensión de CC ajustada a 2 V(voltios), encender y apagar la salida para asegurar que el carro esté funcionando. Se puede abrir y cerrar la ventana de salida seleccionando el generador de señales en la barra de herramientas del gráfico.
5. Conectar las bandejas de fricción al sensor de fuerza utilizando una cuerda como se muestra en la Figura 13.2. La bandeja inferior debe tener la superficie de fieltro negro. Siempre se debe tirar con dos carros apilados, de modo que el sensor de fuerza a su vez tire de nivel. Para la bandeja superior, se debe usar una que posea plástico blanco en la parte inferior. El extremo inferior de la cuerda se tiene que enrollar alrededor del gancho de la bandeja; esto facilita el cambio de la superficie de la bandeja inferior.
6. Colocar las dos masas de plata en la bandeja superior de fricción. Si el carro motorizado tiene problemas para tirar de la carga, se deben agregar las masas compactas negras al carro delante del sensor de fuerza. Si todavía se generan problemas, se puede proceder a retirar una de las masas de plata de la bandeja.

Medición de velocidad y fuerza

1. Colocar el carro y las bandejas al extremo opuesto de la pista. Esta es la posición inicial para todas las carreras.
2. Abrir la ventana *Generadora de señales* y establecer el voltaje en 1.0 V. La salida debe ajustarse en automático, para que se active automáticamente el carro cuando se inicie la grabación de datos y se detenga cuando finalice la misma.
3. Comenzar la grabación. La grabación se puede detener en cualquier momento, pero también hay una condición de parada automática que detendrá la grabación cuando el carro esté a menos de 20 cm del sensor de movimiento.



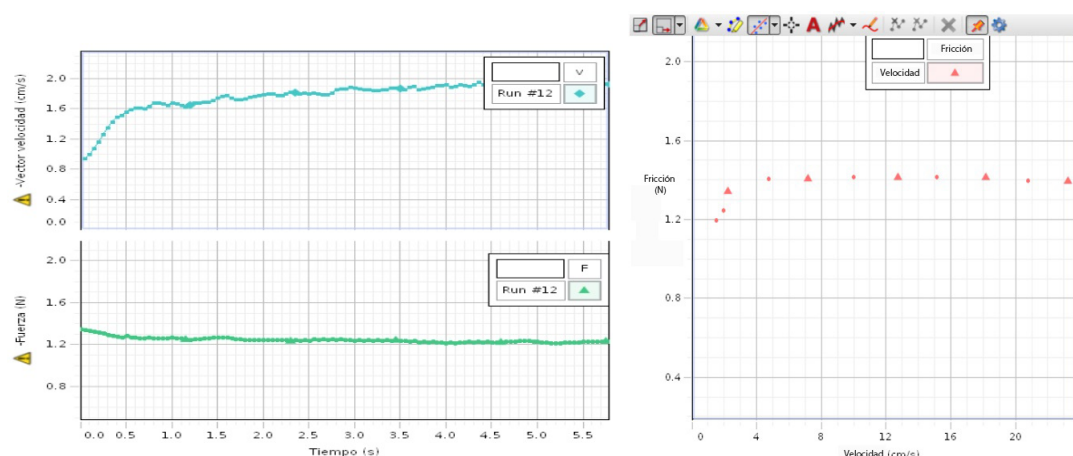
(a) Gráfico de fuerza y velocidad.

	Set Voltage (V)	Speed Speed (cm/s)	Speed Friction (N)
1	0.8	1.5	1.20
2	0.9	2.0	1.25
3	1.0	2.2	1.34
4	1.5	4.7	1.41
5	2.0	7.2	1.41
6	2.5	10.0	1.42
7	3.0	12.7	1.42
8	3.5	15.1	1.42
9	4.0	18.2	1.42
10	4.5	20.8	1.40
11	5.0	23.2	1.40

(b) Recolección de datos.

Figura 14.3: Datos y gráfico.

4. Si el carro motorizado no puede tirar de la carga, se debe aumentar el voltaje a 1.5 V.
5. Ajustar el sensor de movimiento si es necesario para obtener buenos datos de velocidad.
6. Los datos de fuerza serán ruidosos, pero se puede obtener una lectura media, para ello es necesario usar la herramienta suavizado en la barra de herramientas del gráfico. Utilizar el cálculo rápido de la barra de herramientas del gráfico en el eje para hacer que los valores sean positivos.
7. Utilizar la herramienta de coordenadas para medir velocidad y fuerza de fricción y elegir un tiempo que tenga datos buenos para ambos.
8. Registrar los datos obtenidos en la siguiente tabla.
9. Repetir el procedimiento para diferentes voltajes: 1.5 V, 2.0 V, 2.5 V, ..., hasta 5.0 V.
10. Los datos de fuerza de fricción en función de la Velocidad de la página anterior se representan gráficamente aquí. ¿Qué tendencia se puede ver en los datos? ¿Cómo depende la fuerza de fricción de la velocidad?.
11. Tomar la relación entre máxima y la mínima velocidad. ¿Cuánto varió la velocidad? ¿Cómo varió la fuerza de fricción resultante? ¿La fricción cambió poco o mucho?.
12. ¿Los datos obtenidos apoyan el concepto de que es una aproximación útil?. Suponer que la fricción de deslizamiento es independiente de la velocidad.



(a) Gráfico de Fuerza y velocidad

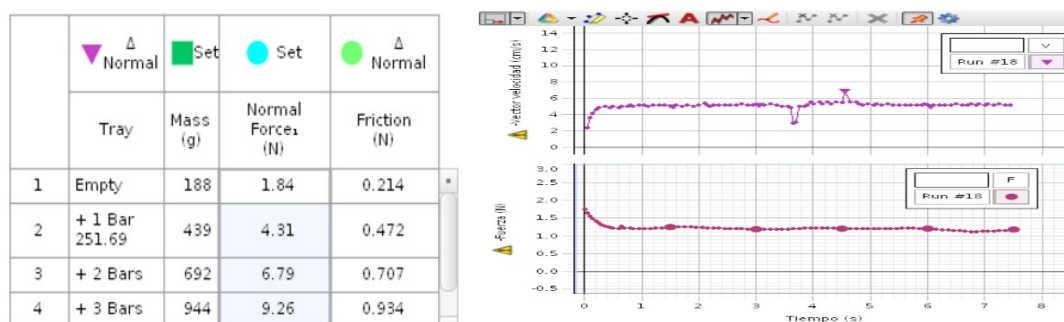
(b) Gráfico de Fricción en función de la Velocidad

Figura 14.4: Gráficos.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 40 minutos.

1. Volver a colocar la bandeja de fieltro inferior con superficie de plástico blanco. Comenzar con ambas bandejas vacías, y utilizar la balanza para determinar la masa. Calcular el peso combinado e introducir esto como la fuerza normal en una tabla como se muestra en la Figura 14.5.
2. Ajustar la salida de voltaje a 1,5 V y comenzar a grabar.
3. Anotar la velocidad aproximada y, si es necesario, ajustar el voltaje en ciclos posteriores para mantener la velocidad igual.



(a) Datos.

(b) Fuerza y velocidad

Figura 14.5: Datos y gráfico.

4. Registrar la fuerza de fricción en la tabla y agregar las 4 barras de masa (una a la vez) y repetir. Se deben obtener 5 valores.
5. Las fuerzas de fricción frente a los datos de la fuerza normal se representan gráficamente en la Figura 14.6.
¿Qué tendencia se puede ver en los datos?.
Realizar un ajuste de curva lineal. ¿Los datos son lineales?.
6. En la mayoría de los libros de texto se establece lo siguiente:

$$f = \mu N \quad (14.2)$$

Donde f = fricción, N = fuerza normal, y μ = coeficiente de fricción.

¿Los datos obtenidos apoyan esta suposición?

¿Cuáles son las unidades para μ ?

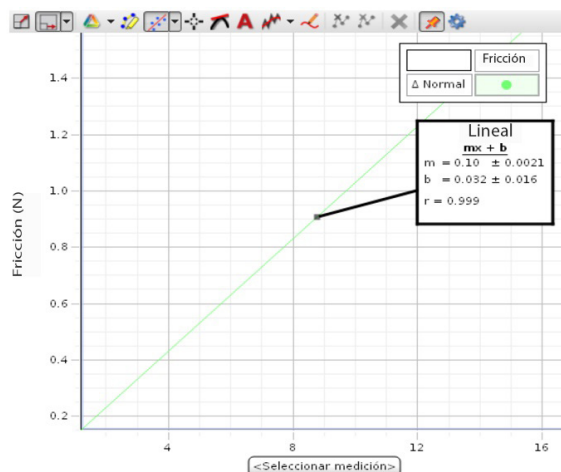


Figura 14.6: Fricción en función de la fuerza normal

7. Retirar todas las barras de masa, excepto una. Comenzar a grabar y usar el gráfico para medir la fuerza de fricción.
8. Utilizar la ecuación 14.2 para calcular el coeficiente de fricción para el material plástico blanco. Introducir el valor obtenido en la tabla siguiente.
9. Los coeficientes están siempre entre dos superficies.
¿Cuál es la otra superficie?.
10. Volver a colocar la bandeja inferior de plástico con una bandeja de fieltro negro y repetir. Conectar la bandeja de fieltro inferior con una bandeja de material de corcho marrón y repetir.
11. ¿Qué material tiene el coeficiente más grande? ¿Cuál tiene menos?.
12. ¿Qué tipo de fricción está midiendo, fricción estática o cinética (deslizante)?
13. Conectar las bandejas como se muestra en la Figura 14.8. Las dos bandejas inferiores deben ser de plástico blanco. Colocar una de las barras de masa de plata en cada una de las dos bandejas superiores, y realizar la prueba de tracción como antes.
14. Medir la fuerza del gráfico y utilizar la ecuación 14.2 para calcular el coeficiente de fricción para el material de plástico blanco.
15. ¿Cómo se compara este valor (con el doble de superficie) con los valores anteriores? La mayoría de los libros de texto suponen que la fricción de deslizamiento es independiente de la superficie, ¿Es verdad esto?.
16. Retirar las dos bandejas traseras, retomando la configuración original, tirando sólo dos bandejas. La bandeja inferior debe ser de corcho. Colocar las masas en la bandeja superior, y las masas negras en el carro motorizado delante del sensor de fuerza. Si el carro no tira de las bandejas, retirar una de las masas.
17. El generador de señal está ahora configurado para incrementar la tensión y para aumentar lentamente la fuerza de tracción durante un periodo de 10 segundos. Si las

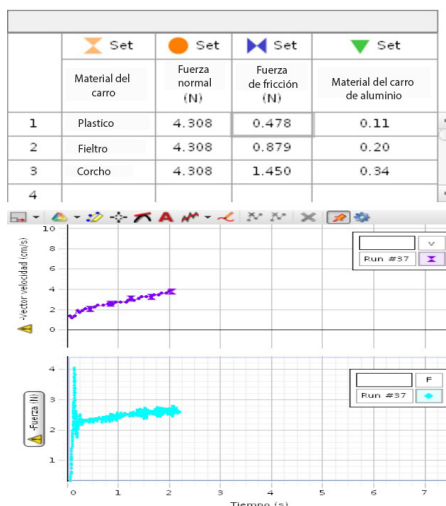


Figura 14.7: Cambio de Material

bandejas no se liberan y se mueven en ese tiempo, se deberá aumentar la amplitud del voltaje.

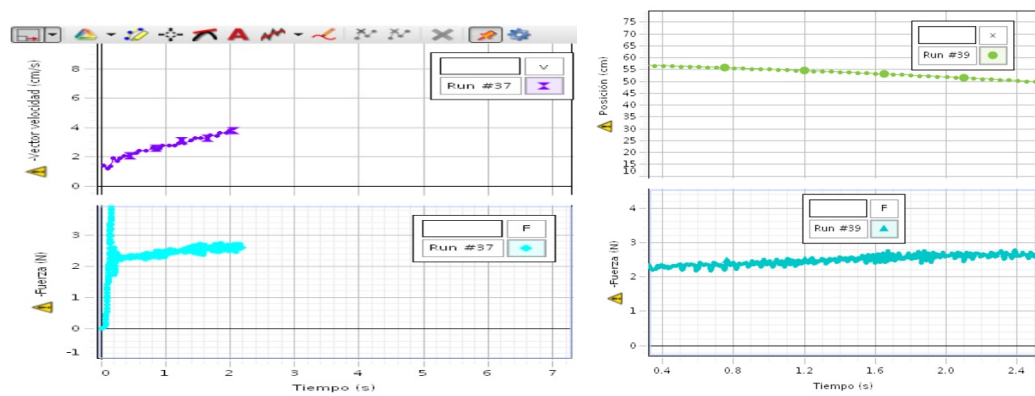


Figura 14.8: Modelo con doble superficie.

18. Comenzar la grabación y tan pronto como la bandeja empiece a deslizarse, detener la misma. Sin mover o tocar el carro y la bandeja, comenzar a grabar nuevamente.
19. Examinar los datos obtenidos. Se pueden ver desde los datos de posición donde la bandeja comienza a deslizarse, hasta el valor de la fuerza de fricción deslizando después de este punto. En el tiempo anterior, ¿Qué aspecto tiene la fuerza?.
20. La mayoría de los materiales muestran un valor para la fricción estática ligeramente mayor que para la fricción (cinética) deslizando. ¿Los datos obtenidos apoyan esto? ¿Cuál es el mayor valor obtenido para el coeficiente estático?.

Cuestionario

1. Usted intenta mover una automóvil de 1 tonelada por un piso horizontal. Para comenzar a moverlo, debe tirar con una fuerza horizontal de 300 N. Una vez que el automóvil comienza a moverse, puede mantenerse a velocidad constante con sólo 200 N. ¿Cuáles son los coeficientes de fricción estática y cinética?.



(a) Tiempo en función de la velocidad y fuerza. (b) Tiempo en función de la posición y fuerza.

Figura 14.9: Gráficos.



15. Fuerza Centrípeta

Palabras clave: *Fuerzas centrífuga y centrípeta, velocidad angular*

Introducción¹

Todos los cuerpos que siguen una trayectoria curva, están sometidos a un tipo de fuerza conocida como fuerza centrípeta (del latín, *centrum*, «centro» y *petere*, «dirigirse hacia»). Como su nombre lo indica, esta fuerza actúa hacia el centro de curvatura causando una desviación de la trayectoria rectilínea del cuerpo. Una gran variedad de fenómenos naturales pueden explicarse a través de esta fuerza. Por ejemplo, los planetas que giran alrededor del Sol describen trayectorias elípticas. En este caso, la fuerza de gravedad que ejerce el Sol sobre los planetas da origen a la fuerza centrípeta que permite que los planetas se mantengan en una órbita constante alrededor del Sol. El estudio de este tipo de fuerzas es importante no solo para comprender el movimiento de los planetas, sino porque permite el diseño de maquinarias, satélites de telecomunicaciones y entender otros fenómenos naturales como los huracanes. También la industria automotriz la estudia para desarrollar neumáticos que tengan mejor «agarre» al momento de manejar en los caminos curvados. Además, de la fuerza centrípeta existe una fuerza «ficticia» que actúa en dirección opuesta conocida como fuerza centrífuga, la cual sólo existe en el marco de referencia del cuerpo que está girando (marco no inerciales). Por ejemplo, al viajar en un vehículo sobre una curva en la carretera experimentas una fuerza «ficticia» sobre tu cuerpo que te empuja hacia fuera del vehículo. Esta fuerza «ficticia» sólo es perceptible para las personas dentro del vehículo, por lo que depende del marco de referencia, a este tipo de fuerzas se le conoce como *pseudo-fuerzas*.

¹ Basado en PASCO-Scientific/P27 [19]

Objetivo

Verificar experimentalmente la fuerza centrípeta que experimenta un péndulo usando el sensor de fuerza y de movimiento rotatorio. Identificar cómo se relacionan la fuerza centrípeta, la velocidad angular y el radio de movimiento.

Objetivos específicos:

1. Medir la fuerza centrípeta
2. Determinar la relación para la fuerza y el radio

Cuestionario Previo

1. Si un automóvil recorre una curva en la carretera, suponiendo que no hay fuerzas de fricción, ¿cuáles son las fuerzas que experimenta?.
2. ¿Cómo se calcula la velocidad angular? Calcula la velocidad angular de la Tierra; estima la velocidad angular de un ventilador.
3. ¿Qué relación existe entre la fuerza centrípeta y la velocidad angular?.
4. Define la velocidad tangencial, ¿cómo se calcula?.

