

## A NOÇÃO DE IDONEIDADE DIDÁTICA E SEU USO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

**Adriana Breda**<sup>1</sup>

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul

**Vicenç Font**<sup>2</sup>

Universitat de Barcelona

**Valderez Marina do Rosário Lima**<sup>3</sup>

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul

### RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma discussão teórica sobre a noção de idoneidade didática dos processos de instrução e como o uso desta se reflete nas investigações sobre a formação do docente de Matemática. Para isso, de maneira detalhada, demonstram-se os critérios de idoneidade e seus descritores, abordando-os, primeiramente, como um construto teórico e, na sequência, apresentando diversas investigações realizadas no âmbito da formação de professores de Matemática de distintos níveis educativos e em países como Espanha, Argentina, México, Chile e Brasil.

**Palavras-Chave:** critérios de idoneidade, formação de professores de Matemática.

### ABSTRACT

This work aims to present a theoretical discussion about the notion of suitability didactic of instructions process and how the use of this is reflected in the investigations about mathematics teachers' formation. For this, in detail, demonstrate the suitability criteria and their descriptors, addressing them first as a theoretical construct, and following, with several investigations in the training of mathematics teachers of different educational levels and in countries like Spain, Argentina, Mexico, Chile and Brazil.

---

<sup>1</sup> [adriana.breda@gmail.com](mailto:adriana.breda@gmail.com)

<sup>2</sup> [vfont@ub.edu](mailto:vfont@ub.edu)

<sup>3</sup> [valderez.lima@puccs.br](mailto:valderez.lima@puccs.br)

**Keywords:** suitability criteria, training of mathematics teachers.

## ASPECTOS INTRODUTÓRIOS

Uma das problemáticas relevantes na formação de professores é a de determinar qual é o conhecimento didático-matemático que estes devem ter para ensinar Matemática. Uma das principais características deste conhecimento didático-matemático é a de que ele permite avaliar e justificar a melhora dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Contudo, na Educação Matemática, existe um problema importante a respeito da noção de “qualidade”, pois não há consenso de como esta deve se caracterizar e, em particular, não há consenso sobre os “métodos para avaliar e melhorar os processos de ensino e aprendizagem de Matemática”. Com relação à maneira de “guiar a melhora dos processos de ensino e aprendizagem da matemática”, segundo Font e Godino (2011), existem, basicamente, dois posicionamentos que se fundamentam em duas maneiras diferentes de entender a “verdade”.

A primeira maneira de entender a “verdade” se conhece normalmente pela ideia de “verdade como correspondência” e, geralmente, está associada a pontos de vista do tipo positivista. Desde um posicionamento positivista a seguinte questão: “quem decide o que é e o que não é correto e baseado em que?” se responde recorrendo à ciência Didática da Matemática, visto que, é uma ciência que está em conformidade com a realidade, que estabelece relações causa-efeito, etc. Desde esta perspectiva, a investigação científica realizada na área da Didática da Matemática nos dirá quais são as causas que devem ser modificadas para que se consigam os efeitos considerados com o objetivo de alcançar ou, no mínimo, de nos dizer quais são as condições e restrições que se deve ter em conta para que se consiga o objetivo desejado.

Neste ponto de vista, a estratégia para melhorar os processos de ensino e aprendizagem de Matemática devem ser do tipo vertical, de cima para baixo, pois a mudança começa a partir da produção de materiais curriculares realizados por especialistas que aplicam conhecimentos científicos para realizá-los. Esta inovação, então, é transmitida aos professores e posta em prática pelo corpo docente. Trata-se de um modelo ID (Investigação e desenvolvimento) ou IDD (Investigação, Difusão e Desenvolvimento), onde a legitimidade das inovações provém da elaboração por parte

dos especialistas que utilizam o conhecimento científico gerado pela Didática da Matemática. O principal problema que apresenta esta maneira de entender a mudança é que os professores não estão incluídos no processo, se limitando a aplicar materiais curriculares planejados por especialistas dedicados à investigação. Esta perspectiva dá bastante importância ao papel da teoria, limita o papel do professor ao de usuário e não assume os fatores sociopolíticos e culturais que afetam a Educação Matemática.

Para muitos investigadores, a teoria da verdade como correspondência resulta problemática quando aplicada à Didática da Matemática e, portanto, optam pelo que se conhece como “teoria consensual da verdade”. Segundo este ponto de vista, a teoria consensual da verdade permite, por um lado, conservar a intuição básica da teoria da verdade por correspondência e, por outro lado, superar as dificuldades com as quais esta teoria se encontra.

Nesse sentido, aquilo que nos diz como guiar a melhora dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática deve emergir do discurso argumentativo da comunidade científica, quando esta está orientada a conseguir um consenso sobre “o que pode ser considerado como melhor”. Desde a perspectiva da teoria consensual da verdade, se faz necessário estabelecer as condições que possibilitam uma situação de ação comunicativa, ou seja, possibilitar situações de igualdade nas quais prevaleça o melhor argumento e não o que se deriva das situações verticalizadas de poder. Em uma situação comunicativa, a argumentação tem por objeto a resolução de diferenças de opinião. O interesse está em chegar a um acordo com o antagonista e não à ideia de persuasão ou dominação. Trata-se de criar uma atitude que entende a discussão através da análise crítica de diferentes posturas, no intuito de assumir a tomada de decisão com base no melhor argumento.

Considerar que a Didática da Matemática deve aspirar à melhora do funcionamento dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática implica na necessidade de obter critérios de “idoneidade” ou adequação que permitam avaliar os processos de instrução efetivamente realizados e “guiar” a sua melhora. Trata-se de realizar uma meta-ação (avaliação) que recaia sobre as ações (ações realizadas nos processos de instrução). Em consequência, temos que considerar a incorporação de uma racionalidade axiológica na Educação Matemática que permita a análise, a

crítica, a justificativa da eleição dos meios e dos fins, a justificativa da mudança, etc. Enfim, são necessários critérios de idoneidade que permitam responder a seguinte pergunta: sobre que aspectos são necessários incidir para a melhora dos processos de instrução matemática?

Por critério de idoneidade, deve-se entender como uma regra de correção que estabelece o como deveria ser realizado um processo de instrução. Contudo, estes critérios devem ser entendidos como regras de correção emanadas do discurso argumentativo da comunidade científica, quando este está orientado a conseguir um consenso sobre “o que se pode considerar como melhor”. Em suma, devem ser entendidos como horizonte de todos os critérios que a comunidade científica possa ir formulando e consentindo sobre a melhora dos processos de instrução; como um ideal no qual tendem os diferentes consensos fáticos que podem ser produzidos em um dado momento na comunidade científica. Trata-se de uma noção inspirada na ideia da teoria consensual da verdade de Peirce e de seus desdobramentos e adaptações posteriores realizadas por Apel (1997) e Habermas (1997).

Nesta perspectiva, a Didática da Matemática pode nos oferecer princípios (ou critérios de idoneidade) que possam servir, em primeiro lugar, para guiar os processos de ensino e aprendizagem da Matemática e, em segundo lugar, para avaliar a sua implementação. Os princípios e critérios de idoneidade são regras de correção úteis em dois momentos dos processos de estudo matemático. *A priori*, os critérios são princípios que orientam “como as coisas devem ser feitas”. *A posteriori*, os critérios servem para avaliar o processo de estudo efetivamente implementado.

Nesse sentido, esta perspectiva de investigação em Didática da Matemática se interessa por, (I) caracterizar estes critérios de qualidade e (II) realizar investigações concretas nas quais possam ser aplicados ditos critérios com o objetivo de avaliar os processos de ensino e aprendizagem e, conseqüentemente, possam propor ações para a melhora em futuras implementações.

Tudo isso nos leva a experiências de inovações adaptadas aos contextos locais, nas quais, devem contar com a implicação do corpo de professores. Isso se deve ao fato de que a aplicação concreta destas regras de correção é “situada”. Em outras palavras, a aplicação, prioridade, etc., de ditas regras depende do contexto institucional em que se desenvolve o processo de instrução e do critério pedagógico

e didático do professor que as deve ter em conta. Trata-se de um guia de orientação para melhorar os processos de instrução, e não de uns princípios ou critérios que produzam a frustração do professor “normal”, quando este não os pode alcançar.

Um exemplo paradigmático de propostas de princípios e critérios para guiar a melhora dos processos de ensino e aprendizagem de Matemática é a proposta de Princípios e Estândaes do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000). Tal associação elaborou no ano de 1991 um documento intitulado *Estândaes Profissionais* para o ensino de Matemática (NCTM, 1991) com o propósito de que este fosse uma referência para orientar o trabalho dos professores de Matemática na década de 90 do século passado. Este documento teve alto impacto na comunidade da Educação Matemática e no ano 2000, foi publicado um novo documento intitulado *Princípios e Estândaes para a Educação Matemática* (NCTM, 2000), cujo objetivo também era converter-se em um referente mundial para guiar processos de ensino de Matemática de qualidade.

Os princípios servem para orientar a ação educativa, visto que formam parte das grandes decisões subjacentes a todo currículo e implicam os âmbitos políticos, sociais e econômicos. Seguem os *Princípios* curriculares que se propõe:

- ✓ *Igualdade*: a boa educação matemática requer igualdade, ou seja, altas expectativas e uma base potente para todos os estudantes.
- ✓ *Currículo*: um currículo é mais que uma coleção de atividades - deve ser coerente, enfocado em matemáticas importantes e bem articulado em graus. A ênfase em selecionar matemáticas importantes ou relevantes para os objetivos marcados é deveras notável: Por exemplo, dentro do campo numérico, marca-se a proporcionalidade e às razões; as habilidades de raciocinar e deduzir; a capacidade de predição através da Matemática ou de incrementar conhecimentos em recursão, interação, comparação de algoritmos.
- ✓ *Ensino*: um ensino efetivo da Matemática requer que os estudantes compreendam o que conhecem e o que necessitam aprender e, por tanto, se propõe o desafio de apoiar-se em uma aprendizagem “correta”.

- ✓ *Aprendizagem*: os estudantes devem aprender Matemática, compreendendo-a, construindo ativamente novo conhecimento, desde a experiência e o conhecimento prévio.
- ✓ *Avaliação*: a avaliação deve apoiar a aprendizagem de matemáticas relevantes e proporcionar informações úteis tanto aos docentes quanto aos estudantes.
- ✓ *Tecnologia*: a tecnologia é essencial no ensino e na aprendizagem da Matemática, influencia as matemáticas que são ensinadas e estimula a aprendizagem dos estudantes.

Os *Estândares Curriculares* oferecem, de alguma forma, uma resposta ao seguinte questionamento: que conteúdos e processos matemáticos os estudantes deveriam aprender a conhecer e serem capazes de usar quando avançam em seu ensino? Estruturam-se, desta maneira, em padrões de conteúdo e processo. Os cinco estândares de conteúdo são: Números e Operações, Álgebra, Geometria, Medida e Análise de Dados e Probabilidade. No entanto, existem outros cinco estândares de processos, nos quais, apresentam-se modos destacados de adquirir e usar o conhecimento: Resolução de Problemas, Raciocínio e Demonstração, Comunicação, Conexão e Representação.

No ano de 2015, por meio do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2015, p.5) publicam-se os princípios da Educação Matemática que devem guiar o trabalho educativo para garantir o êxito matemático. São eles:

- ✓ *Ensino e aprendizagem*: um programa de Matemática de excelência necessita um ensino eficaz que envolva os estudantes a uma aprendizagem significativa mediante experiências individuais e coletivas que fomentem sua habilidade para dar sentido às ideias matemáticas e para que pensem de maneira matemática;
- ✓ *Acesso e equidade*: um programa de Matemática de excelência requer que todos os estudantes tenham acesso a um currículo de Matemática de qualidade com técnicas de ensino e aprendizagem eficazes;
- ✓ *Currículo*: um programa de Matemática de excelência inclui um currículo que amplie uma Matemática significativa e desenvolvimentos coerentes de aprendizagem, assim como, acrescente as conexões extramatemáticas;

- ✓ *Ferramentas e tecnologia*: um programa de matemática de excelência utiliza ferramentas e tecnologia com o objetivo de auxiliar os estudantes a aprender, dar sentido às ideias matemáticas, raciocinar e comunicar seu pensamento matemático;
- ✓ *Avaliação*: um programa de Matemática de excelência garante que a avaliação seja parte integral do ensino, incluindo variedade de estratégias e fontes documentais, auxiliando nas decisões do ensino e na melhora do programa;
- ✓ *Profissionalismo*: um programa de Matemática de excelência os professores e seus colegas se assumem responsáveis pelo êxito matemático de cada estudante, assim como de seu avance profissional, pessoal e coletivo.

Desde os diferentes programas de investigação que emergiram na área da Didática da Matemática foram elaboradas propostas de critérios que permitem a avaliação e melhora dos processos de ensino e aprendizagem de Matemática. Trata-se de propostas que se baseiam nos princípios do NCTM, mas que não contam com o consenso gerado por estes princípios, já que não são o resultado de um amplo processo de busca de acordos na comunidade da Educação Matemática. Trata-se de propostas realizadas por investigadores, as quais podem ter maior ou menor impacto em dita comunidade. Este é o caso do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática (EOS), (GODINO, BENCOMO, FONT, WILHELMI, 2006; GODINO, FONT, WILHELMI, DE CASTRO, 2009), com sua proposta dos chamados critérios de idoneidade.

Na sequência deste texto apresentamos, de maneira detalhada, os critérios de idoneidade e seus descritores e abordamos tais critérios como um construto teórico e destacando as primeiras investigações. Apresentamos, também, um levantamento sobre as investigações realizadas na formação de futuros professores de Primária (Educação Infantil e Ensino Fundamental) e Secundária (Ensino Médio) que se utilizaram dos critérios de idoneidade didática nos contextos espanhol, argentino, mexicano, chileno e brasileiro. Além disso, destacamos outras investigações que se dotaram do uso dos critérios de idoneidade propostos pelo Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS), que não na formação docente.

## OS CRITÉRIOS DE IDONEIDADE E SEUS DESCRITORES

Nesta seção detalharemos o que entendemos por critérios de idoneidade, especificando os componentes e os descritores de cada um deles, além de explicitarmos, como, de alguma maneira, eles se fazem operativos para avaliar os processos de instrução matemática e justificar os aspectos a serem melhorados. Godino, Bencomo, Font e Wilhelmi (2006) propõem seis critérios de fundamentação para uma didática avaliativa:

- ✓ *Epistêmica*: refere-se a que a Matemática ensinada seja “boa matemática”. Para isso, além de tomar como referência o currículo prescrito, se trata de tomar como referência à Matemática institucional que se transposta no currículo.
- ✓ *Cognitiva*: expressa o grau em que as aprendizagens pretendidas/implementadas estão na zona de desenvolvimento potencial dos alunos, assim como a proximidade das aprendizagens adquiridas às que foram pretendidas ou implementadas.
- ✓ *Emocional*: distribuição temporal dos estados afetivos (atitudes, emoções, afetos, motivações) de cada aluno em relação com os objetos matemáticos e com o processo de estudo seguido.
- ✓ *Interacional*: grau em que os modos de interação permitem identificar e resolver conflitos de significado e favorecem a autonomia da aprendizagem.
- ✓ *Mediacional*: grau de disponibilidade e adequação dos recursos materiais e temporais necessários para o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem.
- ✓ *Ecológica*: grau de adaptação do processo de estudo ao projeto educativo do centro, as diretrizes curriculares, às condições do entorno social.

A operacionalização dos critérios apresentados acima reside na possibilidade de definir um conjunto de indicadores observáveis que permitam avaliar o grau de adequação de cada componente do processo de estudo. Por exemplo, todos nós concordamos que é necessário ministrar uma boa Matemática, mas podemos

entender coisas muito diferentes por “boas” matemáticas. Para alguns critérios, os descritores são relativamente fáceis de entrar em consenso (por exemplo, o critério de idoneidade dos meios), para outros, como o caso da idoneidade epistêmica é mais difícil, visto a sua complexidade.

Godino, Bencomo, Font e Wilhelmi (2007) aportam um sistema de indicadores empíricos que servem de guia de análise e avaliação da idoneidade didática. Na sequência apresentamos uma breve descrição deles:

Pode-se aumentar a idoneidade epistêmica apresentando aos alunos uma mostra representativa, variada e articulada de situações-problema (contextualizados, com diferentes níveis de dificuldade, etc.); procurando explorar o uso dos modos de expressão verbal, gráfica, simbólica, etc., e as conversões que podem surgir entre eles; adequando a linguagem matemática e a clareza e correção de definições e procedimentos conforme o nível educativo em que se está trabalhando; dando os enunciados básicos do tema e adequando explicações, comprovações e demonstrações dentro do nível escolar a que se está voltado; estabelecendo relações significativas entre definições, propriedades, problemas do tema estudado, entre outros.

O aumento da idoneidade cognitiva pode ser realizado assegurando que os alunos apresentam os conhecimentos prévios necessários para o estudo do tema e que os conteúdos que se pretende ensinar são alcançáveis, ou seja, apresentam um grau de dificuldade manejável; procurando incluir atividades de ampliação e reforço; realizando uma avaliação formativa durante o processo de estudo; etc.

A interacional pode ser aumentada se o professor realiza uma apresentação adequada do tema, com ênfase nos conceitos-chave; procurando reconhecer e resolver os conflitos de significado dos alunos (interpretando corretamente seus silêncios, expressões faciais, perguntas, etc.); utilizando recursos argumentativos para melhorar a implicação; procurando facilitar sua inclusão na dinâmica da aula; favorecendo a comunicação entre os estudantes; contemplando momentos nos quais os estudantes se responsabilizam pelo estudo (exploração, formulação, validação); etc.

Já, quanto à mediacional, pode-se fazer uso de materiais manipulativos e de informática; procurando que as definições e propriedades sejam contextualizadas pelo viés de situações-problema, modelos e visualizações; buscando investir o tempo nos conteúdos mais importantes e nos que, primeiramente, geram maior dificuldade de compreensão; etc.

A idoneidade emocional pode ser ampliada selecionando tarefas de interesse para os alunos; promovendo a avaliação da utilidade da Matemática na vida cotidiana e profissional; promovendo a implicação nas atividades, a perseverança, responsabilidade, etc.; favorecendo a argumentação, de modo que se avalie o argumento, evitando o desgosto ou o medo de Matemática; etc.

A ecológica pode ser aumentada revisando, por exemplo, que os conteúdos que estão sendo ensinados apresentam correspondência com as diretrizes curriculares; assegurando que tais conteúdos contribuem para a formação social e profissional dos estudantes; buscando relacionar os conteúdos ensinados com outros conteúdos matemáticos e de outras disciplinas; tendo em conta as fontes de diversidades dos alunos; etc.

## **CRITÉRIOS DE IDONEIDADE COMO CONSTRUTO TEÓRICO E PRIMEIRAS INVESTIGAÇÕES**

Em Godino (2012) está explicada a origem e os aportes da perspectiva ontossemiótica de investigação em didática da Matemática. Segundo este autor, o desenvolvimento deste enfoque seguiu três etapas, onde que a origem da primeira foi uma tentativa de dar resposta ao seguinte problema formulado nos seguintes termos:

*PE (problema epistemológico):* o que é um objeto matemático? Ou, de outra forma, qual é o significado de um objeto matemático (número, derivada, média, etc.) em um contexto ou marco institucional determinado? Este problema epistemológico, isto é, referente ao objeto matemático como entidade cultural ou institucional, complementa-se dialeticamente com o problema cognitivo associado, ou seja, o objeto como entidade pessoal ou psicológica: *PC (problema cognitivo):* o que significa o objeto *O* para um sujeito em um determinado momento e numa determinada circunstância dada? (GODINO, 2012, p. 52, tradução nossa).

Como resposta a este problema se desenvolveram e se especificaram as noções de “significado institucional e pessoal de um objeto matemático”, ambos entendidos em termos de sistemas de práticas nas quais um determinado objeto matemático é determinante para a sua realização.