Fundamento Teórico

A la fuerza centrífuga se le considera como una fuerza ficticia; porque sólo aparece en un marco de referencia no inercial (marco acelerado), que se explica con la primera Ley de Newton al describir una trayectoria tangencial a la curva (por ejemplo, la masa unida a una cuerda que se rompe). Por otro lado, la fuerza centrípeta es la responsable de mantener en movimiento sobre un camino curvo a un objeto (movimiento acelerado). La fuerza centrípeta está dirigida hacia el centro de la curvatura de la trayectoria y es expresada por la siguiente ecuación en términos de la masa (m) y de la aceleración centrípeta (a_c):

$$F_{centripeta} = ma_c = m \frac{v_t^2}{r} \quad (15.1)$$

Para el caso de movimiento circular, la aceleración radial es dada en términos de la rapidez tangencial y del radio. Se hace notar que la fuerza centrípeta es proporcional al cuadrado de la rapidez tangencial e inversamente al radio, razón del porque las curvas cerradas a exceso de velocidad son las causas de accidentes automovilísticos.

Diseño Experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número PASCO
1	Sensor de Movimiento Giratorio	PS-2120
1	Sensor de Fuerza de Alta Resolución	PS-2189
1	Péndulo de Fuerza Centrípeta	PS-2189
1	Abrazadera de Mesa	ME-9472
1	Barra de 90 cm	ME-8738
2	Abrazadera Múltiple	ME-9507
1	Cuerda	ME-8050
1	Balanza	SE-8723
1	Metro de Madera	SE-8827

Tabla 15.1: Material.

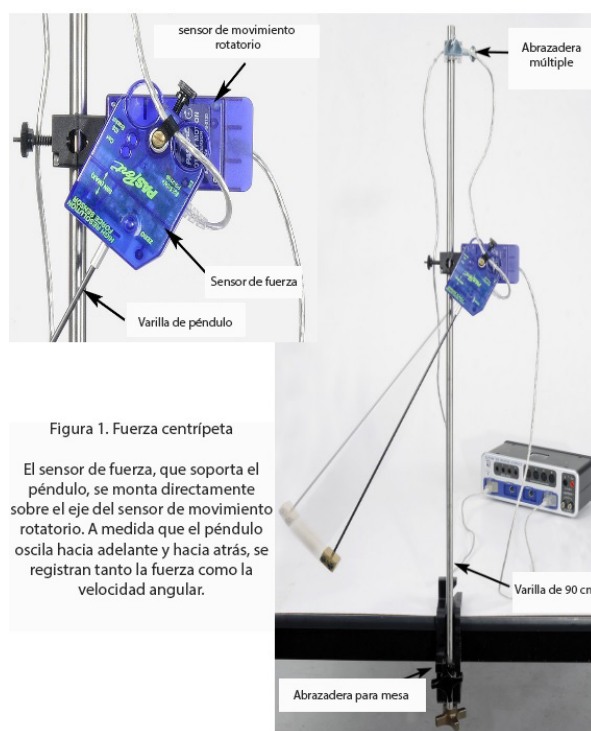


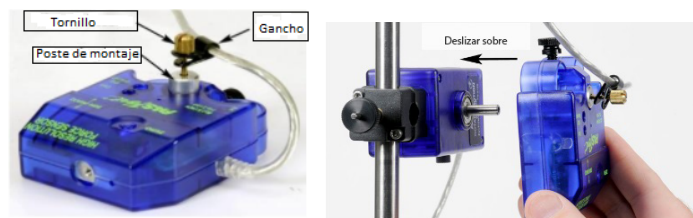
Figura 15.1: Fuerza centrípeta

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/OK15ta>.

1. Utilizar la abrazadera para la mesa y la varilla de 90 cm para soportar el sensor de movimiento giratorio como se muestra en la Figura 15.1. Conectar el sensor de movimiento rotatorio en la interfaz.
2. Utilizar el tornillo y la barra como se muestra en la Figura 15.2 para sujetar el cable del sensor de fuerza en el centro de la rotación. Esto reduce en gran medida el efecto de la cuerda sobre el movimiento del péndulo.



(a) Cable del sensor de fuerza del soporte . (b) Montaje del sensor de fuerza.

Figura 15.2: Montaje del equipo.

3. Desplazar el sensor de fuerza con la barra de montaje sobre el eje del sensor de movimiento giratorio y apretar el tornillo, como se muestra en la Figura 15.2b. El tornillo de plástico negro sujeta el sensor de fuerza al poste de montaje.
4. Utilizar la abrazadera múltiple para soportar el cable del sensor de fuerza directamente encima como se muestra en la Figura 15.1. Conectar el sensor de fuerza en la interfaz.

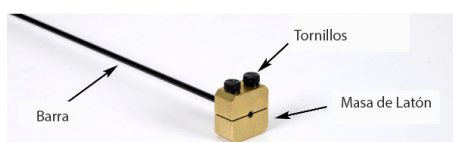


Figura 15.3: Masa del péndulo.

5. Utilizar los dos tornillos para fijar la masa del péndulo a la barra como se muestra en la Figura 15.3. Más adelante en el experimento, la masa estará localizada en varios radios, pero ahora se deberá colocar el fondo de la misma al tope con el extremo de la barra.
6. Atornillar la varilla del péndulo al sensor de fuerza como se muestra en la Figura 15.1.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 50 minutos.

1. Con el péndulo estacionario, calibrar el sensor de fuerza utilizando el botón cero del estuche. Esto calibrará el peso del péndulo, de modo que durante el experimento, el sensor de fuerza estará midiendo solamente la fuerza debido a la rotación del péndulo.

2. Sacar al péndulo del equilibrio como se muestra en la Figura 15.1, comenzar a grabar y soltar el péndulo. Inmediatamente detener la grabación, ya que sólo se quiere grabar la mitad de un ciclo.
3. Comprobar el signo de los datos de velocidad angular cuando se libera del reposo (*tiene que ser positivo*). Abrir el resumen de datos y seleccionar propiedades (*engranaje*) para el sensor de movimiento giratorio. Anotar la casilla de verificación para cambiar el signo y seleccionar el botón cero ahora; esto hará que el ángulo sea cero cuando el péndulo esté en reposo.
4. Comprobar el signo de los datos de fuerza (*también debe ser positivo*). Si es necesario, abrir el resumen de datos y seleccionar el icono de propiedades para el sensor de fuerza y cambiar el signo. Una vez que se verifique que todo está correcto, borrar todas las ejecuciones de datos.
En el siguiente ejercicio, se dejará que el péndulo oscile continuamente mientras se toman varios conjuntos de datos cortos. Cada conjunto de datos tiene que ser alrededor de uno o dos ciclos de largo. Se debe tener al menos un máximo en los datos de velocidad angular: Esto corresponde a cuando el péndulo está en la parte inferior de su oscilación.
5. Sacar al péndulo del equilibrio nuevamente y soltarlo, después de haber completado un ciclo, comenzar a grabar y tomar datos para 1 o 2 ciclos, y luego detener. Sin tocar el péndulo, registrar los datos para otro par de ciclos. La única parte importante de cada ejecución de datos es que se observe un valor máximo para los datos de velocidad angular. Seguir registrando más ciclos (*sin alterar el péndulo*) hasta que el máximo de velocidad angular sea inferior a 1 rad/s . Se tienen que obtener al menos 10 ejecuciones.
6. Utilizar el selector de datos de la barra de herramientas del gráfico, y seleccionar *Ejecutar*. Tener en cuenta que las estadísticas están activadas, mostrando el valor máximo en ambos gráficos.
7. Verificar que los dos máximos son para el mismo tiempo. Se puede utilizar la herramienta de selección de datos para resaltar sólo el pico que se desea.
8. Si los datos son demasiado ruidosos, se puede utilizar la herramienta de suavizado.
9. Introducir los valores de la fuerza y velocidad máximas en la tabla siguiente. Repetir para las otras ejecuciones.

Num	Max F (n)	Max ω (rad/s)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Tabla 15.2: Max F y Max ω

10. En general, la fuerza centrípeta es la suma de las componentes de todas las fuerzas que actúan sobre la masa del péndulo dirigida hacia el centro del círculo, que debe incluir el peso del péndulo. Pero para estos datos, los datos de fuerza son la fuerza centrípeta. ¿Por qué?
11. ¿Los datos obtenidos son lineales? ¿Es la fuerza centrípeta directamente proporcional a la velocidad angular?
12. Utilizar la herramienta de cálculo—rápido y cambiar el eje horizontal a ω^2 . (ver apéndice para mayor información acerca de *Cálculo—Rápido*). ¿Los datos son lineales ahora? ¿Cómo depende la fuerza centrípeta de la velocidad angular?
13. Utilizar un ajuste lineal y registrar la pendiente para su uso posterior. ¿Cuáles son las unidades?
14. En esta sección, variará el radio. Deslizar la masa por la varilla y usar un metro ver Figura 15.4. Para colocar la parte superior de la masa a 20 cm del centro de rotación.
15. Observar la visualización del ángulo añadido. Para cada serie, se desea que la amplitud inicial de la velocidad angular sea de aproximadamente 4 rad/s. Esto es determinado por el desplazamiento angular inicial, y por lo tanto ayuda a observar el ángulo.
16. Con el péndulo en reposo, comenzar a grabar. Desplazar el péndulo alrededor de 30° y soltarlo. Si la velocidad angular máxima inicial no es de 4 rad/s, entonces se debe detener la grabación e intentar otra ejecución, ajustando el desplazamiento inicial.
17. Grabar datos hasta que la amplitud de la velocidad angular esté por debajo de 3 rad/s.



Figura 15.4: Desplazar la masa 20 cm.

18. En este ejercicio, variará el radio, pero la fuerza será siempre leída cuando la velocidad angular sea de aproximadamente 3 rad/s.
19. Debido a que existe un error muy grande en la medición de la velocidad angular, se deben hacer varias mediciones en cada radio, como se muestra en la Tabla 15.4.
20. Examinar cuidadosamente los datos. Se quiere encontrar el momento en que la velocidad angular de amplitud es lo más cercana posible a 3 rad/s (en cualquier dirección). En ese momento, medir la máxima fuerza positiva.
21. Una vez que se obtenga una buena ejecución, usar la herramienta de coordenadas para medir la fuerza a 3 $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ e ingresar los valores en la Tabla 15.3, a continuación. Cuando se obtenga un buen promedio sólido, ingresar esa fuerza promedio en la Tabla 15.4. Repetir para todos los radios listados.
22. ¿Los datos obtenidos son lineales?

Num	Fuerza (N)
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
Media	—

Tabla 15.3: Fuerzas

23. ¿Cómo depende la fuerza centrípeta del radio?.

Num	Radio (cm)	Avg F (N)
1	20	
2	25	
3	30	
4	35	
5	40	
6	45	
7		
8		
9		
10		

Tabla 15.4: Radio y Fuerza promedio

En este experimento, se encontró que la fuerza centrípeta sobre un objeto que gira en movimiento circular es directamente proporcional al radio (r) del círculo y proporcional al cuadrado de la velocidad angular ω . Esto puede resumirse como:

$$F_c = mr\omega^2 \quad (15.2)$$

Donde m es la masa del objeto en movimiento circular. Así, una gráfica de F en función de ω^2 da como resultado una línea recta con una pendiente igual a mr .

Dependencia del radio y la fuerza centrípeta.

1. Reposicionar la masa al tope con el extremo de la varilla, como ocurrió en la primera parte del experimento. Medir la distancia desde la parte superior de la masa hasta el centro de rotación. ¿Por qué este no es el radio correcto para usar en la ecuación?.
2. Retirar el péndulo y la barra del sensor de fuerza y usar una balanza para encontrar su masa.
3. Utilizar esta masa y la pendiente de la gráfica para encontrar el radio efectivo (r).

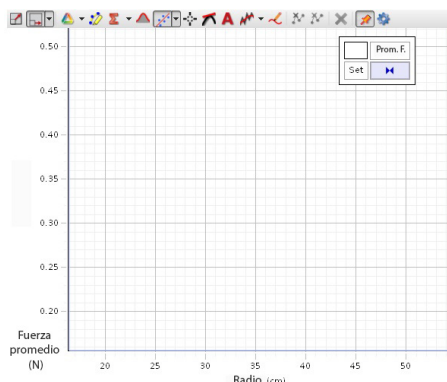


Figura 15.5: Dependencia del radio y la fuerza centrípeta.

4. ¿Cómo se compara el radio efectivo calculado con la longitud medida en la parte 1, arriba?.
5. Usar un trozo de cuerda para equilibrar el péndulo y encontrar el centro de masa.

Cuestionario

1. Un automóvil deportivo viaja a través de una curva sin peralte de radio R . Si el coeficiente de fricción estática (ver Capítulo 14) entre los neumáticos y la carretera es m_s , ¿Cuál es la rapidez máxima v_{mx} con que el conductor puede tomarse la curva sin derrapar?.
2. Una curva de 30 m de radio está peraltada de manera que un auto puede tomarla a 15 m/s . Hallar la pendiente de la curva.
3. Una esfera b está unida al extremo de un hilo de 24 cm de longitud cuyo otro extremo es un punto fijo O . La esfera describe una circunferencia horizontal de radio C_B . Hallar la velocidad de la esfera sabiendo que el hilo forma un ángulo de 30 grados con la vertical.
4. Un cuerpo de 2 kg está unido a una cuerda describe una circunferencia vertical de 3 m de radio. Hallar: a) la velocidad mínima V_t que debe tener el cuerpo en la posición más alta para que la cuerda permanezca estirada. b) la mínima velocidad V_b en la posición más baja para que la cuerda siga tirante cuando el cuerpo se dirige hacia la posición superior de la circunferencia. c) La tensión T_b en la cuerda cuando el cuerpo está en la posición inferior de la circunferencia moviéndose a la velocidad crítica V_b .



16. Conservación de la Energía

Palabras clave: *Conservación, energía, energía potencial, energía cinética, péndulo*

Introducción¹

A lo largo de la historia de la física, los principios fundamentales de la física se han mantenido invariantes, como es el caso de la conservación de la energía; «la energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma», es decir, la cantidad total de energía de un sistema aislado es constante a lo largo del tiempo, aunque pueda transformarse en otra forma de energía. Aún más, les llamamos «sistemas conservativos» a aquellos sistemas mecánicos en los que se conserva la energía y «sistemas no conservativos» a aquellos que pierden (disipan) energía, por ejemplo, la fricción. Es de suma importancia aprender este principio ya que es un principio muy útil que ayuda a explicar desde fenómenos muy sencillos, como por ejemplo, la conversión de energía eléctrica en energía calorífica mediante un calefactor, hasta fenómenos más complejos, tal como las reacciones termonucleares o el movimiento de las galaxias, entre otros.

Objetivo

Se verifica fenomenológicamente la conservación de energía en el movimiento de oscilación de un péndulo.

Objetivos específicos:

1. Medir la rapidez con la que se mueve el péndulo.
2. Medir la altura.
3. Medir indirectamente la energía potencial y la energía cinética.

¹ Basado en PASCO-Scientific/P30 [20]

Cuestionario Previo

1. Las carreteras en la montaña rara vez suben en línea recta la ladera de la montaña, sino que la suben serpenteando gradualmente. Explique por qué.
2. ¿Cuál es la diferencia entre energía cinética y la energía potencial?
3. Supongamos que un día se descubre que la ley de conservación de energía esta incorrecta. Si este fuera el caso, describe de manera cualitativa, ¿Cómo crees que funcionaría un automóvil?
4. ¿Cuál es la diferencia entre fuerzas conservativas y no conservativas?. Da un par de ejemplos.
5. ¿Cuál sería el diagrama de energía para un péndulo simple?

Fundamento Teórico

Cuando un péndulo oscila, la energía potencial se transforma en energía cinética, y luego de nuevo a la energía potencial, ya que la velocidad y la elevación del péndulo varían durante el movimiento. En este experimento, el movimiento del péndulo se mide por el sensor de movimiento giratorio. La altura h del péndulo se calcula usando el ángulo θ y la longitud del péndulo L . Usando trigonometría, se puede demostrar que:

$$h = L(1 - \cos \theta) \quad (16.1)$$

Diseño Experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número PASCO
1	Sensor de Movimiento Giratorio	PS-2120A
1	Set de Densidades	ME-8569
1	Abrazadera Múltiple	ME-9507
1	Abrazadera de Mesa	ME-9472
1	Barra de 90 cm	ME-8738
1	Barra de 45 cm	ME-8736
1	Cuerda	SE-8050
1	Balanza	SE-8723
1	Metro de Madera	SE-8827

Tabla 16.1: Material.

Instalación del equipo

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>.

1. Fijar la abrazadera y la varilla de 90 cm a la mesa como se muestra en la Figura 16.1. Utilizar la abrazadera múltiple y la varilla de 45 cm para suspender el sensor de movimiento.