Nesta problematização inicial abordada pelo EOS existe uma questão epistemológica de base que, em uma segunda fase do desenvolvimento deste enfoque, levou à elaboração de uma ontologia matemática explícita (tipos de objetos e processos matemáticos) que permitiu descrever, de maneira operacional, o significado do objeto matemático, tanto do ponto de vista institucional, como pessoal. O duo - *sistemas de práticas, configuração de objetos primários e processos* - (GODINO, BATANERO; FONT, 2007; FONT, GODINO, GALLARDO, 2013) são considerados noções-chave para abordar a análise epistemológica e cognitiva requeridas na didática da Matemática. Essas ferramentas teóricas permitem reformular o problema epistêmico (conhecimento institucional, sócio-cultural) e cognitivo (conhecimento pessoal) da didática da Matemática nos seguintes termos:

- ✓ *Significado institucional de referência*: quais são as práticas matemáticas institucionais e as configurações dos objetos primários e dos processos ativados em ditas práticas, necessárias para resolver um tipo de Matemática?
- ✓ *Significado pessoal*: que práticas, objetos e processos matemáticos o estudante põe em jogo para resolver um determinado tipo de tarefa Matemática?
- ✓ *Compreensão do objeto por parte do sujeito*: que práticas pessoais, objetos e processos implicados pelo estudante são válidos na perspectiva institucional?

Uma terceira etapa do desenvolvimento do EOS consistiu em criar ferramentas teóricas para investigar os processos de instrução. Uma vez obtidas tais ferramentas para analisar as dimensões epistemológica e cognitiva dos processos de ensino e aprendizagem de Matemática, o EOS abordou questões centrais para o planejamento instrucional, formulado na sequência:

*PIM (Problema da instrução matemática significativa)*: que tipos de interações didáticas deveriam ser implementadas nos processos de instrução de modo que permitam otimizar a aprendizagem em matemática? *PN (Problema normativo)*: que normas condicionam o desenvolvimento dos processos de instrução, como elas se

estabelecem e como podem mudar para otimizar a aprendizagem em matemática? (GODINO, 2012, p. 53, tradução nossa).

Como primeira resposta a este questionamento em Godino, Contreras e Font (2006) são introduzidas novas noções teóricas para analisar processos de instrução matemática que estão apoiados na modelagem do ensino e aprendizagem de um conteúdo matemático, como um processo estocástico multidimensional, composto de seis subprocessos (epistêmico, docente, discente, mediacional, cognitivo e emocional), com suas respectivas trajetórias e estados potenciais. Como unidade primária de análise em didática, é proposta a configuração didática, constituída pelas interações entre professor e aluno quando da realização de uma tarefa, utilizando recursos materiais específicos. As novas ferramentas teóricas foram aplicadas na análise de uma aula do curso de bacharelado, onde foram estudadas as regras de derivação, descrevendo os significados implementados, os padrões de interação didática e identificando conflitos semióticos manifestados nessas interações.

A introdução das dimensões epistêmica, docente, discente, mediacional, cognitivo e emocional realizadas em Godino, Contreras e Font (2006) são aprofundadas em Godino, Bencomo, Font, Wilhelmi (2006), onde é apresentado um sistema de noções teóricas para descrever os processos de ensino e aprendizagem de Matemática e avaliar a idoneidade didática de tais processos, a partir de um olhar holístico. Tal idoneidade é concebida como uma articulação coerente e eficaz das distintas dimensões que estão implicadas nos processos de estudo matemático: epistêmica, cognitiva, interacional, mediacional, emocional e ecológica. As noções teóricas introduzidas se aplicam na análise do processo estudado em uma experiência de ensino sobre a noção de função com estudantes universitários.

Dados a introdução e a eficácia dos critérios de idoneidade para avaliar curtos episódios de aula, percebeu-se a necessidade de encontrar alguns descritores que os tornassem mais operativos e que permitissem sua aplicação, não só às sessões completas de uma aula, como também, a várias sessões de classe. Em Godino, Bencomo, Font e Wilhelmi (2007) foi proposto uma primeira pauta de componentes e descritores para que os critérios se tornassem operacionalizáveis.

No ano de 2007 foi publicado um *paper*, referenciado em diversas investigações, o qual pode ser considerado a apresentação do EOS no universo anglo-saxão (GODINO, BATANERO, FONT, 2007). Neste artigo, os critérios de

idoneidade didática são apresentados como um construto teórico central do Enfoque Ontossemiótico (EOS).

Em Ramos e Font (2008), apresentam-se os resultados de uma pesquisa alocada dentro do EOS, cujo objetivo central foi o de analisar o papel dos critérios de idoneidade nos argumentos dos professores quando estes avaliam a introdução de mudanças institucionais em um processo de instrução. Em particular, investigou-se a avaliação da incorporação de situações contextualizadas nos processos de ensino e aprendizagem das funções em uma disciplina denominada *Introducción a la Matemática*, oferecida na Faculdade de Ciências Econômicas e Sociais da Universidade de Carabobo (Venezuela). Estes autores chegaram à conclusão de que os professores, em suas reuniões de trabalho, em suas conversas informais, etc., quando avaliam uma possível transformação, utilizam de maneira implícita ou explícita, os critérios de idoneidade.

Alsina e Domingo (2010), aplicam os critérios de idoneidade para avaliar um protocolo, planejado a partir de uma perspectiva sociocultural, o qual descreve uma possível maneira de levar em conta a prática matemática das sessões de aulas da *Enseñanza Secundaria Obligatoria de España* (ESO) onde foi implementado. Trata-se de outra investigação onde se apresenta a eficácia dos critérios de idoneidade para avaliar processos de instrução. Já, Font, Planas e Godino (2010) propõem um modelo de análise em didática dos processos de instrução, cujo quinto nível é o uso dos critérios para avaliação de tais processos. Nesta investigação se demonstra o modelo utilizado para analisar um breve episódio de uma aula.

Nessa primeira fase em que acabamos de resumir os critérios de idoneidade e, de forma geral, o modelo de análise em didática proposto pelo EOS, percebemos, em um primeiro momento, que estes se apresentam como uma proposta teórica e demonstram seu potencial em analisar curtos episódios de classe. Já, numa segunda fase, estes critérios são aplicados a sessões de aulas completas. (por exemplo, em POCHULU, FONT, 2011).

A partir daí, percebeu-se que o modelo de análise em didática proposto pelo EOS e, em particular, os critérios de idoneidade didática, podiam ser ferramentas úteis na formação de professores de Matemática (GODINO, FONT, WILHELMI, 2008). Por essa razão, em uma terceira fase, diversas investigações se interessaram em estudar

a introdução do modelo de análise em didática proposto pelo EOS, em especial, no uso dos critérios, na formação de professores.

Entre as principais tarefas do professor, encontram-se o desenho e a implementação dos processos de estudo e a avaliação da própria prática docente com a finalidade de favorecer a aprendizagem dos estudantes. Neste trabalho utilizamos algumas noções teóricas para definir cinco níveis de análise dos processos de ensino e aprendizagem da matemática, que podem ajudar os professores para que reflitam sobre a sua própria prática docente. A introdução destes níveis, abre também, novas perspectivas de investigação em didática da matemática. As noções utilizadas estão baseadas no enfoque teórico denominado “ontossemiótico” (EOS), onde o conhecimento matemático se modela tendo em conta as dimensões epistêmica, cognitiva e instrucional da atividade matemática. Assim mesmo, tem-se em conta as dimensões normativa e axiológica, as quais são abordadas usando os tipos de objetos, processos, significados propostos no enfoque ontossemiótico. As ferramentas teóricas que descrevemos são aplicadas na análise de uma experiência de ensino de noções elementares de estatística (GODINO, FONT, WILHELMI, 2008, p. 1, tradução nossa).

Na sequência deste texto mostraremos algumas investigações que se dotaram de tais critérios no âmbito da formação de professores de Matemática em distintos níveis de ensino e em diferentes países.

## **INVESTIGAÇÕES NA FORMAÇÃO DE FUTUROS PROFESSORES DE PRIMÁRIA (EDUCAÇÃO INFANTIL E ENSINO FUNDAMENTAL) E SECUNDÁRIA (ENSINO MÉDIO) QUE SE UTILIZARAM DOS CRITÉRIOS DE IDONEIDADE DIDÁTICA: O CONTEXTO ESPANHOL**

O grupo de investigação da Universidade de Granada realizou inúmeras investigações sobre a introdução do modelo de análise em didática de processos de instrução propostos pelo EOS (que abordam, inclusive, os critérios de idoneidade) na formação inicial de professores de primária (correspondente à Educação Infantil e ao Ensino Fundamental no Brasil) da Educação Básica na Espanha. Investigaram, também, a relação que há entre as ferramentas teóricas propostas por este modelo e o conhecimento do professor. Na sequência apresentamos algumas delas.

Em Godino e Batanero (2008), apresenta-se um modelo de formação matemática e didática de professores baseado na aplicação dos “guias de análise em

didática”, elaborados a partir do modelo de análise do EOS e ilustrados mediante o planejamento, implementação e avaliação de um processo de estudo referente ao tema *estocástica* com um grupo de estudantes do magistério. Para estes autores, trata-se de operacionalizar as noções de prática matemática, configuração epistêmica e cognitiva, configuração didática, dimensão normativa e idoneidade didática mediante alguns “guias” para o reconhecimento de objetos e processos matemáticos, interações didáticas, normas e metanormas que sustentam ou limitam o processo de estudo e para avaliar a idoneidade didática dos mesmos. Esses guias disponibilizam ferramentas para a análise e reflexão didática que os formadores de professores e investigadores podem aplicar, e que, devidamente adaptadas, podem ser úteis para o professor de Matemática de qualquer nível escolar.

Já, o trabalho de Godino (2009) apresenta uma reflexão sobre os modelos de “conhecimento matemático para o ensino”, elaborados a partir das investigações em Educação Matemática, concluindo que estes modelos apresentam categorias muito gerais. Para este autor, as noções de configuração dos objetos matemáticos primários e dos processos introduzidos no EOS para a análise epistêmico-cognitiva, juntamente com as noções de configuração e idoneidade didática para a análise dos processos de instrução, são ferramentas que aportam categorias úteis sobre o tipo de conhecimento didático-matemático que deveria ser desenvolvido no professor de matemática através de ciclos formativos especificamente desenhados.

Seguindo a sugestão da investigação citada no parágrafo acima, em Godino, Batanero, Roa e Wilhelmi (2008) e em Godino, Rivas, Castro e Konic (2012) se explica a investigação sobre a experimentação de *ciclos formativos* sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática e sua didática para futuros professores de educação primária, os quais incluem os seguintes tipos de situações matemático-didáticas:

- ✓ Resolução de problemas com referência a um modelo didático socio-construtivo-instrucional.
- ✓ Reflexão epistêmico-cognitiva sobre os objetos e significados postos em jogo quando da resolução de problemas.
- ✓ Análise das interações que ocorrem em uma aula de Matemática.