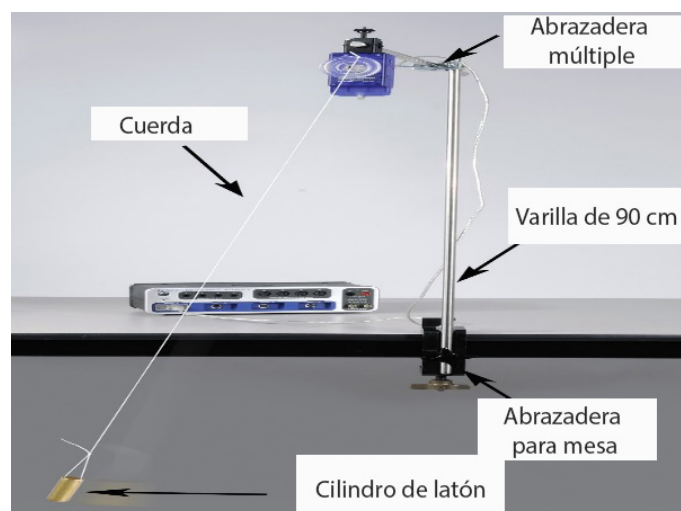


Figura 16.1: Péndulo simple.

2. Utilizar una balanza para determinar la masa del cilindro de latón del conjunto de densidad.
3. Cortar una cuerda de aproximadamente 1.5 m de longitud y enhebrar un extremo a través de ambos agujeros de la polea del sensor de movimiento giratorio como se muestra en la Figura 16.2. Hacer un nudo en la parte superior para evitar que la cuerda se retraiga.

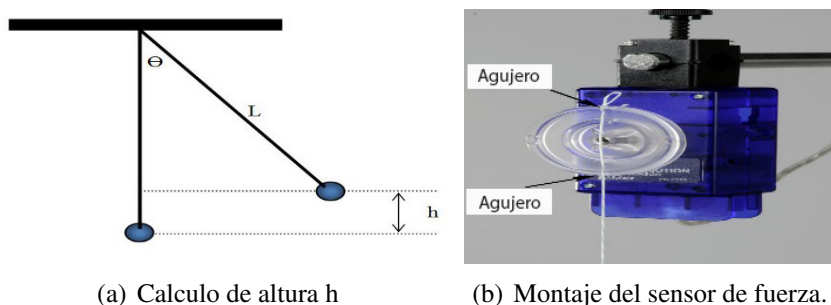


Figura 16.2: Cuerda a través de la polea

4. Atar la masa al otro extremo de la cuerda. La cuerda debe ser lo más larga posible, sin que la masa toque el suelo. Con la mayor exactitud posible, determinar la longitud L de su péndulo. Medir desde el centro de rotación hasta el centro de la masa cilíndrica.

Cálculando la rapidez del contrapeso

Utilizar la plantilla del software Capstone de PASCO, como alternativa para realizar los cálculos de la rapidez.

1. Abrir la herramienta calculadora y sustituir los valores que se encuentran por defecto por los valores medidos para el péndulo de este experimento.

2. Cálculo 2 para la masa m .
3. Cálculo 4 para la longitud L .
4. El cálculo 3 utiliza la relación entre la velocidad tangencial v y la velocidad angular de rotación ω .

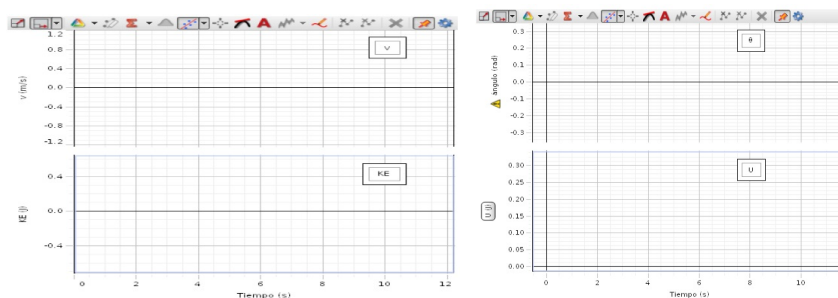
$$v = \omega r \quad (16.2)$$

donde el radio r es igual a L , la longitud del péndulo. La velocidad de rotación angular ω se calcula tomando la derivada del ángulo θ .

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 40 minutos.

1. Verificar que el péndulo está absolutamente inmóvil y comenzar a grabar.
2. Inmediatamente mover del péndulo lateralmente y soltarlo suavemente. Se sugiere que el ángulo sea alrededor de 30° , pero es recomendable hacer varias tiradas con diferentes y verificar los resultados.
3. Sólo son necesarias 2 o 3 oscilaciones, luego detener la grabación.
4. Los datos deben estar completamente libres de picos. Si el péndulo no se libera suavemente, habrá oscilaciones secundarias no deseadas. Repetir hasta que se obtenga una buena y suave ejecución.
5. Utilizar la herramienta de coordenadas para medir la primera velocidad máxima del péndulo.
6. Usando esta velocidad y la masa del péndulo, calcular la energía cinética máxima.
7. Medir la energía cinética del gráfico para el mismo tiempo y comparar.



(a) Energía cinética.

(b) Montaje del sensor de fuerza.

Figura 16.3: Energía cinética.

8. Utilizar la herramienta de coordenadas para medir el primer máximo en el ángulo del péndulo.
9. Usando la ecuación 15.1, calcular la altura resultante (h).
10. Usando esta altura y la masa del péndulo, calcular la energía potencial máxima.
11. Medir la energía potencial del gráfico para el mismo tiempo y comparar.
12. ¿Cómo se compara esta energía potencial máxima con la energía cinética máxima de la página anterior?, ¿Cómo deben ser?
13. En la gráfica 16.4 se muestra tanto la energía cinética como la energía potencial. En general, ¿Qué se puede decir acerca de estas dos curvas?. Por ejemplo, cuando una de las energías disminuye, ¿Qué le sucede a la otra?.

14. Usando anotaciones, marcar donde el péndulo está en la parte superior de la oscilación y donde está en la parte inferior.

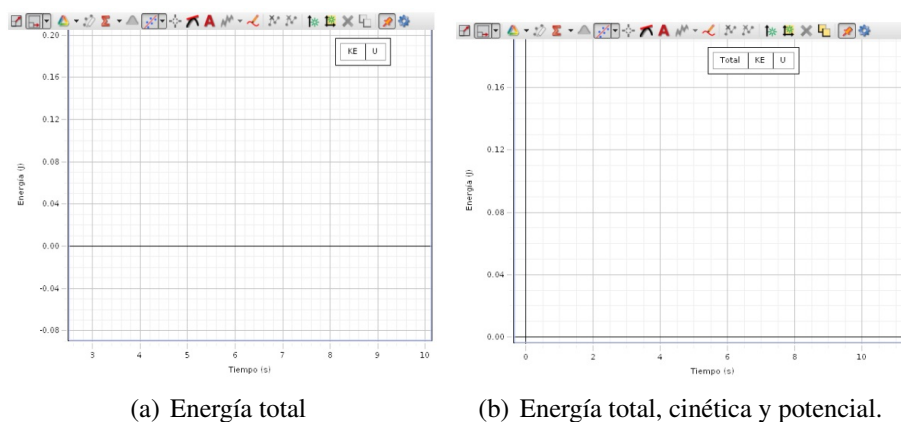


Figura 16.4: Graficando la energía total, cinética y potencial

15. Este gráfico incluye la energía total ($K + U$).
 ¿Qué se puede concluir sobre las transformaciones y la conservación de la energía para el movimiento de un péndulo?.
16. ¿En general, la energía total tiende a disminuir o aumentar?, ¿Cuál es la razón?.

Cuestionario²

1. Se lanza un balón verticalmente hacia arriba con rapidez inicial v_0 . Si no se desprecia la resistencia del aire, se encuentra que cuando el balón regresa a su altura inicial, entonces su rapidez será menor que v_0 . Explique esto usando conceptos de energía.
2. Una montaña rusa eleva lentamente un carrito lleno de pasajeros a una altura de $y = 25$ m, desde donde se acelera cuesta abajo. Despreciando la fricción en el sistema ¿A qué velocidad llegará el carrito al fondo?.
3. Un flujo de cenizas de un volcán se mueve a través de un terreno horizontal y encuentra una pendiente de 10 grados hacia arriba. Se observa que avanza 920 m por la pendiente antes de llegar al reposo. El flujo contiene gases atrapados, de modo que la fuerza de fricción con el terreno es muy pequeña y puede despreciarse. ¿A qué rapidez se movían las cenizas en el momento antes de llegar a la pendiente?.

²Basado en [3]

A photograph of a pool table with a blue felt surface. A white cue ball is in the foreground, being struck by a wooden cue stick. Several other balls of different colors (yellow, purple, red, orange, blue, green) are scattered across the table. The background is dark and out of focus, showing some lights.

17. Las Colisiones en 1D

Palabras clave: *Colisión elástica, inelástica, energía, momento lineal, conservación del momento lineal*

Introducción¹

Para entender la interacción entre diferentes objetos, por ejemplo, el movimiento de las bolas en el billar o la energía cinética liberada al momento del choque de un meteorito con la Tierra; es necesario introducir los conceptos de colisiones y conservación de energía. Estos principios son válidos incluso en los grandes colisionadores de partículas, en los cuales se alcanzan rapidez cercanas a la rapidez de la luz.

Objetivo

Las colisiones elásticas e inelásticas se realizarán haciendo uso de 2 carros con masas diferentes, los cuales utilizan topes magnéticos en la colisión elástica y parachoques de velcro en la colisión inelástica. Tanto el impulso y la energía cinética se examinan antes y después de las colisiones.

Objetivos específicos:

1. Verificar la conservación del momento lineal para colisiones elásticas e inelásticas en una dimensión.

¹Basado en PASCO-Scientific/P33 [21]

Cuestionario Previo

1. Explica la diferencia entre una colisión elástica y una colisión inelástica.
2. Después de una colisión, los pasajeros que no usaban cinturón de seguridad son lanzados a través del parabrisas. ¿Por qué?
3. Un camión (A) choca de frente contra de un automóvil (B). ¿Cuál fuerza tiene mayor magnitud entre A o B, o son iguales? ¿Su respuesta depende de la rapidez de cada vehículo antes del choque o de la masa de cada uno de los vehículos? ¿Por qué?

Fundamento Teórico

El impulso de un carro depende de su masa y velocidad.

$$\text{Momentum} = p = mv \quad (17.1)$$

La dirección del momento es la misma que la dirección de la velocidad. Durante una colisión, el momento total del sistema de los dos carros se conserva debido a que la fuerza neta sobre el sistema de los 2 carros es cero. Esto significa que el momento total justo antes de la colisión es igual a la cantidad de movimiento total justo después de la colisión. Si el impulso de uno de los carros disminuye, el impulso del otro carro deberá de aumentar en la misma cantidad. Esto es cierto independientemente del tipo de colisión, e incluso en los casos en que la energía cinética no se conserva.

La energía cinética de cada carro depende de su masa y velocidad. La energía total del sistema de los 2 carros se encuentra sumando las energías cinéticas de cada uno de los carros, la cuál se puede calcular a través de la siguiente expresión,

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (17.2)$$

Diseño Experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número PASCO
2	Sensor de Movimiento	PS-2103A
1	Sistema Dinámico con dos carros	ME-6955
1	Parachoques Elástico	ME-8998
1	Balanza	SE-8723

Tabla 17.1: Material.

Nota: La velocidad de cada carro se mide usando el sensor de movimiento.

Instalación del equipo.

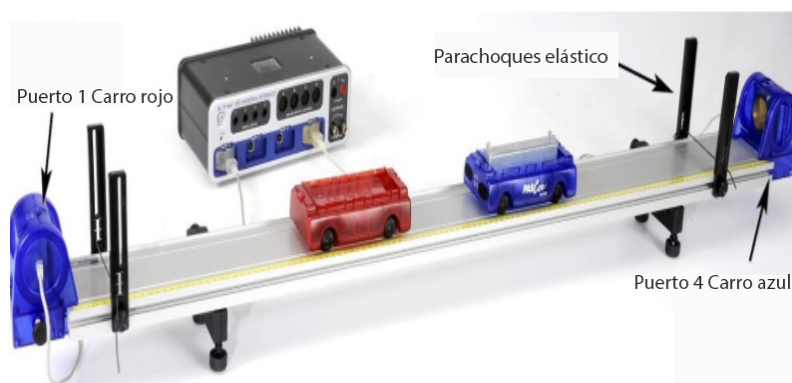


Figura 17.1: Material de práctica

Tiempo estimado de armado: 10 minutos.

Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>.

1. Instalar tanto amortiguadores elásticos y patas ajustables, como se muestra en la Figura 17.1.
2. Usar una balanza para medir la masa de ambos carros con la barra de masa extra.
3. Colocar los sensores de movimiento a la pista. Mantener la orientación mostrada (ver Figura 17.1), con el sensor de movimiento del carro rojo conectado al puerto P1 y el sensor de movimiento del carro azul conectado al puerto P4 de la interfaz.
4. Nivelar la pista colocando los tornillos de nivelación en la parte inferior de la misma. Cuando se coloca un carro en reposo en la pista, se debe empujar en cada dirección. No debería acelerar en cualquier dirección.
5. Orientar los carros de modo que los extremos del velcro se junten entre sí, como se muestra en la Figura 17.2.
6. El programa está configurado de modo que las velocidades de los dos carros son positivos a la derecha, cuando los carros se están alejando del sensor conectado al puerto P1, comenzar la grabación y empujar los carros hacia la derecha. Verificar que se están consiguiendo buenos datos, limpios y con velocidad positiva. Abrir la calculadora para ver los cálculos 1 y 2, donde se establecen estas señales: M_{rojo} es la masa del carro rojo y M_{azul} es la masa del carro azul.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 40 min.

1. Colocar el carro azul (con la barra de masa extra) a unos 40 cm de su sensor de movimiento y el carro de color rojo alrededor de 20 cm de su sensor de movimiento.
2. Comenzar a grabar y empujar el carro rojo hacia el azul. Existe una condición de parada automática que debe detener la toma de datos cuando el carro azul está más cerca de 20 cm del sensor.

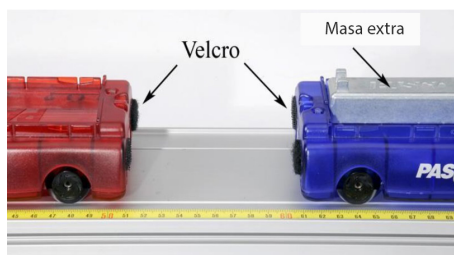


Figura 17.2: Configuración colisión inelástica

3. Obtener datos limpios suaves antes y después de la colisión. Abrir el resumen de datos y cambiar el nombre de esta ejecución a **inelástico**.
4. Hacer uso de la herramienta *coordenadas*, medir la velocidad del carro rojo justo antes y después de la colisión.
5. Calcular la cantidad de movimiento total antes y después de la colisión. ¿Qué se concluye, se conservó el impulso?
Velocidad antes y después $V_{rojo}(t = inicial) = \underline{\hspace{2cm}}$ y $V_{rojo}(t = final) = \underline{\hspace{2cm}}$, así como el momento antes y después $P_{inicial} = \underline{\hspace{2cm}}$ y $P_{final} = \underline{\hspace{2cm}}$
6. Invertir los 2 carros de modo que los extremos con los imanes se toquen entre sí, pero mantener el carro rojo cerca del sensor de movimiento conectado al P1.
7. Colocar los carros en la pista como antes, comenzar a grabar y empujar el carro rojo hacia el azul. Obtener buenos datos y nombrar esta ejecución como **elástica**.
8. Al igual que en el punto 4, hacer uso de la herramienta *coordenadas*, medir la velocidad del carro rojo justo antes y después de la colisión.
Nota: No se debe ignorar el signo de la velocidad.
9. Medir la velocidad del carro azul justo después de la colisión.
10. Al igual que en el punto 5, calcular la cantidad de movimiento total antes y después de la colisión. ¿Qué se puede concluir, se conservó el impulso?.
11. ¿Fue más difícil de determinar cuándo medir para la colisión elástica?.
¿Por qué las curvas son más redondeadas en el punto de colisión?.

$$\begin{aligned}
 V_{rojo}(t = antes) &= \underline{\hspace{2cm}} \\
 V_{rojo}(t = despues) &= \underline{\hspace{2cm}} \\
 V_{azul}(t = despues) &= \underline{\hspace{2cm}} \\
 P(t = antes) &= \underline{\hspace{2cm}} \\
 P(t = despues) &= \underline{\hspace{2cm}}
 \end{aligned}$$

12. Abrir la ventana de la calculadora y observar el cálculo del paso 3, que calcula automáticamente la cantidad de movimiento total de los 2 carros para toda la serie de datos. Se pueden reemplazar las masas aproximadas de los carros (cálculos 4 y 5) con sus valores reales.
13. En el gráfico que se muestra a continuación, utilizar el selector de ejecución para mostrar los datos de la colisión inelástica.
14. Examinar el gráfico de movimiento para ver lo que sucede antes, durante y después de la colisión. ¿Se ve como el momento se conserva?.

15. Repetir el procedimiento para la colisión elástica.
16. Abrir la calculadora y observar el cálculo 6, que calcula automáticamente la energía cinética total de los dos carros para toda la serie de datos.
17. Utilizar el selector de ejecución para mostrar los datos de la colisión inelástica.
18. Examinar el gráfico de la energía cinética para ver lo que sucede antes, durante y después de la colisión. ¿Parece que la energía se conserva?. ¿Dónde se disipa la energía?.
19. Seleccionar un punto antes y después de la colisión y calcular la energía cinética por sí mismo. ¿El valor calculado corresponde al de la gráfica?.
20. Seleccionar la colisión elástica. Explicar esta curva. ¿Qué ocurre con la energía cinética durante la colisión. ¿Por qué disminuye durante la colisión y luego regresa?, ¿Hacia dónde se disipa?.
21. Colocar en posición los dos carros de modo que tengan el velcro con los extremos juntos entre sí. Presionar el émbolo en el carro rojo a la posición 3.
22. Colocar los 2 carros en contacto entre sí en el centro de la pista.
23. Iniciar la grabación y pulsar el botón de disparo (ver Figura 17.2) para poner en marcha los carros.
24. Obtener los mejores datos y nombrar esta ejecución como colisión.

Analizando la colisión

1. ¿Cuál fue el momento total de ambos carros antes de la colisión?.
2. ¿Cuál fue el momento total de ambos carros después de la colisión?.

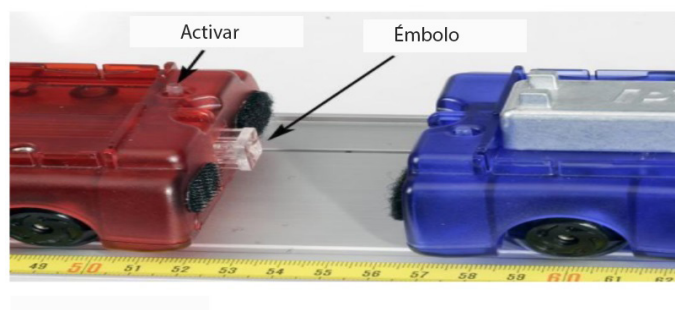


Figura 17.3: Carro de colisión

3. ¿Cuál fue la energía cinética total de ambos carros antes de la colisión?.
4. Después de la colisión, ¿es la energía cinética total de los 2 carros la misma que antes?.
5. Ahora bien, utilizar el selector de datos para mostrar gráficos de movimiento y la energía de la colisión. ¿respondiste las preguntas anteriores correctamente?.

Cuestionario²

1. Considere a un automovilista que viaja a una rapidez constante de 100 km/hr . El conductor al quedarse dormido se impacta contra un árbol. Calcula la desaceleración

²Basado en Sears, Zemansky y Young [27]

que sufre el conductor al momento del impacto al reducir su rapidez a 0 km/hr . Cuantitativamente compara este valor de desaceleración con el valor de g .

2. Un estudiante propone un diseño para una defensa contra choques de automóviles que consistente en un resorte con masa despreciable capaz de detener una vagoneta de 1700 kg que se mueve a 20.0 m/s . Para no lastimar a los pasajeros, la aceleración del automóvil al frenarse no puede ser mayor que $5.00g$. a) Calcule la constante de resorte k requerida, y la distancia que el resorte se comprimirá para detener el automóvil. No considere la deformación sufrida por el automóvil, ni la fricción entre el automóvil y el piso. b) ¿Qué desventajas tiene este diseño?.



18. Péndulo Balístico

Palabras clave: *Fuerza, velocidad, aceleración, momento, péndulo, conservación de cantidad de movimiento, conservación de energía*

Introducción¹

En este experimento, recreamos una de las técnicas para calcular la rapidez inicial de una bala. Después de que la bala sale del cañón, sufre un choque inelástico con el péndulo para absorber su energía cinética. *En la vida diaria observamos esto en los lanzamientos de proyectiles y en los disparos con arma de fuego más a menudo.*

Objetivos

El péndulo balístico se utiliza para determinar la velocidad de salida de un balón disparado por un lanzador de proyectiles. Las leyes de conservación del momento y la conservación de la energía se utilizan para derivar la ecuación de la velocidad de salida.

Objetivos específicos:

1. Calcular la velocidad inicial
2. Estudiar la conservación de energía
3. Estudiar la conservación de cantidad de movimiento

¹Basado en PASCO-Scientific/P35 [22]

Cuestionario Previo

1. Para un proyectil, ¿Se cumplen las leyes de conservación de momento y energía?.
2. ¿Cuál puede ser la relación entre el movimiento del proyectil y el del péndulo?.
3. Un choque elástico en un sistema aislado es uno en el que se conserva la energía cinética (al igual que el momento lineal). Las bolas de billar casi no se deforman al chocar, y pronto recuperan su forma original. Por ello, la fuerza de interacción entre las bolas es casi perfectamente conservativa, y el choque es casi perfectamente elástico. Grabar un vídeo que ejemplifique los choques donde se conserve la energía y la cantidad de movimiento.

Fundamento Teórico

El péndulo balístico históricamente ha sido utilizado para medir la velocidad de lanzamiento de un proyectil de alta velocidad. En este experimento, un lanzador de proyectil dispara un balón de acero a una velocidad de lanzamiento, v_o . La energía cinética del balón es transferida al péndulo de masa m_p .

Después de que el impulso de la bola se transfiere al sistema receptor-bala, el péndulo oscila libremente hacia arriba, levantando el centro de masa del sistema a una distancia h . La barra del péndulo es hueca para mantener baja masa, y la mayor parte de la masa se concentra en el extremo de manera que todo el sistema se aproxima a un péndulo simple. Durante el choque de la esfera con el receptor, el momento total del sistema se conserva. Así pues, el momento de la bala justo antes de la colisión es igual al momento del sistema de esfera-receptor inmediatamente después de la colisión:

$$m_b v_o = Mv \quad (18.1)$$

Donde v es la velocidad del sistema colector-esfera justo después de la colisión, y M es la masa combinada de esfera + receptor.

$$M = m_b + m_p \quad (18.2)$$

Durante la colisión, parte de la energía cinética inicial de la pelota se convierte en energía térmica. Después de la colisión, debido a que el péndulo oscila libremente hacia arriba, podemos suponer que la energía se conserva y que toda la energía cinética del sistema colector-esfera se transforma en aumento de energía potencial gravitatoria.

$$\frac{1}{2}Mv^2 = Mgh \quad (18.3)$$

Donde la distancia h es la elevación vertical del centro de masa del sistema péndulo-esfera.

Combinando las ecuaciones 18.1 a 18.3, para eliminar v , se obtiene la ecuación

$$v_o = \frac{M}{m_b} \sqrt{2gh} \quad (18.4)$$

La altura del péndulo (h) se calcula usando el ángulo, θ , y la longitud del péndulo, L , como se muestra en la Figura 18.3. Con el uso de trigonometría, se puede demostrar que:

$$h = L(1 - \cos \theta) \quad (18.5)$$

La longitud del péndulo, L , se mide desde el punto de pivote hacia el centro de masa del péndulo. Dado que en esta práctica de laboratorio el péndulo no es un punto de masa, el centro de masa se determina equilibrando el péndulo en un borde.

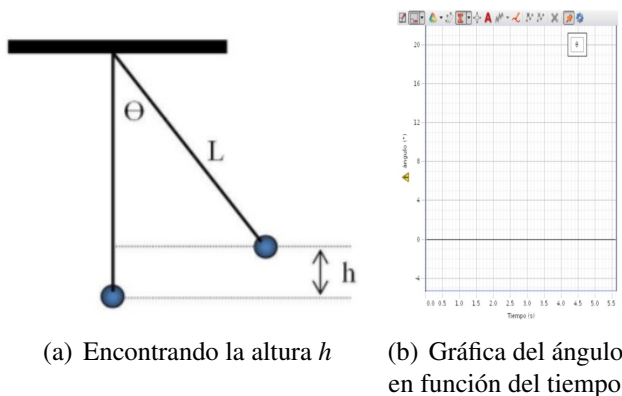


Figura 18.1: Péndulo.

Diseño experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número PASCO
1	Sensor de movimiento rotatorio	PS-2120a
2	Sensor fotocompuerta	ME-9498A
1	Soporte de Montaje	ME-6821A
1	Abrazadera Grande de Mesa	ME-9472
1	Varilla de 90 cm	ME-8738
1	Mini Launcher	ME-6825A
1	Péndulo Balístico	ME-6829
1	Metro de Madero	SE-8827
1	Balanza	SE-8723

Tabla 18.1: Material.

Instalación

Tiempo estimado de armado: 15 minutos.

Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>.

1. Colocar la abrazadera de la tabla con la varilla de 90 cm a la mesa como se muestra en la Figura 18.2.

2. La Figura 18.2 (b), muestra el lado posterior del soporte lanzador. Fijar el lanzador en el soporte utilizando los 2 tornillos a través de los dos orificios. No utilizar las ranuras curvadas.
3. Deslizar el soporte lanzador sobre la varilla, y asegurarla con los dos tornillos en la parte frontal como se muestra.

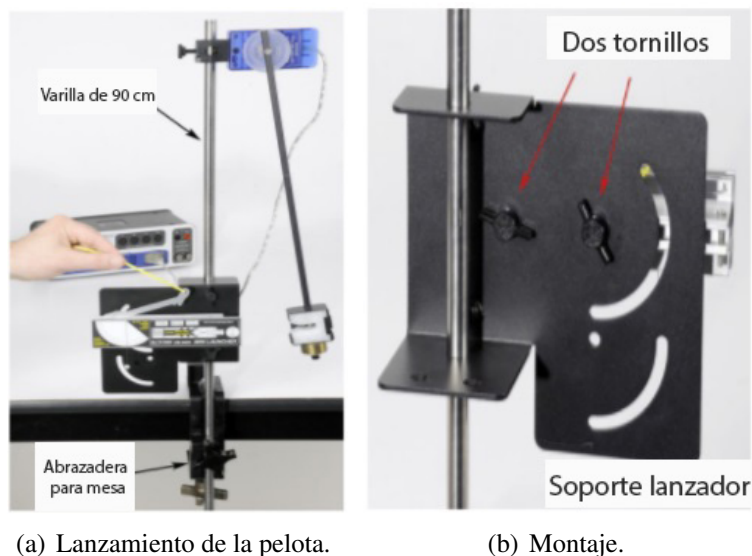


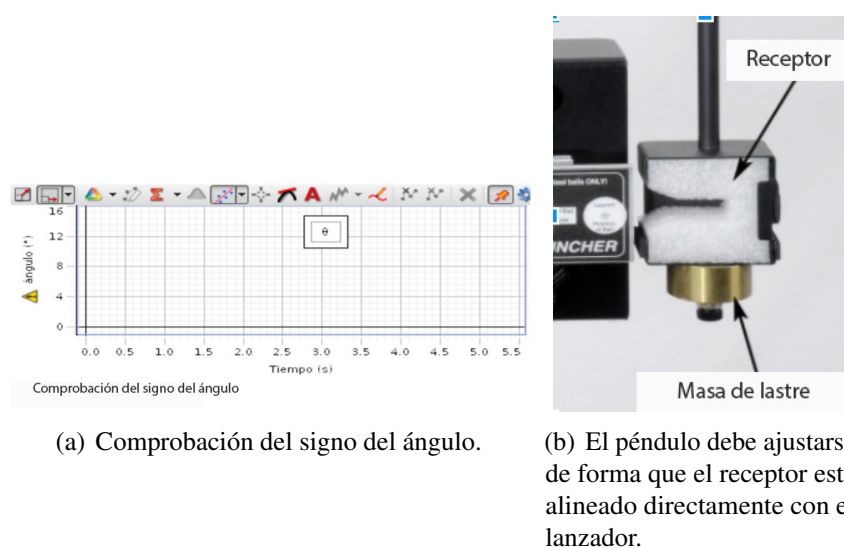
Figura 18.2: Partes del material.

4. Colocar la masa de 100 g a la parte inferior del colector de péndulo, como se muestra en la Figura 18.3 (b).
5. Deslizar el sensor de movimiento rotatorio en varilla de 90 cm, y adjuntar el péndulo a la polea. Conectar el sensor a la interfaz.
6. Comenzar a grabar, girar el péndulo a cierta distancia del lanzador. El ángulo debe ser positivo. Se puede cambiar el signo del ángulo mediante el sensor de giro desde el otro lado, o se puede cambiar el signo de las propiedades para el sensor.
7. Ajustar la posición del sensor de giro de modo tal que el receptor cuadrado en la parte inferior del péndulo se alinee con el lanzador.
8. Si se aflojan los 2 tornillos en la parte posterior del lanzador, se puede deslizar horizontalmente el lanzador. Deslizar el lanzador de modo que casi toque el receptor del péndulo. Verificar que el lanzador esté listo para un ángulo de lanzamiento de cero grados, y luego volver a apretar los tornillos de mariposa.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 50 minutos.

1. Para cargar el lanzador, poner el péndulo fuera del camino, colocar la esfera en el extremo del cañón y, utilizando una varilla de empuje, impulsar la pelota por el cañón hasta que el disparador atrape en la tercera posición (de largo alcance).
2. El péndulo volverá a su posición normal, esperar hasta que deje de moverse.



(a) Comprobación del signo del ángulo.

(b) El péndulo debe ajustarse de forma que el receptor esté alineado directamente con el lanzador.

Figura 18.3: Montaje del equipo.

3. Comenzar la grabación e inmediatamente lanzar la esfera de manera que se vea atrapado en péndulo. Existe una condición de parada que debe detener la grabación de datos.
4. Si la esfera no está atrapada, comprobar la alineación.
5. Registrar el ángulo máximo en la tabla, y repetir varias veces. Tener en cuenta que se calcula el valor medio.
6. Repetir hasta que se obtenga un buen valor medio para el ángulo, a continuación, grabar ese ángulo en la página siguiente.
7. Retirar el péndulo del sensor de giro, y medirlo con el metro de madera como se muestra en la Figura 18.4. Tomar en cuenta que la esfera está todavía en el receptor.
8. Encontrar el punto en el que el colector se extiende tan lejos como sea posible a lo largo del borde del metro de madera. Cuando se equilibre correctamente, el centro de masa estará directamente sobre el extremo del palo.
9. Registrar L , la distancia desde el centro de masa hacia el pivote (tornillo). Medir esto varias veces y estimar su incertidumbre.
10. Utilizar del valor promedio para la L y la ecuación 18.5 para calcular la altura, h .
11. Retirar la esfera del receptor y, utilizando una balanza, medir la masa del péndulo (sin la esfera) y la masa de la pelota.
12. Usar la ecuación 18.4. Calcular la velocidad de lanzamiento, v_o , de la pelota. Estimar el error en su valor y reportarlo en la bitácora

$$\text{Angulo}_{\text{promedio}} =$$

$$L_{\text{promedio}} =$$

$$h =$$

$$m_b =$$

$$m_p =$$

$$v_o =$$

13. Acoplar la fotocompuerta al lanzador utilizando el soporte de la fotocompuerta como se muestra en la Figura 18.5. Deslizar el soporte para que fotocompuerta num.1 este



Figura 18.4: Medición del equipo.

lo más cercano al final del lanzador.

14. La fotocompuerta número 1 debe estar conectada a la entrada digital número 1 y el fotocompuerta número 2 debe estar conectado a la entrada digital número 2.
15. Colocar el balón en el lanzador y comprimir el cañón hasta el tercer nivel.

Respuestas.

$$V_o(\text{calculada}) =$$

$$V_o(\text{medida}) =$$

$$\text{Error}(\text{Porcentaje}) =$$



Figura 18.5: Partes del equipo.

16. Verificar que no haya nadie en el trayecto que seguirá el balón. Grabar y lanzar la pelota. Hay una condición de parada que debe detener la grabación de datos.
17. La velocidad medida se muestra en el medidor digital. Registrar este valor en la tabla, y repetir varias veces. Tomar en cuenta que se calcula el valor medio.
18. Repetir hasta que se obtenga un buen valor medio para la velocidad de lanzamiento. Incluir la incertidumbre en el valor obtenido.
19. Comparar el valor calculado utilizando el cálculo de error. ¿Los 2 resultados están dentro de la incertidumbre?