- ✓ Reconhecimento do sistema de normas que condicionam e sustentam a atividade do estudo matemático.
- ✓ Avaliação da idoneidade didática do processo de estudo matemático experimentado.

Nestes processos de estudo foi abordada uma trajetória didática que contempla as seguintes fases ou momentos: apresentação de slogans; exploração de pessoal; trabalho cooperativo em equipes para elaborar respostas compartilhadas; apresentação e discussão; institucionalização, por parte do formador, com o objetivo de explicitar os conhecimentos pretendidos; estudo pessoal de trabalhos selecionados apoiados pelas orientações individuais e em grupo.

Em Godino, Batanero, Roa e Wilhelmi (2008) o *ciclo formativo* trata do estudo de noções elementares de estatística a partir de um projeto de análise de dados. Já, em Godino, Rivas, Castro e Konic (2012) o *ciclo formativo* trata da resolução de um problema aritmético - algébrico.

Para Godino (2009) e Godino, Batanero, Roa e Wilhelmi (2008), o tipo de ação formativa que propõem e o modelo de análise em didática aplicado supõe uma ampliação operativa do modelo “conhecimento matemático para o ensino” desenvolvido por Ball e colaboradores (Ball, 2000; Ball, Lubienski, Mewborn, 2001; Hill, Ball, Schilling, 2008).

A revisão de literatura nos mostra que, inicialmente, os critérios de idoneidade didática do EOS foram desenhados e utilizados para avaliar processos de instrução efetivamente implementados. Posteriormente, investigou-se o uso dos critérios como ferramentas para planejar processos de instrução. Em Godino, Rivas, Arteaga, Lasa e Wilhelmi (2014), aborda-se o problema do planejamento instrucional da estatística e da probabilidade. Nesse trabalho, os autores exploram as possibilidades oferecidas pelo EOS como pano de fundo para a investigação focada no desenho dos processos de ensino e aprendizagem, ou seja, para o desenvolvimento daquilo que se conhece como engenharia didática.

Na sequência apresentamos algumas investigações que utilizaram os critérios de idoneidade didática propostos pelo EOS na formação de professores de secundária (Ensino Médio). Nesse contexto, citamos, além de trabalhos realizados em nível de

tese doutoral e alguns projetos de investigação mais amplos, desenvolvidos especialmente, na Universidade de Barcelona, o uso de tais critérios no processo de elaboração das práticas e dos trabalhos finais de curso.

### **O caso da Universidade de Granada**

Recentemente, na Universidade de Granada, foram realizados alguns trabalhos finais de mestrado (TFM) que avaliam os processos de instrução utilizando os critérios de idoneidade. Em Posadas e Godino (2013), descreve-se o processo formativo realizado pela primeira autora, sob a supervisão e o apoio do segundo autor, enfatizando o papel da noção de idoneidade didática como um instrumento de reflexão sistemática sobre a própria prática. Esses autores explicam o foco do TFM realizado por (Posadas, 2013), pois esta apresentou uma reflexão sobre a sua experiência vivenciada na fase das práticas de ensino, na qual, teve a oportunidade de assumir a responsabilidade sobre trabalhar o tema referente ao estudo da função quadrática no terceiro ano do Ensino Secundário Obrigatório (ESO). Tal reflexão está sustentada na noção de idoneidade didática e no sistema de indicadores de idoneidade desenvolvidos em diversos trabalhos (GODINO, CONTRERAS, FONT, 2006; GODINO, 2011). A finalidade do estudo foi a de obter critérios para o replanejamento da unidade didática, de tal forma que permitissem introduzir mudanças no ensino do tema acima citado.

### **O caso das Univerisdades da Catlunha**

Neste item comentamos os projetos de investigação que se dotaram do desenvolvimento e aplicação dos critérios de idoneidade postos em funcionamento pelo *Grupo de Investigación sobre Análisis Didáctico en Educación Matemática* (GRADEM) da Universidade de Barcelona, coordenado pelo professor Doutor Vicenç Font.

### **Problemática de investigação do Grupo de Investigación sobre Análisis Didáctico en Educación Matemática (GRADEM) da Universidade de Barcelona**

Hoje, em diversos países, os planos de estudos universitários têm se organizado por competências profissionais, dentre elas, as gerais e as específicas. Esse tipo de organização tem levantado questões relevantes para a formação inicial de professores de Matemática como: quais são estas competências? Como se desenvolvem e se avaliam? No caso da formação de professores, a tendência descrita acima vai ao encontro daquela que consiste em organizar os currículos dos alunos, também, por competências.

As duas tendências acima comentadas convergem ao seguinte questionamento: de que maneira é possível conseguir que futuros professores de secundária tenham as competências profissionais que os permitam o desenvolvimento e a avaliação da competência matemática sugerida no currículo da Educação Secundária?

Há um consenso que as competências matemáticas se desenvolvem a partir da resolução de tarefas e que, por sua vez, se avaliam a partir da atividade matemática realizada para resolvê-las. No caso da avaliação, o professor propõe uma atividade ao aluno, este a resolve realizando certa atividade matemática e, em seguida, o professor analisa a atividade matemática do aluno e encontra evidências com certo grau de desenvolvimento de uma ou várias competências.

Em Rubio (2012), se enfatiza que, para realizar a avaliação da competência matemática dos seus alunos, o futuro professor, de acordo com o esquema da figura 1, deve ter a competência matemática. Contudo, esta não é suficiente, pois também deve ter a competência na análise da atividade matemática. Enquanto que a primeira não é específica da profissão professor, pois faz parte de um conhecimento específico de diversas áreas, a segunda é.

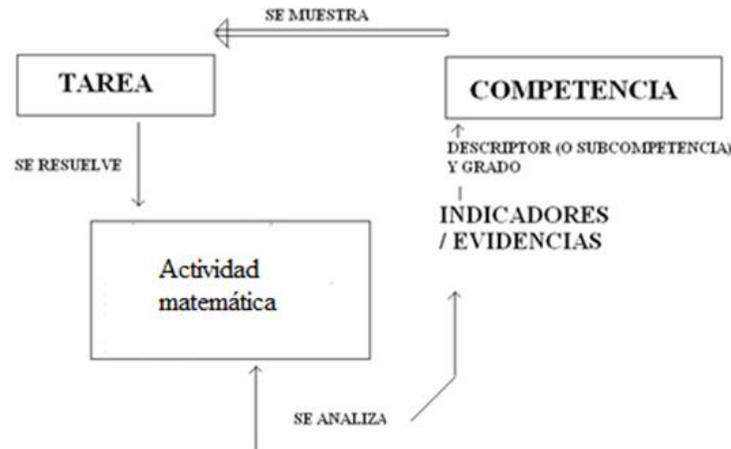


Figura 1. A avaliação de competências matemáticas. Fonte: Rubio (2012, p. 117).

Em outra direção, a atividade matemática mostra a competência matemática do aluno e a análise de tal atividade, com o objetivo de encontrar evidências de que estão sendo cumpridos os indicadores de um certo grau de competência, uma competência profissional específica do professor de Matemática, conforme Figura 2.

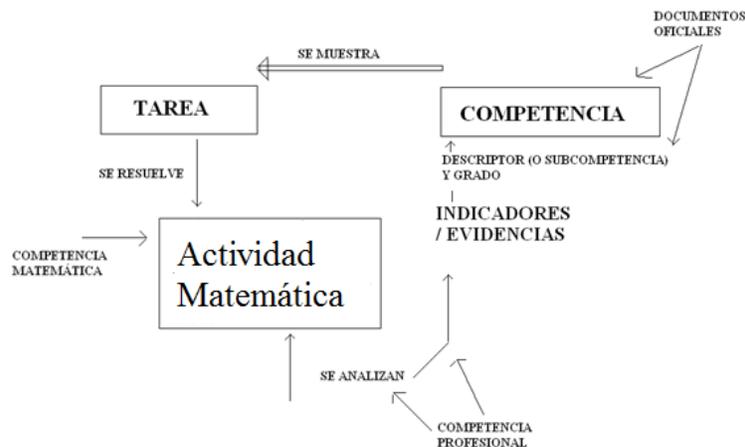


Figura 2. Competência matemática e competência profissional. Fonte: Rubio (2012, p.118).

O *Grupo de Investigación sobre Análisis Didáctico en Educación Matemática* (GRADEM) da Universidade de Barcelona, coordenado pelo professor Doutor Vicenç Font, se interessou no estudo para responder o seguinte questionamento: de que maneira é possível conseguir que os futuros professores de secundária tenham as competências profissionais que os permita o desenvolvimento e a avaliação da competência matemática sugerida no currículo da Educação Secundária? Para

responder a esta problemática foram desenvolvidos três projetos de investigação denominados: *Desarrollo de la competencia en análisis didáctico en la formación de futuros profesores de matemáticas de secundaria* (REDICE-12-1980-02); *Desarrollo de un programa por competencias en la formación inicial de profesores de secundaria de matemáticas* (EDU2012-32644) e *Evaluación y desarrollo de competencias profesionales en matemáticas y su didáctica en la formación inicial de profesores de secundaria/bachillerato* (EDU2009-08120/EDUC). De forma particular, este grupo mostrou-se interessado em investigar as seguintes questões:

- ✓ Caracterizar globalmente as competências profissionais na formação inicial do professor de secundária em matemática, seus graus e descritores;
- ✓ Desenhar ciclos formativos (presenciais e à distância), para o desenvolvimento de competências profissionais na formação inicial de professores de Matemática de secundária (em especial, a competência em análise em didática dos processos de instrução);
- ✓ Desenhar e aplicar instrumentos de avaliação das competências profissionais dos futuros professores de secundária em Matemática.

O grupo de investigação GRADEM se interessou em analisar as práticas profissionais que os futuros professores realizam para resolver as tarefas profissionais propostas e o conhecimento didático-matemático ativado nelas, a fim de encontrar indicadores que justifiquem a classificação de graus de desenvolvimento da competência profissional que se pretende avaliar. Esses aspectos podem ser vinculados conforme o esquema apresentado pela Figura 3, o qual mostra a relação entre as tarefas de um ciclo formativo, além do desenvolvimento e avaliação das competências profissionais.

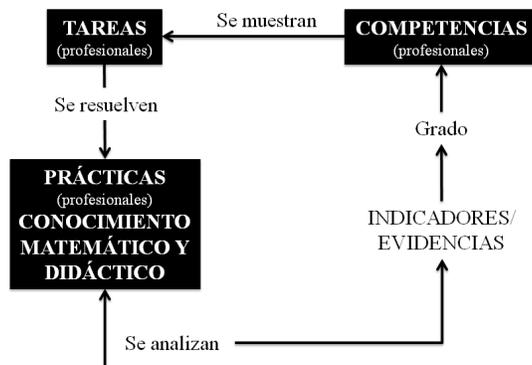


Figura 3. Avaliação e desenvolvimento de competências profissionais.

Fonte: Font e Adán (2013, p. 284).

Para realizar suas investigações o GRADEM utiliza como principal referencial teórico o modelo de análise em didática proposto pelo EOS e toma como ponto de partida as seguintes hipóteses (FONT, 2011a):

- I. Para desenvolver um programa por competências na formação inicial de professores se faz necessário: a) determinar as competências que o programa deve ter; b) determinar o grau de desenvolvimento esperado para cada uma das competências ao término do programa; c) determinar indicadores para cada grau de competência; d) conectar as competências no conjunto das diferentes disciplinas; e) determinar critérios de avaliação das competências; f) elaborar ciclos formativos para desenvolver competências.
- II. Considerar a competência matemática e a competência em análise em didática como duas macro-competências necessárias para desenvolver e avaliar a competência matemática.
- III. Com relação à competência em análise em didática dos processos de instrução, considerar que seu núcleo fundamental consiste em: desenhar, aplicar e avaliar sequências de aprendizagens próprias ou de outros, mediante técnicas de análise em didática e critérios de qualidade, para estabelecer ciclos de planejamento, implementação, avaliação e disponibilizar propostas de melhora. E, além disso, consiste em que podem ser encontrados critérios e indícios de desenvolvimento dessa competência e relacioná-los com as competências profissionais do futuro professor de Matemática de secundária (digital, modelação, etc.).

Na sequência apresentamos algumas investigações realizadas pelo grupo GRADEM.

### **Investigação sobre o desenvolvimento e a avaliação da competência matemática**

Entende-se que o professor deve realizar a análise da atividade matemática para encontrar indicadores que permitam avaliar as competências matemáticas de seus alunos. Contudo, encontra-se um problema relevante de que não há um modelo consensual na Educação Matemática para caracterizar a atividade matemática. Ou seja, não há um acordo sobre qual é a resposta para a seguinte pergunta: como descrever ou analisar a atividade matemática que emerge da resposta do aluno para a tarefa proposta? Mesmo que não haja acordo, é importante salientar que a investigação em Educação Matemática tem oferecido diversas ferramentas teóricas para analisar a atividade matemática. Segundo Font (2011b), encontramos: três dimensões para análise do conteúdo, utilizadas nos trabalhos do *Grupo de Investigación Pensamiento Numérico y Algebraico (PNA) de España* - estrutura conceitual, sistemas de representação e fenomenologia (situações-problema) (GÓMEZ, 2006); construto da *práxis* utilizado com regularidade nos trabalhos que usam como marco teórico a Teoria Antropológica da Didática (TAD) (BOSCH, ESPINOZA, GASCÓN, 2003); o construto da configuração epistêmica utilizado com regularidade nos trabalhos que usam como marco teórico o Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS) (FONT, GODINO, 2011).

Essa falta de consenso aponta à alternativa de optar a não oferecer ao professor um modelo para a análise da atividade matemática ou a optar por algum dos modelos que têm emergido na área da Educação Matemática para investigar a atividade matemática e fazer sua transposição didática na formação de futuros professores de secundária (Ensino Médio) de Matemática. Nesta última opção é que se encontra o trabalho de Rubio (2012), o qual considerou que a resposta para a pergunta - como descrever e analisar a atividade matemática que se infere da resposta do aluno na tarefa proposta? - consistiu nos dois primeiros níveis de análise em

didática propostos pelo EOS, ou seja, descrevendo as práticas matemáticas e os objetos e processos nelas ativados.

Em Rubio (2012) foi desenvolvida uma proposta de avaliação analítica, a *posteriori* e global das competências PISA 2003, baseada na técnica de análise de práticas matemáticas e dos objetos e processos matemáticos ativados em ditas práticas, o que propõe o EOS. O primeiro passo para que esse método fosse operativo, foi disponibilizar um protocolo de resolução do problema que podia ser o de um aluno real ou o que faria um aluno “ideal” (nesse caso, o protocolo teria sido a resposta de um professor especialista em Matemática); na continuação se realizou uma análise de práticas, objetos e processos matemáticos de acordo com o que propõe o EOS. O terceiro momento consistiu em construir uma ferramenta que permitisse avaliar, em uma escala de um a três, cada competência (reprodução, conexão e reflexão) tendo em conta a análise realizada nos passos anteriores. O último passo consistiu em extrair conclusões sobre as competências, ativadas ou não, que se deveriam desenvolver no futuro processo de instrução.

Nessa mesma investigação, também foi descrito o desenho e a implementação de um ciclo formativo no *Máster de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas de la Universitat de Barcelona* em que consistia, primeiramente no ensino da técnica de análise de práticas, objetos e processos (EOS) e depois, à técnica de avaliação analítica e global das competências matemáticas descritas acima. Tratou-se de um tipo de estudo da prática docente em que não se baseou naquilo que professores ou outros informantes dizem, mas sim, na observação direta de ditas práticas (por meio de diários, vídeo, etc.). Como conclusão, Rubio (2012) afirmou que se os professores não são competentes na análise de práticas, processos e objetos matemáticos, não serão na avaliação de competências.

### **Investigação sobre o uso dos critérios de idoneidade nos Trabalhos Finais de Mestrado**

A caracterização da competência em análise em didática necessita ferramentas para análise e também ferramentas para avaliação. Para esta última, o EOS propõe os critérios de idoneidade didática. Para cada um destes critérios, propõe-se um

sistema de indicadores associados que podem ser avaliados em uma escala de uma a três, por exemplo. Trata-se de um sistema que permite avaliar ou autoavaliar de maneira completa e equilibrada os elementos que, em conjunto, compreendem um processo de instrução de qualidade na área da Matemática.

Durante os cursos 2009-2010, 2010-2011, 2011-2012 y 2012-2013, no *Máster de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas de la Universitat de Barcelona*, e durante os cursos 2013-2014, 2014-2015 no *Máster Interuniversitario de Formación de Profesores de Secundaria de Matemáticas de Catalunya*, os formadores de futuros professores sugeriram a seus alunos o uso de uma rubrica baseada nos critérios de idoneidade propostos pelo EOS para:

- ✓ avaliar sua prática;
- ✓ desenhar, no trabalho final de mestrado, uma proposta de melhora da unidade didática, implementada no período de práticas, que melhore alguns aspectos que a avaliação anteriormente realizada indica que devem ser melhorados.

Em Giménez, Vanegas, Font e Ferreres (2012) e Ferreres e Vanegas (2015) foi realizada uma investigação sobre o uso dos critérios de idoneidade pelos futuros professores de secundária em seus trabalhos finais de mestrado (TFM). Nesse caso, o estudo das práticas dos futuros professores se baseou na análise dos produtos finais das práticas docentes, concretamente, nas memórias escritas de seus TFMs. Nessa investigação observou-se que os critérios de idoneidade foram uma ferramenta útil para organizar a reflexão dos futuros professores sobre sua própria prática, mesmo que tiveram pouco em conta na fase de planejamento. Em outras palavras, os alunos não foram conscientes da potência dos critérios como ferramentas *a priori* para desenhar uma sequência didática. No entanto, os critérios foram muito úteis para que realizassem a reflexão sobre sua prática realizada anteriormente, se fazendo úteis quando os professores tiveram que justificar uma sequência didática que melhoraria a implementação realizada no seu período de prática.

Para representar a avaliação global que faziam de suas práticas usaram, frequentemente, um esquema na forma de um hexágono que tinha sido proposto durante o ciclo formativo (figura 4). Na figura 5, podemos observar a representação da avaliação de uma estudante quando da implementação de sua própria unidade didática. No esquema se supõe que todas as idoneidades parciais apresentam um

mesmo valor representado pelo segmento que une o centro com o vértice. A partir dele, foi construído um polígono irregular que representa as idoneidades parciais que o próprio aluno considera que conseguiu. Nesse caso, a estudante mostra que não contemplou muito o cognitivo, o interacional, o emocional e o ecológico. Contudo, é importante ressaltar que um aluno se deu conta, por exemplo, de que se tratava de um processo evolutivo e utilizou tabelas ou gráficos para indicar como mudaram as idoneidades ao longo do tempo (Figura 6).

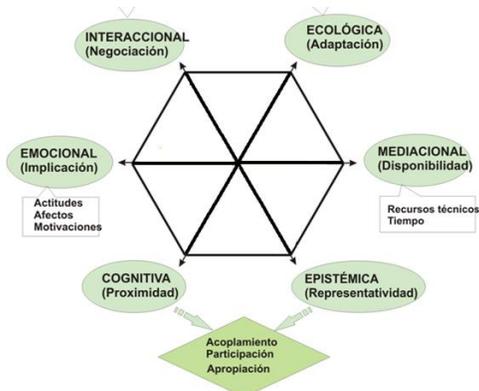


Figura 4. Hexágono explicado.  
Fonte: Giménez, Vanegas, Font e Ferreres (2012, p. 81).

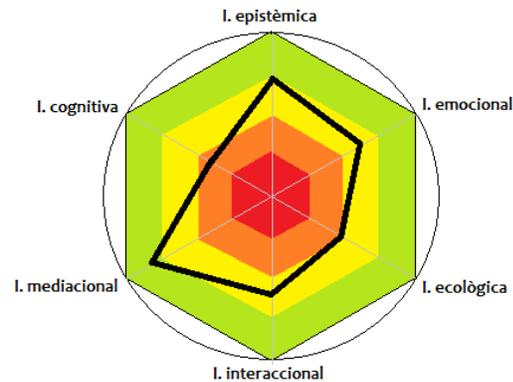


Figura 5. Mapa de idoneidade de uma estudante no TFM.  
Fonte: Giménez, Vanegas, Font e Ferreres (2012, p. 81).