Cuestionario²

1. Actualmente ¿Cuáles son las pruebas que utilizan para calcular la rapidez inicial de un arma de fuego o de un misil?
2. Choque de asteroides. Dos asteroides de igual masa pertenecientes al cinturón de asteroides entre Marte y Júpiter chocan de refilón. El asteroide A, que inicialmente viajaba a 40.0 m/s, se desvía 30.0 grados con respecto a su dirección original, mientras que el asteroide B viaja a 45.0 grados con respecto a la dirección original

²Basado en Sears, Zemansky y Young [27]

Num	Ángulo (grados)	L (cm)	Velocidad (cm/s)
1			
2			
3			
4			
5			
Promedio			
Δ			

Tabla 18.2: Péndulo balístico

de A (Figura 18.6). a) Calcule la rapidez de cada asteroide después del choque. b) ¿Qué fracción de la energía cinética original del asteroide A se disipa durante el choque?.

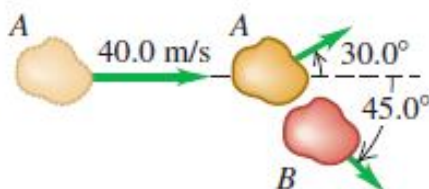


Figura 18.6: Pregunta del cuestionario acerca del choque de asteroides

19. Segunda Ley de Newton: Rotación

Palabras clave: *Torca, rotación, energía rotacional, conservación del momento angular, momento angular, aceleración angular*

Introducción¹

Para introducir la torca, una experiencia común es el abrir una puerta y para hacerlo, es más sencillo empujar en el lado de la puerta más alejado de las bisagras porque empujar el lado más cercano a las bisagras requiere considerablemente más fuerza, aunque se requiere hacer el mismo trabajo para abrir una puerta. Por otro lado, la experiencia de la aceleración angular posiblemente se ha observado en una patinadora sobre hielo, en la cual aumenta la aceleración al momento de cerrar los brazos y disminuye cuando extiende los brazos.

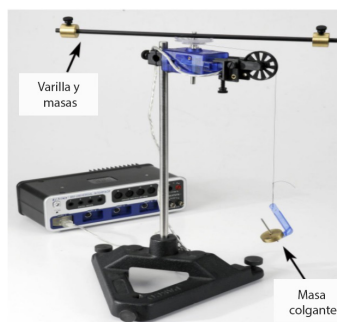


Figura 19.1: La masa que cuelga aplica una torca al eje del sensor de giro y la aceleración angular resultante de la varilla y el peso de las masas de latón se investiga.

¹ Basado en PASCO-Scientific/P36 [23]

La segunda ley de Newton se aplica al estudio de: la rotación de los planetas, la fuerza de un tornado, la rotación, dirección y fuerza de los huracanes, entre otros.

Objetivo

El estudiante analizará e interpretará la segunda ley de Newton para el movimiento rotacional.

Objetivos específicos:

1. Hacer mediciones de las variables de la rotación: torca, velocidad angular, inercia de rotación.
2. Determinar el centro de masa.
3. Calcular la inercia rotacional del movimiento de una polea impulsada por una masa.

Cuestionario Previo

1. Los ciclistas experimentados dicen que reducir el peso de una bicicleta es más efectivo si se hace en las ruedas que en el cuadro (marco). ¿Por qué reducir el peso en las ruedas sería más fácil para el ciclista que reducir la misma cantidad en el cuadro?
2. Los cocineros experimentados saben si un huevo está crudo o cocido haciéndolo rodar por una pendiente (y atrapándolo abajo). ¿Cómo es posible esto? ¿En qué se fijan?
3. La física y filosofía: "Pero ¿tú quieres recorrer el camino de tu tribulación, que es el camino hacia ti mismo? Si es así ¡Muéstrame tu fuerza y tu derecho para ello!. ¿Eres tú una nueva fuerza y un nuevo derecho? ¿Un primer movimiento? ¿Una rueda que gira por sí misma? ¿Puedes forzar incluso a las estrellas a que giren a tu alrededor?...." Así habló Zaratustra Del camino del Creador de Friedrich Wilhelm Nietzsche. ¿Cuánto de esta filosofía es física real?
4. ¿Por qué los gatos caen de pie?

Fundamento Teórico

Primera ley de Newton: Si la suma vectorial de todas las torcas que actúan sobre un cuerpo (la torca neta) es cero, el cuerpo está en equilibrio y tiene aceleración angular cero.

Segunda ley de Newton: La aceleración angular de un cuerpo bajo la acción de un conjunto de torcas dadas es directamente proporcional a la suma vectorial de las torcas (la torca neta) e inversamente proporcional a la inercia de rotación del cuerpo.

Tercera ley de Newton: Cuando dos cuerpos interactúan, se ejercen mutuamente torcas que en todo instante son iguales en magnitud y opuestas en dirección.

Cuantitativamente la Segunda Ley de Newton establece que la magnitud de la aceleración resultante a de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta F sobre ese objeto.

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (19.1)$$

Donde la constante de proporcionalidad m es la masa o inercia del objeto. También se puede escribir la Segunda Ley de Newton para la rotación como: la aceleración

angular resultante $\vec{\alpha}$ de un objeto es directamente proporcional la torca neta $\vec{\tau}$ sobre ese objeto.

$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha} \quad (19.2)$$

Donde la constante de proporcionalidad I es la inercia de rotación del objeto.

Introduciremos a la torca como una medida de la fuerza total que hace que un objeto rote alrededor de un eje. En una analogía, en la cinemática lineal, la fuerza neta es lo que hace que un objeto acelere, mientras que la torca neta es la acción que provoca que un objeto adquiera aceleración angular. Así como la fuerza es una cantidad vectorial, también lo es la torca, de hecho es el *producto vectorial* (*producto cruz*) entre el radio vector en donde se aplica la fuerza y la fuerza aplicada. La dirección de la torca depende de la dirección en que se aplica la fuerza.

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (19.3)$$

Diseño Experimental

Recursos

Cantidad	Artículos	Número PASCO
1	Sensor de Movimiento Rotatorio	PS-2120a
1	Accesorios de Rotación	CI-6691
1	Polea con abrazadera	(en el CI-6691)
1	Hilo de 75 cm	(en el CI-6691)
1	Conjunto de suspensión de masa	ME-8979
1	Varilla de 45 cm	ME-8736
1	Base para varilla	ME-8735
1	Metro de madera	
1	Pinza / calibrador ‘	
1	Balanza	

Tabla 19.1: Material.

Instalación

Tiempo estimado de armado: 15 minutos.

Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>.

1. Usar la varilla de 45 cm y la base para apoyar el sensor de giro como se muestra en la Figura 19.1. Insertar el sensor en la interfaz.
2. Usar los calibradores para medir los tres radios en la polea clara de tres pasos.
3. Fijar la varilla del accesorio de rotación negro a la polea (ver Figura 19.2) con las dos masas de latón cerca del extremo de la varilla.
4. Grabar. Tomar la polea clara y tratar de girar la varilla hacia atrás y hacia adelante lo más rápido posible, después de esto detener la grabación.

5. Mover las masas de latón más cerca del centro, como se muestra en la Figura 19.3, y repetir. ¿Cuál era más fácil?
¿Qué dice eso acerca de inercia de rotación?

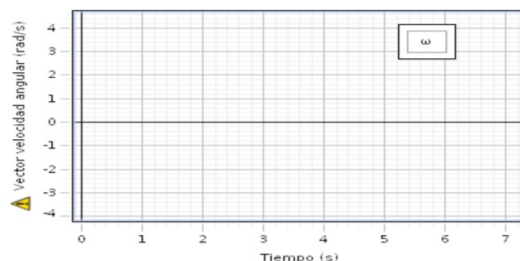


Figura 19.2: Vector de velocidad angular en función del tiempo.



Figura 19.3: Masa en radio grande y en radio pequeño

Polea de tres pasos

$r_{chico} = ?$

$r_{medio} = ?$

$r_{grande} = ?$

6. Cortar un trozo de hilo de unos 75 cm de largo. Atravesar el hilo a través del orificio en la polea de tamaño medio, y atar un nudo grande como se muestra en la Figura 19.4 (c).
7. El hilo naturalmente terminará en medio de la polea. Usando las ranuras, se puede forzar la cuerda a enrollar en el radio pequeño o en el radio grande como se muestra en la Figura 19.4 (b).
8. Fijar la polea negra en el sensor de giro, como se muestra en la Figura 19.4 (a). Tomar en cuenta que la forma en la polea se fija en un ángulo para que coincida tangencialmente a la polea clara de tres pasos. También se debe ajustar verticalmente utilizando los dos tornillos húmedos, para que coincida con la altura de la polea clara que se utiliza. Cada vez que se cambie a una polea radio diferente, se tendrá que volver a ajustar tanto el ángulo y como la altura.
9. Conectar un gancho de masa hasta el final de la rosca. Ajustar la longitud de manera que no lleguen a alcanzar la mesa. Añadir una masa 100 g al gancho.

10. Cuando se enrolla el hilo en la polea de tres pasos, verificar que el hilo se enrolle sin superposiciones. Además, no poner demasiado hilo en la polea; sólo se necesita una capa de hilo, de modo que el radio se mantenga constante.

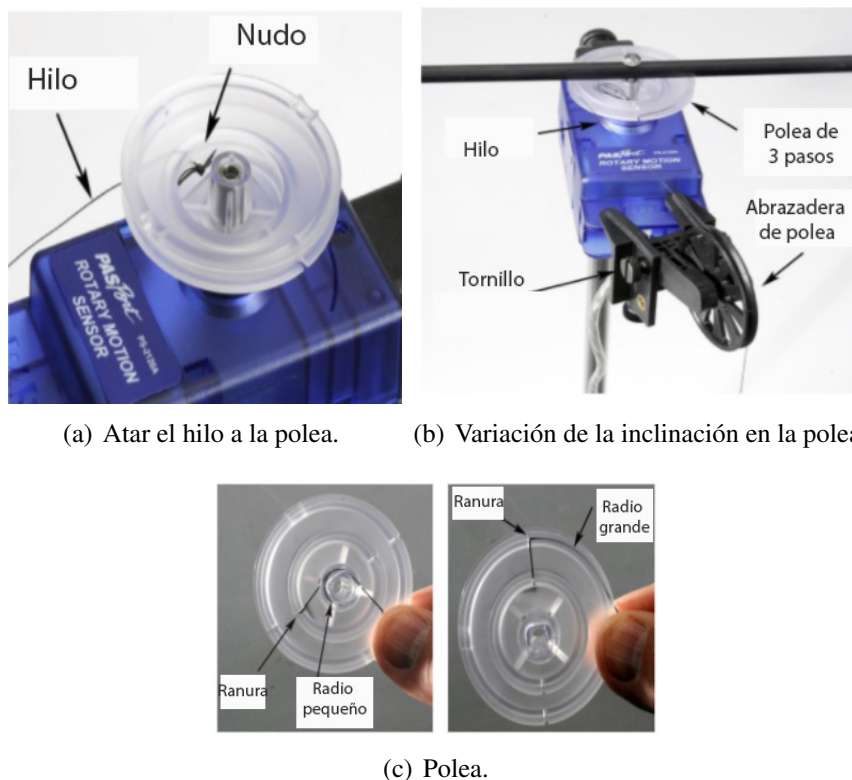


Figura 19.4: Partes y montaje del equipo.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 50 minutos.

Resumen del Procedimiento.

1. Calcular el par aplicado por la masa que cuelga. $\text{par} = \tau = r * F$, donde r es el radio de la polea y F es el peso de la masa que cuelga. ¡No se olvide de la masa de la percha!
 2. Medir la aceleración angular.
 3. Ajuste la posición de las masas de latón en la varilla de modo que su centro de masa se encuentra en un radio de 4 cm del centro de rotación.
 4. En la siguiente parte se aplicará un par constante. No cambie la masa que cuelga, y seguir utilizando la polea pequeña.
 5. Repita el procedimiento para los otros radios mencionados. Recuerde: Siempre asegúrese de que está utilizando el pequeño radio de la polea de tres pasos.
 6. Hacer ajuste de mínimos cuadrados.
1. Usar un metro de madera para ajustar la posición de las masas de latón en la varilla con la mayor precisión posible, de manera que el centro de masa se encuentre en un radio de 18 cm desde el centro de rotación.

2. Ajustar la polea intermedia y enrollarle un par de vueltas de hilo.
3. Grabar y liberar la varilla. Parar la grabación antes de llegar a la final de la rosca.
4. Observar la gráfica. Esto hace el análisis más fácil si la velocidad es positiva. Para cambiar el signo, enrollar el hilo hacia arriba en la dirección opuesta, o cambiar el signo de la medición de las propiedades para el sensor.
5. Obtener una serie positiva y cambiar el nombre de esta serie a medio.
6. Utilizar un ajuste de curva lineal para encontrar la pendiente de la línea. Si los datos no son una recta, utilizar la herramienta *Resaltar* para seleccionar los datos desde el comienzo de la ejecución cuando está en movimiento más lento. Esto debería ser más preciso debido a que la fricción es menor.
7. ¿Cuál es el significado físico de la pendiente?, ¿Cuáles son las unidades?.
8. Calcular la torca aplicada por la masa que cuelga.

$$\text{Torca} = \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (19.4)$$

Donde r es el radio de la polea de tres pasos y F es el peso de la masa que cuelga. No olvidar la masa del gancho.

9. Usar la ecuación 19.2 para calcular la inercia de rotación I . Simplificar las unidades en medida de lo posible. Las únicas condiciones deberían ser masa y longitud.

Nota: La tensión en el hilo es ligeramente menor que el peso de la masa que cuelga, debido a la aceleración hacia abajo. Dado que esto tiene un efecto tan pequeño para este análisis, por lo que se puede ignorar.

Para la polea mediana:

$\alpha = ?$

$\tau = ?$

$I = ?$

Num	Radio $\pm \Delta R$ (m)	$\alpha \pm \Delta \alpha$ (rad/s ²)
1	0.04	
2	0.06	
3	0.08	
4	0.10	
5	0.12	
6	0.14	
7	0.16	
8	0.18	
9	0.20	
10	0.22	

Tabla 19.2: Segunda ley de Newton para la rotación

10. Dejando a todos los demás parámetros igual, proceder ahora a tomar una serie de datos utilizando la polea grande en la polea de tres pasos. Ajustar la polea negra de

la polea grande, y enrollar en un par de vueltas de hilo. Verificar que este enrollada en la polea grande.

11. Obtener una serie de datos como antes. Cambiar el nombre de esta serie a grande.
12. ¿La aceleración angular es la misma?, ¿Debería de ser?.
13. Utilizar la ecuación 19.4 para calcular la nueva torca.
14. Utilizar la ecuación 19.2 para calcular la inercia de rotación I . ¿Se obtiene el mismo valor? ¿Debería ser el mismo?.
15. Ahora tomar una serie de datos utilizando la pequeña polea. ¿Se obtuvo el mismo valor para la inercia de rotación? ¿Qué se puede concluir?.
16. Dejando todos los demás parámetros de la misma forma, proceder ahora a tomar una serie de datos utilizando una masa diferente. Volver a colocar la masa de 100 g con una masa de 50 g, pero seguir usando la polea pequeña.
17. Calcular la inercia de rotación como antes. ¿Qué se puede concluir?.
18. En la siguiente parte, que se aplicará un par constante, no se deberá cambiar la masa que cuelga, y se debe seguir utilizando la polea pequeña.

Para polea grande:

$$\alpha = ?$$

$$\tau = ?$$

$$I = ?$$

Para la polea pequeña:

$$\alpha = ?$$

$$\tau = ?$$

$$I = ?$$

Para la pequeña polea y 50 g:

$$\alpha = ?$$

$$\tau = ?$$

$$I = ?$$

19. Posicionar las masas de latón en la varilla de modo que su centro de masa se encuentre en un radio R de 4 cm del centro de rotación.
20. Obtener una serie de datos, y medir la aceleración angular. Cambiar el nombre de esta serie a 4 cm, y registrar el valor en la tabla a continuación.
21. Repetir el procedimiento para los otros radios mencionados.

Nota: Verificar que se está utilizando el radio pequeño de la polea de tres pasos.