		Sessió								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Idoneïtat	Epistêmica	Baixa	Alta	Alta	Alta	Alta	Baixa	Alta	Alta	Alta
	Cognitiva	Alta	Alta	Alta	Alta	Alta	Mitja	Alta	Alta	Alta
	Mediacional	Alta	Mitja	Alta	Mitja	Mitja	Baixa	Mitja	Baixa	Mitja
	Emocional	Alta	Mitja	Alta	Alta	Alta	Mitja	Alta	Baixa	Mitja
	Interaccional	Mitja	Alta	Alta	Alta	Alta	Baixa	Baixa	Baixa	Baixa
	Ecológica	Alta	Mitja	Alta	Mitja	Mitja	Mitja	Mitja	Mitja	Mitja

Figura 6. Avaliação final de um estudante com relação às diversas idoneidades a partir de sua sequência didática.  
Fonte: Giménez, Vanegas, Font e Ferreres (2012, p. 82).

### Investigação sobre o desenvolvimento da competência em análise em didática a partir de ciclos formativos

Uma das conclusões da investigação descrita anteriormente foi a de que era necessário desenhar ciclos formativos mais estruturados para que os futuros

professores tivessem ferramentas para avaliar a qualidade de processos de instrução, tanto próprios como alheios.

No marco do grupo GRADEM foram realizadas diferentes investigações sobre o planejamento, implementação e redesenho de ciclos formativos para o desenvolvimento e avaliação de alguns componentes da competência em análise em didática. Por exemplo, em Giménez, Font e Vanegas (2013), explica-se um processo de desenho, avaliação e redesenho de tarefas profissionais para o professor que vai atuar na escola secundária, baseado no modelo do EOS e na análise reflexiva associada às práticas. Esse processo teve andamento durante três anos consecutivos no contexto do mestrado para a formação de professores de Matemática na Espanha. O estudo mostrou como as sucessivas revisões promovem o crescimento na análise das práticas escolares dos futuros professores de Matemática

Em Vanegas, Font e Giménez (2015), explica-se como os futuros professores de Matemática melhoram sua autorreflexão em relação à competência em análise em didática. Basearam-se nos dados coletados com dois grupos de professores, utilizando métodos qualitativos. Utilizaram um futuro professor como exemplo para discutir como a capacitação no uso de critérios de idoneidade didática e as ferramentas de reflexão conduzem à uma aprendizagem acerca da experiência explicando, de maneira mais profunda, como vão mudar suas próprias práticas no futuro.

Para Vanegas, Giménez, Font e Díez-Palomar (2014), o redesenho de tarefas profissionais na formação de professores de secundária influencia as mudanças em análise em didática de competências dos futuros professores do ensino secundário. Baseiam o estudo com dados de três grupos de futuros professores, utilizando métodos qualitativos. Discutem como o treinamento no uso de ferramentas didáticas para redesenhar tarefas levou futuros professores a desenvolver ainda mais a sua competência profissional para analisar tarefas matemáticas desde um rigoroso ponto de vista didático.

Em Font e Adan (2013), descreve-se parte de uma investigação, que se preocupou em estudar o desenvolvimento da competência em análise em didática em um processo de formação direcionado a futuros professores de Matemática. Em particular, focaliza-se no desenho de tarefas que permitam a emergência de

ferramentas teóricas para a avaliação da qualidade matemática dos processos de instrução. Trata-se da emergência de alguns dos indicadores do critério de idoneidade epistêmica, que depois, deveriam ser utilizados nos trabalhos finais de mestrado e completá-los com outros indicadores provenientes de outros enfoques, que não o EOS. Nesse sentido, esses autores descrevem o desenho, a implementação e o redesenho de tarefas que permitam a emergência de ferramentas teóricas para que os futuros professores realizem a avaliação da qualidade matemática dos seus próprios processos de instrução e cheguem à conclusão de que o olhar holístico do EOS sobre os objetos matemáticos leva a pensá-los em objetos complexos formado por partes ou componentes. A ideia de representatividade, como critério de qualidade matemática como uma sequência de tarefas, é consequência da complexidade e dela se derivam outros critérios que estão relacionados com a articulação dos elementos nos quais se descompõe a complexidade, como a conexão e a coerência. Dito de outra maneira, para esses autores, a noção de conexão pode ser utilizada como ponte entre os dois principais critérios de qualidade matemática considerados em suas investigações (representatividade e riqueza de processos matemáticos). Por um lado, a conexão se relaciona com a complexidade e, por outro lado, considera relevantes os princípios do NCTM (2000). Contudo, para ter êxito na relação desses dois olhares sobre a conexão, é necessário entendê-la mais como uma articulação entre diferentes partes da Matemática do que como a conexão da Matemática com a realidade (conexão extramatemática).

## **INVESTIGAÇÕES NA FORMAÇÃO DE FORMADORES DE PROFESSORES DE SECUNDÁRIA (ENSINO MÉDIO) E NA FORMAÇÃO DE FUTUROS PROFESSORES DE SECUNDÁRIA (ENSINO MÉDIO) QUE SE UTILIZARAM DOS CRITÉRIOS DE IDONEIDADE DIDÁTICA: O CONTEXTO ARGENTINO**

Em Pochulu, Font e Rodríguez (2015) se explicam diferentes experiências formativas destinadas a desenvolver a competência em análise em didática dos professores de Matemática, tanto os que estão em formação, quanto dos que já estão formados, nas quais se utilizaram critérios de idoneidade didática. Essas experiências foram desenvolvidas na *Universidad Nacional de Villa María (UNVM)* na *Formación*

de *Profesores de Secundária en Matemáticas* (FPSM) e em um curso de *Formación de Formadores de Profesores de Secundária en Matemáticas* (FFPSM) implementado no período de 2011-2012, organizado pelo *Instituto Nacional de Formación Docente* (INFD) da Argentina.

Na UNVM, na formação de futuros professores de Matemática, foram utilizadas as noções de configuração epistêmica e cognitiva de objetos primários e dos critérios de idoneidade didática com seus indicadores. Observou-se que os estudantes podiam fazer uma boa análise da qualidade matemática do processo de instrução realizado por “outro professor” utilizando os critérios de idoneidade didática (particularmente, o epistêmico), mas não faziam uma boa análise quando se tratava da sua própria aula. A explicação dada a este fato foi a de que os alunos tinham dificuldades para descrever e avaliar a atividade matemática quando esta apresentava-se rica em processos e objetos matemáticos e também, porque em alguns casos, eles mesmos não estavam acostumados a realizar esse tipo de atividade matemática.

O ciclo formativo com formadores de professores (FFPMS) organizado *pelo Instituto Nacional de Formación Docente* (INFD) dividiu-se em seis etapas:

- ✓ *Seminário Virtual*, cujo propósito foi atribuir ferramentas e acompanhamento para que o grupo de formadores desenhassem e fundamentassem uma sequência didática para a FPMS.
- ✓ *Encontro presencial inicial*, registrado em vídeo, onde os grupos assistentes apresentaram as tarefas desenhadas no FPMS e sua fundamentação, ao mesmo tempo, foram realizados redesenhos e ajustes nas tarefas de forma colaborativa, tomando como base a análise em didática realizada.
- ✓ *Implementação da sequência de tarefas (ciclo FPMS)*, foram registradas, em vídeo, duas aulas consecutivas para serem utilizadas nas análises posteriores com todos os participantes da capacitação (grupos de assistentes, professores do curso e equipe técnica especializada do INFD).
- ✓ *Seleção de alguns episódios de aula registrados em vídeo*, os professores selecionaram os episódios tomando em conta dois aspectos: o primeiro é que a duração do vídeo fosse aproximadamente de cinco minutos e o segundo foi

que a seus critérios, puderam observar aspectos relevante relacionados com a matemática implementada, a gestão da classe e a utilização dos recursos.

- ✓ *Análise em didática presencial dos episódios das aulas*, as análises foram realizadas pelo grupo que implementou o ciclo formativo FPMS, um membro pertencente a um outro grupo, coordenado pelos professores. A coordenação desta análise esteve a cargo de um dos professores responsáveis pela capacitação e por um técnico do INFD.
- ✓ *Encontro presencial final*, registrado em vídeo, onde foram analisados seis episódios por todos os grupos. O critério de seleção dos episódios foi que estes tivessem uma boa qualidade didática ou que permitissem a discussão de pontos a serem melhorados. Nessa seção, os participantes puderam dar sugestões pensando em futuras capacitações.

Quando realizamos a revisão de literatura percebemos que, inicialmente, os critérios de idoneidade didática do EOS foram desenhados e utilizados para avaliar processos de instrução efetivamente implementados. Uma novidade que vemos na investigação citada acima foi a de que utilizou os critérios diretamente no processo de planejamento de uma sequência de tarefas. Nesse sentido, pode-se considerar que estes critérios podem ser elementos relevantes no processo de planejamento instrucional, sempre e quando são acompanhados com indicações relacionadas a uma implementação hipotética que os faça ser operacionalizáveis.

## **INVESTIGAÇÕES NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE SECUNDÁRIA (ENSINO MÉDIO) E BACHARELADO EM MATEMÁTICA QUE SE UTILIZARAM DOS CRITÉRIOS DE IDONEIDADE DIDÁTICA: O CONTEXTO MEXICANO**

Em Larios, Font e Nieto (2013) e Torres *et al* (2013), apresentam-se alguns resultados referentes a parte de um projeto de investigação - desenvolvido, no período de 2009 a 2011, no estado Querétaro, pela Universidad Autónoma de Querétaro, México em que tinha como objetivo identificar e caracterizar as práticas docentes de Matemática nos níveis educativos de primária, secundária e bacharelado, observando aulas de professores de diferentes instituições escolares de dito estado por meio da

preparação e aplicação de instrumentos de observação e da análise das informações coletadas via o Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (Godino, Font e Wilhelmi, 2008) - nos quais se infere que os autores utilizaram os critérios para observar as aulas de secundária e bacharelado no intuito de, a partir do desenvolvimento da investigação, oferecer à comunidade educativa ferramentas que permitam melhorar a prática docente em Matemática, seja através da reflexão da mesma, da formação pessoal continuada, da proposta de programas de formação institucional, etc.