Cuestionario²

1. Tomar en cuenta que una columna con un cálculo de la inercia de rotación ha sido añadido a la tabla. Abrir la calculadora del gráfico para ver los cálculos. Los valores por defecto para todos los parámetros se han introducido, pero se puede corregir éstos para que coincida con los valores obtenidos.
2. Para un conjunto de datos en la tabla, calcular la inercia de rotación así mismo para confirmar que el cálculo es correcto. Nota: R es la posición de las masas de latón (medido desde el centro de rotación) y r es el radio de la polea de tres pasos.
3. ¿La gráfica es lineal? Probar con un cálculo—rápido para cambiar a R^2 (ver apéndice para más información acerca del cálculo—rápido).
4. Utilizar un ajuste de curva para encontrar la pendiente de la línea recta. ¿Cuáles son las unidades?, ¿Cuál es el significado físico de la pendiente?
5. Utilizar una balanza para medir la masa real de las dos masas de latón y compararlas con el valor calculado.
6. ¿Cuál es el significado físico de la intersección y de la gráfica?, ¿Qué más, aparte de las masas de latón tiene inercia?
7. Escribir una ecuación teórica para la inercia rotacional de un punto de masa M , moviéndose alrededor de un círculo de radio R .

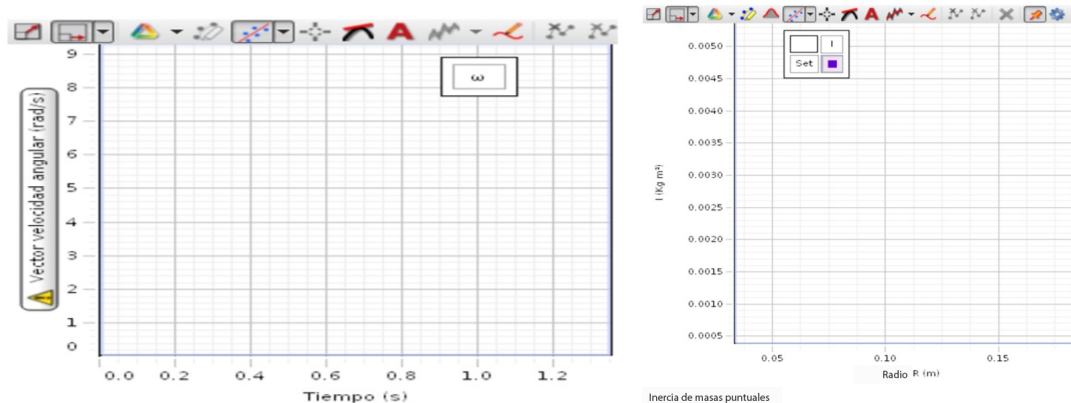
pendiente=?

masa real=?

I =?

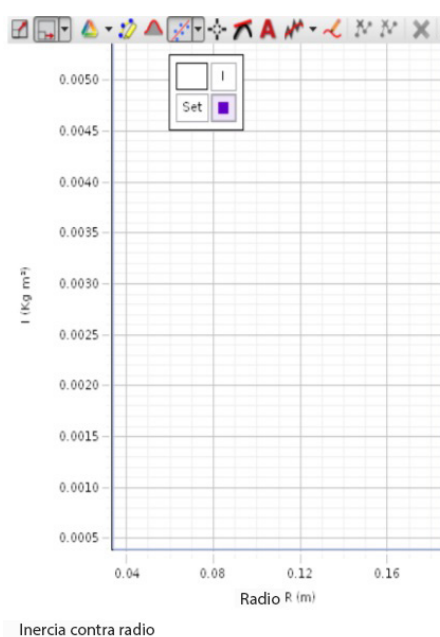
8. Un cilindro sólido de 23.4kg de masa y 7.6cm de radio tiene una cinta delgada enrollada a su alrededor. La cinta pasa sobre una polea ligera sin fricción hasta un objeto de 4.48kg de masa que cuelga verticalmente (véase la Fig. 19.6). El plano sobre el que se mueve el cilindro está inclinado a 28.3 grados sobre la horizontal. Halle a) La aceleración lineal del centro de masas del cilindro al rodar por el plano inclinado. b) La tensión en la cinta, suponiendo que no hay deslizamiento.
9. **Pregunta de Reto:** Encontrar la expresión matemática que indique cual de los objetos caerá más rápido por un plano inclinado en términos de su momento de inercia. Hacer una comparación cuantitativa un cilindro sólido, un cilindro hueco, una esfera sólida o una esfera hueca. La rapidez final depende la masa o del radio ¿Por qué?. Tip: hacer uso de la conservación de la energía.

²Basado en Sears, Zemansky y Young [27]



(a) Velocidad angular en función del tiempo.

(b) Inercia en función del radio.



(c) Inercia de las masas puntuales vs. el radio

Figura 19.5: Gráficos

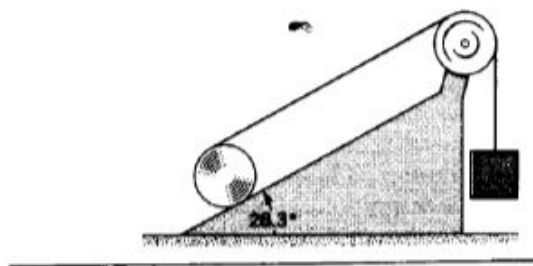


Figura 19.6: Pregunta del cuestionario acerca de un cilindro y una polea.



20. Energía Cinética Rotacional

Palabras clave: *Conservación de energía, conservación de momento angular, Máquina de Atwood*

Introducción¹

Galileo Galilei utilizó el plano inclinado para estudiar a la *gravedad* (la atracción que la Tierra ejerce). A finales del siglo XVIII, es del inglés George Atwood ideó un mecanismo para aletargar el movimiento de los objetos en caída, debido a los problemas técnicos para medir con buena precisión las distancias recorridas en fracción de segundos. La máquina de Atwood esta diseñada para atenuar la caída y así realizar las mediciones necesarias para averiguar la aceleración que adquiere por unidad de tiempo un cuerpo que cae. La máquina de Atwood consta de una polea fija y una cuerda inelástica (masa despreciable) que pasa por la polea y de cuyos extremos cuelgan dos masas. Esta maquina es un buen ejemplo de la aplicación de la segunda ley de Newton, así como de la conservación de la energía.

Objetivos

En esta práctica se investiga los potenciales y las energías para una máquina de Atwood (ver Fig. 20.1), en los que un disco se ha sido añadido a la polea del sensor de movimiento rotatorio.

Objetivos específicos:

1. Estudiar la conservación de energía angular.
2. Estudiar la conservación de momento angular.
3. Medir con el sensor de giro la velocidad de rotación del disco, así como la velocidad tangencial (lineal) de la cuerda durante los tres pasos de la polea.

¹ Basado en PASCO-Scientific/P38 [24]

4. calcular el valor de g y su incertidumbre asociada.

Cuestionario previo

1. Considera dos llantas de bici, una de rin 15 y otra de rin 20 ¿Cuál tendrá mayor velocidad angular?

Fundamento Teórico

La Energía cinética rotacional de un objeto en rotación depende de su inercia de rotación, I , y su velocidad angular, ω .

$$K = \frac{I\omega^2}{2} \quad (20.1)$$

Para un disco de radio, R y masa M ,

$$I = \frac{MR^2}{2} \quad (20.2)$$

En la Máquina de Atwood modificada, a medida que la masa que cuelga (m_2) cae, el contenedor de la masa (m_1) se eleva, pero la energía potencial gravitatoria combinada de los dos disminuye, y esta energía se convierte en la energía cinética del sistema. Esto incluye no sólo la energía cinética lineal de las dos masas colgantes, sino también la energía cinética de rotación del disco giratorio.

Diseño experimental

Recursos para esta práctica

Cantidad	Artículos	Número PASCO
1	Sensor de movimiento rotatorio	PS-2120a
1	Accesorios de rotación	CI-6691
1	Juego de masas y gancho	ME-8979
1	Cuerda	SE-8050
1	Varilla de 90 cm	ME-8738
1	Varilla de 45 cm	ME-8736
1	Multi-Abrazadera	ME-9507
1	Base de la varilla grande	ME-8735
1	Almohadilla anti rebote	SE-7347
1	Pinza	SE-8710
1	Metro de madera	
1	Balanza	

Tabla 20.1: Material para la máquina de Atwood modificada.

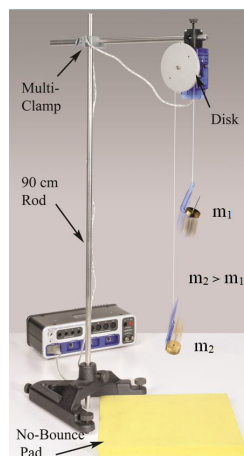


Figura 20.1: Armado del material. Máquina de Atwood modificada

Instalación del Equipo

Tiempo estimado de armado: 15 minutos.

Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>.

1. Usar la base de la varilla como se muestra en la Figura 20.1 con la varilla de 90 cm, la varilla de 45 cm, y el Multi-Clamp.
2. Colocar el sensor de movimiento giratorio en la final de la varilla de 45 cm y conectarlo a la interfaz.
3. Medir la masa y el radio del disco y luego sujetar el disco al sensor utilizando la polea de tres pasos.
4. Cortar un trozo de cuerda alrededor de 1 m de largo. Atar un lazo en cada extremo y colocar la cuerda sobre la polea de radio grande, con un gancho de masa en cada extremo.
5. Colocar el cojín anti rebote debajo de las masas colgantes.
6. Añadir 50 g de la suspensión de la masa (m_1) y añadir 90 g de la suspensión de la masa (m_2).
7. Retirar el gancho de suspensión (m_1) de masa hasta el nivel de la almohadilla. Haga clic en Grabar y liberar la percha. Usted debe tratar de detener la grabación justo antes de que la otra portapesas golpee la almohadilla.
8. Se desea que la velocidad sea positiva. Si no es así, cambie las dos masas, o puede cambiar el signo de las propiedades para el sensor.
9. Tire el gancho de suspensión (m_1) de masa hasta el nivel de la almohadilla. Medir la altura de m_2 encima de la almohadilla. Esta altura inicial, h_o , se utilizará en el cálculo de la energía potencial de las dos masas.

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 40 minutos.

1. En el software Capstone en la línea 6 de la calculadora muestra el cálculo incorporado

para la energía potencial de las dos masas colgantes

$$P = m_1gh + m_2g(h_0 - h) \quad (20.3)$$

La altura (h) se mide directamente por el sensor. A medida que se desciende, el otro se mueve hacia arriba. Introduzca sus valores para m_1 , m_2 , y h_0 , en las líneas 3 a 5 en la calculadora.

2. Tirar del gancho más ligero (m_1) de masa hasta el nivel de la almohadilla. Haga clic en Grabar y liberar la percha. Usted debe tratar de detener la grabación justo antes de que la otra portapesas golpee la almohadilla. También puede probar una condición de parada en la posición para detener automáticamente la grabación.
3. Obtener un buen conjunto de datos.
4. En general, ¿Qué es lo que está pasando con la energía potencial total de las dos masas colgantes?.
5. ¿Qué le está pasando a la energía potencial de la masa solo (M_1)?
6. Observe la línea 8 de la calculadora. Se muestra el cálculo de la energía cinética de las dos masas colgantes.

$$K_{linear} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \quad (20.4)$$

donde v es la velocidad tangencial (lineal) de la cuerda sobre la polea, y por lo tanto la velocidad de las masas colgantes.

7. Sin embargo, también el disco giratorio tiene energía cinética rotacional

$$K_{rot} = \frac{1}{2}\omega^2 \quad (20.5)$$

donde la velocidad angular, ω , se mide directamente por el sensor. Introduzca sus valores para la masa y el radio de disco en las líneas 1 y 2 en la calculadora.

8. Mostrar la última ejecución o tomar una nueva serie de datos.
9. ¿Cuál tiene más energía cinética: Las masas colgantes o el disco giratorio? ¿Por qué? ¿Qué hay que cambiar para tener que ser lo contrario?.
10. En general, ¿Qué le está sucediendo a la energía potencial del sistema en comparación con la energía cinética del sistema?.
11. Busque en la línea 11 de la calculadora. Se muestra el cálculo de la energía total $E = K + P_{lineal} + K_{rot}$
12. Se conserva la energía?
13. En caso de no haber pérdidas por fricción, ¿Qué debería mostrar el gráfico?.

Cuestionario²

1. Máquina de Atwood. Una carga de 15.0 kg de ladrillos pende del extremo de una cuerda que pasa por una polea pequeña sin fricción y tiene un contrapeso de 28.0 kg en el otro extremo (Figura 20.2). El sistema se libera del reposo. a) Dibuje un diagrama de cuerpo libre para la carga de ladrillos y otro para el contrapeso.
b) ¿Qué magnitud tiene la aceleración hacia arriba de la carga de ladrillos?
c) ¿Qué tensión hay en la cuerda mientras la carga se mueve?. Compare esa tensión con el peso de la carga de ladrillos y con el del contrapeso.

²Basado en Sears, Zemansky y Young [27]

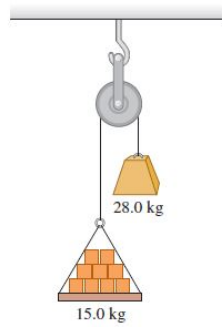


Figura 20.2: Ejercicio de cuestionario para la máquina de Atwood modificada



21. Conservación del Momento Angular

Palabras clave: *Conservación, energía, momento angular, torque*

Introducción¹

Otro principio fundamental de la física es la conservación del momento angular, que se encuentra a la par de la conservación de la energía y del momento lineal. Este principio es aplicable desde una patinadora hasta la formación del sistema solar, formación de las galaxias, etc. El principio de conservación postula que la suma de todas las torcas es igual al cambio del momento angular total con respecto al tiempo. Si la torca externa neta que actúa sobre un sistema es cero, el momento angular total del sistema es constante y se dice que el momento angular se conserva.

Objetivo

Un anillo no giratorio se deja caer sobre un disco giratorio. La velocidad angular se mide para ambos cuerpos con el sensor de giro.

Objetivos específicos:

1. Verificar que se conserva el momento angular.
2. Medir la velocidad angular del disco inmediatamente antes de la caída.
3. Medir la velocidad angular del disco inmediatamente después de que el anillo deje de deslizarse en el disco.

¹Basado en PASCO-Scientific/P39 [25]

Cuestionario previo

1. Si el torque externo neto que actúa sobre un sistema es cero. ¿Cuál sería su momento angular?.
2. Cuando una patinadora o bailarina gira con los brazos extendidos y luego los encoge, ¿Su velocidad angular aumenta o disminuye y por qué?.
3. El trabajo efectuado por una fuerza es el producto de fuerza por la distancia recorrida. Por otro lado, el torque debido a una fuerza es el producto de fuerza y distancia. ¿Implica esto que el torque y el trabajo son equivalentes? Explica tus argumentos.
4. El trabajo efectuado por una fuerza es un producto de fuerza y distancia. El torque debido a una fuerza es un producto de fuerza y distancia. ¿Implica esto que la torca y el trabajo sean equivalentes? explique ¿por qué?.

Fundamento Teórico

Cuando el anillo se deja caer sobre el disco giratorio, no hay par externo neto en el sistema. Por lo tanto, no hay cambio en el momento angular; se conserva el momento angular L .



Figura 21.1: El momento angular inicial se compara con el momento angular final, y la energía cinética inicial se compara con la energía cinética final

$$L = I_i \omega_i = I_f \omega_f \quad (21.1)$$

Donde I es la inercia de rotación inicial y ω_i es la velocidad angular inicial. La inercia de rotación inicial es la de un disco alrededor de un eje perpendicular al disco y por lo tanto el centro de masa es:

$$I_i = I_D = \frac{1}{2} M_{disco} R^2 \quad (21.2)$$

Donde M_{disco} es la masa del disco y R es el radio del disco. La inercia de rotación del anillo alrededor de un eje a través de su centro de masa (cm) y paralela al eje de simetría del anillo es:

$$I_{rcm} = \frac{1}{2} M_{anillo} (R_1^2 + R_2^2) \quad (21.3)$$

Donde R_1 y R_2 son los radios interior y exterior del anillo. Si el eje de rotación se desplaza por una distancia r desde el centro de masa, la inercia de rotación del anillo puede ser calculada a partir del teorema de eje paralelo, por lo que se tiene:

$$I_r = \frac{1}{2} M_{anillo} (R_1^2 + R_2^2) + Mr^2 \quad (21.4)$$

Toma en cuenta que la inercia de rotación final será la suma del disco inicial más el anillo. La energía cinética de rotación de un objeto esta dada por:

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (21.5)$$

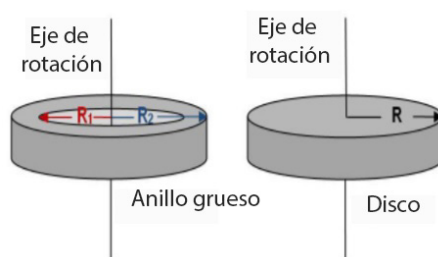


Figura 21.2: Eje de rotación del anillo y el disco.

Diseño experimental

Recursos para esta práctica

Cantidad	Artículos	Número PASCO
1	Sensor de Movimiento Rotatorio	PS-2120a
1	Accesorios de Rotación	CI-6691
1	Varilla de 45 cm	ME-8736
1	Base para varilla	ME-8735
1	Calibradores	SE-8710
1	Nivel	SE-8729
1	Balanza	SE-8723

Tabla 21.1: Material.

Instalación del Equipo

Tiempo estimado de armado: 15 minutos.

Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>.

1. Usar la base y la varilla de 45 cm para montar el sensor de giro como se muestra en la Figura 21.1. Insertar el sensor en la interfaz.
2. Medir la masa y radios para el disco y el anillo.
3. Conectar el disco a la polea transparente de tres pasos en el sensor de movimiento rotatorio con el tornillo.
4. Colocar el nivel sobre el disco y nivelar el sistema usando los tornillos de nivelación de la base.

Para el anillo

$$M = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$R_1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$R_1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Para Disco

$$M = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$R = \underline{\hspace{2cm}}$$

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 50 minutos.

1. Sostén el anillo con los pines hacia arriba, de tal forma que esté centrado sobre el disco a 2 o 3 mm por encima de él.

Nota: Si dejas caer el anillo desde muy arriba, esto generará una fuerza vertical muy grande sobre el balero del eje de rotación que producirá un aumento en la fricción del eje y por lo tanto un momento de torsión que reducirá la cantidad de movimiento angular. También es importante que tus dedos no toquen el anillo cuando se golpee el disco giratorio.

2. Haz girar el disco para darle una velocidad positiva de aproximadamente 30 – 40 rad/s. Inicia la toma de datos y después de 2 segundos, suelta el anillo en el disco giratorio. Continúa grabando datos durante algunos segundos más.
3. Es difícil terminar con el anillo de centrado en el disco. Mide la distancia mínima entre el anillo y el borde del disco, así como la distancia máxima directamente en el lado opuesto. La distancia x que el anillo está fuera de centro es la mitad de la diferencia entre estas dos mediciones.
4. Utilizar la Herramienta Coordenadas para medir la velocidad de rotación de los últimos datos justo antes de la colisión.
5. Medir la velocidad de rotación del primer punto de datos después de la colisión.

Nota: Existen valores previamente establecidos en la calculadora del programa para el cálculo de las ecuaciones de inercia de rotación. Edita estos valores por defecto y sustitúyelos por tu propios valores.

Cuestionario

1. Utiliza la Ecuación 21.2 para calcular la inercia de giro inicial.
2. Utiliza la Ecuación 21.1 para calcular la inercia de rotación final del anillo.
3. Calcula la inercia de rotación final del sistema.
4. Usar la Ecuación 21.1 para calcular el momento angular inicial del sistema.
5. Calcula la cantidad de movimiento angular final del sistema y compara con un error porcentual. ¿Se conserva el momento angular?
6. Utilizar la ecuación 21.5 para calcular la energía cinética antes y después de dejar el anillo. ¿se conserva la energía?, ¿qué ocurrió?
7. ¿Cómo puede ser que el momento angular se conserve pero la energía no?



22. El Resorte: Masas Oscilantes

Palabras clave: *Oscilación, período, movimiento ondulatorio, resorte, Ley de Hooke, movimiento armónico simple, oscilaciones pequeñas*

Introducción¹

Se le llama movimiento periódico armónico u oscilación al movimiento que se repite una y otra vez, por ejemplo, el péndulo de un reloj, la vibración de las moléculas de un cristal o al vaivén de un columpio, etc. Como dato histórico, el físico Max Planck utilizó el conocimiento de la oscilación de los resortes para resolver los problemas de la radiación del cuerpo negro en electromagnetismo y generar los primeros postulados de la mecánica cuántica. Por lo anterior, es de suma importancia comprender el fenómeno para el estudio de las ondas, el sonido, la corriente alterna y la luz. Otras de las aplicaciones es para diseñar actuadores que ayuden a disminuir el impacto de las ondas sísmicas sobre un edificio, ver la resistencia de cierto material en constante movimiento, etc.

Objetivos

En esta práctica, el sensor de movimiento medirá la posición de la masa oscilante, y el sensor de fuerza se utilizará para determinar la constante del resorte. El periodo de oscilación se mide y se compara con el valor teórico.

Objetivos específicos:

1. Calcular la constante de Hooke del resorte.
2. Medir la frecuencia y el periodo.
3. Estudio de movimientos periódicos.

¹ Basado en PASCO-Scientific/P41 [26]

4. Usar la Herramienta Delta para medir el periodo.
5. Exportar datos de Pasco y graficarlos en Gnuplot.

Cuestionario previo

1. ¿Cuál es la expresión matemática que describe las oscilaciones en términos de amplitud, periodo, frecuencia y frecuencia angular?.
2. Si un resorte se corta a la mitad ¿qué constante de fuerza tendrá cada mitad? Justifica tu respuesta.
3. ¿Cómo diferirá la fuerza del movimiento armónico simple usando la mitad del resorte en comparación con la frecuencia producida usando la misma masa y el resorte completo?.
4. Un péndulo simple se monta en un elevador. ¿Qué sucede con el periodo del péndulo (aumenta, disminuye o no cambia), cuando el elevador a) acelera hacia arriba a 5 m/s^2 ; b) se mueve hacia arriba a 5 m/s constante; c) acelera hacia abajo a 5 m/s^2 ; d) acelera hacia abajo a 9.8 m/s^2 ? justifica tus respuestas.
5. ¿Cómo se podría fabricar un resorte de tamaño nanométrico (nanoresortes)?
6. Las básculas pueden dividirse en las que usan resortes y las que usan masas conocidas para equilibrar masas desconocidas. ¿Cuál grupo sería más exacto en un elevador con aceleración? ¿y en la Luna? ¿importa si estamos tratando de determinar masa o peso?.

Fundamento Teórico

Un movimiento armónico simple puede ser generado con una fuerza de restitución como la de un resorte, tal como describe la Ley de Hooke:

$$F = kx \quad (22.1)$$

Donde k es la constante de Hooke, así como x es el desplazamiento en la dirección x positivo y negativo (respecto al estado de reposo).

El periodo de oscilación, T , para una masa en un resorte viene dada por

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} \quad (22.2)$$

donde m es la masa oscilante y k es la constante del resorte.

El resultado anterior se obtiene al resolver la ecuación diferencial (Segunda Ley de Newton) con una solución periódica, tal como la función Seno:

$$x = A \text{Sen}(wt) \quad (22.3)$$

Donde A es la amplitud de la oscilación, w es el frecuencia de oscilación dada por $\frac{2\pi}{T}$, en un tiempo (t) dado.

Diseño experimental

Recursos para esta práctica

Cantidad	Artículos	Número PASCO
1	Sensor de Movimiento	PS-2103A
1	Sensor de Fuerza	PS-2189
1	Set de Densidades	ME-8569
1	Set de Resortes	ME-8999
1	Cuerda Trenzada	SE-8050
1	Varilla de 90 cm	ME-8738
1	Varilla de 45 cm	ME-8736
1	Multi- Abrazadera	ME-9507
1	Base para varilla	ME-8735
1	Balanza	

Tabla 22.1: Material.

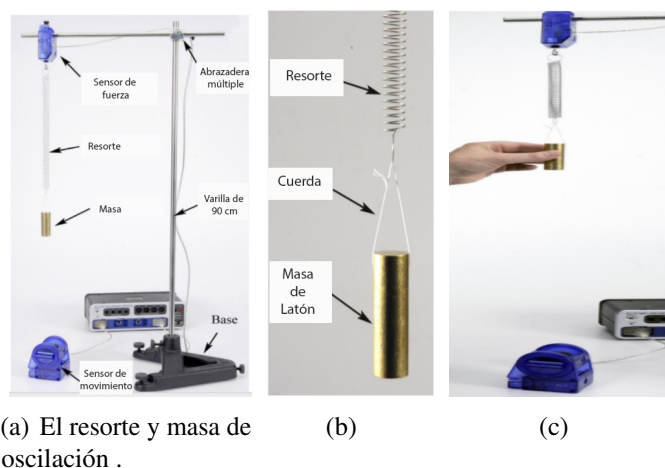


Figura 22.1: Armado del material.

Instalación del Equipo

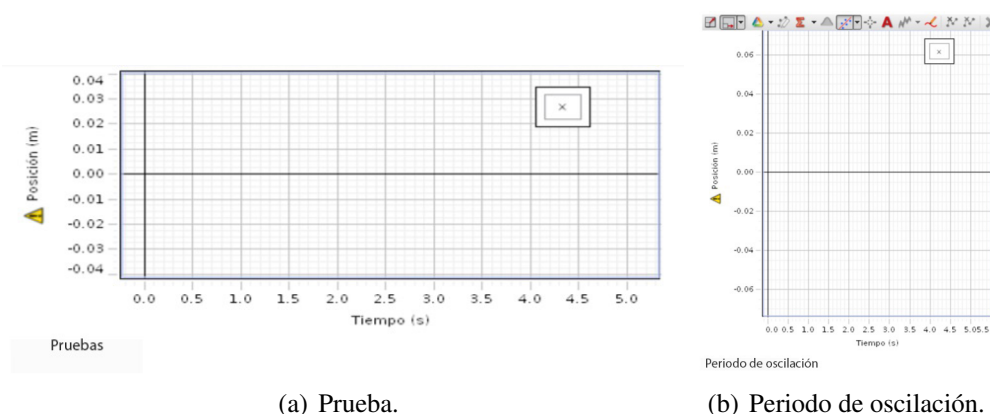
Tiempo estimado de armado: 15 minutos.

Para más detalles, ver el vídeo de armado que se encuentra disponible en el portal electrónico del Laboratorio de Física, dentro del menú “Recursos”, con la siguiente URL <http://goo.gl/0K15ta>.

1. Usa la base, varillas, y la multi-abrazadera para apoyar el sensor de fuerza como se muestra en la Figura 22.1 (a).
2. Conectar sensor de fuerza en el puerto P4 y tarar el sensor.
3. Colocar el sensor de movimiento, como se muestra y conectarlo al puerto P1.
4. Coloca el sensor de movimiento hacia arriba alineándolo con el sensor de fuerza.
5. Utiliza una balanza para medir la masa del cilindro de latón del set de densidades.
6. Del set de resortes, elige uno de los resortes largos y fuerte. El resorte con la constante elástica más grande debe tener una mancha de pintura roja en un extremo. Mide la

masa del resorte.

7. Usando un trozo de cuerda, sujeta la masa de cobre a través del orificio como se muestra en la Figura 22.1. Cuelga la masa junto con el resorte al gancho del sensor de fuerza.
8. Deja que la masa oscile, puedes tomar algunos datos de prueba. Ajusta el sensor de movimiento si es necesario para obtener los datos continuos.
9. Haz click en el icono de propiedades (engrane) del *sensor de movimiento* que se encuentra en el menu de *Configuración del Hardware* con la masa en completo reposo y presiona el botón de puesta en cero del sensor.



(a) Prueba.

(b) Periodo de oscilación.

Figura 22.2: Gráficos

Procedimiento

Tiempo estimado del procedimiento: 30 minutos.

1. Desplaza la masa del equilibrio varios centímetros y permite que oscile.
2. Toma una serie de datos de alrededor de 5 segundos.
3. Obtienen la gráfica posición vs tiempo con el sensor de movimiento.
4. Utilizar la herramienta de coordenadas para encontrar el periodo de la oscilación.
Nota: También se puede utilizar un ajuste sinusoidal para encontrar la frecuencia angular, ω , y después utilizar este valor para calcular el periodo.
5. ¿Existe una diferencia entre los datos tomados por las oscilaciones grandes y pequeñas?
6. El valor medio se encuentra en la parte inferior de la tabla. Repite el procedimiento varias veces hasta que se obtenga un valor consistente. Registrar el valor promedio.
7. Repite para los valores de la tabla de datos.
8. Gráfica masa vs T (periodo).
9. Análisis de datos por mínimos cuadrados.
10. A partir del valor de la constante de ajuste hallar el valor de la constante del resorte.

Cuestionario²

1. Utilizar la Ecuación 22.2 para calcular el periodo teórico y la masa del resorte.

²Basado en Sears, Zemansky y Young [27]

Num	Masa $\pm \Delta M$ (kg)	T $\pm \Delta T$ (s)
1		
2		
3		
4		
5		

Tabla 22.2: Oscilación de una masa en un resorte

- Para un sistema ideal, la masa debería de estar concentrada al final de un resorte con masa cero. En realidad, el resorte tiene masa, y se mueve junto con la masa, ¿qué porcentaje de su masa se debe incluir? Se puede demostrar que un tercio de la masa del resorte debe ser añadido a la masa del objeto oscilante para obtener buenos resultados.
- Volver a calcular el periodo usando la masa ajustada, ¿Cambió la respuesta dada a la pregunta anterior?.
- Comparar el valor teórico obtenido del final del periodo con valor que se ha medido con un error porcentual.
- Peso de los astronautas.** Este procedimiento se utiliza en la realidad para “pesar” a los astronautas en el espacio. Se une una silla de 42.5 kg a un resorte y se le deja oscilar. Cuando la silla está vacía tarda 1.30 s en efectuar una vibración completa; en cambio, con un astronauta sentado en ella, sin tocar el piso con sus pies, la silla tarda 2.54 s en completar un ciclo. ¿Cuál debe ser la masa del astronauta?.
- Considere un resorte con un extremo fijo que no obedece fielmente la Ley de Hooke. Para mantenerlo estirado o comprimido una distancia x , se debe aplicar al extremo libre una fuerza sobre el eje X con componente x ; $F_x = kx - bx^2 + cx^3$. Donde $k = 100\text{ N/m}$, $b = 700\text{ N/m}^2$ y $c = 12,000\text{ N/m}^3$. Se elige una x positiva cuando se estira el resorte y negativa cuando se comprime. a) ¿Cuánto trabajo debe realizarse para estirar este resorte 0.050 m con respecto a su longitud no estirada? b) ¿Cuánto trabajo debe realizarse para comprimirlo 0.050 m con respecto a su longitud no estirada? c) ¿Es más fácil estirar o comprimir este resorte? Explique por qué en términos de la dependencia de F_x en x . (Muchos resortes reales tienen el mismo comportamiento cualitativo).



23. Apéndices

23.1 Análisis de Datos

Esta sección ofrece ciertas pautas y explicaciones acerca de los métodos de análisis de datos. Los métodos de análisis han sido utilizados de manera implícita a lo largo de este manual, ya sea al momento de interpretar los datos de la tabla o de la gráfica. El objetivo del análisis de datos es investigar las relaciones que existen entre las variables directas e indirectas, así como encontrar el mejor modelo que ajuste a los datos. Existen varios métodos para analizar los datos, pero en general los podemos agrupar en:

- Regresión o también conocido como ajuste
- Cálculo—Rápido para modificar los ejes de las gráficas

En el primer caso, la regresión consiste en suponer un modelo matemático (ecuación) que sea apropiado para ajustarse a los datos. Esta técnica hace uso del método de mínimos cuadrados para encontrar los parámetros libres tales como a y b , para el caso de la ecuación lineal $y = ax + b$. Para saber si se ha hecho un buen ajuste por medio de la dispersión de los datos, se necesita calcular el valor de la desviación estandar (σ) o el error de la raíz cuadrada media (RMSE)

Para el segundo caso, el Cálculo—Rápido ayudará a transformar la gráfica de una manera sencilla y rápida con el objetivo de encontrar una gráfica en donde los datos muestren una distribución lineal. Este método consiste en la modificación de los ejes de la gráfica, con funciones predefinidas tales como inverso, cuadrado, cúbico, etc. El Cálculo—Rápido está incluido en el software CapStone ([5]). Por ejemplo, en el capítulo 2 fueron analizados los datos del péndulo. Al seleccionar el eje de masas y luego elegir la función Cálculo—Rápido (QuickCalc) para seleccionar la función inversa, $\frac{1}{m}$. El resultado transformará la gráfica a una distribución lineal, la cual tiene un ajuste lineal.