## **INVESTIGAÇÕES QUE SE DOTARAM DAS FACETAS PROPOSTAS PELO EOS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA**

Neste espaço apresentamos outras investigações que se dotaram dos critérios de idoneidade didática na formação de futuros profissionais a partir da idéia de facetas, pois não estão preocupadas em avaliar as práticas, mas sim, em classificar os discursos dos sujeitos de pesquisa. Em um primeiro momento, apresentamos o caso referente à formação de futuros professores de pedagogia de uma universidade chilena, em um segundo momento uma investigação realizada na Universidade de Granada a qual tomou em conta o contexto brasileiro.

### **O caso da formação de futuros professores de pedagogia: o contexto chileno**

A investigação realizada por Seckel e Font (2015), com o objetivo de fazer um diagnóstico sobre o nível de reflexão sobre a prática (própria ou alheia) de um grupo de dezessete futuros professores da Educação Básica com ênfase em Matemática de uma universidade chilena, analisou a reflexão realizada por esses futuros professores, quando estes faziam observações a respeito de um episódio (gravado e transcrito) de uma aula de Matemática do sétimo ano da Educação Básica. Para analisar tais observações, a autora assumiu a ideia de competência em análise em didática proposta pelo EOS de forma que, não com o intuito de avaliar (por isso não utilizou o termo critério de idoneidade), classificou a reflexão realizada pelos sujeitos de

pesquisa dentro das seis facetas propostas por dito enfoque (epistêmica, cognitiva, interacional, mediacional, emocional e ecológica).

A autora conclui que a faceta interacional é a que está mais presente nos comentários dos futuros professores estando presente na reflexão de 13 sujeitos, ao passo que a ecológica aparece no discurso de apenas um participante. As facetas epistêmica, cognitiva, emocional, mediacional aparecem em menos da metade do grupo, o que leva a conclusão que os futuros professores que participaram desse estudo apresentam um baixo nível de desenvolvimento da competência reflexiva.

### **O caso da formação de futuros professores de Matemática: o contexto brasileiro**

Seguindo a mesma ideia de uso das facetas propostas pelo EOS apresentadas na investigação acima, ou seja, não no sentido de avaliar, mas sim de classificar os discursos dos sujeitos de pesquisa, Santos (2012), em sua investigação que tinha como objetivo caracterizar os conhecimentos sobre a idoneidade didática dos processos de estudo do cálculo integral para a formação de professores de Matemática, a fim de aportar conhecimentos sistemáticos e fundamentados sobre como elaborar planejamentos de instrução de qualidade para a formação de futuros professores de Matemática, no marco da Licenciatura em Matemática do Brasil, com relação ao tema integral, determinou os conhecimentos profissionais de especialistas a partir da análise de entrevistas com dez formadores de professores inferindo que estes conhecimentos se categorizam tendo em conta as dimensões epistêmica, cognitiva, mediacional, afetiva, ecológica e instrucional (interações e recursos) dos processos de estudo do cálculo.

### **OUTRAS INVESTIGAÇÕES QUE SE DOTARAM DO USO DOS CRITÉRIOS DE IDONEIDADE PROPOSTOS PELO EOS**

Na sequência apresentamos investigações que se utilizaram dos critérios de idoneidade na formação de futuros engenheiros em uma universidade mexicana, o

caso do uso do critério epistêmico para avaliar o tema derivada no currículo mexicano e casos do desenvolvimento e avaliação de programas de formação no contexto chileno e mexicano.

### **O caso da formação de futuros engenheiros: o contexto mexicano**

O estudo realizado por Robles, Castillo e Font (2012), apresenta a descrição e a avaliação da implementação de uma sequência didática elaborada e aplicada, na modalidade *online*, para alunos do curso de Cálculo Diferencial e Integral do curso de engenharia da Universidade de Sonora, México. As atividades implementadas tinham como objetivo promover a construção do significado da função derivada, buscando constituir, a partir da noção de linearidade local, com ajuda de um software, uma primeira introdução a este objeto matemático. Para realização e avaliação das atividades foram utilizadas as noções do EOS e para cada critério assumido (epistêmico, cognitivo, interacional, mediacional, emocional e ecológico), estudou-se aquilo que era esperado, a partir do desenho da sequência (*a priori*) e o observado como resultado da implementação (*a posteriori*).

Com este estudo, os autores concluíram que, a partir da avaliação *a posteriori* do processo de instrução investigado, evidenciaram-se os pontos fortes e às limitações associadas a distintos aspectos. Mesmo que as idoneidades epistêmica, cognitiva, ecológica e emocional se notam de maneira elevada, as idoneidades mediacional e emocional não resultaram tão bem avaliadas como o esperado e, por esse feito, percebe-se a necessidade de fazer modificações e adaptações na sequência de forma que se desenvolva um planejamento mais refinado.

Já, no trabalho realizado por Robles, Tellechea e Font (2014), apresenta-se, de forma detalhada, o desenho de uma sequência didática de tarefas, na modalidade *online*, para o ensino do Teorema Fundamental do Cálculo para alunos das ciências exatas e engenharias, de forma que, nessas atividades, estejam contemplados a complexidade e a articulação dos objetos matemáticos associados (variação, acumulação, derivada, integral, função e limite) e que, do ponto de vista da aprendizagem, se promova a aproximação intuitiva, a conjectura e o descobrimento do teorema. Para o planejamento das tarefas, os autores tomaram em conta os critérios de idoneidade (epistêmico, cognitivo, interacional, mediacional, emocional e

ecológico) propostos pelo EOS. Concluem que a proposta desenhada contribuiu para a promoção da compreensão do teorema Fundamental do Cálculo, pois permitiu uma melhor articulação intramatemática e, ao mesmo tempo, contemplou uma riqueza de processos matemáticos.

### **O caso do uso critério epistêmico para avaliar um tema matemático no currículo mexicano**

Pino-Fan, Catro, Godino e Font (2013), utilizaram-se de algumas ferramentas teóricas propostas pelo EOS e apresentaram um estudo que foca: uma síntese da reconstrução do significado global da derivada e o significado pretendido (significado curricular) de dito tema no currículo de Bacharelado, via análise dos Planos de Estudo e dos livros didáticos. A comparação de ambos significados (global e curricular) permitiu avaliar a idoneidade epistêmica do significado curricular. Os autores concluíram que existem alguns vieses nos significados curriculares da derivada, privilegiados pelo próprio currículo, que poderiam ser evitados para melhorar o ensino da derivada nos cursos de Bacharelado.

### **Os casos do desenvolvimento e avaliação de programas de formação: o contexto chileno e mexicano**

Na investigação realizada por Godino, Batanero, Rivas e Arteaga (2013), no intuito de colocar como problemática o desenvolvimento e a avaliação dos programas de formação de professores de Matemática, procura identificar os componentes e indicadores didaticamente adequados para os processos de formação de professores de Matemática. Consequentemente, propõem um modelo para o conhecimento didático-matemático e critérios de seu desenvolvimento (critérios de idoneidade propostos pelo Enfoque Ontossemiótico) em futuros professores do Ensino Fundamental de uma universidade chilena. O objetivo foi “por a prova” a validade dos indicadores e exemplificar o uso na análise de um desenho curricular, mostrando que, na verdade, trata-se de uma família de instrumentos que sintetizam, em cada caso, os princípios didático-matemáticos para o ensino e aprendizagem de conteúdos específicos em níveis e circunstâncias determinadas e que o domínio deles pelos

professores, mediante processos formativos adequados, permite o desenvolvimento à adaptação das orientações curriculares correspondentes. Os autores ilustram o uso de tais critérios no desenho formativo de dita universidade identificando alguns pontos críticos nos quais poderia haver processos de melhora.

O trabalho realizado por Larios e Font (2014), no intuito de mostrar a relação entre a investigação sobre a prática docente e a formação de futuros docentes, expõe o desenvolvimento dos programas de formação docente na Universidade Autónoma de Querétaro, enfatizando a necessidade de transformar os programas de capacitação para programas de formação profissional. Para eles, uma proposta de perfil docente baseada no enfoque de competências reclama um tipo de formação que reconheça diversos aspectos (matemáticos, educativos, sociais, epistemológicos e semióticos) que se relacionem de maneira sistemática. Essas propostas de formação se baseiam na ideia de que as características de um professor de Matemática se desenvolvem no âmbito das competências profissionais que este deve possuir, tanto as genéricas (cidadania, comunicação, aprender a aprender, digital), quanto as específicas da profissão (do conteúdo, sua epistemologia, contextualização, valor interdisciplinar, conhecimento e desenvolvimento dos alunos, elementos socioculturais, análise de normas, conteúdos e sequências, planejamento e avaliação) e neste aspecto baseiam-se nos critérios de idoneidade propostos pelo EOS. Os autores concluem que ainda persiste o desafio de desenvolver processos e instrumentos de avaliação que permitam determinar, com certo grau de confiança, as competências e os níveis de desenvolvimento que os professores possuem, para daí propor recomendações particulares e instrumentar processos específicos de melhora.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Na Educação Matemática não há um consenso sobre a noção de “qualidade” e, em particular, não há consenso sobre os “métodos para a avaliação e melhora dos processos de ensino e aprendizagem de Matemática”. Basicamente existem duas maneiras de afrontar esta problemática, ou através da perspectiva positivista, ou através de uma perspectiva consensual. A noção de idoneidade didática explicada na primeira parte deste artigo se posiciona claramente na perspectiva consensual.

Em um primeiro momento, os critérios de idoneidade e, de uma forma geral, o modelo de análise em didática proposto pelo EOS, demonstram seu potencial em analisar curtos episódios de classe, ao passo que, em um segundo momento, estes critérios são aplicados a sessões de aulas completas. A partir daí, percebeu-se que o modelo de análise em didática proposto pelo EOS e, em particular, os critérios de idoneidade didática, podiam ser ferramentas úteis na formação de professores de Matemática. Por essa razão, em uma terceira fase, diversas investigações se interessaram em estudar a introdução do modelo de análise em didática proposto pelo EOS, em especial, o uso dos critérios na formação de professores de Matemática.

Tal como se mostra na revisão de literatura realizada neste trabalho, a noção de idoneidade didática tem apresentado um impacto relevante na formação de professores em diferentes países. Este impacto está relacionado com a ideia de que um dos componentes do conhecimento didático-matemático do professor é aquele que permite avaliar e justificar a melhora dos processos de ensino e aprendizagem de Matemática. A noção de idoneidade didática é uma resposta parcial à seguinte problemática: que critérios devem ser utilizados para planejar uma sequência de tarefas que permitam avaliar e desenvolver a competência matemática dos alunos e que mudanças devem ser realizadas no re-planejamento para melhorar o desenvolvimento dessa competência? Acreditamos que os critérios de idoneidade podem servir, em primeiro lugar, para guiar os processos de ensino e aprendizagem de Matemática e, em segundo lugar, para avaliar a sua implementação. Os princípios e critérios de idoneidade são regras de correção úteis em dois momentos do processo de estudo matemático. *A priori*, os critérios são princípios que orientam “como as coisas devem ser feitas”. *A posteriori*, os critérios servem para avaliar o processo de estudo efetivamente implementado.

## REFERÊNCIAS

- Alsina, A. & Domingo, M. Idoneidad didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME**, 13 (1), 7-32, 2010.

- Apel, K.O. ¿Husserl, Tarski o Peirce? Por una teoría semiótico-trascendental de la verdad como consenso. En J. A. Nicolás y M. J. Frápoli (Eds.), **Teorías de la verdad en el siglo XX** (pp. 597-616). Madrid: Tecnos, 1997.
- BALL, D. L. Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. **Journal of Teacher Education**, 51, p. 241-247, 2000.
- BALL, D. L.; LUBIENSKI, S. T.; MEWBORN, D. S. Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, 59(5), 389-407, 2008.
- Bosch, M., Espinoza, L. y Gascón, J. El profesor como director de procesos de estudio: Análisis de organizaciones didácticas espontáneas. **RDM. Recherches en Didactique des Mathématiques**, 23(1), 79-136, 2003.
- Ferreres, S & Vanegas, Y. Uso de criterios de calidad en la reflexión sobre la práctica de los futuros profesores de secundaria de matemáticas. **Procedia** (en prensa), 2015.
- FONT, V. [Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria](#). **Unión**, 26, 9-25, 2011a.
- Font, V. [Investigación en didáctica de las matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria](#), en Rodríguez, M., García, Blanco, G.L., Medina, M. (Eds.) **Investigación en Educación Matemática XV** (165-194). Ciudad Real: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática y Servicio de publicaciones de la Universidad de Castilla-La Mancha, 2011b.
- Font, V. & Adán, M. [Valoración de la idoneidad matemática de tareas](#). In Berciano, A., Gutiérrez, G., Estepa, A. & Climent, N. (Eds.), **Investigación en Educación Matemática XVII** (pp. 283-291). Bilbao: SEIEM, 2013.
- Font, V. & Godino, J. D. [Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato](#), en Goñi, J. M (ed.), **MATEMÁTICAS: Investigación, innovación y buenas prácticas** (9-55). Barcelona, España, Graó, 2011.
- FONT, V., Godino, J. D. & Gallardo, J. [The emergence of objects from mathematical practices](#). **Educational Studies in Mathematics**, 82, 97–124, 2013.
- Font, V., Planas, N. & Godino, J. D. [Modelo para el análisis didáctico en educación matemática](#). **Infancia y Aprendizaje**, 33(1), 89-105, 2010.
- Giménez, J., Font, V. & Vanegas, Y. Designing [Professional Tasks for Didactical Analysis as a research process](#). In: Margolinas, C. (Ed.), **Task Design in Mathematics Education**. Proceedings of ICMI Study 22: Oxford, 2013.

- Giménez, J., Vanegas, Y., Font, V. & Ferreres, S. El papel del trabajo final de Máster en la formación del profesorado de Matemáticas. **UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas**, 61, 76-86, 2012.
- GODINO, J. D. Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. **UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, 20, p. 13-31, 2009.
- Godino, J. D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **XIII CIAEM-IACME**, Recife, Brasil, 2011.
- Godino, J.D. Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. In A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), **Investigación en Educación Matemática XVI** (pp. 49 - 68). Jaén: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, 2012.
- Godino, J. D. & Batanero, C. [Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica](#). Ampliación de la Conferencia Invitada al **VI CIBEM**, Puerto Montt (Chile), 4-9 Enero, 2008. Documento interno de la Universidad de Granada.
- Godino, J. D. Batanero, C. & Font, V. [The onto-semiotic approach to research in mathematics education](#). **ZDM. The International Journal on Mathematics Education**, 39 (1-2): 127-135, 2007.
- GODINO, J. D., BATANERO, C., RIVAS, H. & ARTEAGA, P. Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v. 08, n. 1, p. 46-74, 2013.
- GODINO, J. D.; BATANERO, C.; ROA, R.; WILHELMI, M. R. Assessing and developing pedagogical content and statistical knowledge of primary school teachers through project work. In BATANERO, C.; BURRILL, G; READING, C.; ROSSMAN, A. (Eds.), Joint ICMI/IASE Study: **Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education**. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference, 2008.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. & Wilhelmi, M. R. Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. **Paradigma**, XXVII, (2): 221-252, 2006.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. & Wilhelmi, M. R. **Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática**. Documento no publicado del Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, 2007. Disponible en: [http://www.ugr.es/local/jgodino/indice\\_eos.htm](http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm)

- Godino, J.D.; Contreras A.; Font, V. [Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática](#). **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 26 (1), 39-88, 2006.
- Godino, J. D., Font, V. & Wilhelmi, M. R. [Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico](#). **Publicaciones**, Vol. 38: 25-49, 2008.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. & Castro, C. [Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico](#). **Enseñanza de las Ciencias**, 27(1), 59–76, 2009.
- Godino, J. D., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A. & Wilhelmi, M. R. [Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico - semiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos](#). **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 34 (2/3), 167-200, 2014.
- Godino, J. D., Rivas, M., Castro, W. & Konic, P. [Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas](#). **Revemat : Revista Eletrônica de Educação Matemática**, 7 (2), 1-21, 2012.
- Gómez, P. Análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. In. BOLEA, M. P; Moreno, M.; González, M. J., (Eds.). **Investigación en educación matemática: actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática**, pp. 15-35. Huesca: Instituto de Estudios Altoaragoneses, 2006.
- Habermas, J. Teorías de la verdad. En J. A. Nicolás y M. J. Frápoli (Eds.), **Teorías de la verdad en el siglo XX** (pp. 543-596). Madrid: Tecnos, 1997.
- HILL, H. C.; BALL, D. L.; SCHILLING, S. G. Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. **Journal for Research in Mathematics Education**, 39, p. 372-400, 2008.
- Larios, V. & Font, V. El estudio de la práctica docente para un diseño de formación para profesores de matemáticas. In J. Hernández, L. Sosa y C. Dolores (Eds.). **Matemática Educativa: La formación de profesores**. Guadalajara (223-239), México: CIMATE de la Universidad Autónoma de Guadalajara, 2014.
- LARIOS, V. O., FONT, V., NIETO, J. A. Prácticas docentes en la Secundaria del Estado de Querétaro. In: LARIOS, V., O. & BARRIGA, A. D. C (Eds). **Las prácticas docentes en Matemáticas en el estado de Querétaro**. Querétaro: Universidad Autónoma de Querétaro, 2013, p. 93-185.
- National Council of Teachers of Mathematics. **Professional standards for teaching mathematics**. Reston, VA: Author, 1991.
- National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2000.

- National Council of Teachers of Mathematics. **De los principios a la acción: para garantizar el éxito matemático para todos**. México: Editando Libros SA, NCTM, 2015.
- Pino-Fan, L., Castro, W. F., Godino, J. D. & Font, V. [Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato](#). **PARADIGMA**, 34(2), p. 123 – 150, 2013.
- Pochulu, M. & Font, V. [Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa](#). **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME**, 14 (3), 361-394, 2011.
- Pochulu, M., Font, V & RODRÍGUEZ, M. Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME**, 2015,
- Posadas, P. [Evaluación de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza sobre ecuaciones de segundo grado en 3º de educación secundaria obligatoria](#). 2013. Dissertação de mestrado. Universidad de Granada, Granada, 2013.
- Posadas, P. & Godino, J. D. [Reflexión sobre la práctica docente como estrategia formativa para desarrollar el conocimiento didáctico-matemático](#). Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, 2014.
- Ramos, A. B & Font, V. (2008). [Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática](#). **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME**, 11 (2), 233-265, 2008.
- Robles, M. G., Telechea, E. & Font, V. [Una propuesta de acercamiento alternativo al teorema fundamental del cálculo](#). **Educación Matemática**, 26(2), 69-109, 2014.
- Robles, M. G., Del Castillo, A. G. & Font, V. [Análisis y valoración de un proceso de instrucción de la derivada](#). **Educación Matemática**, 24, 5-41, 2012.
- Rubio, N. **Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemático**. 2012. Tesis doctoral no publicada, Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y Matemáticas, Universitat de Barcelona, España, 2012.
- SANTOS, E. C. [Idoneidad de procesos de estudio del cálculo integral en la formación de profesores de matemáticas: Una aproximación desde la investigación en didáctica del cálculo y el conocimiento profesional](#). 2012. 546f. Tese de doutorado - Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, Granada, 2012b.
- SECKEL, M. J. S., FONT, V. Competencia de análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemática de Chile. **Conferencia Interamericana de Educación Matemáticas XIV CIAEM**, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México, 2015.

- TORRES, R. H., HERNÁNDEZ, F. H., MEDINA, M.C., AGUILAR, V. A. A. & RODRÍGUEZ, N. A. G. Prácticas docentes y creencias de profesores de Matemáticas en el estado de Querétaro en el nivel Bachillerato. In: LARIOS, V., O. & BARRIGA, A. D. C (Eds). **Las prácticas docentes en Matemáticas en el estado de Querétaro**. Querétaro: Universidad Autónoma de Querétaro, 2013, p. 187-232.
- Vanegas, Y., Font, V., & Giménez, J. [How future teachers improve epistemic quality of their own mathematical practices](#). **Proceedings of the 9th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education** (en prensa). Prague, Czech Republic, 2015.
- Vanegas, Y.; Giménez, J.; Font, V. & Díez-Palomar, J. Improving [reflective analysis of a secondary school mathematics teachers program](#), In Nicol, C., Oesterle, S., Liljedahl, P., & Allan, D. (Eds.) **Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36**, Vol. 5, pp. 321-328. Vancouver, Canada: PME, 2014.

Submetido: maio de 2015

Aceito: julho de 2015