23.2 El reporte de la práctica.

Una de las mejores formas de comprender y describir la naturaleza de la ciencia es la experimentación, ya sea de manera cotidiana o de manera profesional en el trabajo experimental que se lleva a cabo en el laboratorio. Debido a que la mayoría de los experimentos puede tener diversas variables para observar y medir, es importante llevar un registro sistematizado (bitácora) y claro, en el cuál se pueda saber más del comportamiento a base de tablas, gráficas, etc, así como la medición y control de variables (variable dependiente) como consecuencia de manipular intencionalmente al resto de las variables (variables independientes). La bitácora es la base para elaborar el reporte, el cual es un informe que comunica de manera clara el contexto del experimento y de todo el procedimiento para hallar los descubrimientos. Posteriormente, el reporte es útil para registrar las medidas que se obtienen durante el experimento, organizar el análisis de las mismas y esbozar patrones de comportamiento, además de dar la opción a que cualquier persona pueda reproducirlo.

La extensión del reporte debe ser la adecuada para poder describir las actividades que realizaron durante la práctica, y hacer un análisis de los resultados. El documento debe ser escrito con una nitidez tal que los compañeros de grupo, el instructor y el profesor puedan hacer una lectura fácil y entendible. Los científicos publican los resultados de sus investigaciones en revistas y libros o en repositorios públicos como *ArXiv* <https://arxiv.org/> o *ADS NASA* http://adsabs.harvard.edu/ads_abstracts.html

A continuación se presentan los elementos básicos que debe incluir el reporte del laboratorio.

Elementos básicos

Carátula

Contiene los datos de quienes realizan el experimento y la institución en la que se lleva a cabo la actividad.

1. **Título:** Es un enunciado corto que debe explicar claramente el contenido del reporte.
2. **Fecha**
3. **Escuela**
4. **Nombres de los integrantes y sus respectivas actividades para lograr la práctica**
5. **Incluir 5 palabras clave:** las cuales serán el eje del Marco Teórico.

Bases

1. **Introducción:** La introducción debe responder a la pregunta de *¿Por qué se ha hecho este trabajo?*. Una buena introducción, es una oración clara del problema y de las razones por las que lo estamos estudiando. Proporciona una concisa y apropiada discusión del problema, su significado, alcances y limitaciones, así como los conceptos y modelos matemáticos que se necesitan revisar.
2. **Objetivos:** Tareas concretas a realizar. Valores de variables por calcular o por medir.
3. **Predicciones o hipótesis:** Suposiciones hechas a partir de unos datos que sirven de base para iniciar una investigación o una argumentación. Las hipótesis de los estudiantes serán explícitas al momento de resolver el cuestionario inicial.
4. **Recursos o materiales utilizados:** Se indica en lista el material necesario para el experimento así como los instrumentos de medida necesarios. Indicar delante del instrumento la escala y precisión que se usará.
5. **Marco teórico:** Es la sección que expone los conceptos, leyes y modelos matemáticos. Las preguntas que aquí se responden son:
 - ¿Cuáles son las definiciones de todos los conceptos científicos utilizados y su relación entre sí?
 - ¿Qué variables están presentes para medirse o estimarse y cuál es su relación? .
 - ¿Cómo se relacionan las variables entre sí?

El marco teórico ayuda a realizar el análisis de los datos recavados, compararlos con los resultados y la hipótesis. Se sugiere que los conceptos y modelos se presenten en un cuadro mental.

Cuerpo

1. **Desarrollo del experimento:** Se explica los pasos a seguir para repetir el experimento.
 - ¿Qué hiciste y cómo lo resolviste?.
 - Registro de variables dependientes e independientes.
 - Registro de sus incertidumbres.
 - Todas las posibles fuentes de error.
 - Ajustes al mejor modelo.
 - Explicar cada una de las imágenes.

2. **Resultados:** se resumen los resultados.

Cierre

1. **Conclusión:** Se evalúa y compara la predicción hipótesis (cuestionario inicial), el marco teórico y los resultados. También se reporta si se alcanzaron los objetivos y con que porcentaje de error. Se indica si se observó algún patrón de comportamiento. Se utiliza un lenguaje directo, claro y preciso.
2. **Discusión:** El propósito de la discusión es interpretar y comparar los resultados obtenidos. Se objetivo y enfócate en las ventajas y desventajas del trabajo experimental. Relaciona tus resultados, a lo que has aprendido en tu clase de teoría o a lo que se ha aprendido por otros medios.
 - ¿Resolviste el problema?
 - Brevemente describe las implicaciones lógicas de los resultados.
 - No repitas información ya proporcionada en el reporte, sólo los resultados más importantes.

Autoreflexión

Cada estudiante responde de manera individual:

- ¿Qué aprendí? y ¿Qué me gustaría investigar más para resolver las dudas que surgieron?.
- ¿Cuáles fueron los problemas que encontré y cómo los resolví o posible solución?.
- ¿Por qué es importante lo que aprendí aquí?.
- ¿Qué puede estar causando error en el experimento y como corregirlo?.

Anexos

En caso de que sea necesario, al final del reporte se puede incluir elementos que no son necesarios pero son evidencia de la experimentación tal como tablas, imágenes, diagramas, mapas etc.

Referencias

1. **Referencias confiables:** Usar DGB UNAM o Scholar Google.
 - Revistas científicas <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=57121297165>
 - Biblioteca y Bibli UNAM.
 - Periódico, etc.
 - Textos científicos.
2. **Referencias no confiables:**
 - Rincón del Vago.
 - Wikipedia.
 - Buenas tareas, etc.

Aquellas referencias que hayas consultado se deben registrar en formato APA:

Para citar revistas se indica en el siguiente orden:

- Nombre hasta un máximo de seis, separados por comas, comenzando por su apellido y las iniciales sin puntos.
- Título del trabajo, terminado con un punto.
- Revista en su expresión abreviada (pe J. Chem. Educ.)
- Año de publicación, Volumen, Número o mes, Páginas del artículo
- Por ejemplo: David, C. W. IR Vibration-Rotation Spectra of the Ammonia Molecule. J. Chem. Educ. 1996, 73, 46.

Para citar libros se indica en el siguiente orden:

- Autor(es) del capítulo o libro.
- Título del libro.
- Ciudad o país donde se ha impreso.
- Editorial que lo ha publicado.
- Año de publicación.
- Páginas (primera y última).

Para citar páginas web se indica en el siguiente orden:

- Apellido en mayúsculas y nombre del autor.
- Nombre del documento electrónico en cursiva.
- Año de la publicación en la Web que es el año del Copyright.
- La dirección electrónica (la que aparece en el navegador).
- Fecha de la consulta.
- Por ejemplo: FLORES, Cristóbal, Cómo citar recursos electrónicos, 2004,
<http://www.allforweb.com/fuentes.htm> [Consulta: viernes, 25 de septiembre de 2008]

23.3 Reglamento

La ENES Morelia ha impulsado la formación integral de sus estudiantes basándose en diversas estrategias que unifiquen la teoría, la resolución de problemas, la experimentación así como la relación con las problemáticas actuales a la par del desarrollo de habilidades y actitudes para la ciencia. De manera particular, en los Laboratorios de Física de la ENES Morelia se ofrecen equipos e instrumentos para que los estudiantes reproduzcan diversos experimentos claves para comprobar las diversas teorías de física, así como brindar las herramientas e instrumentos para generar sus propios experimentos y prototipos.

A continuación se presenta el reglamento sintético del Laboratorio. Para consultar el reglamento completo, visita la siguiente URL www.goo.gl/0K15ta

De los estudiantes

- Los usuarios deberán ser responsables del uso del Laboratorio:
 1. Leer y conocer el reglamento completo del Laboratorio.
 2. Acatar las instrucciones para el uso correcto de equipos señaladas por los docentes, responsables de las prácticas o el responsable del Laboratorio.
- Seguir las medidas de seguridad indicadas en el manual de prácticas. Durante las prácticas y de acuerdo a la exigencia de la actividad, los usuarios usarán las medidas de seguridad tales como: lentes de seguridad, guantes y todo lo necesario para garantizar su seguridad. Cabe aclarar que es responsabilidad del usuario adquirir o solicitar el equipo mencionado.
- Se prohíbe:
 1. Jugar y hacer cualquier actividad ajena las indicadas por el docente.
 2. Ingerir alimentos, fumar o beber.
 3. Usar dispositivos de música con altavoces.
 4. Uso de cabello suelto, lentes de contacto, pantalón corto y zapatos abiertos.
- El estudiante acude a sus prácticas sólo en presencia de su docente y debe abandonar el Laboratorio al término de las mismas.
- Por seguridad queda estrictamente prohibido permanecer en el Laboratorio fuera del horario de clases.
- Asistir puntualmente en la fecha y hora programada. El tiempo de tolerancia para llegar y entrar al Laboratorio será fijado por el docente y/o el laboratorista.
- No se permite la presencia de estudiantes o personas ajenas a la práctica.
- En caso de algún desperfecto, daño o pieza faltante, el usuario deberá de reportarlo inmediatamente al responsable del laboratorio.
- A los usuarios que se les sorprenda rayando las mesas, además de limpiarlas, serán suspendidos de las prácticas a criterio del docente y/o jefe del laboratorio.
- El usuario es responsable del material, aparatos y mobiliario que utilice. Siempre que el usuario solicite material, deberá revisarlo al momento de recibirlo. El responsable en turno del Laboratorio deberá intercambiar el material solicitado por los siguientes dos requisitos esenciales: La credencial del usuario, así como la solicitud de préstamo de material (vale de préstamo) con todo los datos solicitados, incluyendo nombre y firma del usuario, así como la cantidad y descripción del material solicitado que ha indicado el académico. El vale de préstamo estará en la entrada y a la vista de los usuarios.

- Con la finalidad de cuidar las mesas y equipo de trabajo, los usuarios deberán de trabajar en las áreas previamente establecidas para usar el agua, cortar, soldar, etc.
- Una vez terminada la práctica, se regresará la credencial siempre y cuando el material se encuentre en buenas condiciones, en caso contrario, se retendrá la credencial y se colocará en la lista de deudores y el grupo de usuarios deberá de reponerlo al 100%, (ver sección De las Sanciones).
- Los usuarios al finalizar la práctica, limpiarán el área de trabajo, acomodarán mesas/sillas y entregarán los materiales utilizados limpios y en buenas condiciones.
- Queda prohibido desechar sustancias químicas o materiales sólidos que puedan dañar al drenaje o al ambiente. El procedimiento básico para la disposición adecuada para los residuos es que deberán depositarse en recipientes clasificados (plásticos, cristalería rota, electrónica etc.) indicados por el responsable del Laboratorio.
- El equipo y materiales del Laboratorio podrán ser utilizados por el usuario, siempre y cuando no interfiera con las actividades docentes ya programadas.
- Los útiles, mochilas o pertenencias NO requeridas para la práctica, deberán ser colocados en el lugar indicado por el docente o laboratorista. Los objetos olvidados u abandonados permanecerán hasta por 7 días en un área designada para cosas extraviadas, después de ese lapso serán depositados en la basura.
- Los estudiantes utilizarán y permanecerán en el lugar que se les asigne en las mesas de trabajo y evitar desplazarse a otras mesas para distraer el trabajo de los otros compañeros.

De las sanciones

- Cuando se cometa una infracción a este reglamento el docente responsable del grupo dará aviso al responsable del Laboratorio por medio del reporte, el cual puede ser escrito en la misma papeleta de solicitud de material. Además se registrará en el control y en la base de datos “Estudiante Deudor” el nombre del infractor, la fecha y la pieza a reparar, el cual es verificada por servicios escolares. El infractor escribirá en el mismo vale de préstamo la leyenda “Me comprometo a repararlo”. Se considerarán 7 días o las que el proveedor señale para reparar el daño. El usuario hará el depósito directamente al proveedor y el personal de la ENES nunca recibirán el dinero.
- Hasta verificar la reparación del daño, se resguardará en el Laboratorio la credencial del usuario.
- En caso de que el usuario no repare el daño en el tiempo establecido, el responsable del laboratorio hará un reporte para la coordinación, el docente implicado y a la administración para que las sanciones sean emitidas por el Honorable Consejo Técnico de la ENES, conforme a las disposiciones de la Legislación Universitaria.
- En el caso de que el académico responsable no apoye en el seguimiento a la reparación del daño, éste también será reportado ante el Honorable Consejo Técnico.
- Cualquier alteración de las condiciones de seguridad, o en el incumplimiento del presente reglamento, deberá ser reportada al responsable del Laboratorio y/o autoridades.
- Todas aquellas cuestiones que no estén específicamente señaladas en el presente reglamento deberán ser resueltas en primer instancia por el responsable del Labora-

torio en conjunto con el Coordinador de la licenciatura y en caso de ser necesario por la Comisión de Seguridad e Higiene, la cual se apoyará en la Dirección de la Institución y el Honorable Consejo Técnico.

El presente Reglamento entrará en vigor al día siguiente de su aprobación por el Consejo Técnico de la ENES Unidad Morelia, UNAM.

Fecha de Aprobación: Febrero del 2017

Cualquier anomalía reportarla a los responsables del Laboratorio a la extensión 80512 o al correo laboratorio.fisica@enesmorelia.unam.mx y para mayor información visita el portal del Laboratorio de Física www.google.com/g1/0K15ta

Bibliografía

- [1] Yesenia Arredondo y et al. *Laboratorio Interdisciplinario*. ENES Morelia, UNAM, 2017 (véase páginas 10, 16).
- [2] D.C. Baird. *Experimentación. Una introducción a la teoría de mediciones y al diseño de experimentos*. Pearson Educación, 1991 (véase página 16).
- [3] D. Halliday, R. Resnick y K. S. Krane. *Física I*. 4th edición, Volumen 1, Milano CEA., 1993 (véase páginas 43, 60, 108, 117, 141).
- [4] Thomas Kuhn. *La estructura de las revoluciones científicas*. University of Chicago Press, 1962 (véase página 9).
- [5] PASCO-Scientific. *Capstone Software PASCO Capstone Software Introduction and 850 interfase (video)* (véase página 186).
- [6] PASCO-Scientific. *Capstone Software (video)* (véase página 56).
- [7] PASCO-Scientific/P01. *Introduction to Measurement. In Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (01)*. 2016 (véase página 19).
- [8] PASCO-Scientific/P011. *Acceleration on an Inclined Plane. In Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (11)*. 2016 (véase página 89).
- [9] PASCO-Scientific/P02. *Uncertainty and Error Analysis. In Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (02)*. 2016 (véase página 29).
- [10] PASCO-Scientific/P03. *Relative Motion in One Dimension. In Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (03)*. 2016 (véase página 37).
- [11] PASCO-Scientific/P04. *Graph Matching. In Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (04)*. 2016 (véase página 47).
- [12] PASCO-Scientific/P05. *Instantaneous and Average Speed. In Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual, UI-5813, (05)*. 2016 (véase página 55).

- [13] PASCO-Scientific/P06. *Position and Velocity*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual*, UI-5813, (06). 2016 (véase página 63).
- [14] PASCO-Scientific/P07. *Velocity and Acceleration*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual*, UI-5813, (07). 2016 (véase página 71).
- [15] PASCO-Scientific/P08. *Equations of Motion for Constant*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual*, UI-5813, (08). 2016 (véase página 81).
- [16] PASCO-Scientific/P12. *Projectile Motion*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual*, UI-5813, (12). 2016 (véase página 97).
- [17] PASCO-Scientific/P15. *Newton's 2nd Law*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual*, UI-5813, (15). 2016 (véase página 111).
- [18] PASCO-Scientific/P23. *Coefficients of Friction*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual*, UI-5813, (23). 2016 (véase página 121).
- [19] PASCO-Scientific/P27. *Centripetal Force*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual*, UI-5813, (27). 2016 (véase página 129).
- [20] PASCO-Scientific/P30. *Conservation of Energy of a Simple Pendulum*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual*, UI-5813, (30). 2016 (véase página 137).
- [21] PASCO-Scientific/P33. *Collisions in 1D*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual*, UI-5813, (33). 2016 (véase página 143).
- [22] PASCO-Scientific/P35. *Ballistic Pendulum*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual*, UI-5813, (35). 2016 (véase página 149).
- [23] PASCO-Scientific/P36. *Newton's 2nd Law for Rotation*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual*, UI-5813, (36). 2016 (véase página 157).
- [24] PASCO-Scientific/P38. *Rotational Kinetic energy*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual*, UI-5813, (38). 2016 (véase página 167).
- [25] PASCO-Scientific/P39. *Newton's 2nd Law for Rotation*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual*, UI-5813, (39). 2016 (véase página 173).
- [26] PASCO-Scientific/P41. *Spring and Mass Oscillations*. In *Comprehensive 850 Physics System Experiment Manual*, UI-5813, (41). 2016 (véase página 179).
- [27] F. W. Sears, M. W. Zemansky y H. D. Young. *Física Universitaria*. Addison-Wesley Pub. Co., 1987 (véase páginas 26, 34, 67, 79, 108, 117, 147, 154, 164, 170, 182).
- [28] Tracker. *Tracker Software* (véase página 56).